

ESTUDIO DE LAS PRESIONES DE FILTRACION Y TENSIONES PRODUCIDAS
EN UNA PRESA DE MATERIALES SUELTOS

Hugo G. Cinca , Roberto D. Moyano
Grupo Auscultación Hidráulica
Subgerencia Ingeniería Regional Cuyo
Agua y Energía Eléctrica

RESUMEN

En este trabajo se estudian las presiones de filtración existentes en el núcleo de una presa de materiales sueltos debidas a la carga del embalse; y se determinan además las zonas de tensión o de posible agrietamiento, en toda la estructura, producidas principalmente por el peso propio del núcleo, filtros y espaldones. Se desarrollaron dos programas matemáticos por el Método de los Elementos Finitos que permiten resolver ambos problemas.

ABSTRACT

In this work seepage pressures existing in embankment dams cores are studied; and eventually tensioned or cracked zones, mainly due to core, filters and shoulders weight are also determined. Two Finite Element Method programs were developed to allow solving both problems.

INTRODUCCION

El primero de ellos se basa en el Cálculo Variacional de Euler y determina los potenciales hidráulicos, gradientes, velocidades y fuerzas de filtración producidas por el flujo de agua a través de un medio poroso saturado en régimen estacionario y lineal (programa ELEFIN1). Este primer soft enlazado a un programa de gráficos nos permite trazar curvas equipotenciales teóricas las cuales se comparan con las reales, obtenidas de la información brindada por los piezómetros hidráulicos ubicados en el corazón de la presa. De esta comparación surgen las zonas de variación de la resistencia al corte del material que nos orienta sobre el comportamiento del núcleo. Además se trazan las curvas isobáricas e isotacas y se confeccionan perfiles de velocidad sobre líneas paralelas a la frontera agua - suelo infiltrado; con todo esto podemos determinar dirección y sentido del flujo hidráulico, trazar la red de flujo y calcular el caudal de filtración. Conociendo además las características mecánicas de los materiales del núcleo y filtros se evalúa la posibilidad de tubificación . Por otro lado dicho programa se utiliza para estudiar el flujo de agua bajo la presa, determinación de eficiencia de pantallas de inyección, pozos aliviaderos y drenes, cálculo de subpresiones y sobrepresiones en zonas de contacto núcleo - fundación y peligro de arrastre de material al pie de la presa.

Posteriormente con el objeto de determinar los desplazamientos y las tensiones producidas por el peso propio de toda la estructura , por la acción de las fuerzas de filtración ejercidas en el núcleo y por la relajación de tensiones en el espaldón sumergido de aguas arriba; se

elaboró el programa ELEFIN2. Este software también se desarrolló por el Método de los Elementos Finitos, aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales; se toma como hipótesis que la presa está constituida por materiales de comportamiento elástico lineal, infinitamente larga, apoyada sobre una cimentación rígida y bajo un estado de deformación plano. Estos estudios se aplicaron específicamente a la presa mixta El Tigre (margen izquierda) emplazada sobre el Río Diamante, Provincia de Mendoza.

METODO NUMERICO

MODULO ELEFIN1

Es un conjunto de programas que permite determinar los valores de los potenciales hidráulicos originados por el flujo de agua a través de un medio poroso saturado en régimen lineal (bidimensional) .

Se parte de la ecuación general del flujo en régimen estacionario desde un punto de vista energético, en función de la velocidad y aplicada en un resinto R donde se produce el escurrimiento [1]:

$$E = \frac{1}{2} \iint \left[V_x \cdot \frac{\partial H}{\partial x} + V_z \cdot \frac{\partial H}{\partial z} \right] \cdot dx \cdot dz \quad (1)$$

Según la ley generalizada de Darcy, referida a un sistema de ejes locales coincidentes con los ejes principales de permeabilidad en el punto considerado [2]:

$$V_x = - K_x \cdot \frac{\partial H}{\partial x} \quad V_z = - K_z \cdot \frac{\partial H}{\partial z} \quad (2)$$

