

METODO NUMERICO PARA LA PREDICCION DE TRANSFERENCIA SIMULTANEA DE CALOR Y MATERIA EN LA REFRIGERACION Y CONGELACION DE ALIMENTOS

Ana M. Tocci* y Rodolfo H. Mascheroni*

**Centro de Investigación y Desarrollo en Criotecología de Alimentos (CIDCA).
Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de La Plata
*Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata
Calle 47 y 116, 1900 La Plata, Argentina**

RESUMEN

Se desarrolla un modelo numérico para la predicción de la transferencia simultánea de calor y materia durante el enfriamiento o congelación de alimentos. Este permite calcular los perfiles de temperatura y humedad dentro del alimento y, consecuentemente, el tiempo de proceso y la pérdida de agua por evaporación y/o sublimación. El sistema de ecuaciones diferenciales parciales acopladas con coeficientes variables, que corresponde a los balances microscópicos de masa y energía, se resolvió por un método numérico de diferencias finitas explícitas. El programa de cálculo correspondiente se desarrolló y aplicó para dos geometrías: esfera y cilindro chato, simulándose en ambos casos la congelación de carne bajo condiciones industriales.

SUMMARY

A numerical model is developed for the prediction of the simultaneous heat and mass transfer during food cooling or freezing. This enables the calculation of temperature and humidity profiles within the food and, as a consequence, process time and water loss by evaporation or sublimation. The system of coupled partial differential equations, with variable coefficients, which results from the microscopic heat and mass balances was solved by a numerical method of explicit finite-differences. The corresponding calculation program was developed and applied to two geometries: sphere and squat cylinder, simulating meat freezing under industrial conditions.

INTRODUCCION

La pérdida de agua por evaporación y sublimación durante la refrigeración, congelación y almacenamiento de alimentos es un factor importante tanto desde el punto de vista económico como del de la calidad final del producto. La pérdida de agua provoca una disminución de la calidad, y por tanto del valor comercial, al producir cambios desfavorables en la apariencia, color, textura y sabor. Además la merma en el peso del producto también se traduce en una pérdida económica equivalente.

Es importante entonces poder predecir la influencia de las condiciones de proceso sobre la transferencia de vapor de agua entre el alimento y el medio externo (aire) y poder fijarlas de forma que reduzcan este fenómeno a un valor mínimo. Sin embargo este tema ha sido pocas veces modelado integralmente [1,2,3], trabajándose en general en forma semiempírica. Ello es debido a las complicaciones matemáticas del modelado, ya que se encuentran acoplados los balances microscópicos de materia y energía. Además, principalmente en el caso de congelación, las propiedades físicas de los alimen-

*Becaria Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires

tos k , ρ , C_p y D , son fuertemente dependientes de la temperatura. Entonces las ecuaciones diferenciales parciales resultantes de los balances son fuertemente no lineales. Un problema adicional es la determinación de dichas propiedades y, fundamentalmente, de los coeficientes de transferencia de calor y materia entre el alimento y el medio externo (aire en este caso). Estos coeficientes dependen de la forma y tipo de superficie del producto, velocidad de circulación de aire, etc.

En el presente trabajo se realiza dicho modelado, aplicándolo a dos casos en los que el problema matemático resultante es el mas complejo posible para geometrias regulares: la congelación de un producto de forma esférica (albóndiga) y de otro con geometría de cilindro chato (hamburguesa). Por ello, la metodología desarrollada es fácilmente extensible a otras geometrias y a casos mas simples con propiedades casi constantes, como refrigeración y almacenamiento.

FORMULACION MATEMATICA

Se partió del caso mas general y complejo: el de congelación en el que, como ya fue expresado, hay una fuerte variación de las propiedades físicas del alimento con la temperatura en la zona de cambio de fase.

Para la simulación de la transferencia de calor, el balance microscópico de energía térmica en el alimento vale:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k \nabla T) \quad (1)$$

el que tendrá componentes sólo en la dirección radial para esferas (ec.(2)), y axial y radial para cilindros finitos (ec.(3)).

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + 2 \frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2)$$

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3)$$

Las condiciones iniciales y de contorno en este tipo de sistemas son:

$$T = T_i \quad \forall r \text{ y } t = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{para } r = 0 \text{ y } t \geq 0 \quad (5)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = h_r (T - T_a) + k_{mL} L_w (C - C_a) \Big|_{r=R} \quad \text{para } r = R \text{ y } t \geq 0 \quad (6)$$

Para cilindros se cumplen además las condiciones:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{para } x = 0 \text{ y } t \geq 0 \quad (7)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = h_x (T - T_a) + k_{mL} L_w (C - C_a) \Big|_{x=L} \quad \text{para } x = L \text{ y } t \geq 0 \quad (8)$$

Para la predicción de la transferencia de materia con sólo difusión interna el balance microscópico vale:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla(D \nabla C) \quad (9)$$

con componentes en una o dos direcciones según se trate de esferas (ec.(10)) o cilindro finito (ec.(11)).

