

MODIN
UM CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO DE MODELOS DINÂMICOS,
BASEADO NA TÉCNICA DOS GRAFOS DE LIGAÇÃO

Mauro Speranza Neto
Seção de Engenharia Mecânica e de Materias
Instituto Militar de Engenharia
Praça General Tibúrcio 80 - 4ª andar - CEP 22290
Rio de Janeiro-RJ, Brasil

Bruno Campos Pedroza
Seção de Engenharia Mecânica e de Materias
Instituto Militar de Engenharia
Praça General Tibúrcio 80 - 4ª andar - CEP 22290
Rio de Janeiro-RJ, Brasil

SUMÁRIO

Neste trabalho são apresentadas as idéias que estão norteando o desenvolvimento de um código computacional para obtenção de Modelos Dinâmicos, baseado na técnica dos Grafos de Ligação (*Bond Graphs*), o programa MODIN. O procedimento para a formulação do modelo de estado é sucintamente descrito, e ilustrado com um exemplo. O algoritmo básico da versão 1.0 é mostrado, e são tratados os principais itens para implementação de futuras versões. São discutidas também possíveis aplicações para este programa.

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de modelos de sistemas dinâmicos tem sido tema de diversos trabalhos, em todo mundo, nos últimos anos, não só no que diz respeito à obtenção dos modelos propriamente ditos, mas também no que concerne às metodologias empregadas para obtê-los [3], [8], [10], [11], [18]. Nota-se que atualmente há uma tendência para o emprego de procedimentos computacionais que permitem o tratamento de sistemas de naturezas físicas distintas, através de uma mesma abordagem, inclusive com a possibilidade de interação entre os vários domínios físicos.

Dentre estas metodologias destaca-se a dos Grafos de Ligação (*Bond Graphs*) [9] e [17], pelas suas vantagens em termos de representação gráfica, generalidade na aplicação aos mais diferentes domínios, sistemática para obtenção do modelo matemático, e certa capacidade de análise de sistemas dinâmicos.

Destas características destaca-se o procedimento consistente e bem estruturado para a formulação do modelo matemático, representado pelas equações de estado, em variáveis de energia, a partir do qual todo o trabalho de manipulação matemática associado a este tipo de problema pode ser transformado em um código computacional [15], [7] e [12]. Mesmo o modelo de sistemas que apresentem não-linearidades constitutivas e/ou geométricas pode ser obtido.

Com isto tem-se uma poderosa ferramenta, principalmente considerando que uma das maiores dificuldades, e fontes de erro, no desenvolvimento de modelos de sistemas dinâmicos complexos encontra-se na manipulação de uma grande quantidade de equações, algébricas e diferenciais, objetivando a determinação de um modelo fechado que possa ser resolvido e analisado.

Neste trabalho são apresentadas as idéias que estão norteando o desenvolvimento de um código computacional para implementação do procedimento de obtenção de modelos dinâmicos, baseado na técnica dos Grafos de Ligação, o programa MODIN [14], que no momento encontra-se na sua versão 1.2, onde sistemas lineares, com parâmetros constantes, definidos numericamente, podem ser tratados.

Esta versão, cujo desenvolvimento começou em 1991, é ainda bastante acadêmica, e encontra-se em fase de testes. Foi escrita na linguagem Fortran 77, podendo ser executada em qualquer microcomputador compatível com IBM-PC. Possui uma entrada de dados orientada, não-gráfica, que facilita a edição e alteração dos modelos.

Neste artigo, além de uma descrição das etapas já cumpridas, é mostrada uma previsão das futuras versões, procurando dar uma visão geral dos objetivos que se pretende alcançar. Assim, por exemplo, em uma nova versão, possivelmente já no próximo ano, serão tratados modelos lineares, com parâmetros constantes, porém definidos simbolicamente. Isto exige o desenvolvimento do código em um ambiente de manipulação algébrica. Também deverão ser implementadas, entre outras, versões com entrada e saída gráficas, e com interfaces para programas de análise e simulação de sistemas dinâmicos.

