

## **ALGORITMOS DE GRAFOS Y AUTÓMATAS CELULARES: APLICACIÓN A LA SIMULACIÓN DE ESCURRIMIENTOS.**

**Diego D. Dalponte\*, Pablo R. Rinaldi\*, Marcelo J. Vénere†, Alejandro Clausse†**

\*PLADEMA-CICPBA  
Universidad Nacional del Centro  
7000 Tandil, Argentina  
email: {ddalpont, prinaldi}@exa.unicen.edu.ar

†CNEA-CONICET  
Universidad Nacional del Centro  
7000 Tandil, Argentina  
email: {venerem, clausse}@exa.unicen.edu.ar

**Palabras clave:** Modelo hidrológico distribuido, Autómatas Celulares, Grafos, Escurrimiento superficial en llanuras.

### **Resumen:**

En el presente trabajo se introduce un novedoso algoritmo de escurrimiento superficial específico para zonas de llanuras. El modelo presentado se basa en la tecnología de autómatas celulares, de amplia utilización en la simulación de procesos naturales. A diferencia de la clásica grilla utilizada en la mayoría de los autómatas celulares, este modelo se implementa sobre una estructura de datos grafo.

Este diseño da una mayor flexibilidad al modelo de escurrimiento y al simulador permitiendo realizar diferentes tipos de discretizaciones con el objeto de mejorar la performance y dar diferentes niveles de detalle a la simulación. Algunas de estas mejoras fueron implementadas con éxito en este trabajo.

El modelo calcula la transferencia de agua entre células del autómata basándose en la ecuación hidráulica estacionaria discretizada en el tiempo incorporando un coeficiente de relajación. Este coeficiente regula el flujo de agua y que toma diferentes valores para los cursos de agua o para el terreno. El movimiento vertical de agua está determinado por una función de infiltración parametrizable a nivel de célula.

Para evaluar la respuesta del modelo se realizaron experimentos sobre escenarios sintéticos de los que se conoce su respuesta real aproximada y sobre eventos de tormenta reales de una cuenca de la provincia de Buenos Aires con muy buenos resultados.

## 1. INTRODUCCIÓN

En los cincuenta, Ulam y Von Neumann<sup>1</sup> concibieron la idea de una ingeniosa herramienta matemática denominada autómata celular (AC). Se dieron cuenta de que ciertos fenómenos complejos se pueden simular con la integración de células finitas, que interactúan de acuerdo a reglas simples basadas en consideraciones heurísticas. Las reglas de interacción que generalmente se aplican a los vecinos inmediatos, pueden o no guardar una semejanza con las leyes físicas que gobiernen el fenómeno. Sin embargo, para fluidos, se encontró que los promedios estadísticos tendían a la solución de las ecuaciones diferenciales parciales que se saben gobiernan la situación, típicamente la ecuación de Navier-Stokes<sup>2</sup>.

Desde entonces, la tecnología de AC ha sido utilizada con éxito para la simulación del movimiento de fluidos sobre una superficie como el modelo de simulación de escurrimiento de lava volcánica SCIARA o el modelo de escurrimiento por inventario hidrológico AQUA<sup>3</sup>. La mayoría de estas aplicaciones representan el espacio como una grilla regular o matriz, mientras que el espacio de aplicación tiene forma irregular. Este tipo de estructuras rígidas imponen muchas restricciones a los modelos, como la necesidad de incluir en la representación o en la simulación celdas que no corresponden al área de estudio, con el consecuente uso ineficiente de los recursos como memoria y tiempo de CPU o la imposibilidad de contar con celdas de diferentes formas o tamaños.

En el presente trabajo se muestra un algoritmo para simular el escurrimiento superficial basado en autómatas celulares que utiliza para la representación interna una estructura de datos más flexible: un grafo no dirigido.

En este modelo denominado AQUA-GRAPH, cada célula o autómata está representado por un nodo y las relaciones de vecindad entre éstos por los arcos. La transferencia de agua entre celdas unidas se calcula en base a la ecuación hidráulica estacionaria discretizada en el tiempo. El volumen de agua transferido en un paso depende de la diferencia de alturas totales y al costo del arco. Las variables de escurrimiento tales como la rugosidad del suelo, se implementan en el modelo con un coeficiente de relajación alfa que se asigna a las conexiones.

El algoritmo presentado conserva la filosofía de los modelos AQUA de utilizar una descripción detallada del terreno con una formulación matemática simple para preservar las pequeñas depresiones que rigen el escurrimiento superficial en las llanuras, pero mejora en muchos aspectos como el nivel de detalle, la flexibilidad y la performance. La estructura de datos utilizada permite dividir el área de estudio en sub-áreas para ser tratadas de forma diferente, también permite construir redes de autómatas con formas irregulares, reduciendo el número de celdas a tratar y por ende la cantidad de cálculos a realizar.

## 2. EL AUTÓMATA AQUA -GRAPH

Esta representación interna del AQUA-GRAPH se construye a partir de la grilla del Modelo Digital de Elevación (MDE), que consiste en un campo escalar  $h(x, y)$ , asociado a una

grilla bidimensional. El campo  $h(x, y)$ , representa la coordenada vertical promedio de cada celda espacial. Siguiendo el paradigma de AC, el estado superficial de cada celda está determinado por un escalar  $w(x, y)$ , que representa en este caso el nivel de agua en la celda ( $x, y$ ).

Con cada celda de la grilla se construye un nodo del grafo donde se almacenan los niveles de cota del terreno, niveles de agua y de capacidad de infiltración. Posteriormente se agregan arcos bi-direccionales entre nodos vecinos en los sentidos vertical y horizontal (Figura 1), a los cuales se asocia un costo correspondiente a la resistencia al escurrimiento. Esta resistencia al escurrimiento se calcula como la media de las resistencias superficiales de las celdas que une (vegetación, rugosidad, etc.).