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + 2 \frac{D}{r} \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{\partial D}{\partial r} \frac{\partial C}{\partial r} \quad (10)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial x} + D \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{\partial D}{\partial r} \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{D}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \quad (11)$$

Las condiciones iniciales y de contorno son:

$$C = C_i \quad \forall r \text{ y } t = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial C}{\partial r} = 0 \quad \text{para } r = 0 \text{ y } t \geq 0 \quad (13)$$

$$-D \frac{\partial C}{\partial r} \Big|_{r=R} = h_{m,r} (C - C_a) \Big|_{r=R} \quad \text{para } r = R \text{ y } t \geq 0 \quad (14)$$

Para cilindros, se cumplen además las condiciones

$$\frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad \text{para } x = 0 \text{ y } t \geq 0 \quad (15)$$

$$-D \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=L} = h_{m,x} (C - C_a) \Big|_{x=L} \quad \text{para } x = L \text{ y } t \geq 0 \quad (16)$$

Como la simulación se realiza para dos alimentos compuestos casi totalmente por carne vacuna picada, se utilizaron los valores de las propiedades de dicho material. Estas pertenecen a modelos matemáticos propios [4,5] basados en información experimental y teórica general para k , ϕ y C_p , y a datos de bibliografía para D y ρv [6,7]. Estos valores son:

$$T_{cr} = (1 - \phi) / (0.06908 - 0.4383 \phi) \quad (\text{aproximadamente } -1^\circ\text{C para carnes})$$

$$\phi = 1053$$

$$k = 0.0866 + 0.501 \phi + 5.052 \cdot 10^{-4} \phi T$$

$$C_p = 1448 (1 - \phi) + 4187 \phi$$

$$D = 8.5 \cdot 10^{-8} e^{-2300 / (273.15 + T)}$$

$$\log(\rho v) = 10.79586 (1 - \theta) + 1.50474 \cdot 10^{-4} (1 - 10^{-0.20002 (1/\theta - 1)}) - 2.2195983 + \\ + 4.2873 \cdot 10^{-4} (10^{4.70005 (1 - \theta)} - 1) + 5.02808 \log(\theta)$$

todos válidos para $T \geq T_{cr}$, y

$$\phi = 1053 / [0.98221 + 0.11310 \phi + 0.25746 (1 - \phi) / T]$$

$$k = 0.378 + 1.376 \phi + 0.930 / T$$

$$C_p = 3874 - 2534 \phi + 902,893 (1 - \phi) / T$$

$$D = 1.075 \cdot 10^{-8} e^{-2262.0 / (273.15 + T)}$$

$$\log(\rho v) = -9.096936 (\theta - 1) - 3.56654 \log(\theta) + 0.876817 (1 - 1/\theta) - 2.2195983$$

todos válidos para $T < T_{cr}$.

La congelación se simula como ocurriendo en túneles continuos a cinta transportadora, que son muy usuales en este tipo de proceso. Según los modelos el aire refrigerante puede circular horizontalmente, paralelo a la cinta, o perpendicular a ella de abajo hacia arriba o viceversa. En estas condiciones los valores de h y h_m dependen no sólo

de va sino de la forma de circulación respecto a la cinta. Por ello en este trabajo los valores de h utilizados se basan en determinaciones propias que cubren los tres casos posibles [8,9]. El coeficiente de transferencia de materia se predijo siempre en base al de calor utilizando la relación de Lewis (que es función de los números de Prandtl y Schmidt):

$$h_a = \frac{h}{(\mu C_p)_{af}} \left| \frac{Sc}{Pr} \right|^{1/3} = h \left| \frac{(D/k)_{af}}{(\mu C_p)_{af}} \right|^{1/3}$$

METODO NUMERICO Y PROGRAMA DE CALCULO

El sistema acoplado de ecuaciones diferenciales parciales no lineales resultante de desarrollar (2) y (10) o (3) y (11), con las condiciones iniciales y de contorno (4) a (6) y (12) a (16), se resolvió por medio de diferencias finitas explícitas centradas en los puntos de la grilla. La forma regular de las geometrías utilizadas no hizo necesario el empleo de elementos finitos. Por otra parte está perfectamente establecido [10,11] que un método explícito, trabajando con los tamaños adecuados de incrementos de espacio y tiempo, es tan preciso como uno implícito mucho mas elaborado. Adicionalmente, en el caso de alimentos, la incertidumbre sobre el verdadero valor de las propiedades físicas es mucho mayor que el error que pueda introducir el método numérico [10]. Por todo ello tampoco se justifica utilizar un método tipo Crank-Nicolson o de tres niveles tipo Lees.