Deve-se observar que existem programas similares. Em todo o mundo cerca de quinze códigos computacionais foram desenvolvidos com base nos Grafos de Ligação, dos quais destacam-se o ENPORT [16], o CAMP [7] e o BONDYN [6]. Na América Latina tem-se conhecimento de apenas um grupo de pesquisadores [5] que utiliza um programa equivalente. No Brasil não há notícias sobre o desenvolvimento de códigos computacionais dentro desta filosofia.

FORMULAÇÃO DO MODELO DE ESTADO

Todo Grafo de Ligação pode ser representado esquematicamente como ilustrado na figura 1 [9] e [15] onde são destacados os campos característicos armazenadores independente e dependente, os campos dissipador e de fontes e a estrutura de junção, assim como os vetores associados as suas principais variáveis.

Para sistemas com elementos lineares os campos característicos são descritos matematicamente pelas matrizes constitutivas, que relacionam as suas variáveis de entrada e saída, assim para o campo armazenador independente escreve-se

$$Z_I = S_I X_I \quad (1)$$

onde X_I é o vetor de energia, Z_I é o vetor de co-energia e S_I é uma matriz quadrada que caracteriza o campo. Para o campo armazenador dependente tem-se

$$X_D = S_D^{-1} Z_D \quad (2)$$

onde X_D é o vetor de energia, Z_D é o vetor de co-energia e S_D^{-1} é uma matriz quadrada que caracteriza o campo. Finalmente para o campo dissi-

pador escreve-se

$$d_{\text{saí}} = L d_{\text{ent}} \quad (3)$$

onde $d_{\text{saí}}$ é o vetor de saída, d_{ent} é o vetor de entrada e L é a matriz que caracteriza o campo. A estrutura de junção, que representa os vínculos de compatibilidade e de continuidade no acoplamento dos elementos, é descrita matematicamente, para sistemas lineares, pela relação abaixo,

$$\begin{Bmatrix} V \\ \dot{X}_I \\ Z_D \\ d_{\text{ent}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{UU} & J_{UI} & J_{UD} & J_{UL} \\ J_{IU} & J_{II} & J_{ID} & J_{IL} \\ J_{DU} & J_{DI} & J_{DD} & J_{DL} \\ J_{LU} & J_{LI} & J_{LD} & J_{LL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ Z_I \\ \dot{X}_D \\ d_{\text{saí}} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

onde obtém-se a chamada de matriz estrutura de junção J , U é o vetor de excitações e V é o seu vetor complementar de potência.

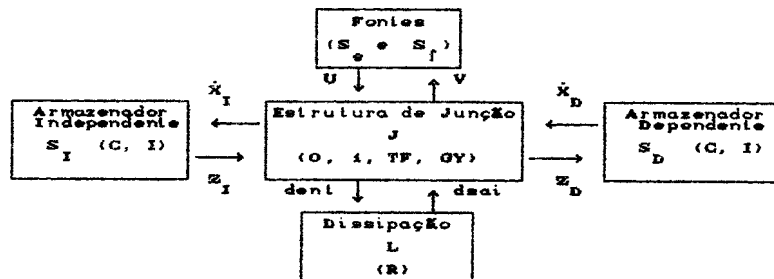


Figura 1: Representação esquemática de um Grafo de Ligação

Eliminando as variáveis associadas aos campos armazenador dependente e dissipador de energia, nas equações (1) a (4), juntamente com algumas hipóteses adicionais sobre as sub-matrizes componentes da estrutura de junção, e definindo as matrizes

$$T_F = [I - J_{ID} S_D^{-1} J_{DI} S_I - J_{IL} (I - L J_{LL})^{-1} L J_{LD} S_D^{-1} J_{DI} S_I]^{-1} \quad (5)$$

$$T_{II} = [J_{II} S_I + J_{IL} (I - L J_{LL})^{-1} L J_{LI} S_I] \quad (6)$$

$$T_{IU} = [J_{IU} + J_{IL} (I - L J_{LL})^{-1} L J_{LU}] \quad (7)$$

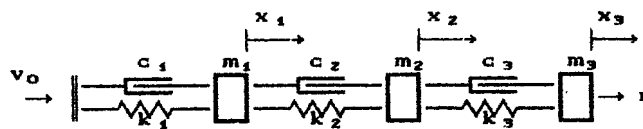
$$T_{IU} = [J_{IL} (I - L J_{LL})^{-1} L J_{LD} S_D^{-1} J_{DU} + J_{ID} S_D^{-1} J_{DU}] \quad (8)$$

chega-se ao sistema de equações diferenciais de primeira ordem, chamado de modelo de estado