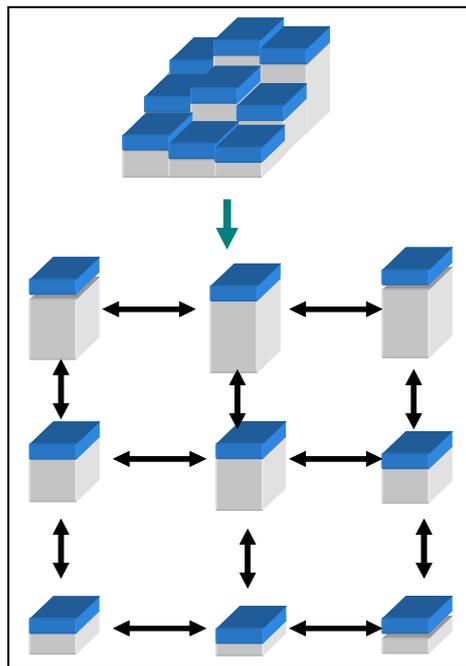


Figura 1: Esquema de construcción del grafo a partir de la grilla.

Para cada nodo del grafo se debe establecer si éste pertenece al terreno o a los cursos de agua. Por último, se recorren todas las celdas del río realizando conexiones diagonales entre celdas para que no se produzcan cortes en el cauce. (Ver Figura 2).

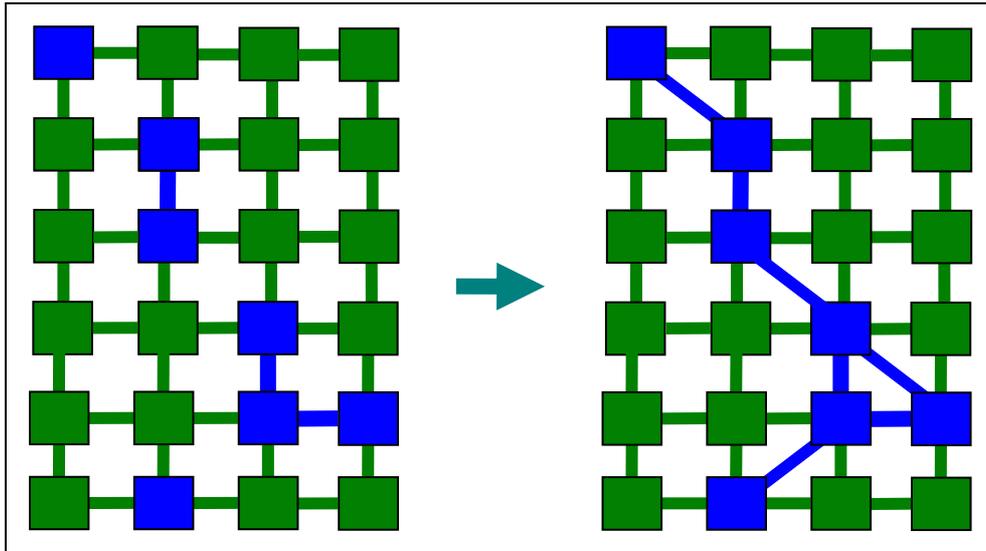


Figura 2: Identificación de nodos y arcos del río en el grafo y reconstrucción de los cauces.

Una vez construido el grafo, cada celda se comporta como un recipiente cerrado que se comunica con otros cuatro, abriendo y cerrando las conexiones dejando que el agua fluya debido a la diferencias de altura.

## 2.1 Modelo de escurrimiento superficial

El algoritmo calcula la transferencia de agua entre celdas unidas en base a la ecuación hidráulica estacionaria discretizada en el tiempo (Figura 3). El volumen de agua transferido en un paso depende de las diferencia de alturas totales (terreno más agua) y del costo del arco.

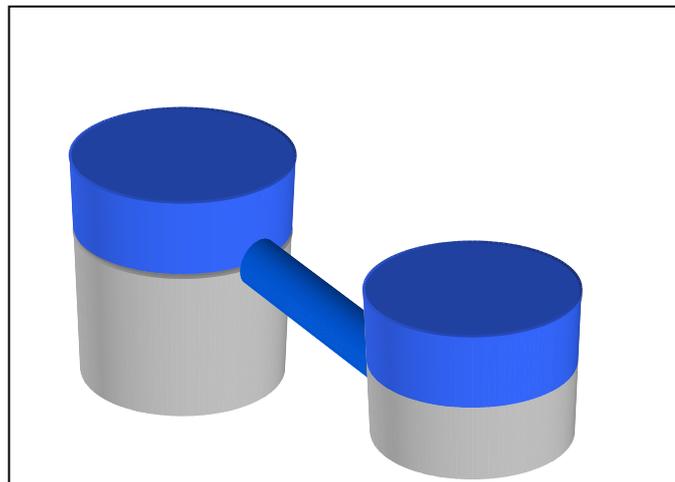


Figura 3: Dos celdas del modelo y el arco de comunicación entre ambas.

Los pasos del algoritmo de escurrimiento son los siguientes:

1. Para cada celda se crea una lista con las vecinas capaces de recibir agua, o sea, con la altura inferior a la del nodo que se está analizando, llamado “entorno” (Fig 4).
2. Para cada celda y su entorno se calcula cual sería la altura de agua si todo el líquido escurriera a su mínima posición, llamada altura de drenado.
3. Para cada celda se determina la cantidad de agua posible de transferir como la diferencia entre la altura del actual del nodo y la altura de drenado (si este valor es mayor que el total del agua de la celda obviamente el valor se fija en éste último).
4. Se calcula el máximo de agua que le corresponde a cada nodo vecino repartiendo el total transferible (calculado en 3) pesando con la raíz cuadrada de la diferencia de alturas con la celda madre.
5. Finalmente a cada celda se le transfiere un porcentaje del máximo transferible dado por el costo del arco correspondiente (coeficiente de relajación).