Para el desarrollo del algoritmo de cálculo se expresan (2), (3), (10) y (11) en diferencias finitas, tomando como origen de coordenadas el centro del alimento, usando incrementos de espacio Δr y Δx y de tiempo Δt . Entonces las expresiones T_{ij} y C_{ij} significan que T y C están evaluadas en $r = (i-1)\Delta r$, $x = (j-1)\Delta x$ y $t = n\Delta t$. Si se expresan las ecuaciones en diferencias y se reordenan para despejar las temperaturas o concentraciones incógnitas, se obtienen los términos generales

$$T_{i+1} = T_i + \frac{\Delta t \alpha_2}{\Delta r^2} (T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}) + \frac{\alpha_2 \Delta t}{(i-1)\Delta r^2} (T_{i+1} - T_{i-1}) + \frac{\Delta t (k_{i+1} - k_{i-1})(T_{i-1} - T_{i-1})}{4 \mu_2 C_{p2} \Delta r^2} \quad \text{para esferas} \quad (17)$$

$$T_{ij+1} = T_{ij} + \frac{\Delta t \alpha_{2j}}{\Delta r^2} (T_{i+1,j} - 2T_{ij} + T_{i-1,j}) + \frac{\alpha_{2j} \Delta t (T_{i+1,j} - T_{i-1,j})}{2(i-1)\Delta r^2} + \frac{\Delta t (k_{i+1,j} - k_{i-1,j})(T_{i-1,j} - T_{i-1,j})}{4 \mu_{2j} C_{p2j} \Delta r^2} + \frac{\Delta t \alpha_{2j}}{\Delta x^2} (T_{ij+1} - 2T_{ij} + T_{ij-1}) + \frac{\Delta t (k_{i+1,j} - k_{i-1,j})(T_{i+1,j} - T_{i-1,j})}{4 \mu_{2j} C_{p2j} \Delta x^2} \quad \text{para cilindros} \quad (18)$$

$$C_{i+1} = C_i + \frac{\Delta t D_2}{\Delta r^2} (C_{i+1} - 2C_i + C_{i-1}) + \frac{D_2 \Delta t}{(i-1)\Delta r^2} (C_{i+1} - C_{i-1}) + \frac{\Delta t (D_{2+1} - D_{2-1})(C_{i-1} - C_{i-1})}{4 \Delta r^2} \quad \text{para esferas} \quad (19)$$

$$C_{ij+1} = C_{ij} + \frac{\Delta t D_{2j}}{\Delta r^2} (C_{i+1,j} - 2C_{ij} + C_{i-1,j}) + \frac{D_{2j} \Delta t (C_{i+1,j} - C_{i-1,j})}{2(i-1)\Delta r^2} + \frac{\Delta t (D_{2+1,j} - D_{2-1,j})(C_{i-1,j} - C_{i-1,j})}{4 \Delta r^2} + \frac{\Delta t D_{2j}}{\Delta x^2} (C_{ij+1} - 2C_{ij} + C_{ij-1}) + \frac{\Delta t (D_{2+1,j} - D_{2-1,j})(C_{i+1,j} - C_{i-1,j})}{4 \Delta x^2} \quad \text{para cilindros} \quad (20)$$

Existen varias condiciones de estabilidad que se deben cumplir: una para los puntos interiores de la malla, otra para la superficie y otra para el centro, que dependen de los valores de las propiedades y de la manera de expresar las condiciones de contorno (5) a (8) y (13) a (16).