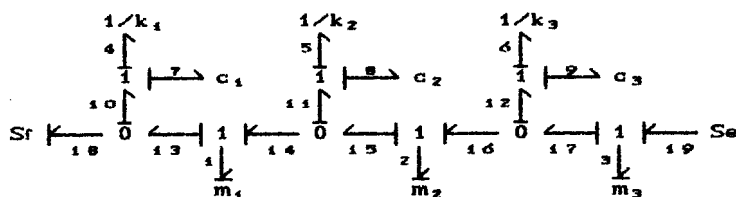
$$\dot{X}_I = A X_I + B U + E U \quad (9)$$

onde $A = T_F T_{II}$, $B = T_F T_{IU}$, e $E = T_F T_{IU}$

Com objetivo de ilustrar o procedimento descrito acima, seja o sistema mecânico de 3 graus de liberdade mostrado na figura 2(a), cujo Grafo de Ligação é dado na figura 2(b). Segundo o procedimento associado a esta técnica, as suas variáveis de estado são p_1, p_2, p_3, q_4, q_5 e q_6 , que compõem o vetor X_I .



(a) Modelo Físico



(b) Grafo de Ligação

Figura 2: Exemplo mecânico de translação

Eliminadas as ligações internas (10 a 17) pode-se estabelecer a matriz estrutura de junção, dada por

$$\begin{bmatrix} e_{18} \\ f_{18} \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \\ f_8 \\ f_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{18} \\ e_{19} \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \\ e_7 \\ e_8 \\ e_9 \end{bmatrix}$$

As matrizes constitutivas são dadas por

$$X_D = S_D^{-1} Z_D, \text{ como neste exemplo } X_D = 0 \text{ então } S_D^{-1} \equiv 0$$

e

$$Z_I = S_I X_I \therefore \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix}$$

e

$$d_{ent} = L d_{ent} \therefore \begin{bmatrix} e_7 \\ e_8 \\ e_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_7 \\ f_8 \\ f_9 \end{bmatrix}$$

Aplicando as equações (5) a (8) acima, chega-se a

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(c_1+c_2)/m_1 & c_2/m_2 & 0 & -k_1 & k_2 & 0 \\ c_2/m_1 & -(c_2+c_3)/m_2 & c_3/m_3 & 0 & -k_2 & k_3 \\ 0 & c_3/m_2 & -c_3/m_3 & 0 & 0 & -k_3 \\ 1/m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/m_1 & 1/m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/m_2 & 1/m_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 0 \\ 0 0 \\ 0 1 \\ 1 0 \\ 0 0 \\ 0 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ F \end{bmatrix}$$

IMPLEMENTAÇÃO DO PROCEDIMENTO EM CÓDIGO COMPUTACIONAL

A implementação do procedimento acima descrito, baseado em um algoritmo desenvolvido a partir do proposto em [16], resultou no programa MODIN, que encontra-se atualmente na sua versão 1.2, ainda em fase de testes.

A versão 1.0 do programa MODIN, cujo fluxograma é mostrado na figura 3, permite a obtenção de modelos de estado lineares numéricos, a partir de uma entrada convencional, onde é reproduzido, através de dados numéricos, o Grafo de Ligação representativo de um sistema e são fornecidos os parâmetros relativos aos seus elementos. Os seguintes dados são necessários para a definição do Grafo de Ligação:

```

* NÚMERO DE ELEMENTOS
* ELEMENTOS
* NÚMERO DE LIGAÇÕES
* NÚMERO DE ELEMENTOS POR LIGAÇÃO
* LIGAÇÕES DOS ELEMENTOS
* NÚMERO DE PARÂMETROS
* NÚMERO DE PARÂMETROS POR ELEMENTO
* PARÂMETROS DOS ELEMENTOS