Debe mencionarse que la actualización del nivel de agua se realiza simultáneamente en paralelo en todas las celdas.

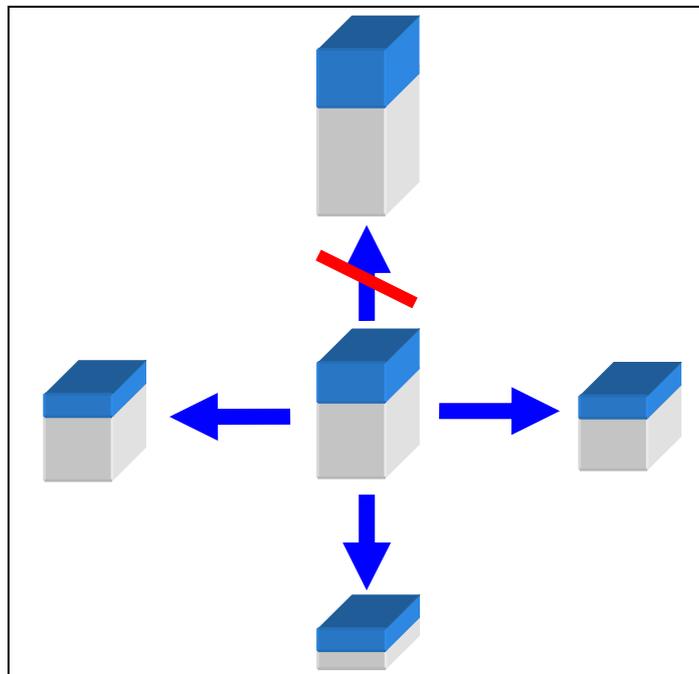


Figura 4: Análisis de una celda (centro) y las vecinas con posibilidad de recibir agua.

### 2.3 Fuentes de agua

Los procesos de precipitación e infiltración se modelan como fuentes/sumideros. La precipitación simplemente se agrega a cada celda de acuerdo con un esquema temporal predeterminado, que puede representar datos observados o escenarios hipotéticos.

El proceso de infiltración es más complicado que el de precipitación, cada tasa depende del estado de saturación del suelo, el cual cambia cuando al infiltrar agua. Para

simular este efecto, es necesario registrar el agua infiltrada en cada celda,  $I(x,y)$ . El volumen de infiltración para el paso de tiempo  $n$  se calcula como:

$$I_n(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } w(x, y) = 0 \\ w(x, y) & \text{si } 0 < w(x, y) < \beta I_{n-1}(x, y) + I_o(x, y) \\ \beta I_{n-1}(x, y) + I_o(x, y) & \text{si } w(x, y) \geq \beta I_{n-1}(x, y) + I_o(x, y) \end{cases} \quad (1)$$

Donde  $I_o(x,y)$ , es la infiltración base, y  $\beta$  es un coeficiente que representa la característica de saturación del suelo ( $0 < \beta < 1$ ). Valores pequeños de  $\beta$  significan que el suelo se saturará más rápido. La infiltración inicial  $I_i$ , viene dada por las condiciones iniciales del suelo y debería ser ingresada por el analista.

## 2.4 Modelado de ríos y arroyos

Los ríos y arroyos de agua se simulan en modelo AQUA-GRAPH reduciendo la resistencia al flujo a lo largo de los cursos de agua correspondientes. Por consiguiente, el valor de  $\alpha$  para cada arco del grafo que pertenece al río se calcula como una función de la altura de agua promedio de los nodos que comunica, lo que representa la influencia del perfil del lecho del río sobre el flujo.

Como existen numerosos factores que afectan esta relación (perfil del lecho, características del suelo, vegetación acuática, etc.) un modelo integral requeriría la definición de una función para cada celda. Sin embargo, esto es prácticamente imposible cuando se modelan grandes extensiones de terreno. Como alternativa, se pueden definir familias de funciones- $\alpha$  por regiones, cuyos parámetros pueden ser determinados comparando los cálculos numéricos con datos experimentales.

Una familia de funciones que muestra una buena aproximación a las mediciones de caudal de los arroyos del sur de la Provincia de Buenos Aires es la siguiente:

$$\alpha_{rio} = \left( \frac{1}{\left[ 1 + \left( \frac{H_0}{H} \right)^p \right]^n} \right) \quad (2)$$

donde  $H_0$ ,  $p$  y  $n$  son parámetros constantes.

Para los eventos sintéticos se utilizó una ecuación simplificada cuadrática, basada inicialmente en el modelo AQUA anterior, ya que el canal a simular es rectangular y de rozamiento mínimo.

## 2.4 Condiciones de contorno

Se aplican condiciones de borde abierto al contorno externo de la región simulada. Esto se implementa agregando un borde auxiliar de celdas, con elevación substancialmente

inferior a las adyacentes del terreno. El volumen de agua contenido en el borde adicional es eliminado a cada paso del algoritmo para evitar acumulaciones a largo plazo. Para lograr un correcto balance de masas global, es muy importante que el dominio de simulación sea más grande que la cuenca en estudio, para permitir que los límites de cuenca se determinen automáticamente.

### **3. TÉCNICAS DE DISCRETIZACIÓN Y SIMPLIFICACIÓN APLICABLES AL MODELO**

La flexibilidad del modelo y de la estructura utilizada permite utilizar diferentes discretizaciones y simplificaciones con el fin de acelerar el proceso de simulación y mejorar la performance. Algunas de estas técnicas ya han sido implementadas con éxito al simulador como la diferenciación de escalas temporales y otras están en fase de análisis.