- En los puntos interiores se debe cumplir

$$\Delta t \leq \Delta r^2 / (2 \alpha_T) \quad \text{para energía y}$$

$$\Delta t \leq \Delta r^2 / (2 D_T) \quad \text{para materia, ambos para el caso de esferas y}$$

$$\Delta t \leq \Delta x^2 \Delta x^2 / (2 \alpha_{T,J} (\Delta r^2 + \Delta x^2)) \quad \text{para energía y}$$

$$\Delta t \leq \Delta x^2 \Delta x^2 / (2 D_{T,J} (\Delta r^2 + \Delta x^2)) \quad \text{para materia, ambos para cilindros.}$$

- En la superficie, y cuando las condiciones de contorno (6), (8), (14) y (16) se expresan en diferencias utilizando el recurso del punto ficticio, se tendrán que respetar las relaciones

$$\Delta t \leq 0.50 \Delta r^2 (\alpha_T)^{-1} \left\{ 1 + \frac{h_T \Delta r}{k_T} \left(\frac{1}{(I-1)} + \frac{[k_{T,J+1} - k_{T,J-1}]}{4 k_T} \right) \right\}^{-1} \quad (21)$$

$$\Delta t \leq 0.50 \Delta r^2 (D_T)^{-1} \left\{ 1 + \frac{k_{T,J} \Delta r}{D_T} \left(\frac{1}{(I-1)} + \frac{[D_{T,J+1} - D_{T,J-1}]}{4 D_T} \right) \right\}^{-1} \quad (22)$$

para las esferas y

$$\Delta t \leq 0.50 \Delta x^2 \Delta r^2 (\alpha_{T,J})^{-1} \left\{ \Delta x^2 + \Delta r^2 + \frac{h_{T,J} \Delta x \Delta r^2}{k_{T,J}} \left(1 + \frac{[k_{T,J+1} - k_{T,J-1}]}{4 k_{T,J}} \right) + \frac{h_{T,J} \Delta r \Delta x^2}{k_{T,J}} \left(\frac{[2 I - 1]}{2 (I-1)} + \frac{[k_{T,J+1} - k_{T,J-1}]}{4 k_{T,J}} \right) \right\}^{-1} \quad (23)$$

$$\Delta t \leq 0.50 \Delta x^2 \Delta r^2 (D_{T,J})^{-1} \left\{ \Delta x^2 + \Delta r^2 + \frac{k_{T,J} \Delta x \Delta r^2}{D_{T,J}} \left(1 + \frac{[D_{T,J+1} - D_{T,J-1}]}{4 D_{T,J}} \right) + \frac{k_{T,J} \Delta r \Delta x^2}{D_{T,J}} \left(\frac{[2 I - 1]}{2 (I-1)} + \frac{[D_{T,J+1} - D_{T,J-1}]}{4 D_{T,J}} \right) \right\}^{-1} \quad (24)$$

para los cilindros.

- En el centro aparece una indeterminación en $\frac{1}{r} \frac{\delta T}{\delta r}$ y en $\frac{1}{r} \frac{\delta C}{\delta r}$, las que se salvan utilizando la regla de L'Hôpital

$$\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\delta T}{\delta r} = \frac{\delta^2 T}{\delta r^2} \quad \text{y} \quad \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\delta C}{\delta r} = \frac{\delta^2 C}{\delta r^2}$$

De la expresión en diferencias finitas y de la aplicación de las condiciones (5), (7), (13) y (15) se tiene que:

$$\Delta t \leq \Delta r^2 / (6 \alpha_T) \quad \text{y} \quad \Delta t \leq \Delta r^2 / (6 D_T) \quad \text{para esferas y} \quad (25)$$

$$\Delta t \leq \frac{0.50 \Delta x^2 \Delta r^2}{\alpha_{T,1} (2 \Delta x^2 + \Delta r^2)} \quad \text{y} \quad \Delta t \leq \frac{0.50 \Delta r^2 \Delta x^2}{D_{T,1} (2 \Delta x^2 + \Delta r^2)} \quad \text{para cilindros.} \quad (26)$$

Para el caso específico que se modeló, el tamaño de los productos, los valores de sus propiedades físicas y los rangos de los parámetros de congelación usados (T_a , v_a) determinaron que las condiciones de estabilidad para materia sean más restrictivas que las de energía. Asimismo las condiciones para la superficie fueron siempre más restrictivas que las del centro, por lo que las relaciones (22) y (24) fueron las que determinaron el tamaño de los incrementos de tiempo a usar.

Un caso particular para el que hubo que hacer ciertas modificaciones fue el de hamburguesas, con flujo de aire vertical circulando hacia arriba. En esas circunstancias

el h_x es distinto en las caras inferior y superior [8], con lo que no existe simetría en la dirección x . Por ello, en lugar de las condiciones (7) y (15) se deben utilizar las (8) y (16) evaluadas en $x = -L$ y con el valor de h y ka adecuados. En este caso, evidentemente, se deberá utilizar el doble de puntos (incrementos) en la dirección x .