Por lo tanto reemplazando (2) en (1) :

$$E = \frac{1}{2} \iint \left[K_x \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + K_z \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right)^2 \right] \cdot dx \cdot dz \quad (3)$$

Denominando F a la expresión algebraica entre corchetes, se ve que la misma tiene la forma geométrica siguiente :

$$F = F (H, H_x, H_z, x, z) \quad (4)$$

La función F que haga mínimo el valor de la integral (3) se obtiene aplicando la condición de mínimo del Cálculo Variacional de Euler:

$$\frac{\partial F}{\partial H} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial F}{\partial H_x} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial F}{\partial H_z} \right] = 0 \quad (5)$$

Comparando la expresión (3) con la (4), concluimos que el término $\frac{\partial F}{\partial H}$ no existe en la ecuación (5) y solo se deben evaluar las restantes derivadas:

$$\frac{\partial F}{\partial H_x} = z \cdot K_x \cdot H_x \quad (6)$$

$$\frac{\partial F}{\partial H_z} = z \cdot K_z \cdot H_z \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{\partial F}{\partial H_x} \right] = z \cdot K_x \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[-\frac{\partial F}{\partial H_z} \right] = z \cdot K_z \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \quad (9)$$

De (5), (6), (7), (8) y (9) resulta :

$$K_x \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + K_z \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \quad (10)$$

Que es la función de Laplace, ecuación diferencial en derivadas parciales, bidimensional para medio anisótropo. Las funciones que satisfacen a esta ecuación (continuas y con derivadas parciales continuas de primero y segundo orden) se llaman funciones armónicas; y si se conocen los valores de una función armónica en los puntos externos de una superficie cerrada, entonces se determina completamente los valores de esta función en todos los puntos internos de esta superficie (condición de Dirichlet).

Se establece una subdivisión de la región de interés físico en pequeños trozos de tamaño definido, en base a la forma del elemento considerado es la función de forma que se utiliza , normalmente polinomios , a lo sumo de tercer o quinto grado. En síntesis estas funciones de forma surgen de transformar el sistema continuo en un sistema discreto; y deben ser tales que sus derivadas tengan un valor finito en las interfaces entre elementos; esto asegura que el funcional total sea igual a la suma de las contribuciones de los elementos.

Se refiere todo el sistema a los ejes coordenados globales (X , Z) existiendo en correspondencia en cada elemento, un sistema de ejes coordenados locales (x , z) coincidentes con los ejes principales de permeabilidad del elemento; se elige como origen de estos sistemas locales el baricentro de cada elemento. De esta manera la función H quedará definida en forma discreta por los valores que la misma asuma en los vértices de la malla. Sea el elemento utilizado el triángulo :

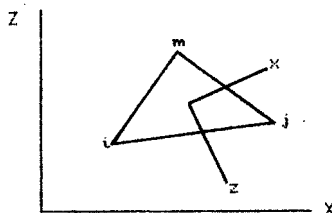


Figura 1: ejes coordenados

La definición de H dentro del elemento está dada por la relación lineal siguiente :

$$H = A + B \cdot x + C \cdot z \quad (11)$$

siendo x y z las coordenadas locales del elemento. Las constantes A, B y C quedan determinadas por los valores que H tome en los vértices :

$$H = (a_i + b_i \cdot x + c_i \cdot z) \cdot H_i + (a_j + b_j \cdot x + c_j \cdot z) \cdot H_j + (a_m + b_m \cdot x + c_m \cdot z) \cdot H_m \quad (12)$$

Además :

$$a_i = \frac{x_j z_m - x_m z_j}{z_A} \quad b_i = \frac{z_j - z_m}{z_A} \quad c_i = \frac{x_m - x_j}{z_A} \quad (13)$$

La ecuación (12) escrita en forma matricial será :

$$\left[H^e \right] = \left[N_i, N_j, N_m \right] \cdot \begin{bmatrix} H_i \\ H_j \\ H_m \end{bmatrix} \quad (14)$$

Siendo N_i , N_j y N_m las funciones de forma.

Se calcula separadamente la contribución de cada elemento de la malla a cada nodo y luego se minimiza la sumatoria total para toda el area.

