

## Simulación Numérica de Procesos Atmosféricos, Parte I: Modelo de Nube

Carlos M. Scavuzzo <sup>1</sup>, Nesvit E. Castellano <sup>1</sup>  
Facultad de Matemática, Astronomía y Física,  
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.

### RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo numérico de convección atmosférica tridimensional, que incluye los procesos de condensación de vapor y que tiene en cuenta la variación de los parámetros físicos con la altura. Las ecuaciones pronósticas que se presentan son resueltas por diferencias finitas en una grilla tipo "stagger" con  $\Delta x = 500m$  y  $\Delta t = 10s$ . Se utilizan condiciones periódicas de contorno, en los contornos laterales, lo cual hace posible la resolución, por un método pseudo-espectral, de la ecuación diagnóstica resultante para la perturbación de presión. Un análisis cualitativo de los resultados obtenidos hasta el momento, indican que la performance del modelo, en la descripción de la etapa de formación de una nube convectiva, es satisfactorio. Se presenta además una discusión de las ecuaciones a utilizar para simular trayectorias y crecimiento de un granizo en los campos obtenidos con el modelo.

### ABSTRACT

A three-dimensional numerical model of atmospheric convection is presented. The model includes the condensation process and the variation of the physical parameters with height. The pronostic equations governing the process are solved by using finite differences, on a stagger like grid with  $\Delta x = 500m$  and  $\Delta t = 10s$ . The boundary conditions, are choosen in order that a pseudo-spectral method for obtaining the solution of the pressure equation can be applied.

A preliminar analysis of the results shows that the model gives a satisfactory description for the initial stage of the cloud. Finally a discussion of the equation for the modelling of the hailstones growth and trayectories in the cloud is included.

### 1. Introducción.

La técnica del modelado numérico, se utiliza en física para entender mejor los mecanismos que intervienen y regulan fenómenos físicos complejos de difícil acceso

por otros métodos. La física de nubes (dinámica y microfísica) y la electricidad atmosférica son ejemplos de fenómenos que necesitan del modelado para estudiar su génesis y evolución en el tiempo. Los primeros modelos numéricos de nubes datan de principios de la década del 70 [1], [2] y se siguen realizando en la actualidad con diversas aproximaciones según las escalas espaciales y temporales de interés y con diversas simplificaciones en la descripción de la microfísica.

El presente trabajo está enfocado al estudio de tormentas severas. Observaciones de este tipo de tormentas, muestran que su desarrollo vertical es muy importante y con ello las variaciones con la altura de los parámetros atmosféricos de interés (densidad, presión, temperatura etc.), y que estas nubes son intrínsecamente tridimensionales [3], [4]. Estas características justifican el desarrollo de un modelo 3-D de convección profunda para describir ese fenómeno.

## 2. El Modelo

### 2.1. Suposiciones Básicas.

- \* Se asume la aproximación anelástica, o sea que se ignora la dependencia de la densidad con el tiempo en la ecuación de continuidad.
- \* La precipitación y la fase hielo no son incluidas en esta etapa del trabajo.
- \* Se desprecia la fuerza de Coriolis frente a las otras fuerzas presentes, debido a las escalas temporales y espaciales involucradas en el problema.
- \* Toda el agua líquida se mueve con la velocidad del aire (agua de nube).
- \* Cuando el aire está saturado la parcela cambia su temperatura según el gradiente térmico (tasa) adiabático húmedo.
- \* Si la parcela está sobresaturada se lleva a la saturación instantáneamente y si hay agua líquida en un lugar no saturado, se evapora hasta alcanzar la saturación también instantáneamente.