```

Esta versão [12], desenvolvida para microcomputadores compatíveis com o IBM-PC 286 em Fortran 77, atribui automaticamente um fluxo de potência e uma causalidade ao grafo, monta as suas matrizes características, e a partir da manipulação numérica destas matrizes, determina a forma de estado. Na saída de resultados uma listagem convencional fornece um "espelho" da entrada, informações sobre as variáveis e matrizes características de interesse, e as matrizes de estado e de entradas do modelo. As seguintes informações estão contidas no relatório de saída:

- I. ESTRUTURA DO GRAFO DE LIGAÇÃO
 1. ELEMENTOS DO GRAFO E SUAS LIGAÇÕES
 2. ELEMENTOS DO GRAFO E SEUS PARÂMETROS
- II. FLUXO DE POTÊNCIA E CAUSALIDADE ATRIBUÍDOS AO GRAFO
- III. CLASSIFICAÇÃO DAS LIGAÇÕES DO GRAFO
 1. LIGAÇÕES JUNÇÃO CAUSAL
 2. LIGAÇÕES JUNÇÃO CAUSAL
 3. LIGAÇÕES INTERIAS CAUSAL
- IV. VETORES CARACTERÍSTICOS DO GRAFO
 1. VARIÁVEIS DE FONTE
 2. VARIÁVEIS DE ENERGIA INDEPENDENTES
 3. VARIÁVEIS DE ENERGIA DEPENDENTES
 4. VARIÁVEIS DE DISSIPACÃO
- V. MATRIZES REPRESENTATIVAS DO GRAFO DE LIGAÇÃO
 1. MATRIZ ESTRUTURA DE JUNÇÃO (J)
 2. MATRIZ CAMPO ARMAZENADOR INDEPENDENTE (SI)
 3. MATRIZ CAMPO ARMAZENADOR DEPENDENTE (SD-1)
 4. MATRIZ CAMPO DISSIPADOR (L)
- VI. MATRIZES QUE COMPÕEM O MODELO DINÂMICO LINEAR
 1. MATRIZ A
 2. MATRIZ B
 3. MATRIZ E

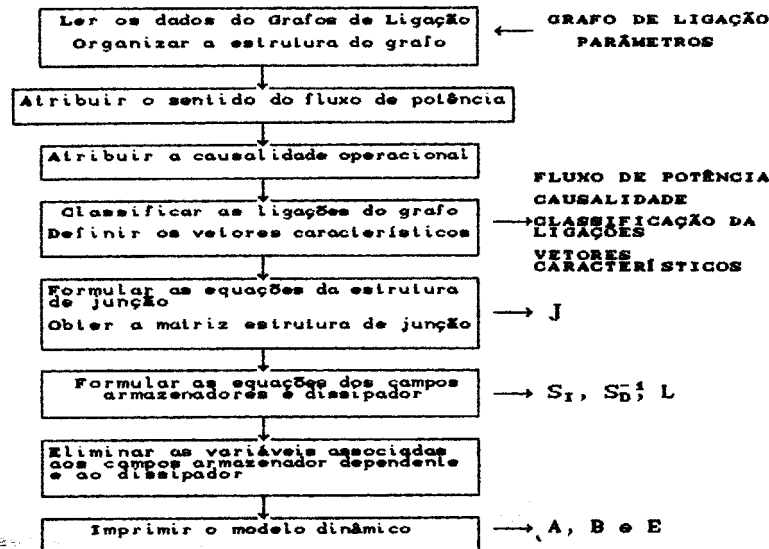


Figura 3: Fluxograma básico do MODIN 1.0

No momento está se trabalhando nos seguintes itens: melhorar a entrada, através de um procedimento mais orientado, porém ainda fornecendo os dados numericamente; alterar os algoritmos de atribuição automática de potência e causalidade, permitindo ao usuário influenciar neste processo, de acordo com seu interesse; possibilitar a escolha das variáveis de saída; e criar interfaces básicas com programas de simulação e análise. Estes itens irão compor a versão 1.4, ainda não concluída.

