MAXIMIZAÇÃO DA FREQUÊNCIA ATRAVÉS DE UMA PROGRAMAÇÃO GEOMÉTRICA COM RESTRIÇÕES PRÉ-FIXADAS

MARCOS S. SOUZA, VÂNIA R. VELLOSO, *ROGÉRIO MARTINI
Departamento de Mecânica
Fundação de Ensino Superior de São João del Rei
Praça Frei Orlando,170, São João del Rei -MG,BRASIL

RESUMO

Sendo as funções convexas, otimizadas por algorítimos da programação não linear, as funções não convexas, por sua vez, são tratadas por outras técnicas, como a Programação Dinâmica. Essas técnicas nem sempre são viáveis e muitas das vezes demoradas.

A Programação Geométrica muito contribui para a otimização dessas funções.

O trabalho, auxilia o projeto de molas helicoidais, tendo como critério básico a maximização da frequência natural, empregando o uso da programação geométrica, otimizando através de um número de integração num intervalo pré-fixado de restrição.

ABSTRACT

Being the functions convex, ordered for the best by algorithms of the not linear programming, the not convex functions, in his turn, are attended by other techniques as the Dynamic Programming. These techniques are not always practicable and many times they are slow.

The Geometric Programming went far to order for the best of these functions.

The work aid the spiral spring design, writing down as a basic discretion the highest value of the original frequency, using the geometric programming, ordering for the best by a interaction number in a pref-fixed interval of restriction.

INTRODUÇÃO

A programação geométrica é um método sistemático de minimização de funções sujeitas a restrições na forma de desigualdades. O problema de minimização se transforma, através da teoria da dualidade, na maximização de uma função dual correlata [1] sujeita a restrições não lineares.

As condições impostas ao emprego do método são,em geral, satisfeitas pelos problemas de otimização de projetos em engenharia, o que torna a Programação Geométrica um dos mais importantes métodos na solução de tais problemas [2,3].

O objetivo deste trabalho é apresentar uma contribuição para o projeto de molas helicoidais, tendo com critério de projeto a variação da maximização da frequência natural.

*Aluno de graduação do Curso de Engenharia Mecânica.

No projeto de molas helicoidais, destinado a mecanismos sujeito a altas velocidades, a frequência natural deve ser apreciavelmente maior que a frequência com que a força será aplicada, alguns autores sugerem 20 vezes, portanto, faz-se necessário que se tome como critério de projeto a maximização da frequência natural como sendo:

$$f_{max} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{gG}{2W}} \quad dD^{-2}N^{-1}. \tag{1}$$

Segundo [4], a tensão máxima de cisalhiamento, devido a qualquer força axial (Fmax), ocorre nas fibras internas do arame e é dada por:

$$\tau_{max} = \frac{8\ F_{max}}{\pi}\ Dd^{-3}K_{ts} \tag{2}$$

onde: K_{ts} é o fator de Wahl, dado por:

$$K_{ts} = \frac{4\left(\frac{D}{d}\right) - 1}{4\left(\frac{D}{d}\right) - 4} + \frac{0{,}615}{\frac{D}{d}} \tag{3}$$

ou de forma simplificada, como segue:

$$K_{ts} = A_1\left(\frac{D}{d}\right)^{b_1} \tag{4}$$

onde:
A_1 e b_1 = constante que dependem da seção circular do arame.

A tensão admissível, devido ao cisalhamento, pode ser obtida em função da natureza do serviço [5], como sendo:

$$\tau_{adm} = \frac{A_2}{d^{b_2}} \tag{5}$$

onde:
A_2 e b_2 = são constantes que dependem do material da mola e do tipo de serviço

A primeira restrição, para formular a otimização, pode ser obtida das equações 2,4 e 5 como segue:

$$\frac{\rho\ F_{max}}{A_2}\ A_1 D^{(1-b_1)}\ .\ d^{(-3+b_1+b_2)} \leqslant 1 \tag{6}$$

Para um valor de espiras ativas maior ou igual a um valor especificado, temos a segunda restrição.

$$\frac{N_o}{N} \leqslant 1 \tag{7}$$

A constante elásticaa da mola (terceira restrição), sendo uma especificação do projeto, pode ser obtida por:

$$K = \frac{Gd^4}{8D^3N} \tag{8}$$

Onde:

G= módulo de rigidez

Maximizando (1), ou minimizando o seu inverso, sujeita às restrições (6), (7), e (8), podemos formular o programa primário e o seu dual correspondente, como segue:

a) Programa Primário

$$g_o = C_1 t_1^{a11}\ t_2^{a12}\ t_3^{a13} \tag{9}$$

Com restrições:

$$g_1 = C_2 t_1^{a21}\ t_2^{a22}\ t_3^{a23} < 1 \tag{10}$$

$$g_2 = C_3 t_1^{a31}\ t_2^{a32}\ t_3^{a33} < 1 \tag{11}$$

$$g_3 = C_4 t_1^{a41}\ t_2^{a42}\ t_3^{a43} < 1 \tag{12}$$

Sendo:

$a_{11} = -1$ $\quad a_{21} = -3+b_1+b_2$ $\quad a_{31} = 4$ $\quad a_{41} = 0$

$a_{12} = 2$ $\quad a_{22} = 1 - b_1$ $\quad a_{32} = -3$ $\quad a_{42} = 0$

$a_{13} = 1$ $\quad a_{23} = 0$ $\quad a_{33} = -1$ $\quad a_{43} = -1$

$C_1 = 2\pi\sqrt{\frac{2W}{gG}}$ $\qquad C_3 = \frac{G}{8K}$

$C_2 = \frac{8\ Fmax\ A_1}{\pi\ A_2}$ $\qquad C_4 = NO$

b) Programa Dual

$$V_{max} = \left(\frac{C_1}{\rho_1}\right)^{\rho_1} \cdot \left(\frac{C_2}{\rho_2}\right)^{\rho_2} \cdot \left(\frac{C_3}{\rho_3}\right)^{\rho_3} \cdot \left(\frac{C_4}{\rho_4}\right)^{\rho_4} \tag{13}$$

Com restrições:

$$\rho_1 = 1 \tag{14}$$

$$-\ \rho_1 + (-3+b_1+b_2)\ \rho_2 + 4\ \rho_3 = 0 \tag{15}$$

$$-\ 2\ \rho_1 + (1 - b_1)\ \rho_2 - 3\ \rho_3 = 0 \tag{16}$$

$$\rho_1 - \rho_3 - \rho_4 = 0 \tag{17}$$

Cuja solução é:

$$\rho_1 = 1 \qquad \rho_3 = \frac{1}{3}\left[2 - \frac{5(1-b_1)}{3b_2 - b_1 - 5}\right]$$

$$\rho_2 = \frac{-5}{3b_2 - b_1 - 5} \qquad \rho_4 = \frac{1}{3}\left[1 + \frac{5(1-b_1)}{3b_2 - b_1 - 5}\right]$$

Os parâmetros otimizados para projeto são obtidos de (9), (10), (11) e (12)

$$N^* = N_o$$

$$D^* = \frac{1}{C_3^{0,2}\, N_o^{0,6} (C_1 f_{max})^{0,8}}$$

$$d^* = D^{*0,75} \cdot \left(\frac{N_o}{C_3}\right)^{0,25}$$

Exemplo Numérico

Determinar os parâmetros ótimos de uma mola helicoidal, para uma faixa de frequência de 1500 a 1600 HZ sujeita a uma carga máxima de 9 Kg.

São dados:

Aceleração gravitacional $g = 9{,}81$ m/s

Massa específica do material $W = 7{,}75 \times 10^3$ Kg/m^3

Nº de espiras ativas $N = 3$

Constante elástica da mola $k = 2830$ Kg/m

A solução gerada em computador, fornece os dados da tabela I

TABELA I

DIÂMETRO DA MOLA OTIMIZADO (D^*) [mm]	DIÂMETRO DO ARAME OTIMIZADO (d^*) [mm]	FREQUÊNCIA NATURAL (f_{max}) [HZ]
12,772	2,050	1500
12,704	2,042	1510
12,637	2,034	1520
12,571	2,026	1530
12,506	2,018	1540
12,441	2,010	1560
12,377	2,003	1570
12,314	1,995	1580
12,252	1,987	1590
12,190	1,980	1600

REFERÊNCIAS

[1] Fox, R.L. "Optimization Methods for Engineering Design" Wesley Publishine Company 1973.

[2] Sansão, A.L. "Otimização de projeto pelo método da programação Geométrica", 1972, págs 6-10.

[3] Beightler, C.S. "Optimal Design by Geometric Programming", Jornal of Engineering for industry, Fev. 1970, págs 191-196.

[4] Virgil M. Foires, elementos Orgânicos de Máquinas, págs 205-220.

[5] Wahl, A.M, Mechanical Springs, Penton Pub. Co.