#### **3.1 Escalas temporales diferentes:**

La estructura de grafo permite simular de manera separada el escurrimiento en el terreno y en el río utilizando diferentes escalas temporales y estableciendo puntos de sincronización donde los resultados de ambas simulaciones son actualizados entre sí. La idea es dar más precisión al algoritmo en las zonas más importantes como los cauces aplicando una escala temporal pequeña a un paso del algoritmo y una precisión menor a las celdas del terreno. Para esto, el grafo principal se divide en dos sub-grafos con arcos comunes entre sí y por cada ciclo del grafo del terreno, se realizan varios ciclos de simulación en el grafo del río.

Dado que la cantidad de celdas de río es generalmente menor al 1% del total, al aumentar la escala temporal a las celdas del terreno, se logra una aceleración casi lineal del proceso global de la simulación.

En la práctica, se utiliza la misma relación temporal para el grafo del río, mientras que se reduce la cantidad de pasos en el grafo del terreno en una relación que de ahora en más denominaremos aceleración. Para obtener resultados equivalentes, al aplicar una aceleración al terreno, se debe aumentar en la misma relación el valor de alfa utilizado. Esto pone un límite a la aceleración ya que el valor de alfa debe ser menor o igual a uno.

En la etapa de validación se realizaron varias simulaciones de un mismo evento con diferentes valores de aceleración entre 1 y 20. Con un valor de aceleración igual a 20 se obtuvo prácticamente la misma curva de respuesta en un tiempo 16 veces menor. Los detalles del evento simulado y los hidrogramas se detallan en la sección 4.1.

#### **3.2 Eliminación de nodos y condiciones de contorno:**

Un beneficio importante del modelo de grafos es la facilidad para construir redes de autómatas con formas irregulares. Para ello, una vez construido el grafo regular, se pueden eliminar nodos que no pertenezcan a la cuenca que fueron ingresados inicialmente ya que el MDE es rectangular.

En cuanto a las condiciones de contorno, los bordes cerrados quedan determinados directamente con la ausencia de arcos que conecten con ese borde, y los bordes abiertos (sumideros) se logran conectando con una línea de nodos de altura muy baja (Figura 5).

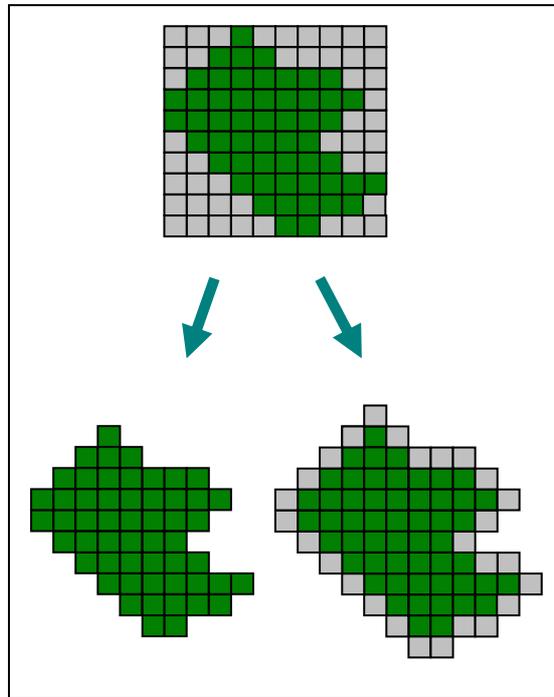


Figura 5: Eliminación de nodos y condiciones de contorno (izquierda cerrada, derecha abierta).

### 3.3 Agrupación de celdas:

El grafo permite también discretizar el terreno en celdas de diferentes tamaños y formas ya que esta clase de representación separa las relaciones de vecindad de las características morfológicas del área representada por un nodo. Esto nos permitiría dar diferentes niveles de detalle al MDE.

1. Celdas vecinas con características similares se unen.
2. Si existen varios arcos que unen a las mismas celdas, se unifican variando las características de esta nueva unión.
3. Las celdas deben contener información del tamaño, el cual debe ser tenido en cuenta por el algoritmo de escurrimiento.

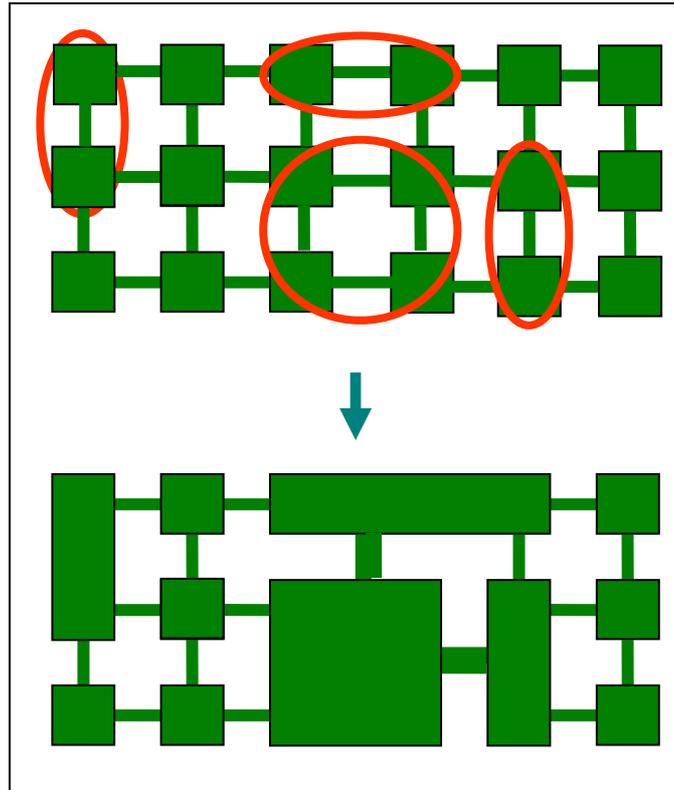


Figura 6: Esquema de agrupación de nodos.