### 2.2. Ecuaciones.

Las ecuaciones del modelo son [4], [5]:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} - R_d \theta_0 \nabla P^* + k g \left( \frac{\theta'}{\theta_0} + a q'_v - q'_i \right), \quad (1)$$

donde  $R_d$  es la constante de los gases para el aire seco,  $\theta$  es la temperatura potencial,  $a$  es la razón entre la masa molecular del vapor y la del aire seco,  $P^*$  es la variable transformada de la presión  $P$  dada por la ecuación:

$$P^* = \frac{T_0}{\theta_0 P_0} P' \quad (2)$$

$q_l$  y  $q_v$  son la razón de mezcla del agua líquida y del vapor de agua respectivamente. Las variables primadas indican las perturbaciones respecto del estado inicial, denotadas por el subíndice 0. La Ec. (1) se obtiene de Naviers Stokes sin tener en cuenta la viscosidad, el término de Coriolis y donde la densidad ha sido tomada como constante en el tiempo. En la Ec. (1) aparece  $R_d\theta_0$  en vez del esperado  $(1/\rho)$  debido a que  $P^*$  no es la presión, así:

$$\frac{1}{\rho_0} \nabla P' = \frac{1}{\rho_0} \nabla \left( \frac{\theta_0 P_0}{T_0} P^* \right) = R_d \theta_0 \nabla P^*.$$

$$\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{V}) = 0. \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot (\rho_0 \theta' \mathbf{V}) - W \frac{\partial \theta_0}{\partial z} + \frac{\theta_0}{T_0 C_p} Q, \quad (4)$$

donde  $Q$  es la tasa de calentamiento por liberación de calor latente y  $W$  la componente vertical del viento. La ecuación (4) es una ecuación de continuidad para el calor, donde el último término es el de fuente debido a los cambios de fase.

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot (\rho_0 q_v \mathbf{V}) - \frac{Q}{L_{vw}}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial q_l}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot (\rho_0 q_l \mathbf{V}) + \frac{Q}{L_{vw}}, \quad (6)$$

$L_{vw}$  es el calor latente de vaporización. En las ecuaciones (4), (5) y (6) se ha utilizado la Ec. (3) para escribir el término de advección. Estas dos ecuaciones son de continuidad para el vapor y el agua líquida donde los segundos términos de los segundos miembros en cada una son los de fuente.

$$\frac{T'}{T_0} = \frac{\theta'}{\theta_0} + \frac{R_d \theta_0}{C_p T_0} P^*, \quad (7)$$

esta es la ecuación de estado. Para el calculo de el calor liberado por condensación la siguiente ecuación es utilizada:

$$Q = C_p (\gamma_d - \Gamma) W. \quad (8)$$

donde  $\gamma_d$  y  $\gamma_w$  son la tasas adiabática seca y húmeda respectivamente.  $\Gamma$  toma los valores  $\gamma_w$  o  $\gamma_d$  según que el aire este saturado o no. El significado de esta ecuación es que si la parcela asciende con aire no saturado  $Q = 0$ , y si está saturado  $Q > 0$  y por lo tanto  $q_l$  crece.

Como vemos hay 10 ecuaciones para las 10 variables:

$$\mathbf{V}, P^*, \theta', q_v, q_l, Q, P, T$$

y en la siguiente sección se presentarán los métodos numéricos para resolver este sistema de ecuaciones.

### 2.3. Esquema Numérico.

Las ecuaciones (1), (4), (5), (6) son resueltas por diferencias finitas, para lo cual se discretiza el espacio utilizando una grilla tipo "stagger", o sea de punto cruzado, como se muestra en la Fig.1., con una distancia entre puntos de la misma variable de 500 m. El ancho total del dominio fue de 8 Km de lado o sea 16 x 16 x 16 puntos. Para simulaciones de nubes reales se puede utilizar un dominio de 16 Km de lado duplicando el número de puntos por lado, pero para economizar tiempo de máquina y memoria en esta primera etapa se utilizó el dominio de 8Km arriba mencionado.