En todos los casos el algoritmo de cálculo es relativamente sencillo, siendo una de las mayores complicaciones la predicción de las numerosas propiedades, todas variables con la temperatura, y que además tienen distintas expresiones por sobre y debajo de la temperatura de inicio de congelación. En cada intervalo de tiempo se utilizan las temperaturas y concentraciones del tiempo anterior para calcular las propiedades y a continuación se obtienen, sucesiva e independientemente, las nuevas temperaturas y composiciones para todos los puntos.

El programa de cálculo fue desarrollado en lenguaje QuickBasic y corrido en una PC. Se trabajó con intervalos de tiempo y espaciado constantes, ya que los resultados de las pruebas realizadas y el tiempo de máquina que utiliza el programa no justifican complicar el desarrollo. Se barrieron distintas condiciones de temperatura y velocidad del aire típicas de los equipos de congelación de túnel a cintas. Se mantuvieron fijos el tamaño de los productos (por ser estándar) y la temperatura inicial por tener muy poca influencia en los resultados [11].

RESULTADOS

Simulación de la congelación de albóndigas

Se modeló la congelación de albóndigas de $R = 1.9$ cm. Se realizaron pruebas del programa utilizando 16, 31 y 46 puntos (Δr de 1.266, 0.633 y 0.422 mm). Se comprobó que las diferencias en los tiempos de congelación y en la pérdida de peso debidas a la variación del Δr (en ese rango de espaciados), eran prácticamente despreciables. Por ello se trabajó con 31 puntos. Se utilizó $T_i = 5.0^\circ\text{C}$ y se barrieron temperaturas del aire refrigerante T_a entre -25.0 y -35.0°C y velocidades del mismo va de 1 a 10 m/s.

La Figura 1 presenta un ejemplo de los perfiles de temperatura calculados para tres puntos característicos (superficie, semiespesor y centro) de una albóndiga congelada por aire ascendente a -35°C y 4 m/s. El tipo de perfiles es distintivo de la congelación de alimentos, con la superficie pasando rápidamente por la zona de congelación mientras que el centro (el lugar que se enfría más lentamente) permanece largo tiempo a la temperatura de inicio de congelación.

La Figura 2 presenta las pérdidas de peso en función de las condiciones de congelación. Cuanto mayor es la velocidad de enfriamiento (menor T_a y mayor va) es menor la pérdida por evaporación. También se observa la influencia de las condiciones de circulación de aire.

Finalmente, la Figura 3 muestra la relación entre los t_c calculados suponiendo evaporación y sublimación de agua y los obtenidos despreciando este efecto. Se observa que se puede cometer un error de hasta el 18% si no se lo considera. Este error es mayor en las condiciones de mayor pérdida de peso (mayor t_c).

Simulación de la congelación de hamburguesas

Se modeló la congelación industrial de hamburguesas de carne vacuna de $L = 0.5$ cm, $R = 5$ cm y peso = 0.0833 kg. Nuevamente se consideraron tres tipos de flujo de aire. Se cubrió el rango de T_a de -30 a -40°C y va de 1 a 10 m/s, con $T_i = 10^\circ\text{C}$. Se trabajó con $I = J = 11$, aunque se hicieron pruebas con 16 y 21 puntos, las que dieron muy poca variación en los resultados, incrementándose notablemente el tiempo de cálculo.

La Figura 4 presenta los tiempos de congelación predichos para las distintas condiciones de va, T_a y flujo de aire. Como puede observarse la influencia de un aumento de va es muy alta a bajas velocidades pero disminuye rápidamente a medida que ésta se