## 4. VALIDACIÓN DEL MODELO

### 4.1 Modelos sintéticos

Con el objeto de evaluar la coherencia de la teoría, el presente modelo fue comparado con el HEC-1<sup>4</sup>, un reconocido simulador de escurrimiento superficial. La prueba se realizó sobre el escenario sintético que se muestra en la figura 7, que consta de un simple plano inclinado con un canal adjunto. El tamaño del plano es de 8.800 por 11.000 metros con una pendiente de 0,0085. El agua fluye hacia un canal rectangular de 5 metros de ancho con una pendiente de 0,0025.

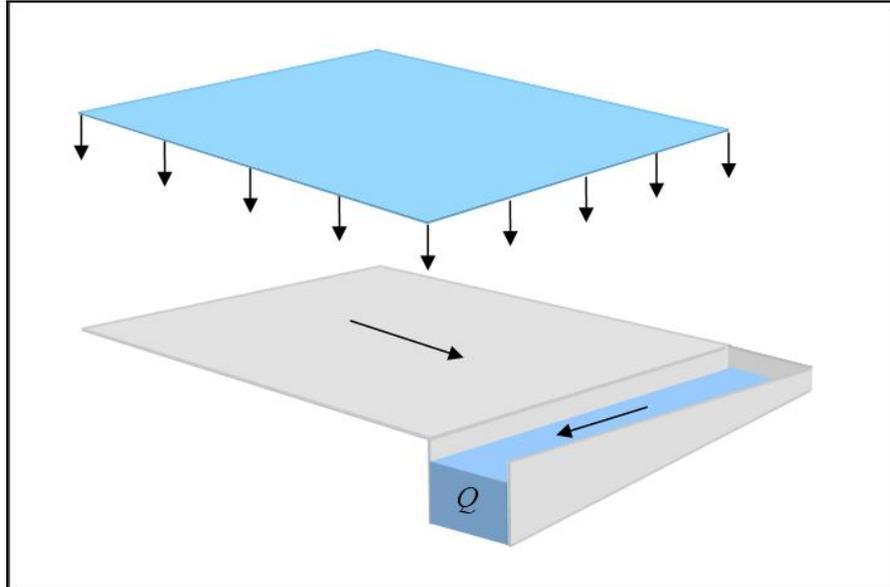


Figura 7: Modelo sintético de plano inclinado y canal de desagote

Los parámetros utilizados en la simulación se muestran en la tabla 2, los parámetros  $A_0$  y  $N$  corresponden a la ecuación simplificada de variación del alfa del río en el canal:

$$\alpha_{\text{rio}} = H^N * A_0 \quad (3)$$

Los coeficientes de rugosidad de *Manning* utilizados en el HEC-1 para el plano y el canal son 0,02 y 0,01 respectivamente, lo que corresponde a una rugosidad mínima. La figura 8 muestra el caudal de salida del canal para un pulso de lluvia de 5 mm/hora durante 10 horas sobre la superficie del plano. Los puntos corresponden a la respuesta del modelo HEC-HMS mientras que las curvas corresponden al modelo AQUA-GRAPH con diferentes valores de aceleración. Puede verse que el modelo se ajusta correctamente a los resultados estándar.

Parámetro	Sintético	Sintético acelerado
$\alpha$	0,05	1
Aceleración	1	20
$A_0$	0,1	0,1
$N$	2	2
$I_0$ (mm/hora)	0	0
$I_1$ (mm/hora)	0	0
$\beta(x,y)$	0	0

Tabla 2. Parámetros utilizados en las simulaciones de los casos sintéticos.

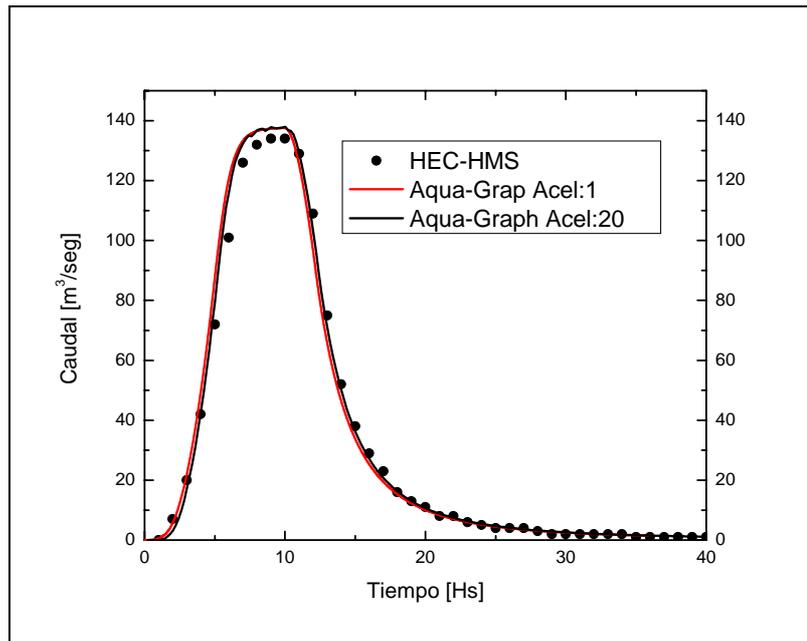


Figura 8: Hidrograma de caudal a la salida del canal.

#### 4.2 Aplicación a eventos reales

El modelo AQUA-GRAPH se aplicó a una región de llanura ubicada en el centro de la provincia de Buenos Aires, Argentina. Entre los 36° 8' y los 37° 22' de latitud sur y entre los 58° 49' and 60° 10' de longitud Oeste. Su extensión es de aproximadamente 150 Km en la dirección Sudoeste-Noreste y de 40 Km de ancho compuesta por una gran planicie con pequeñas sierras en el límite sur, donde nace el río Azul. La pendiente promedio es del 5% en la zona sur y de menos del 0,2% en la llanura <sup>5</sup>.