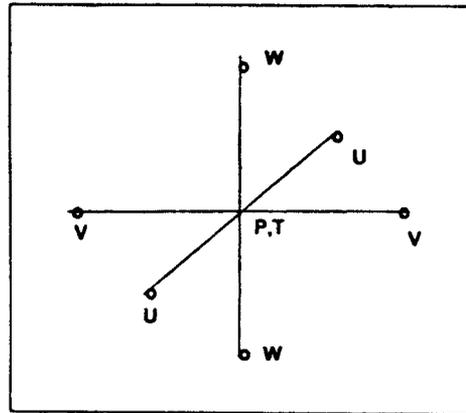


Figura 1  
Grilla stagger

Las derivadas espaciales en los términos de advección de velocidades, se realizaron con un esquema de 4<sup>o</sup> orden o sea (en una dim.):

$$D = \frac{1}{\Delta} [\delta_x - \delta_x^3/24 + O(\delta_x^5)],$$

donde  $\delta_x = U_{j+1/2} - U_{j-1/2}$  y D es el operador derivada. Las demás derivadas espaciales se hicieron sólo hasta 2<sup>o</sup> orden. En la integración temporal se utilizó "leap-frog" o sea un método que utiliza tres niveles de tiempo simultáneamente. Debido a la gran cantidad de memoria necesaria para almacenar cada nivel de tiempo de todas las variables (2 MB) no es posible utilizar métodos de más seguridad tipo Runge Kutta que utiliza seis niveles simultáneamente. Debieron realizarse correcciones para evitar la separación entre la solución par y la impar, "mezclándolas" cada 6 pasos. Este problema aparece siempre en el esquema de "leap-frog". El paso de tiempo fue elegido  $\Delta t = 15$  s para asegurar los criterios de convergencia del método

Para resolver la ecuación de Poisson que se obtiene tomando la divergencia a la ecuación (1) y utilizando la Ec.(2):

$$[\nabla^2 + h(z)\partial/\partial z]P^* = f(x, y, z), \quad (9)$$

con condiciones de contorno

$$\frac{\partial P^*}{\partial z} \Big|_{z=0,L} = g(x, y),$$

se utilizó un método pseudo-espectral que se describe brevemente a continuación. Se tomó una transformada bidimensional de Fourier de la Ec. (9) en las coordenadas  $x$  e  $y$ , lo cual es posible debido a las condiciones de contorno periódicas en los contornos laterales. Así se obtiene para cada par de números de onda,  $k_1$  y  $k_2$  una ecuación sólo dependiente de  $z$ . Si se transforman también la inhomogeneidad y las condiciones de contorno tendremos para cada par de números de onda:

$$[-K^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + h(z)\frac{\partial}{\partial z}]\hat{P}^*(k_1, k_2, z) = \hat{f}(k_1, k_2, z),$$

con condiciones de contorno

$$\frac{\partial \hat{P}^*(k_1, k_2)}{\partial z} \Big|_{z=0,L} = \hat{g}(k_1, k_2),$$

donde

$$K^2 = k_1^2 + k_2^2.$$

Escribiendo esta ecuación en diferencias finitas (solo hasta primer orden), el problema se reduce a resolver un sistema de ecuaciones lineales. Este sistema se resuelve invirtiendo la matriz del operador, que es tridiagonal de dimensión  $N_z^2$ , donde  $N_z$  es el número de puntos de grilla en  $Z$ . Luego antitransformando la solución obtenida, arribamos a la  $P^*$  buscada.

La ecuación diferencial (9) con condiciones de contorno para el gradiente de  $P^*$  tiene infinitas soluciones que difieren una de la otra por una constante. Si bien en las ecuaciones dinámicas este factor no modificará los resultados, para los cálculos termodinámicos es imprescindible ajustar dicha constante. En términos numéricos esto se traduce en el hecho de que la matriz con  $k_1 = k_2 = 0$  es singular. Para resolver este problema, se modifica un elemento en tal matriz antes de invertirla y la constante se ajusta, imponiendo que el promedio de  $P^*$  sobre el contorno sea cero, para minimizar la perturbación de la presión.