IMPLEMENTAÇÃO DE FUTURAS VERSÕES

A partir desta primeira experiência com um programa deste tipo, pretende-se desenvolver um código para a obtenção do modelo matemático na forma simbólica, através de procedimentos de manipulação algébrica, incluindo um pré-processador gráfico para entrada de dados e um pós-processador, também gráfico, para saída de resultados, e interfaces com programas de simulação e análise de sistemas dinâmicos. Deste modo o usuário terá como ferramenta um conjunto completo de procedimentos para auxiliá-lo na tarefa de desenvolvimento e análise de modelos dinâmicos, onde toda a manipulação matemática ficará a cargo do computador, cabendo ao usuário "apenas" o estabelecimento do modelo em Grafo de Ligação.

Uma vez implementado o código para o tratamento de sistemas lineares, representado por ligações simples [9] pretende-se tratar dos sistemas lineares complexos, representados pelos Grafos Multiligação [2], para em seguida abordar os sistemas com não linearidades geométricas [6], onde se inclui o problema de robótica [1] e o dos sistemas multicorpos em geral, rígidos ou flexíveis. Finalmente serão tratados os modelos com não linearidades constitutivas [9].

Paralelamente a estas versões serão desenvolvidas interfaces com programas de elementos finitos, para a abordagem de sistemas com flexibilidade [4], ou qualquer problema que envolva o conceito de campos [9]; será também criado um "BANCO DE MODELOS", aproveitando a característica de modularidade dos Grafos de Ligação, de modo simplificar o trabalho dos usuários na modelagem de sistemas complexos. A figura 4 ilustra as fases previstas para o desenvolvimento do programa MODIN.

Dentro dos objetivos acadêmicos e científicos a que este programa, inicialmente, se propõe, os códigos computacionais estão sendo implementados em um equipamento compatível com o IBM-PC 386, com co-processor matemático 387, 3MB de memória RAM e um disco rígido de 60MB. Os "softwares" de apoio citados a seguir, são, no momento, suficientes para desenvolvimento das versões avançadas do programa MODIN, conforme descritas acima: Microsoft Fortran V. 6.0, C++, Pascal, ACGL ou SIMNON ou SIMULAB, PCMATLAB e MATHEMATICA. Estão previstas também futuras versões em computadores de médio porte, tipo estação de trabalho RISC ou similar, visando aplicações mais sofisticadas e a solução de problemas complexos de engenharia.

ÁREAS DE APLICAÇÃO

Conforme mencionado a técnica dos Grafos de Ligação pode ser aplicada à sistemas dos mais diversos domínios físicos, inclusive com interação entre eles, e o programa MODIN está sendo desenvolvido no sentido de auxiliar aos usuários desta técnica na obtenção dos modelos matemáticos e na análise dos respectivos problemas em suas áreas específicas.

Está se criando um código o mais geral possível, que não se restringe a nenhum domínio, problema, ou subsistema particular, de modo a não limitar, por enquanto, a pesquisa e os trabalhos que vêm se desenvolvendo. Entretanto sabe-se que, em programação e computação, nem sempre o mais completo e geral é também o mais eficiente. Assim versões específicas deverão ser implementadas futuramente, de modo a atender aplicações particulares, mesmo que estas possam ser resolvidas pelas versões gerais.

Lista-se abaixo algumas áreas de aplicação do programa MODIN, para as quais versões específicas poderão ser desenvolvidas, a fim de simplificar o trabalho dos usuários, e aumentar a eficiência do código:

```
# Robótica:
# sistemas multicorpos
# mecanismos
# componentes rígidos e flexíveis
# atuadores, sensores e controladores
# Veículos:
# suspensões: convencional e ativa
# sistema de transmissão
# sistema de propulsão: motores em geral
# controle de injeção e ignição em motores
# sistema de freios
# trajetória
# aerodinâmica
# estabilidade
# eletrônica embarcada
# Dinâmica de Estruturas
# análise modal
# elementos finitos
# controle de vibração
# interação com componentes externos
# Linhas Fluídas:
# transientes hidráulicos e pneumáticos
# componentes: bombas, válvulas e atuadores
# análise estrutural
# Dinâmica de Rolos
# vibrações
# desbalanceamento
# estabilidade
# velocidades críticas
# Sistemas Térmicos
# trocadores de calor
# transientes térmicos
# Máquinas Térmicas
# aquecedores
# refrigeradores
# Componentes Eléctro-Eletrônicas
# Sistemas de Instrumentação
# Componentes Eléctro-Mecânicos
```

