

SOLUCION POR MICROCOMPUTADOR DEL PROBLEMA DE ESTABILIDAD DE CANALES ALUVIALES

Hector Daniel Farias

Departamento de Recursos Hídricos, Facultad de Ciencias Exactas
y Tecnologías, Universidad Nacional de Santiago del Estero,
Av. Belgrano 50 1812, 4200 Santiago del Estero, Argentina

RESUMEN

El problema de proyectar racionalmente las dimensiones de la sección transversal y la pendiente longitudinal de un canal excavado en material aluvial, bajo la consigna de que el mismo permanezca estable a lo largo de su operación, es un tópico que presenta una serie de complicaciones. En primer lugar, se dispone de un par de relaciones físicas (resistencia al flujo y transporte sólido) para encontrar tres magnitudes desconocidas (ancho, profundidad y gradiente), por lo que el problema se plantea como indeterminado en términos matemáticos. Ello puede solucionarse, en primera instancia, introduciendo un principio variacional como tercera relación para cerrar el sistema. Pero si se desea seguir la vía analítica, usando por ejemplo multiplicadores de Lagrange, se encuentran algunas inconsistencias debido a la naturaleza semiempírica de las relaciones físicas tal como están formuladas actualmente. El camino alternativo es determinar computacionalmente los extremos involucrados en el problema. En este trabajo se presenta un algoritmo numérico sencillo, basado en el empleo de funciones de fricción y transporte de uso extendido, acopladas al principio de máxima eficiencia en el transporte de sedimentos (METS). El mismo ha sido implementado en microcomputador usando un lenguaje de alto nivel para su codificación, y su aplicación a un gran número de situaciones prácticas ha producido resultados satisfactorios, por lo que el modelo puede usarse como una herramienta de diseño rápida y versátil en el análisis de la estabilidad de canales aluviales.

ABSTRACT

The problem of rational design of cross section size and longitudinal slope of a canal excavated in alluvial material, so that the same remains stable along of its operation, is a topic that presents a series of complications. A pair of physical relationships (flow resistance and sediment transport) is available to found three unknown quantities (width, depth and slope), so the problem turns to be indeterminate in mathematical terms. This problem may be solved, in a first instance, by introducing a variational principle as a third relation to close the system. Nevertheless, if the analytical way is chosen, for example, by using Lagrange multipliers, some inconsistencies are found, due to the semi-empirical nature of physical relationships in their current formulation. The alternative way is to determine the involved extremals by means of a computational procedure. A simple numerical algorithm is presented in this paper, which is based on the employment of friction and transport functions of extended use, coupled to the principle of maximum efficiency in sediment transport (METS). The procedure has been implemented in a microcomputer by using a high level language for its codification. The application to a great quantity of practical cases has yield satisfactory results, so the model can be used as a quick and versatile design tool in the analysis of alluvial channel stability.

INTRODUCCION

El proyecto de canales excavados en suelos aluviales, y carentes de revestimiento, es un tópico altamente complejo dentro del campo de la Ingeniería Hidráulica, y ha sido históricamente estudiado mediante diferentes técnicas. Los procedimientos clásicos pueden dividirse en tres grandes grupos: empíricos, semi-empíricos y racionales. En los primeros, el diseño se realiza mediante la aplicación de relaciones empíricas obtenidas a través de análisis estadísticos basados en observaciones directas de parámetros geométricos e hidráulicos en canales que funcionan adecuadamente luego de un tiempo de operación prolongado, es decir, se encuentran en una condición de equilibrio dinámico o régimen. Los procedimientos semi-empíricos utilizan los conceptos básicos de la dinámica fluvial (fricción en el lecho y transporte de material sólido) acoplados a una relación de tipo empírico para describir la estabilidad de los márgenes del canal. Por último, los criterios racionales proponen el empleo de relaciones con base teórica para definir completamente la geometría tridimensional del canal. Entre estos últimos, se destaca la aplicación de principios variacionales, con un basamento conceptual de naturaleza mecánica o termodinámica, los cuales suponen que la estabilidad de un canal aluvial se establece cuando alguna de las variables físicas características de su comportamiento alcanza un valor extremo (mínimo o máximo) (Hancu y Batuca, 1980; Ramette, 1981).