Como dato input de la geometría de la cuenca se utilizó un MDE con mediciones de interferometría radar construidas de imágenes satelitales correspondientes a la misión ERS Tandem en 1997. Los detalles del procesamiento involucrado en la construcción del MDE se describen en (Euillades y Vénere 2003)<sup>6</sup>. El tamaño de celda del modelo resultante que se muestra en la figura 9 es de 80 m. En la región baja se observan numerosas depresiones, las cuales serán responsables más adelante de los estancamientos de agua.

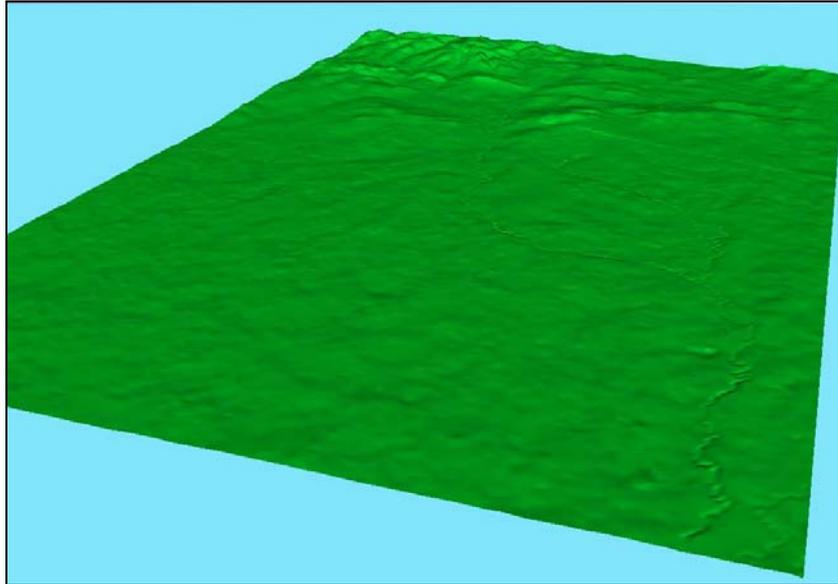


Figura 9: MDE de la zona de estudio construido con interferometría radar.

La región modelada en este estudio es la cuenca del arroyo Santa catalina, que es un tributario del Río Azul. La longitud de la cuenca es de 32 km, y drena 158 km<sup>2</sup> de los sectores superior y medio de la cuenca del río Azul. La pendiente típica en la cuenca alta es de entre 1 y 10 % (afloramientos rocosos), mientras que valores del 0,1 a 1 % caracterizan la zona media.

El modelo se validó con eventos de inundaciones ocurridos en Mayo, Agosto y Octubre, 2002. Se cuenta con los siguientes datos hidrológicos para cada evento:

- Precipitación acumulada proveniente de pluviómetros distribuidos a lo largo de la cuenca.
- Hydrogramas de la cuenca Santa Catalina calculados de la curva HQ utilizando datos de nivel de agua medidos en la salida de la cuenca.
- Nivel freático previo a la lluvia.

La figura 10 compara la precipitación acumulada de los tres eventos. El evento de Otoño (Mayo) es el de mayor magnitud y muestra un patrón de secuencia de intensas lluvias. Los eventos de invierno (Agosto) y primavera (Octubre) son más breves.

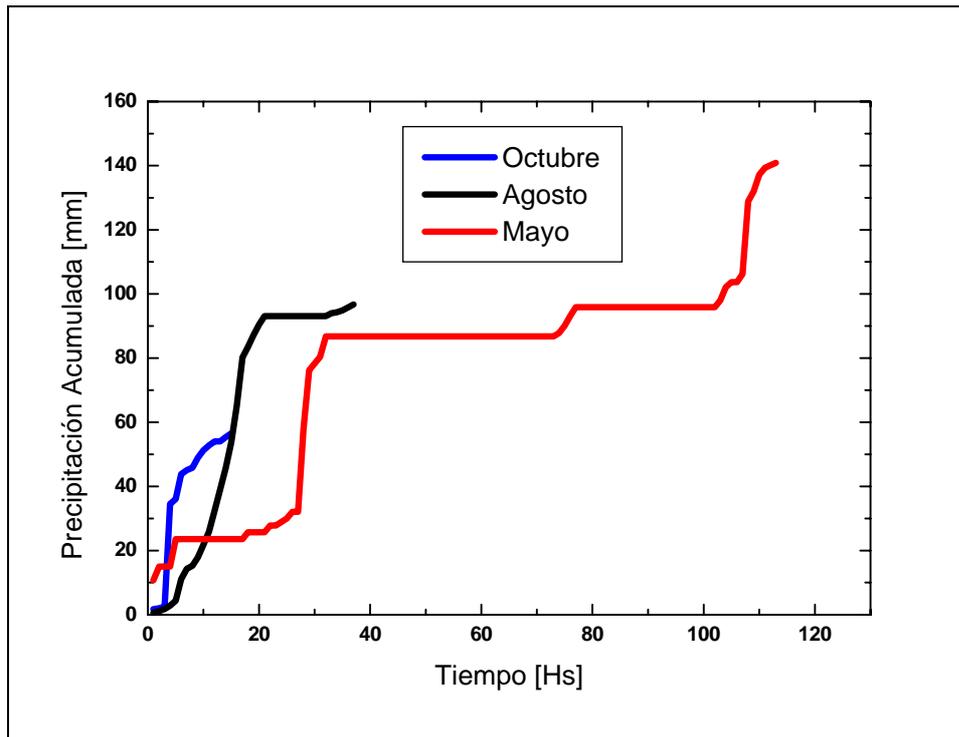


Figura 10: Precipitación acumulada para cada evento.