La integral que determina el valor de los coeficientes de la matriz de rigidez actúa para los grados de libertad de un nodo exclusivamente sobre los elementos que contienen a dicho nodo. La operatoria consiste en calcular las integrales elemento por elemento obteniéndose para cada uno de ellos una matriz de rigidez que contiene la contribución de éste al sistema completo :

$$\left[\frac{\partial E^e}{\partial H} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial E^e}{\partial H_i} \\ \frac{\partial E^e}{\partial H_j} \\ \frac{\partial E^e}{\partial H_m} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Derivando la (3) con respecto a H_i , H_j y H_m separadamente resulta :

$$\frac{\partial E^e}{\partial H_i} = \iint \left[K_x \cdot \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial H_i} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) + K_z \cdot \frac{\partial H}{\partial z} \cdot \frac{\partial}{\partial H_i} \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right) \right] dx \cdot dz \quad (16)$$

$$\frac{\partial E^e}{\partial H_j} = \iint \left[K_x \cdot \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial H_j} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) + K_z \cdot \frac{\partial H}{\partial z} \cdot \frac{\partial}{\partial H_j} \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right) \right] dx \cdot dz \quad (17)$$

$$\frac{\partial E^e}{\partial H_m} = \iint \left[K_x \cdot \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial H_m} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) + K_z \cdot \frac{\partial H}{\partial z} \cdot \frac{\partial}{\partial H_m} \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right) \right] dx \cdot dz \quad (18)$$

Suponiendo que los valores de la permeabilidad se mantengan constantes dentro de cada elemento y operando llegamos a la ecuación matricial :

$$\left[\frac{\partial E^e}{\partial H} \right] = \begin{bmatrix} k_x \cdot b_i^2 + k_z \cdot c_i^2 & k_x \cdot b_i \cdot b_j + k_z \cdot c_i \cdot c_j & k_x \cdot b_i \cdot b_m + k_z \cdot c_i \cdot c_m \\ k_x \cdot b_j \cdot b_i + k_z \cdot c_j \cdot c_i & k_x \cdot b_j^2 + k_z \cdot c_j^2 & k_x \cdot b_j \cdot b_m + k_z \cdot c_j \cdot c_m \\ k_x \cdot b_m \cdot b_i + k_z \cdot c_m \cdot c_i & k_x \cdot b_m \cdot b_j + k_z \cdot c_m \cdot c_j & k_x \cdot b_m^2 + k_z \cdot c_m^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_i \\ H_j \\ H_m \end{bmatrix}$$

La matriz ensamblada general debe reflejar las contribuciones de todos los elementos que convergen a cada nodo. De esta manera se llega a un sistema de ecuaciones lineales, determinado y compatible, que se resuelve por el método de eliminación de Gauss; siendo la solución el vector H cuyos términos representan el valor de la carga hidráulica en cada punto de la malla.

Se calculan además la velocidad de descarga, gradientes y fuerzas de filtración, y se trazan curvas isotacas e isodinámicas.

MODULO ELEFIN2

Se creó este módulo con el objeto de determinar las deformaciones y las tensiones producidas por el peso propio de la presa y por la acción del embalse; esta última se traduce en una relajación de tensiones en el espaldón de aguas arriba por flotación y en la acción de las fuerzas de filtración ejercidas sobre el núcleo (calculadas en el módulo ELEFIN1). Se parte del principio de los trabajos virtuales: para una variación virtual del estado de deformaciones, el trabajo de las fuerzas exteriores es igual al de las fuerzas interiores, en estado de equilibrio [3]:

$$\delta T_i = \delta T_e \quad (19)$$

Calculando el trabajo de las fuerzas interiores dentro del rango lineal expresado en forma matricial:

$$\delta T_i = \frac{1}{2} \int_V \delta \{ \epsilon \}^T \cdot \{ \sigma \} \cdot dV = \quad (20)$$

Donde ϵ son las deformaciones específicas y σ las tensiones.