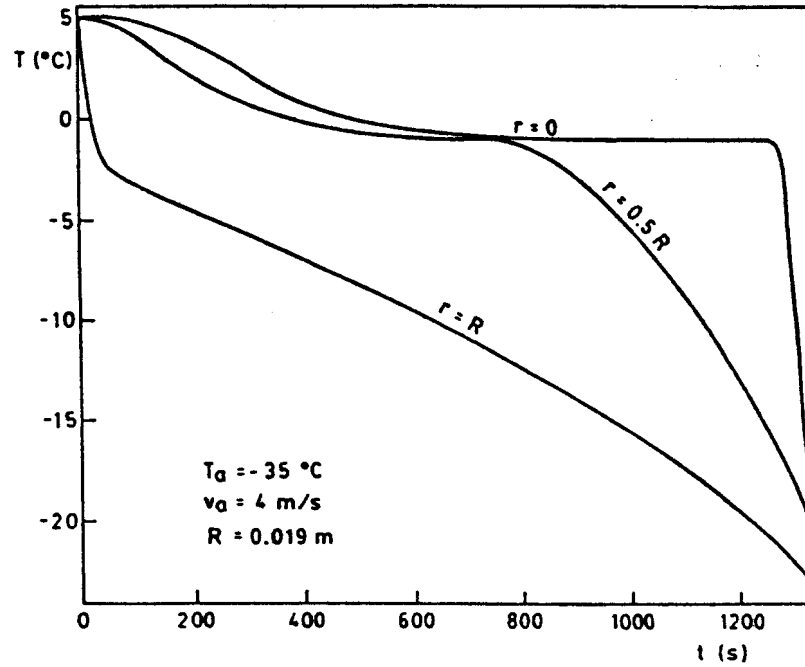


Figura 1: perfiles de temperatura calculados para la congelación de una albóndiga en corriente de aire

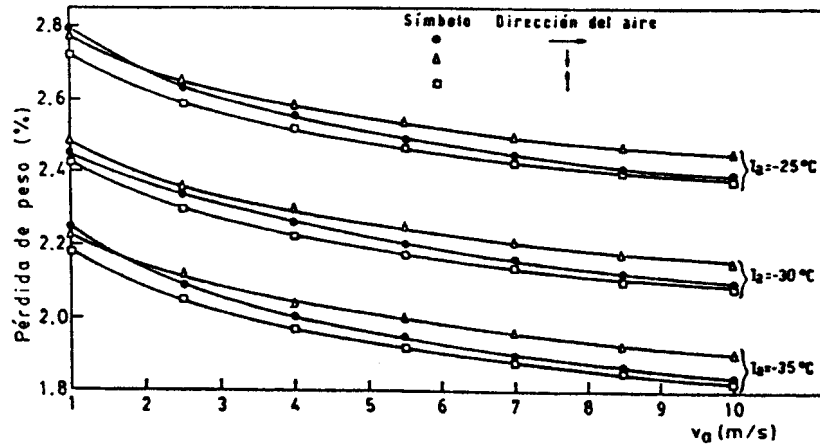


Figura 2: pérdida de peso en la congelación de albóndigas de carne vacuna para distintas velocidades, temperaturas y dirección de flujo de aire

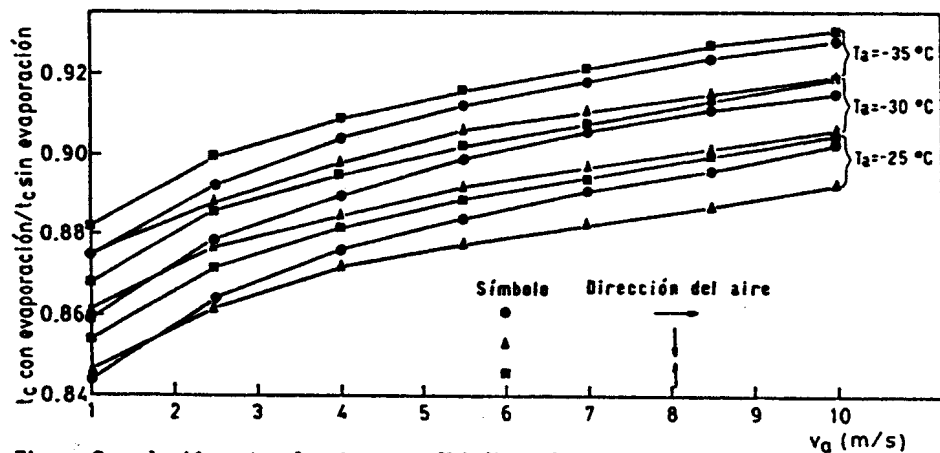


Figura 3: relación entre los t_c para albóndigas de carne vacuna calculados con y sin pérdida de agua por evaporación y sublimación