El objetivo de este trabajo es el de presentar una solución variacional al problema de la estabilidad de canales aluviales, mediante la implementación en microcomputador del principio de máxima eficiencia en el transporte sólido. Asimismo, se apunta a la obtención de ecuaciones de diseño para canales arenosos, cuyas predicciones se comparan con datos disponibles de campo y laboratorio, a fin de evaluar su aplicabilidad a condiciones de proyecto.

FORMULACION DEL PROBLEMA

Un tramo de canal excavado en suelos aluviales es un sistema físico que posee tres grados de libertad, ya que el mismo es capaz de ajustar su ancho, la profundidad del flujo y la pendiente longitudinal para adecuarse a las condiciones de conducción de agua y transporte de sedimentos que se presenten en la sección aguas arriba del tramo en estudio. Por lo tanto, se tienen en principio tres incógnitas y es necesario disponer de tres ecuaciones para encontrar la solución del problema (Chitale, 1966).

Cuando se construye un canal sobre una planicie conformada por suelos aluviales, el mismo generalmente se materializa a través de una conducción excavada a cielo abierto, sin revestimiento, que toma el agua de un río (o canal de orden superior) y la conduce a través de un alineamiento planimétrico rectilíneo o (en ciertos casos) poligonal hacia las áreas de utilización del recurso hídrico (riego, drenaje, consumo humano y animal, centros industriales, etc.). En primera instancia, la porción sólida del contorno de la sección transversal del canal está constituida por el suelo local. Luego de un periodo de operación (generalmente un año), se produce un proceso de "maduración" del canal, y el material del perímetro comienza a presentar características comparables a las del sedimento transportado por el flujo. La maduración se da como consecuencia de la actividad morfodinámica desarrollada por el flujo, a través de los fenómenos de erosión y sedimentación (Mahmood, 1974; Farias, 1990).

Ahora bien, si el canal fue proyectado y construido de manera tal que su geometría tridimensional sea capaz de conducir adecuadamente el rango de caudales líquidos de servicio y transportar eficientemente las concentraciones de material sólido asociadas a esos caudales líquidos, el proceso de maduración se desarrollará sin producir grandes variaciones en la

morfología general del canal. Como contraparte, si el diseño no resultare apropiado, se generarán importantes procesos de erosión y deposición de sedimentos hasta que el flujo logre modelar una geometría adecuada para conducir los caudales líquidos y sólidos tan eficientemente como le sea posible (Ramette, 1961; White et al, 1962).

A lo largo de la operación del canal, el caudal Q (volumen/tiempo) fluctúa de acuerdo a la demanda de agua que se presente. Por lo tanto, el caudal sólido Q_s y las concentraciones volumétricas asociadas, $C_s = Q_s/Q$, también variarán a lo largo del tiempo. En virtud de ello, y para fines de diseño, es necesario considerar un caudal único que represente a la serie cronológica de flujos. Este caudal se designa caudal dominante y se define como:

$$Q = \frac{\int_{t_1}^{t_2} Q_1(t) Q_2(t) dt}{\int_{t_1}^{t_2} Q_2(t) dt} \quad (1)$$

donde el lapso de tiempo ($t_2 - t_1$) debe ser del orden de magnitud del periodo de maduración, es decir, un año como mínimo. En lo sucesivo, cuando se hable genericamente de caudal, debe suponerse que se trata del dominante.

Por otra parte, en todo momento debe respetarse la ecuación de continuidad para el transporte de material sólido, la cual se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial t} + (1 - \lambda) \frac{\partial A_s}{\partial t} = q_{s1} \quad (2)$$

donde λ es la porosidad del depósito sedimentario que constituye el contorno del canal, A_s es el área transversal de la porción sólida de la sección transversal referida a un marco de comparación arbitrario pero fijo, l es la coordenada longitudinal y q_{s1} es aporte lateral de sedimentos por unidad de longitud. Se dice que el canal se encuentra en una condición de estabilidad, equilibrio dinámico o régimen, cuando la capacidad de transportar sedimentos por parte del flujo se balancea con la tasa de suministro de material sólido al tramo considerado. Esta condición se expresa cuantitativamente de la siguiente manera:

$$V_s = \int_0^{T_0} Q_s(t) dt \quad (3)$$

donde $T_0 \approx (t_2 - t_1)$ y V_s es el volumen total de material sólido suministrado en el periodo de tiempo T_0 . El balance sedimentológico se da como una condición estadística media debido a las variaciones ya apuntadas.