En forma análoga para las fuerzas exteriores será:

$$\delta T_e = \frac{1}{2} \cdot \left[\int_A \delta \{ r \}^T \cdot \{ p \} \cdot dA + \int_V \delta \{ r \}^T \cdot \{ q \} \cdot dV \right] = \quad (21)$$

Siendo r los desplazamientos, p las fuerzas aplicadas y q las cargas distribuidas.

Los términos de las ecuaciones (20) y (21) son expresiones de un trabajo efectuado y pueden ser interpretados como variaciones de energía potencial de deformación ($\delta \alpha$) la primera y de energía potencial de cargas (δw_1 , δw_2) la segunda.

Por lo tanto podemos decir que la variación de energía potencial de las cargas es absorbida por una variación idéntica de energía potencial de deformación o lo que es lo mismo, la variación de energía potencial total ($\delta \pi$) es nula:

$$\delta \pi = \delta \alpha + \delta w_1 + \delta w_2 = 0 \quad (22)$$

De todos los estados de deformación compatibles y que satisfacen las condiciones de borde particulares, aquél que también satisface equilibrio se corresponde con un valor estacionario que es un mínimo del funcional que expresa la energía total.

Para el análisis de esfuerzos planos se considera conveniente discretizar la sección de la presa en una malla de elementos triangulares [4].

Para mantener la compatibilidad entre los bordes de elementos

adyacentes se supone que los desplazamientos dentro de cada elemento varían linealmente en las direcciones X e Y, es decir se suponen funciones lineales de desplazamiento a través del elemento. Esto conduce a deformaciones y esfuerzos constantes en cada elemento triangular. Es posible así calcular relaciones fuerza - desplazamiento de los puntos nodales de cada elemento.

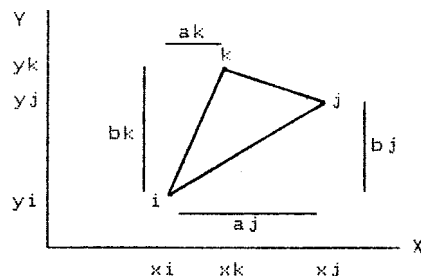


Figura 2 : elemento triangular

Sean los tres componentes de deformación dentro del elemento :

$$\{ \epsilon \} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

y los desplazamientos de los tres puntos nodales del mismo serán : u_1^x , u_1^y , u_j^x , u_j^y , u_k^x y u_k^y , que son los miembros de la matriz columna r. Además podemos escribir :

$$\{ \epsilon \} = [A] \cdot \{ r \} \quad (24)$$

Donde :

$$[A] = \frac{1}{2 \Delta} \begin{bmatrix} b_j - b_k & 0 & b_k & 0 & -b_j & 0 \\ 0 & a_k - a_j & 0 & -a_k & 0 & a_j \\ a_k - a_j & b_j - b_k & -a_k & b_k & a_j & -b_j \end{bmatrix} \quad (25)$$

la cual es una matriz de continuidad que está definida por la geometría del elemento (Δ es el área del elemento triángulo).

De acuerdo a la relación entre tensiones y deformaciones :

$$\{ \sigma \} = [C] \cdot \{ \epsilon \} \quad (26)$$

Donde [C] es una matriz expresada en función de las constantes

elásticas, la cual para un material isotrópico en un estado de deformación plano bidimensional es :

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (27)$$

ν = módulo de Poisson y E = módulo de Elasticidad

Sean los tres componentes del esfuerzo dentro del elemento :

$$\{\sigma\} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (28)$$

y las fuerzas nodales correspondientes serán : F_i^X , F_i^Y , F_j^X , F_j^Y , F_k^X y F_k^Y , que son los miembros de la matriz columna F ; relacionadas entre sí por la expresión :

$$\{F\} = [B] \cdot \{\sigma\} \quad (29)$$

Donde :

$$[B] = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} b_j - b_k & 0 & a_k - a_j \\ 0 & a_k - a_j & b_j - b_k \\ b_k & 0 & -a_k \\ 0 & -a_k & b_k \\ -b_j & 0 & a_j \\ 0 & a_j & -b_j \end{bmatrix} \quad (30)$$

Sustituyendo la ecuación (24) en la (26) :

$$\{\sigma\} = [C] \cdot [A] \cdot \{r\} \quad (31)$$

y la (31) en la (29) :

$$\{F\} = [B] \cdot [C] \cdot [A] \cdot \{r\} \quad (32)$$

Es decir :

$$\{F\} = [k] \cdot \{r\} \quad (33)$$

donde $[k] = [B] \cdot [C] \cdot [A]$ es la matriz de rigidez del elemento que relaciona fuerzas y desplazamientos en los nodos de cada elemento.