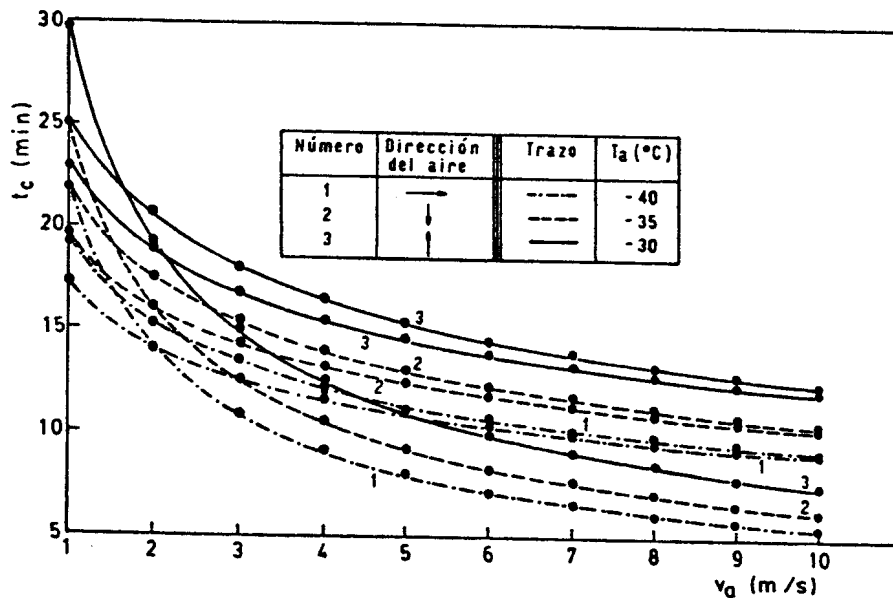


Figura 4: tiempos de congelación para hamburguesas bajo distintas condiciones de congelación. Flujo de aire: 1: →; 2: ↓; 3: ↑

incrementa. Un efecto similar ocurre con el descenso de T_a .

En forma análoga al caso de albóndigas, las Figuras 5 y 6 presentan las pérdidas de peso en función de las condiciones de congelación y la relación entre los t_c calculados con y sin pérdida de peso.

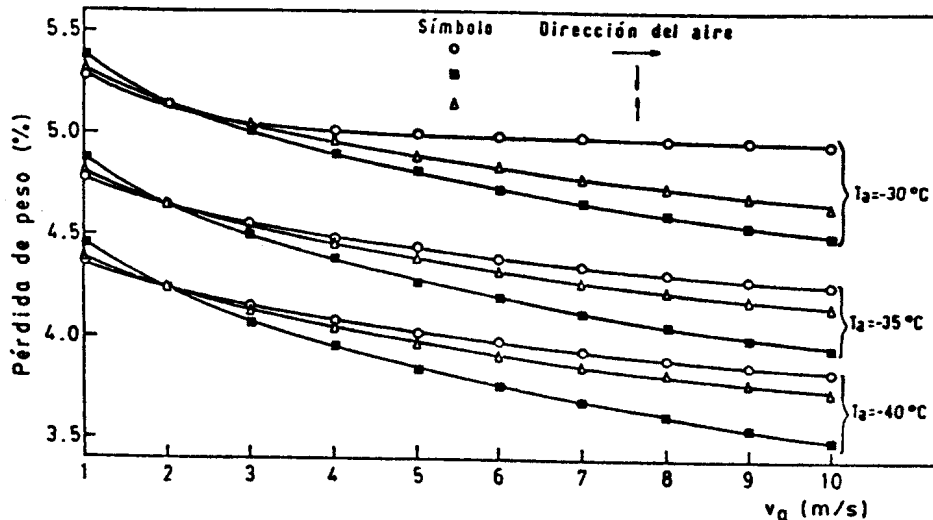


Figura 5: pérdida de peso durante la congelación de hamburguesas bajo distintas condiciones de T_a , v_a y flujo de aire

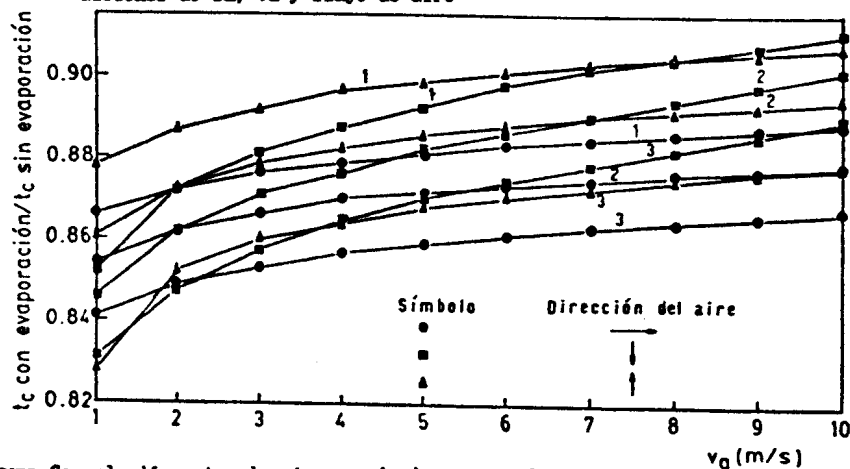


Figura 6: relación entre los t_c para hamburguesas de carne vacuna calculados con y sin pérdida de peso por evaporación y sublimación. Flujo de aire: 1: \rightarrow ; 2: \downarrow ; 3: \uparrow