### 4.3 Calibración de los parámetros del modelo:

Para determinar la escala de tiempo adecuada para el proceso de escurrimiento (i.e. duración eral de cada escala de tiempo) es necesario comparar la respuesta numérica con mediciones experimentales de eventos reales. Los datos utilizados corresponden a la respuesta de la cuenca a una lluvia intensa por un período de tiempo breve (e.g. pulso de precipitación), que produce una onda de flujo río abajo. Los parámetros fijos del modelo fueron calibrados de la misma forma para minimizar las diferencias entre las simulaciones numéricas y los datos actuales.

Las figuras 11, 12 y 13 muestran los hietogramas de precipitaciones en barras correspondientes a los milímetros de agua promedio por hora. Los puntos sólidos en los gráficos representan el flujo de descarga de la cuenca al río principal. La tabla 3 muestra los valores resultantes de los parámetros efectivos. Es importante notar que, con la excepción de la resistencia al flujo del terreno ( $\alpha$ ), todos los parámetros son independientes del evento, lo que indica la robustez del modelo.

Los escenarios utilizados para la calibración son muy diferentes entre sí, el evento de Octubre es una típica lluvia de de primavera relativamente tranquila y breve, el de Agosto es el típico de invierno, con precipitación más intensa durante un cierto período de tiempo y el de Mayo es el más interesante porque en realidad son dos eventos consecutivos separados por 80 horas. En este último evento, la primera lluvia satura la capacidad de absorción del suelo cambiando las condiciones para la segunda lluvia. Esta clase de eventos es muy difícil de

simular con modelos que utilizan histogramas netos basados en números de curvas que tienen en cuenta vegetación e infiltración (eg., HEC-HMS).

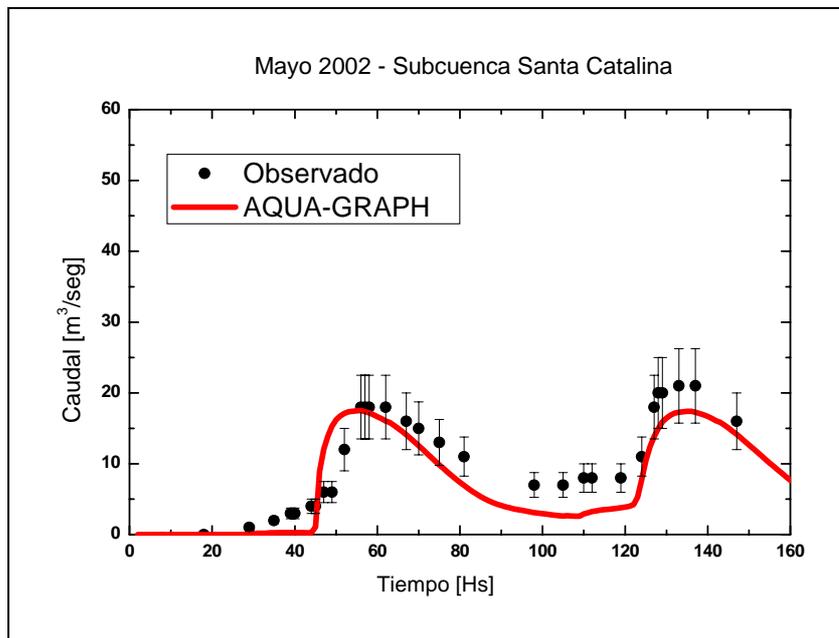


Figura 11: Caudal observado (puntos) y calculado (curva) en la salida de la cuenca del Santa Catalina para el evento de Mayo de 2002.

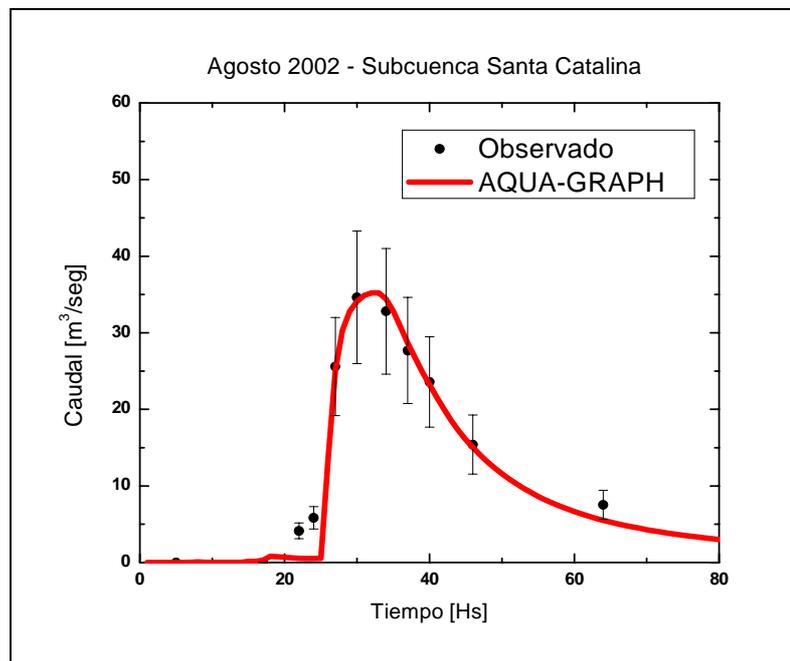


Figura 12: Caudal observado (puntos) y calculado (curva) en la salida de la cuenca del Santa Catalina para el evento de Agosto de 2002.