La obtención de la matriz de rigidez en los pasos anteriores se simplificó por tener elementos de espesor constante. La matriz de rigideces del ensamble completo de elementos triangulares se obtiene sumando exactamente las matrices de rigideces de los elementos individuales, teniendo en cuenta que se trabaja con dos grados de libertad por nodo. Además se deben cumplir las restricciones de desplazamientos en la base de la presa, lo que se logra eliminando las correspondientes filas y columnas en la matriz ensablada general.

La ecuación matricial de equilibrio del ensamble completo será :

$$\{ R \} = [K] \cdot \{ r \} \quad (34)$$

Si N es el número de nodos no restringidos, la matriz de fuerzas nodales $\{ R \}$ es de $2.N \times 1$, la de rigidez del ensamble $[K]$ es de $2.N \times 2.N$ y la de desplazamientos nodales $\{ r \}$ es de $2.N \times 1$.

La solución de este sistema de ecuaciones lineales, homogéneo y compatible se realiza por el Método de Eliminación de Gauss; obteniéndose el valor de los desplazamientos con lo cual se calculan las deformaciones y las tensiones.

Este módulo se verificó con el programa de E. Hinton y J. Owen y se decidió continuar trabajando con este último por ser más sencillo su manejo y sobre todo por la ventaja que significa utilizar mallas con elementos isoparamétricos en lugar de triángulos.

APLICACIONES

Con la metodología indicada anteriormente se procedió a analizar el comportamiento de la presa mixta El Tigre, ubicada sobre el río Diamante, Prov. de Mendoza; el estudio se centró en el perfil 180 de la margen izquierda, por ser el más representativo y estar mejor instrumentado.

Con el módulo ELEFIN1 se calcularon los potenciales hidráulicos en el núcleo de la presa, adaptándose a las condiciones de borde de la misma. La distribución de los potenciales se muestra a continuación :

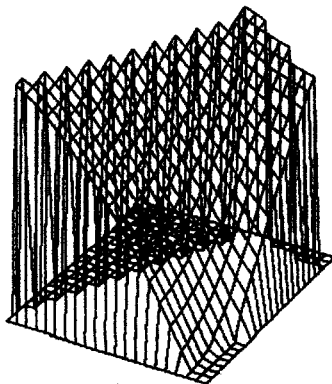


Figura 3 : diagrama en bloque

Se trazaron las equipotenciales teóricas las que se compararon con las reales obtenidas de los registros de los piezómetros.

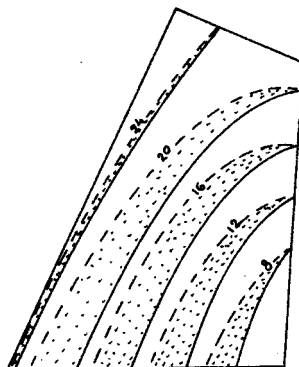


Figura 4 : equipotenciales teóricas (—) y reales (- -)

Del gráfico se deduce que en toda la sección del núcleo los valores de los potenciales hidráulicos calculados son mayores que los reales medidos lo que indica que existe una disminución de la resistencia al corte del material.