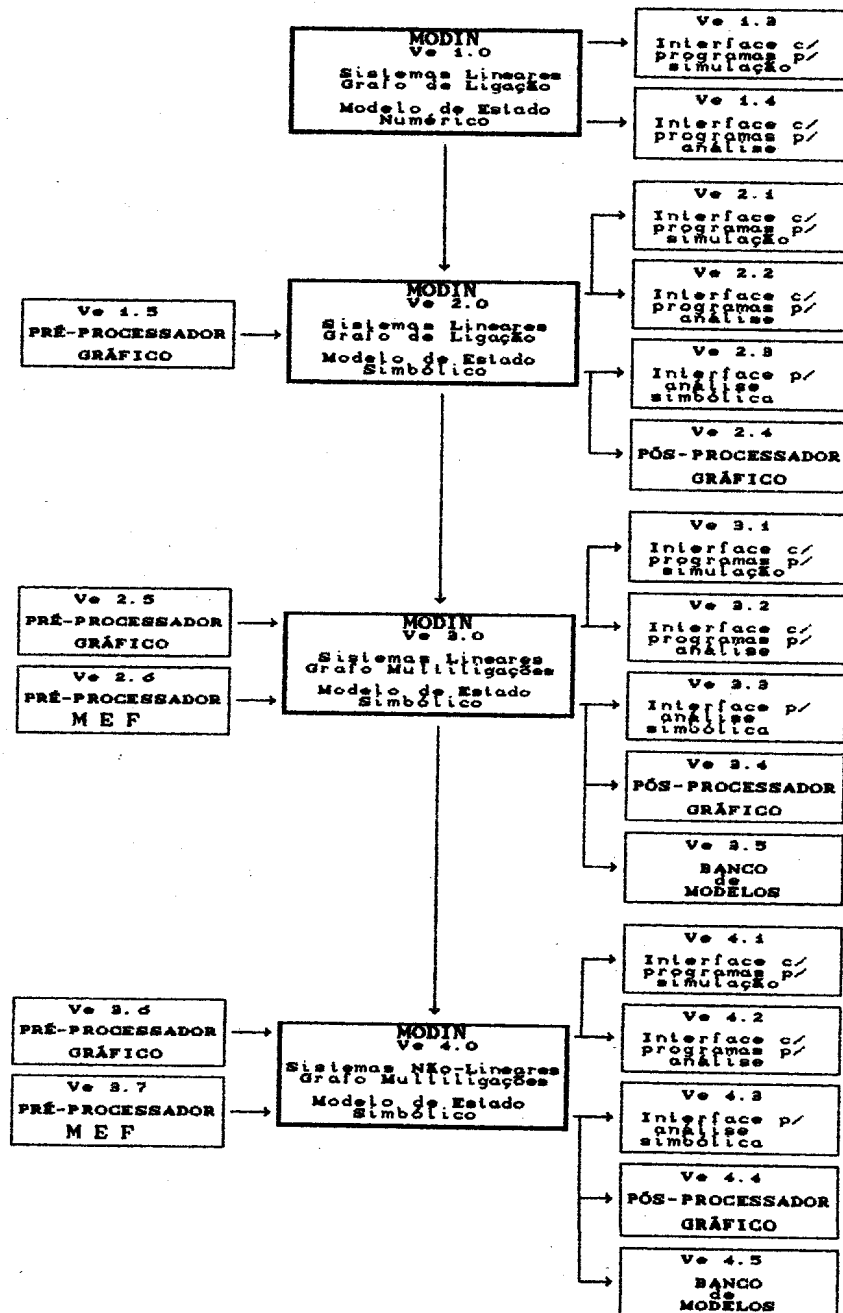


Figura 4: Fases de Desenvolvimento do Programa MODIN

Apesar do desenvolvimento destas versões não ser uma preocupação no momento, ainda mais porque o programa geral deverá atender satisfatoriamente qualquer problema dentro dos limites da técnica dos Grafos de Ligação - incluindo os acima listados -, considera-se importante realçar este ponto, para que os interessados na metodologia e no programa aqui apresentados, mas que atuem em áreas específicas do conhecimento, não afastem de imediato a possibilidade de empregá-los, temendo um envolvimento com conceitos e problemas de outras natureza.