Introducido el concepto de régimen, en la fase de proyecto el problema consiste en dimensionar el canal de forma tal que su configuración sea lo más aproximada posible a la geometría que tendrá el canal luego de la maduración (es decir, la geometría estable) y con ello minimizar los procesos de erosión y sedimentación, y con ello los costos de operación. Entonces, el objetivo general se establece de la siguiente manera:

Considérese un sistema aluvial estable, constituido por un canal prismático de sección transversal regular con simetría central (Figura 1), infinitamente largo, con alineamiento planimétrico rectilíneo, por el cual fluye una descarga volumétrica Q de un fluido newtoniano con viscosidad μ y densidad ρ . El fluido se encuentra cargado con una concentración volumétrica C_s de sedimentos de densidad ρ_s y tamaño mediano d . El flujo se genera por la acción de la fuerza másica g (aceleración de la

gravedad), y se prolonga hasta que se adquiere una condición de equilibrio dinámico en el canal. Así enunciado el problema, se infiere que las variables independientes son los gastos líquido y sólido, más las características del fluido y del sedimento. Si la geometría del canal y los factores sedimentológicos son dados, las dimensiones y gradiente del mismo (variables dependientes) se establecen a partir de un conjunto de relaciones funcionales tales como las siguientes (Kondap y Garde, 1979):

$$X_i = f_i(Q, Q_s, d, g, \rho, \rho_s, \mu) \quad (4)$$

donde X_i es una variable genérica que puede ser el ancho B , la profundidad H , el área A de la sección transversal o la pendiente S del canal. Un conjunto alternativo incluye al perímetro mojado P , el radio hidráulico R y la pendiente S . $\rho_s = (\rho_s - \rho)$ es la densidad del sedimento sumergido.

PRINCIPIO DE MÁXIMA EFICIENCIA EN EL TRANSPORTE SÓLIDO

Existe al menos un decena de principios variacionales potencialmente aplicables a sistemas fluviales (Farias, 1990). Luego de realizar un análisis del fundamento físico-matemático y marco de aplicación de cada uno de ellos, además de tener en cuenta el concepto de sistema aluvial aquí considerado, se seleccionó para el estudio el principio de "Máxima Eficiencia en el Transporte Sólido" (METS), el cual se expresa de la siguiente manera:

Para un caudal líquido particular y una pendiente dada, la geometría de un canal aluvial se ajusta de manera tal que se maximiza la tasa de transporte de sedimentos (White *et al.*, 1982). Matemáticamente, el caudal sólido total se indica de la siguiente manera:

$$Q_s = \int_b q_s(b) db \approx q_s B \quad (5)$$

donde b es una coordenada lateral genérica y B es el ancho de fondo del canal, siendo q_s el caudal sólido por unidad de ancho. Este principio es equivalente al principio de "Potencia Hidráulica Mínima por unidad de Longitud del canal" (PHML) (Chang, 1980), el cual puede enunciarse como:

Para un canal aluvial, la condición necesaria y suficiente para el equilibrio ocurre cuando la potencia de la corriente por unidad de longitud del cauce Φ_L alcanza un valor mínimo sujeto a restricciones dadas. De este modo, un canal aluvial con caudal líquido Q y carga de sedimentos Q_s como variables independientes tiende a estabilizar su ancho, profundidad y pendiente tal que Φ_L sea un mínimo. Puesto que Q es un parámetro dado, minimizar Φ_L también significa minimizar la pendiente del cauce S . En este caso las variables independientes son Q , Q_s y d , y en función de ellas y del tipo de sección del canal se determinan los parámetros que definen el tamaño y geometría de la sección transversal así como la pendiente (Mahmood, 1974).

La potencia hidráulica por unidad de longitud del cauce se define de la siguiente manera:

$$\Phi_L = \frac{1}{L} \int_L \rho g Q S dx \approx \gamma Q S \quad (6)$$

donde $\gamma = \rho g$ es el peso específico del fluido y L es la longitud del tramo bajo consideración. Se ha demostrado que estos dos principios son matemáticamente equivalentes (Farias, 1990). En efecto, ensayos numéricos y desarrollos analíticos producen un ancho óptimo que compatibiliza ambos

principios. Ello se obtiene si se usa el mismo par de funciones de fricción y transporte para ambos principios, y se aplica el método de los multiplicadores de Lagrange para determinar los extremales. No obstante, las relaciones obtenidas en el desarrollo resultan engorrosas para su manipulación con fines prácticos. Por lo tanto, una solución más atractiva resulta del manejo computacional del principio variacional en cuestión.