Con las fuerzas de filtración calculadas se obtuvieron las curvas isodinámicas J_x y J_y :

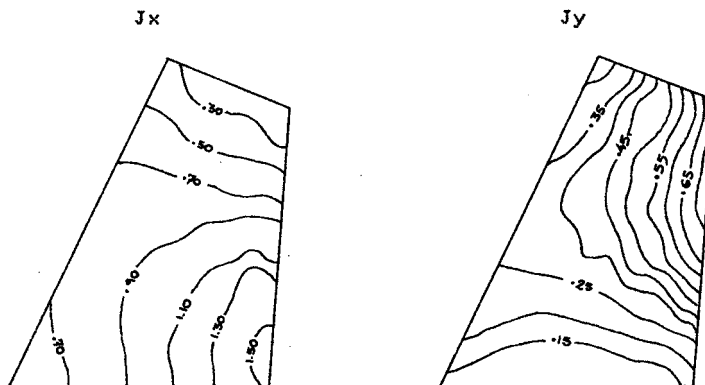


Figura 5 : isodinámicas J_x y J_y

Con toda esta información se analiza el estado en que se encuentra el núcleo y el comportamiento de los piezómetros instalados en el mismo.

Considerando que la aparición de zonas de resistencia al corte negativa podría ser causada por la deformación que la acción del embalse provoca en el núcleo, al acomodarse éste dentro de la estructura de la presa, se decidió profundizar este análisis mediante la aplicación del programa Hinton - Owen para obtener las deformaciones y las tensiones en el núcleo, filtros y espaldones. La presa está apoyada sobre tobas riolíticas, las que a los fines del cálculo se consideran como una

estructura rígida. Se trabaja con la siguiente malla :

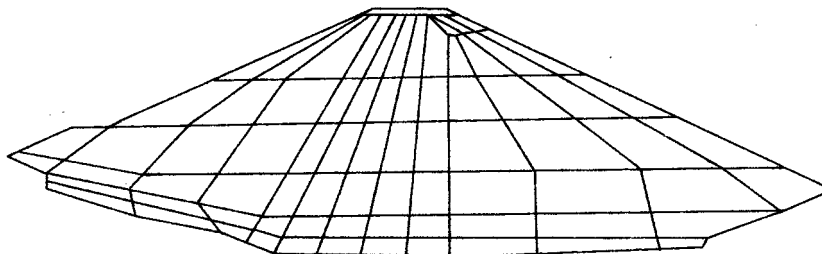


Figura 6 : malla de elementos isoparamétricas

Los parámetros elásticos para alimentar el programa se obtuvieron en laboratorio. De los ensayos de compresión triaxial de tipo rápido, no consolidado, no drenado y con medición de presión de poros, se elige para el cálculo del módulo de elasticidad del núcleo el correspondiente al 97 % de la densidad máxima proctor standard y humedad 2 puntos por debajo de la óptima, por asemejarse a las condiciones promedio de colocación del material. Para los elementos granulares las constantes elásticas se obtuvieron de ensayos de compresión triaxial drenados.

Se compararon los valores calculados de desplazamiento vertical, horizontal y tensión vertical, con los reales dados por los asentímetros, extensómetro horizontal y presiómetros, considerándose aceptable la diferencia entre ambos.

CONCLUSIONES

La modelación matemática utilizada es correcta por lo que se considera que para obtener resultados mas precisos se debe mejorar la metodología aplicada en la obtención de las constantes elásticas. La compactación induce *in situ* esfuerzos de confinamiento que no se alivian totalmente y actúan como esfuerzos de preconsolidación, los cuales no pueden ser imitados en el laboratorio. Es por ello que actualmente se está trabajando en la determinación de los módulos de Poisson y Elasticidad mediante microsísmica de refracción *in situ*, utilizando para ello los conductos de asentímetros y extensómetros ubicados en la presa.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Dominguez, A. B., *Escurrecimiento no lineal en medios anisótropos*, IV RAMSIF, San Juan, 1974, cap. 2-00 a 2-64.
- [2] Terzaghi, K. y Peck R. B., *Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica*, Edición Ateneo. Argentina, 1955.
- [3] Zienkiewicz, D. C., *The Finite Element Method in Engineering Science*, Mc. Graw Hill, New York, 1971.
- [4] Marsal, R. J. y Resendiz Nuñez, D., *Presas de Tierra y Enrocamiento*, Editorial Limusa, México, 1975.