NOMENCLATURA

- Letras romanas C: Concentración de agua en el medio [kg/m^3]
 C_p: Capacidad calorífica [$\text{J}/\text{kg}^\circ\text{C}$]
 D: Coeficiente de difusión [m^2/s]
 h: Coeficiente de transferencia de calor [$\text{W}/\text{m}^2^\circ\text{C}$]
 I: Número de puntos en la grilla en la dirección radial
 i: Índice en la dirección radial
 J: Número de puntos en la grilla en la dirección axial

j: Índice en la dirección axial
k: Conductividad térmica [W/m°C]
km: Coeficiente de transferencia de materia [m/s]
L: Semilongitud del cilindro [m]
Lv: Calor de vaporización o de sublimación del agua [J/kg]
n: Índice en la variable tiempo
pv: Presión de vapor del agua [atm]
R: Radio del cilindro o esfera [m]
r: Coordenada radial [m]
T: Temperatura [°C]
Tcr: Temperatura de comienzo de congelación [°C]
t: Tiempo [s]
tc: Tiempo de congelación [s]
va: Velocidad del aire [m/s]
x: Coordenada axial [m]

Letras griegas α : Difusividad térmica [m²/s]
 Δ : Incremento
 θ : Humedad en base húmeda [kg agua/kg alimento]
 θ : Temperatura reducida $(273.16 + T / 273.16)$ [adimensional]
 ρ : Densidad [kg/m³]

Subíndices a: Del aire - A la temperatura del aire
af: A la temperatura del film superficial
i: Inicial
L: Evaluado en $x = L$
R: Evaluado en $r = R$

REFERENCIAS

1. Fockens, F.H. y Meffert, H.F., "Biophysical Properties of Horticultural products as Related to Loss of Moisture during Cooling Down", J. Sci. Food Agric., Vol. 23, 1972, págs. 285-298.
2. Bailey, C., "Factors Affecting Rate of Cooling and Evaporation", Meat Freezing Why and How?, págs. 13.1-13.11, Meat Res. Instit., Bristol, 1973.
3. Chau, K.V. y Gaffney, J.J., "A Finite-Difference Model for Heat and Mass Transfer in Products with Internal Heat Generation and Transpiration", J. Food Sci., Vol. 55, 1990, págs. 484-487.
4. Sanz, P.D., Domínguez Alonso, M. y Mascheroni, R.H., "Equations for the Prediction of Thermophysical Properties of Meat Products", Lat. Am. Appl. Res., Vol. 19, 1989, págs. 155-163.
5. Califano, A.N. y Mascheroni, R.H., "Prediction of Food Thermophysical Properties Through the Use of a Data-base", Regional Seminar Cold Chain Development in Latin America, Vol. 1, págs. 233-237, Intern. Instit. Refrig., Bs. As., 1988.
6. Pham, Q.T. y Willix, J., "A Model for Food Desiccation in Frozen Storage", J. Food Sci., Vol. 49, 1984, págs. 1275-1281.
7. Fennema, O. y Bery, L.A., "Equilibrium Vapor Pressure and Water Activity of Food at Subfreezing Temperatures", Proc. IV Intern. Cong. Food Sci. & Technol., Vol. II, págs. 27-35, IUFOST, Madrid, 1974.
8. Flores, E.S.E. y Mascheroni, R.H., "Determination of Heat Transfer Coefficients for Continuous Belt Freezers", J. Food Sci., Vol. 53, 1988, págs. 1872-1876.
9. Tocci, A.M. y Mascheroni, R.H., "Determination of Heat Transfer Coefficients and Freezing Times of Meat Balls in Blast Freezers", Prog. in the Sci. and Technol. of Refrig., Especially in Food Procng., Intern. Instit. Refrig., Dresde, 1981 (en prensa).
10. Cleland, A.C., Earle, R.L. y Cleland, D.J., "The Effect of Freezing Rate on the Accuracy of Numerical Freezing Calculations", Int. J. Refrig., Vol. 5, 1982, págs. 294-301.
11. Mascheroni, R.H., "The Utilization of Numerical Methods for the Solution of the Heat Balance during the Thawing of Meat Blocks under Industrial Conditions", Lat. Am. J. Heat & Mass Transf., Vol. 6, 1982, págs. 13-29.