IMPLEMENTACION COMPUTACIONAL DEL PRINCIPIO METS

Para la puesta en práctica del principio METS, debe tenerse en cuenta la estructura genérica de las funciones que describen la resistencia friccional y la capacidad de transporte de sedimentos del canal. Las mismas pueden representarse de la siguiente manera (Browlie, 1981):

$$V = \phi_v(R, H, S, d, g, \mu, \rho, \rho_s) \quad (7)$$

$$q_s = \phi_{q_s}(V, R, H, S, d, g, \mu, \rho, \rho_s) \quad (8)$$

donde V es la velocidad media del flujo en el canal. Estas ecuaciones deben acoplarse al principio variacional, empleando las relaciones de conservación de masas líquidas y sólidas, es decir, $Q = AV$ y $C_s = q_s R/Q$ para producir una solución única para la geometría de régimen, es decir, una terna de valores (B, H, Q_s). Debe destacarse que las Ecs. (7) y (8) son en general no lineales, por lo que es necesario recurrir a un proceso de aproximaciones sucesivas para encontrar la solución buscada. Luego de analizar una gran cantidad de pares de fórmulas para la fricción y el transporte, y de contrastar sus predicciones con datos de campo y laboratorio, se seleccionaron las ecuaciones de Browlie (1981), las cuales han sido modificadas al siguiente formato:

$$V = a_0 d^{a_1} R^{a_2} S^{a_3} \quad (9)$$

$$q_s = b_0 d^{b_1} R^{b_2} S^{b_3} V^{b_4} [V^{b_5} - V_c^{b_5}]^{b_6} \quad (10)$$

Para los conjuntos de datos analizados los valores óptimos de los coeficientes y exponentes de las expresiones anteriores son:

$$a_0 = 4.53 g^{0.2} \sigma_g^{-0.16}; \quad a_1 = -0.029; \quad a_2 = 0.529; \quad a_3 = 0.389$$

$$b_0 = 0.0034 (g \Delta d)^{-0.009}; \quad b_1 = 0.33; \quad b_2 = 0.67; \quad b_3 = 0.66;$$

$$b_4 = b_5 = 1.00; \quad b_6 = 1.978; \quad V_c = 4.6 (g \Delta d)^{0.5} \sigma_g^{-0.16} S^{-0.14} \tau_{*c}^{0.45}$$

$$\tau_{*c} = 0.22 d_*^{-0.3} + 0.05 e^{-0.25 d_*^{-0.3}}$$

donde σ_g es la desviación estándar geométrica de la distribución granulométrica del sedimento y el parámetro d, se define más adelante (Ec. 13) en este trabajo. Las ecuaciones de expresan en unidades SI.

El algoritmo computacional desarrollado se basa en un procedimiento de aproximaciones sucesivas. Luego de introducir los datos del problema (entre los que se incluye una pendiente tentativa S), se comienza suponiendo un valor para el ancho B del canal (generalmente grande, por ejemplo $B = B_1$) y para la profundidad H. Luego de estimar los parámetros geométricos de la sección transversal, se determina la velocidad media del flujo a partir de la ecuación de resistencia y se calcula el caudal, el cual debe ser igual al de entrada a menos de una tolerancia prefijada. De este modo se ajusta el valor de H hasta alcanzar la convergencia. Este proceso se automatizó mediante una subrutina basada en el método de bisección, que a pesar de ser lento es a su vez seguro para funciones del tipo de las de fricción. Una vez ajustada la

profundidad, se comprueba si el caudal sólido Q_s alcanza el máximo en su relación con B. Si ello no ocurre, se disminuye B y se repite el proceso. Cabe destacar que la función $Q_s = f_0(B)$ presenta un máximo muy poco pronunciado. Se ha observado que para una variación de B del orden del 100% alrededor de ese máximo, Q_s sólo varía en un 10%. En virtud de ello, resulta necesario precisar los niveles de tolerancia para el cálculo. En el programa desarrollado se adoptó el valor de 0.001 para Δ_0 , siendo $\Delta_0 = |(Q-Q_s)/Q|$, donde Q es el caudal dado y Q_s es el calculado. Debe destacarse que el ancho B buscado es el que satisface la condición $\partial f_0/\partial B = 0$ ($Q_s \rightarrow$ máximo), pero $f_0(B)$ no es una función definida analíticamente, sino que es el resultado de un proceso de cálculo para cada valor de H ajustado con Δ_0 por aproximaciones sucesivas. Por este motivo, la derivada se calcula numéricamente en el programa empleando un esquema como el siguiente:

$$\frac{\partial f_0}{\partial B} \approx \frac{f_0(B+\Delta B) - f_0(B)}{\Delta B} \quad (11)$$