REFERÊNCIAS

- [1] Avena, S.R., Metodologia de Modelagem de Robôs Manipuladores, utilizando os Grafos de Ligação, Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 1992.
- [2] Breedveld, P.C., Multibond Graph Elements in Physical Systems Theory, Journal of the Franklin Institute, Vol. 319, Nº 1/2, 1985, pp. 1-36.
- [3] Crouch, T., Matrix Methods Applied to Engineering Rigid Body Mechanics, Pergamon Press, 1981.
- [4] Da Silva, F.R. e Speranza Neto, M., Modelagem da Análise Estrutural Dinâmica através da Técnica Generalizada dos Grafos de Ligação, GEM-NNE 92, Congresso Norte-Nordeste de Engenharia Mecânica, João Pessoa, Pb, Vol.1, 1992, pp. 227-234.
- [5] Delgado, M., Castillo, H., Altalejo, L. and Mota, F., Modelaje de Sistemas Físicos Asistidos por Computador. Parte 1, III CLAIO, Congreso Latino-Iberoamericano de Investigaciones Operativas e Ingeniería de Sistemas, Santiago de Chile, 1986.
- [6] Felez, J., Vera, C., San Jose, I. and Cacho, R., BONDYN: A Bond Graph Based Simulation Program for Multibody Systems, Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, Vol. 112, 1990, pp.717-727.
- [7] Granda, J.J., Computer Generation of Physical System Differential Equations Using Bond Graphs, Journal of the Franklin Institute, Vol. 319, nº 1/2, 1985, pp. 243-255.
- [8] Haug, E.J., Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems, Vol.1, Allyn and Bacon, 1989.
- [9] Karnopp, D.C. and Rosenberg, R.C., System Dynamics: A Unified Approach, 2nd Edition, John Wiley & Sons, N.Y., 1990.
- [10] Kortüm, W., Introduction to System-Dynamics of Ground Vehicles, 3rd Seminar on Advanced Vehicle System Dynamics, Edited by A.D. de Pater and H.B. Pacejka, 1987, pp. 1- 36.
- [11] Orlandea, N.V., ADAMS, Theory and Application, 3rd Seminar on Advanced Vehicle System Dynamics, Edited by A.D. de Pater and H.B. Pacejka, 1987, pp. 121- 166.
- [12] Pedroza, B.C., Desenvolvimento de um Código Computacional para a Modelagem de Sistemas Dinâmicos Lineares, Baseado na Técnica dos Grafos de Ligação, Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 1992.
- [13] Pedroza, B.C. e Speranza Neto, M., Obtenção de Modelos Dinâmicos Lineares, Baseados na Técnica dos Grafos de Ligação, SIMMEC, Simpósio

Mineiro de Mecânica Computacional, Belo Horizonte, MG, Vol.1, 1991, pp. 449-456.

[14] Pedroza, B.C. e Speranza Neto, M., Procedimento Automático para o Desenvolvimento de Modelos Dinâmicos Lineares, baseado na técnica dos Grafos de Ligação, CEM-NNE 92, Congresso Norte-Nordeste de Engenharia Mecânica, João Pessoa, Pb, Vol.1, 1992, pp. 219-226.

[15] Rosenberg, R.G., "State-Space Formulation for Bond Graph Models of Multiport Systems, Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control, Vol. 93, number 1, 1971, pp. 35 - 40.

[16] Rosenberg, R.G., Modeling and Simulation of Large-Scale, Linear, Multiport Systems, Automatica, Vol. 9, 1973, pp. 87-95.

[17] Rosenberg, R.G. and Karnopp, D.G., Introduction to Physical System Dynamics, McGraw-Hill, 1983.

[18] Wallrapp, O., MEDYNA, an Interactive Analysis and Design Program for Flexible Multibody Vehicle Systems, 3rd Seminar on Advanced Vehicle System Dynamics, Edited by A.D. de Pater and H.B. Pacejka, 1987, pp. 167- 188.