Un aspecto a considerar es la necesidad de incluir un término de la forma  $K_e \nabla^2$ , que cumple la función de un término de viscosidad en las ecuaciones de conservación (1), (3), (4) y (5). Otros métodos más sofisticados de incorporar la energía turbulenta han sido desarrollados [6] pero no se incluirán en esta primera etapa del trabajo. En el presente trabajo, el factor  $K_e$  es tomado como constante e igual en todas las ecuaciones.

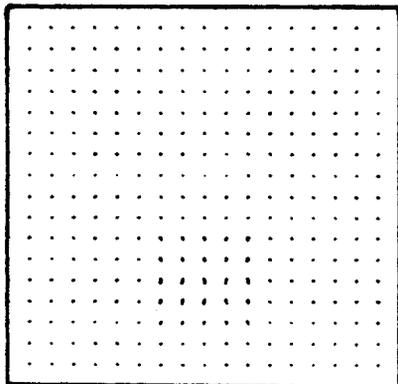
Como se ha mencionado anteriormente las condiciones de contorno laterales son periódicas para todas las variables. En el límite superior del dominio se tomaron

todas las perturbaciones iguales a cero y para la  $W$  la derivada normal cero. En el límite inferior las condiciones de contorno son iguales que en el superior pero con la variante que la  $W$  es igual a cero sobre el contorno.

Si bien físicamente se puede inicializar el modelo con cualquier par de variables termodinámicas y obtener las que utiliza el modelo a partir de éstas, numericamente no es así. Lo más conveniente es inicializar el modelo dando los perfiles de temperatura y de densidad iniciales. La convección fue originada con una perturbación en temperatura potencial en una región limitada del dominio.

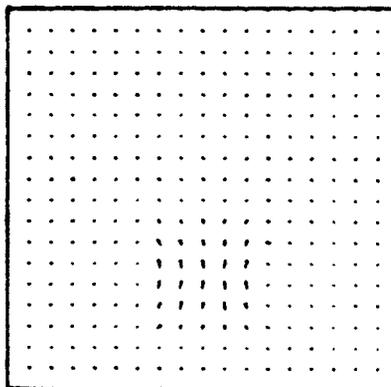
#### 2.4. El Código.

El código del programa fue realizado en FORTRAN y corrido sobre un computador NEXT. Cada ecuación es resuelta para todos los puntos de grilla en una rutina separada. El modelo simula 1 paso por minuto para el dominio de 16 puntos por lado pudiendo, optimizándose, reducirse a la mitad.



**Figura 2**

Plano XZ, Y=4Km, Exper.:PB, Tiempo: 4m.  
Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500m y un vector de esa longitud en el grafico es de 4m/s.



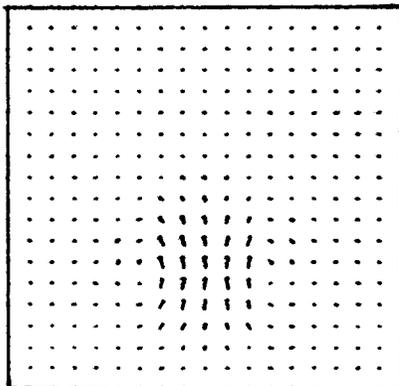
**Figura 3**

Plano XZ, Y=4Km, Exper.:PB, Tiempo: 6m  
Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500m y un vector de esa longitud en el grafico es de 4m/s.

#### 3. Resultados Preliminares.

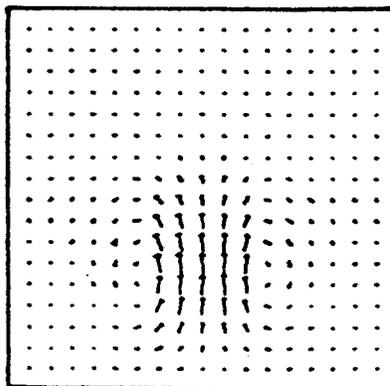
Luego de algunas pruebas generales del modelo se verificó que, el valor de la constante de viscosidad artificial  $K_e$  que producía una óptima estabilidad del modelo fue  $K_e = 100 \text{ m}^2/\text{s}$ . Para encontrar un valor apropiado para  $\Delta t$  se realizaron una

serie de test, luego de los cuales, empíricamente, se determinó que el óptimo valor estaba entre entre 10 s y 20 s. Todas las pruebas estuvieron limitadas a 15 minutos aproximadamente de tiempo real, ya que el modelo al ser no-precipitante no simula la etapa de madurez de la nube.