Los valores incrementales de ancho y profundidad fueron fijados empíricamente de acuerdo a las ecuaciones:

$$\Delta B \approx 0.1 Q^{1/3} \quad , \quad \Delta H \approx 0.01 Q^{1/3} \quad (12)$$

con ΔB y ΔH en (mts) y Q en (m^3/s). El proceso de cálculo se detiene cuando se cumple la condición $|\partial f_0/\partial B| \leq 10^{-3}$.

En la Figura 2 se presenta un diagrama de flujo que resume los pasos principales del proceso de cálculo, el cual se codificó y compiló empleando el lenguaje Turbo BASIC v1.0, y se implementó en un microcomputador compatible IBM-PC/XT. Como puede observarse en el flujograma de la Fig. 2, para completar el cálculo de los elementos geométricos de la sección transversal del canal es necesario determinar la pendiente transversal de los taludes. Para ello se utilizó la siguiente fórmula de estimación, deducida a partir del estudio de datos experimentales:

$$m = 0.022 d_0^{0.366} Q_0^{-0.661} \quad (13)$$

donde $d_0 = [g \Delta / \nu^2]^{1/3} d$ y $Q_0 = Q / [g \Delta d^3]^{1/2}$, siendo m la pendiente de los taludes ($m = \pm 1/\nu$).

OBTENCIÓN DE ECUACIONES DE DISEÑO SIMPLIFICADAS

La aplicación del programa computacional antes detallado permitió la obtención de ecuaciones de diseño directas para determinar las características geométricas de canales aluviales estables. Las mismas se obtuvieron mediante la aplicación de técnicas de análisis de regresión múltiple sobre un volumen de 500 conjuntos de datos generados computacionalmente con el programa. Los rangos de aplicación de las relaciones obtenidas son los siguientes:

$$0.3 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 500 \text{ m}^3/\text{s} \quad , \quad 0.07 \text{ mm} \leq d \leq 0.8 \text{ mm}$$

$$10 \text{ ppm} \leq C_s \leq 2000 \text{ ppm} \quad , \quad 0.1 \leq m \leq 2.5$$

Las ecuaciones de diseño encontradas son de la forma:

$$X = k_0 d^{k_1} C_s^{k_2} Q^{k_3} \quad (14)$$

donde X es una variable genérica que representa a alguna magnitud indicativa de la geometría de la sección transversal del canal, por ejemplo, el perímetro mojado P, el radio hidráulico R o la pendiente longitudinal S. k_0 es un coeficiente que depende de las características físicas del fluido y del sedimento y los k_j ($j = 1,2,3$) son exponentes obtenidos en la regresión. Los

valores óptimos encontrados para esos índices son los siguientes:

$$\begin{aligned} X = P : k_0 &= 1.269 , k_1 = -0.057 , k_2 = -0.067 , k_3 = 0.524 \\ X = R : k_0 &= 0.090 , k_1 = -0.061 , k_2 = -0.110 , k_3 = 0.368 \\ X = S : k_0 &= 9.226 , k_1 = 0.464 , k_2 = 0.605 , k_3 = -0.225 \end{aligned}$$

En las Ecs. 14 P, R y d deben expresarse en mts. y Q en m³/s, siendo C_s y S magnitudes adimensionales.

Para el proyecto completo de un canal estas ecuaciones deben complementarse con las siguientes, obtenidas de relaciones geométricas elementales para canales de sección transversal trapecial:

$$A = P R , V = Q/A , m = 0.5 Q^{0.25} , k_m = 2 \sqrt{1 + m^2} ,$$

$$H = \frac{P - \sqrt{P^2 - 4(k_m - m)A}}{2(k_m - m)} , B = \frac{A - m H^2}{H}$$

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con la finalidad de evaluar el comportamiento de las relaciones morfológicas como herramientas de diseño de canales aluviales, se efectuó una comparación de sus predicciones con datos de campo y laboratorio. A continuación se presenta un ejemplo de diseño a fin de ilustrar la aplicación de los modelos matemáticos desarrollados (Chitale, 1966).