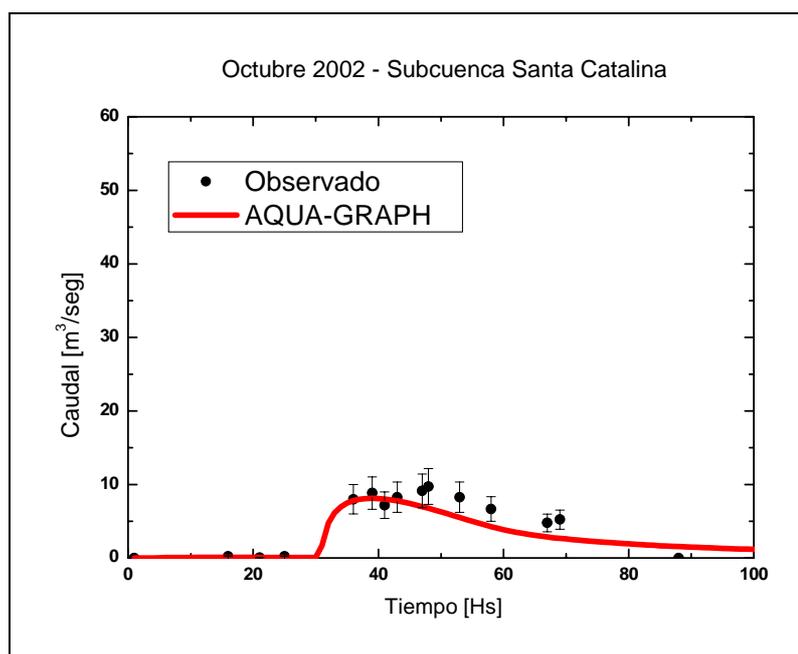


Figura 12: Caudal observado (puntos) y calculado (curva) en la salida de la cuenca del Santa Catalina para el evento de Octubre de 2002.

Puede verse que la simulación reproduce correctamente las mediciones. La calibración se logró con parámetros uniformes para toda la cuenca en lo que tiene que ver con el modelo de infiltración y la ecuación aplicada al río. Para el coeficiente de relajación del terreno, se utilizó una diferenciación aproximada entre la cuenca alta y la cuenca baja, aplicando un coeficiente de rugosidad mucho menor a la parte alta donde hay menor vegetación y mayores afloramientos rocosos. Este coeficiente también tiene una relación con la época del evento en cuanto a la vegetación existente.

Parámetro	MAYO 2002	AGOSTO 2002	OCTUBRE 2002
$\alpha$ Cuenca Alta	0,035	0,5	0,03
$\alpha$ Cuenca Baja	0,0035	0,05	0,003
Aceleración	10	10	10
$H_o$	2,2	2,2	2,2
$p$	5	5	5
$n$	1/3	1/3	1/3
$I_o$ (mm/hora)	0,5	0,5	0,5
$I_1$ (mm/hora)	4	4	4
$\beta(x,y)$	0,999	0,999	0,999

Tabla 3. Parámetros utilizados en los eventos reales.

Es interesante notar que aunque el modelo presentado no incluye un coeficiente de almacenamiento superficial (como la mayoría de los modelos), las mediciones se reproducen

con bastante precisión. La razón de esta efectividad es que los cálculos se basan en una representación topológica digital definida sobre una malla muy fina, que captura las depresiones del terreno responsables del almacenamiento de agua en la superficie.

## **5. CONCLUSIONES**

Se presentó un autómata celular que reproduce el flujo superficial sobre cuencas hidrológicas de llanura. El autómata se implementa sobre un grafo no-dirigido donde cada nodo representa una célula y las relaciones de vecindad se definen por arcos. El flujo natural del agua se determina en base a la ecuación hidráulica estacionaria discretizada en el tiempo, reproduciendo en la imagen global el comportamiento macroscópico del flujo superficial actual en terrenos reales.

Dado que las propiedades del flujo superficial están determinadas por la topología a baja escala, el dominio debe ser particionado en pequeñas celdas. La resistencia al flujo del terreno se caracteriza por un parámetro de relajación que determina que tan rápido se desplaza el agua. Las propiedades de infiltración se modelan en términos de una función local.

La estructura de datos utilizada permite dar diferentes niveles de detalle a la simulación, dividiendo el dominio en sub-grafos con diferentes escalas espaciales y temporales. Esto permite mejorar notablemente la performance sin perder calidad en los resultados de las simulaciones.

Tres eventos de lluvias intensas se simularon y se compararon con registros consistentes y completos. El modelo muestra un excelente desempeño para describir ondas de crecida, incluyendo un evento doble donde la primera inundación cambia el estado de saturación del suelo para la segunda onda.

## **6. AGRADECIMIENTOS**

Este proyecto fue financiado por la Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires (CICPBA) y la Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA). Las imágenes satelitales fueron cedidas por la Comisión Nacional de Actividades Espaciales (CONAE). Los autores desean agradecer especialmente el apoyo del Instituto de Hidrología de Llanuras (IHLLA), responsable de los datos mostrados en este artículo.

## **7. REFERENCIAS**

1. Cooper, N.G. (ed.). 1987. Los Alamos Science Special Issue, 1987. Los Alamos National Laboratory, New Mexico.
2. Wolfram, S. 1986. Cellular automata fluids. *Journal of Statistical Physics* 45, 3-4.
3. Vénere, M. J., Clausse, A., Dalponte, D., Rinaldi, P., Cazenave, G., Varni, M., Vives, L., Usunoff, E., 2004. Simulación de Inundaciones en Llanuras. Aplicación a la Cuenca del Arroyo Santa Catalina-Azul. *Mecánica Computacional*, Vol XXIII, pp.1135-1150.
4. HEC-HMS: Modelo hidrológico desarrollado por el U. S. Army Corps of Engineers.
5. Sala, J. M., Kruse, E., Agugliano R., 1987. Investigación hidrológica de la Cuenca del Arroyo Azul, Provincia de Buenos Aires. CIC, Informe 37.

6. Euillades, P., Vénere, M. 2003. Corrección de modelos de elevación en base a un conjunto de puntos seguros. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 19, 33-43.