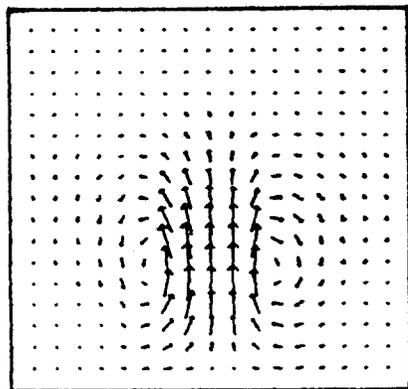
**Figura 4**

Plano XZ, Y=4Km, Exper.:PB, Tiempo: 8m  
Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500m y un vector de esa longitud en el grafico es de 4m/s.



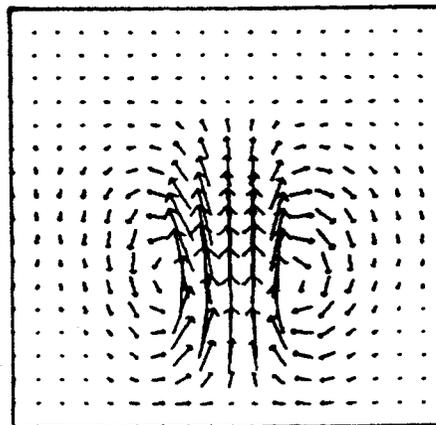
**Figura 5**

Plano XZ, Y=4Km, Exper.:PB, Tiempo: 10m  
Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500m y un vector de esa longitud en el grafico es de 4m/s.



**Figura 6**

Plano XZ, Y=4Km, Exper.:PB, Tiempo: 12m  
Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500m y un vector de esa longitud en el grafico es de 4m/s.



**Figura 7**

Plano XZ, Y=4Km, Exper.:PB, Tiempo: 14m  
Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500m y un vector de esa longitud en el grafico es de 4m/s.

Las Figuras 2 a la 7 muestran los campos de viento que se obtienen del modelo.

Las condiciones iniciales en este experimento fueron de inestabilidad absoluta, una perturbación inicial de temperatura de  $2^{\circ}\text{C}$  y una humedad relativa del 98% en el suelo disminuyendo con la altura a razón de 3% por km. En estas figuras se puede observar que la convección producida está en acuerdo cualitativo con observaciones en procesos reales.

En las figuras 8 a la 11 se presenta otro caso simulado con condiciones iniciales similares, donde se muestran diversos planos, a un tiempo fijo. En estas se puede ver la estructura interna de la convección que está también en acuerdo cualitativo con los resultados esperados.

Se realizaron tests para verificar la conservación del agua total ( vapor + agua líquida) dentro del dominio, encontrándose que ésta se conserva durante los 15 primeros minutos dentro de 1%.

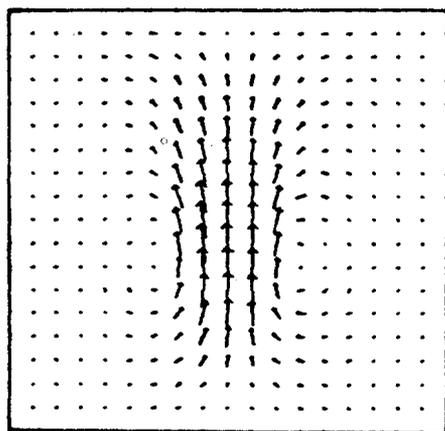


Figura 8

Plano XZ, Y=4Km, Exper.:PDO, Tiempo: 14m  
Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500m y un vector de esa longitud en el grafico es de 1m/s.