Se trata de construir un canal de riego para conducir un caudal de agua de 30 m³/s. El mismo será excavado en un material arenoso con un tamaño medio de 0.3 mm y se estima que la carga de sedimentos que transportara será de 100 ppm en peso. La aplicación de las Ecs. 14 produce los siguientes resultados: P = 23.7 m, R = 1.57 m, S = 0.00021.

Los resultados medidos sobre el canal en funcionamiento se asemejan bastante a los observados en el prototipo. Se ha observado que, en general, las predicciones de la geometría transversal resultan aceptables, en tanto se advierte que la pendiente de los canales estables resulta muy sensible a las variaciones del gasto sólido y del diámetro de las partículas de sedimento, para el principio variacional aplicado. Las ecuaciones de diseño fueron aplicadas a unos 300 conjuntos de datos como el del ejemplo, encontrándose los siguientes órdenes de magnitud en los errores de estimación de P, R y S:

$$E_p \sim 10\% , E_R \sim 5\% , E_S \sim 25\%$$

Por último, es de resaltar que los exponentes del caudal en las ecuaciones para el ancho, profundidad y pendiente guardan una estrecha afinidad con los de las ecuaciones de Lacey y otras de la teoría del régimen (Maza A., 1987). La diferencia radica en que las relaciones aquí propuestas tienen en cuenta el efecto conjunto de todas las variables independientes, es decir, el caudal, el tamaño del sedimento y la concentración de sólidos (Farias, 1990).

CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo matemático basado en la implementación computacional de un principio variacional, para el dimensionamiento de canales estables en suelos aluviales. La hipótesis de que un canal en régimen funciona con una máxima eficiencia en el transporte de sedimentos (METS), acopladas a las relaciones físicas de resistencia al flujo y transporte de sedimentos, han posibilitado el desarrollo de un programa computacional que facilita el proyecto y verificación de canales sin revestir. Por su parte, experimentos numéricos llevados a cabo mediante la aplicación del modelo, han permitido la obtención de un conjunto de

ecuaciones de diseño sencillas. Las fórmulas obtenidas se comparan favorablemente con las ecuaciones clásicas del régimen y producen predicciones aceptables cuando se las aplica para la determinación de la morfología de canales arenosos, lo cual se ilustra mediante un ejemplo de aplicación y un análisis de los errores de estimación.

Se estima que la metodología propuesta constituye un paso preliminar para el desarrollo de modelos más sofisticados orientados a la obtención de una solución racional del problema de diseño de canales dinámicamente estables en terrenos aluviales.

RECONOCIMIENTO. El presente trabajo está constituido por resultados parciales de una serie de Proyectos de Investigación llevados a cabo en el Departamento de Recursos Hídricos, FCET, UNSE. Los fondos fueron parcialmente proporcionados por la Secretaría de Ciencia y Técnica (SECTT), la Academia de Ciencias del Tercer Mundo (TWAS) y la Fundación Internacional para la Ciencia (IFS).

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Brownlie, V. R. 1981. "Compilation of Alluvial Channel Data: Laboratory and Field", Report No. KH-R-43B, California Institute of Technology, Pasadena, California, U.S.A.
- Chang, H. H. 1980. "Stable Alluvial Canal Design", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 106(HY5), pp. 873-891.
- Chitale, S. V. 1966. "Design of Alluvial Channels", *6th. Congress of the ICID*, New Delhi, India, Report 17, Question 20.
- Farias, E. D. 1990. "Modelos Matemáticos Variacionales para la Determinación de la Forma y Dimensiones de Canales Aluviales Estables", *Tesis M.Sc.*, CIDIAT, ULA, Mérida, Venezuela.
- Hancu, S. y Batuca, D. 1980. "Morphological Equations Based on Variational Principles", *Proc. Int. Symposium on River Sedimentation*, Beijing, China, pp. 623-629.
- Kondap, D. M. y Garde, R. J. 1979. "Design of Stable Alluvial Channels", *Journal of Irrigation and Power*, CBIP, Vol. 36, No. 4, pp. 409-423.
- Lacey, G. 1966. "Sediment as a Factor in the Design of Unlined Irrigation Canals", *6th. ICID Congress*, R.1, Q-20, New Delhi, India.
- Mahmood, K. 1974. "Variation of Regime Coefficients in Pakistan Canals", *J. Waterways and Harbours Div., ASCE*, 100(WW2), pp. 1318-1338.
- Maiza Alvarez, J. A. 1987. "Introduction to River Engineering", *Università Italiana per Stranieri*, Perugia, Italia.
- Ramette, M. 1981. *Guide d'Hydraulique Fluviale*, Laboratoire National d'Hydraulique, Chatou, France, pp. 52-87.
- White, V. R., Bettess, E. y Paris, E. 1982. "Analytical Approach to River Regime", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 106(HY10), pp. 1179-1193.