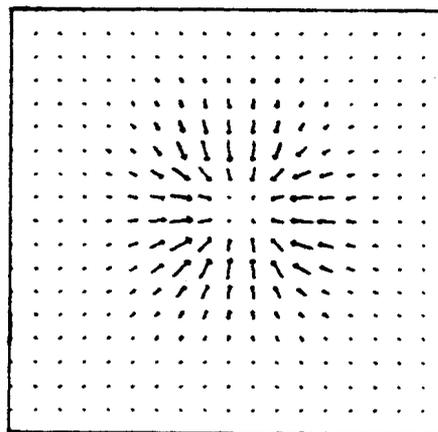


Figura 9

Plano XY, Y=2.5Km, Exper.:PDO, Tiempo: 14m  
Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500m y un vector de esa longitud en el grafico es de 1m/s.

#### 4. Crecimiento de hidrometeoros

Muchos estudios se han realizado sobre las trayectorias y crecimiento de partículas de hielo, dentro de una nube. Los primeros trabajos sobre el tema se realizaron utilizando campos de viento altamente idealizados y unidimensionales [7]. Con la disponibilidad de radares Doppler para estimar el campo de viento de una tormenta con algún detalle, trayectorias más complicadas y realistas han sido producidas [8], [9]. Sin embargo en estos estudios se utilizan campos de viento estacionarios. Aprovechando el hecho de contar, através del modelo descrito arriba, con un campo de viento 3-D no estacionario, en un futuro próximo los autores pretenden perfeccionar los modelos existentes de trayectorias y crecimiento de granizos.

Para poder determinar como evolucionará una partícula de hielo dentro de una nube convectiva, es necesario conocer los procesos microfísicos que intervienen en el crecimiento de un granizo en un entorno dado. Una partícula esférica, que se mueve con una velocidad terminal  $U$  respecto del aire, colecta gotitas de agua sobreenfriada existentes en la nube.

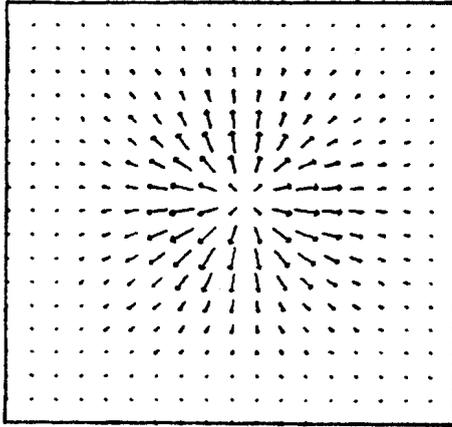


Figura 10

Plano XY, Y=5.5Km, Exper.:PDO, Tiempo: 14m  
Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500m y un vector de esa longitud en el grafico es de 1m/s.

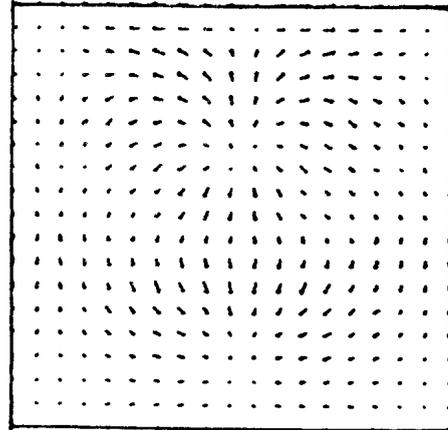


Figura 11

Plano XZ, Y=2.5Km, Exper.:PDO, Tiempo: 14m  
Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500m y un vector de esa longitud en el grafico es de 1m/s.

El agua colectada, bajo condiciones atmosféricas específicas, podrá congelar sobre la superficie del hidrometeoro y contribuirá al incremento de tamaño de este. Las ecuaciones que describen el crecimiento de un granizo, son derivadas a partir de las ecuaciones de balance de flujos de calor involucrados en el problema. Sobre la hipótesis de que la velocidad de crecimiento de una piedra de granizo, está limitada por la cantidad de agua que este es capaz de congelar, o sea, la velocidad a la cual el granizo puede disipar el calor latente de fusión entregado por las gotitas al congelar sobre la superficie. La disipación del calor se producirá debido a que, cuando las gotas congelan sobre el blanco, este eleva su temperatura y por lo tanto se establecerá un gradiente térmico entre el granizo y su entorno. Esto da lugar a un flujo de calor desde el blanco hacia el entorno. El otro factor que interviene en el intercambio de calor es la sublimación del hielo en un entorno sub-saturado. Mientras el granizo tenga capacidad de disipar todo el calor recibido, toda el agua colectada congelará sobre su superficie provocando un aumento de masa. En estas condiciones se dice que el granizo está creciendo en un régimen seco. En caso contrario, solo se congelará una fracción del agua recibida y el agua restante quedará depositada sobre la superficie en una delgada capa. En este caso la temperatura de la superficie es de cero grado y el régimen de crecimiento se dice que es húmedo. Cuando el calor recibido y disipado coinciden, la temperatura de la piedra es cero grado y se puede obtener un contenido de agua de nube "crítico"  $W_c$  tal que este

marque el límite entre el crecimiento seco y húmedo. Si  $W < W_c$  el crecimiento es seco y si  $W > W_c$  el crecimiento es húmedo. Estos son esencialmente los factores que deberán tenerse en cuenta para realizar el trabajo descrito antes.

### Conclusiones

El método de resolución de las ecuaciones del modelo aquí presentado se muestra apropiado y eficiente. Las simulaciones ya obtenidas son realistas y todo indica que al agregar la formulación microfísica se podrán extender hasta la madurez de la nube. Esto hará del modelo una herramienta útil en el estudio de procesos tales como crecimiento de hidrometeoros en la nube, electrificación de nubes etc. En conjunto con datos de experimentos con múltiples radares Doppler se podrá optimizar los parámetros del modelo con el objeto de llegar a utilizarlo en forma operativa, o sea de pronóstico.

De la breve revisión de los estudios sobre crecimiento de granizos, puede concluirse que es factible realizar una importante mejora, haciendo uso de los campos 3-D, dependientes del tiempo y mejorando también las ecuaciones de balance de calor.

### Agradecimientos

Los autores quieren agradecer al Dr. G. Caranti y a la Dra. O. Nasello por las valiosas colaboraciones en discusiones durante la realización del trabajo.

### Referencias

- [1] - Steiner J. T. : "A 3-D model of cumulus development", 1973. *J. Atmos. Sci.*, 30, 414.
- [2] - Orville H.D. and Sloan L.J. : "A numerical simulation of the life history of the rainstorm", 1970. *J. Atmos. Sci.*, 27, 1148.
- [3] - Newton, C. W. and Newton, H. R. "Dynamical interactions between large convective clouds and environment with vertical shear, 1959. *J. Meteor.*, 16, 483.
- [4] - Schlesinger, R. : "A 3-D numerical model of an isolated deep convective cloud: preliminary results", 1975. *J. Atmos. Sci.*, 32, 934.
- [5] - Schlesinger, R. : "A 3-D numerical model of an isolated thunderstorm part I, comparative experiments for variable ambient wind shear", 1978. *J. Atmos. Sci.*, 35, 690.
- [6] - Deardorff J. : "the use of subgrid transport equation in 3-D model of atmospheric turbulence" 1973. *J. Fluids Eng.*, 95, 429.
- [7] - Musil D.J. : "Computer Modelling of hailstone growth in feeder clouds", 1970. *J. Atmos. Sci.*, 27, 474.
- [8] - Rasmussen R.M and Heymsfield A.J. : "Melting and shedding of graupel and Hail. Part I : Model Physics", 1987. *J. Atmos. Sci.*, 44, 2754.
- [9] - Rasmussen R.M and Heymsfield A.J. : "Melting and shedding of graupel and Hail. Part II : Sensitivity study", 1987. *J. Atmos. Sci.*, 44, 2764.