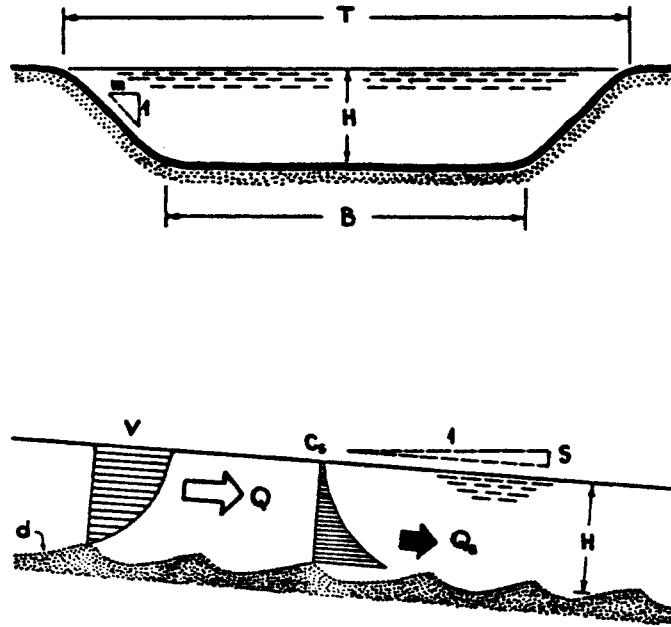


Figura 1.- Esquema de Definición para los de un canal aluvial estable.

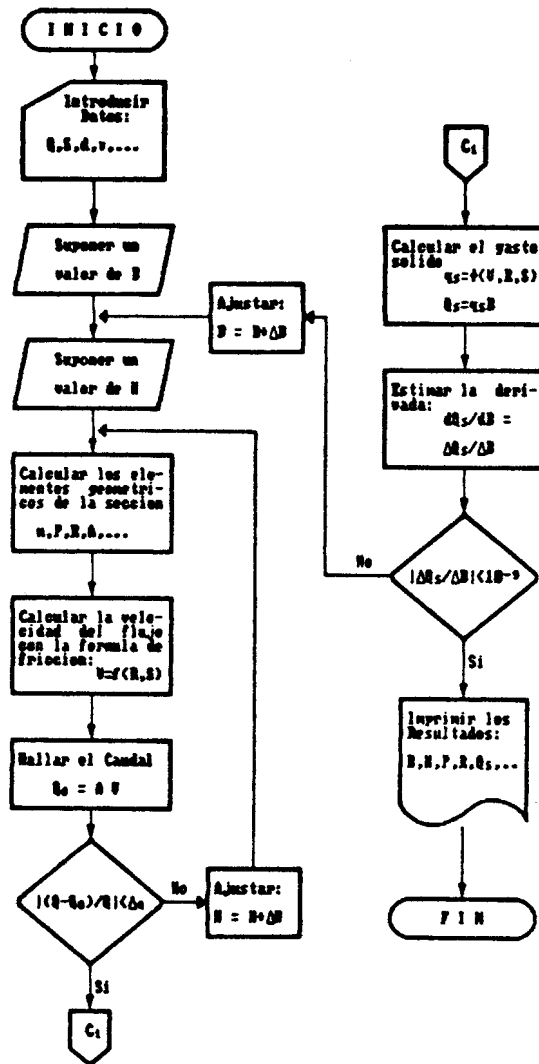


Figura 2.- Diagrama de Flujo simplificado del programa computacional.