

**USO DE PSEUDO-CONCENTRACIONES PARA
EL ANÁLISIS DE PROCESOS TRANSITORIOS
DE CONFORMACIÓN PLÁSTICA DE METALES**

H. J. ANTÚNEZ

S. R. IDELSOHN

Grupo de Mecánica Computacional

Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química

(CONICET - UNL)

RESUMEN

Se aplica el método de la pseudo-concentración, para el análisis de procesos transitorios. Al mantener una formulación euleriana se tiene un modelo simple y de fácil manejo, especialmente por no requerir regeneración de la malla al avanzarse en el proceso de deformación plástica. Se amplía el rango de aplicabilidad del método a procesos no confinados y con diversas superficies libres. Se modela una laminación de tubos sin costura y un proceso de forja libre. Se comparan y analizan resultados con datos experimentales y con los obtenidos por otros métodos.

ABSTRACT

The Pseudo-Concentration Method is applied to the analysis of transient processes. By means of keeping an Eulerian formulation a simple, easy to handle, model is obtained, most of all for not requiring remeshing after a certain amount of plastic deformation. It is enlarged the range of applicability of the method to non confined and with several free surfaces processes. A seamless tube rolling process and a cylinder upsetting are modelled. Experimental data and results obtained by other methods are used to compare and discuss the performance of the model.

INTRODUCCIÓN

Uno de los enfoques más difundidos para estudiar problemas de conformado plástico de metales es la llamada formulación de flujo, en la que se considera al metal como un fluido no newtoniano [1]. Este modelo se aplica en casos en que las deformaciones elásticas son despreciables frente a las plásticas, y la ecuación constitutiva que se introduce es la de un material rígido-viscoplástico. Así tenemos:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2\mu} s_{ij} \quad (1)$$

donde

$\dot{\epsilon}_{ij}$	tensor velocidad de deformación
s_{ij}	tensor desviador de tensiones
$\mu = \mu(\sigma_Y, \dot{\epsilon}, n, \gamma)$	viscosidad
$\sigma_Y = \sigma_Y(T, \dot{\epsilon}, \sigma_m)$	tensión de fluencia
$\dot{\epsilon} = \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}}$	segundo invariante del tensor velocidad de deformación
γ	parámetro de fluidez
n	exponente de la ley viscoplástica

Como variables primarias tenemos velocidades y presiones (y en su caso, también temperaturas). Las condiciones de contorno se dan fijando velocidades

$$\underline{u} = \underline{u}^*, \quad \text{en } \Gamma_u \quad (2)$$

o bien tensiones

$$\underline{t} = \underline{t}^*, \quad \text{en } \Gamma_t \quad (3)$$

A esta altura pueden resolverse procesos que alcanzan un estado estacionario, como extrusión o laminación de piezas largas.

Quando se desea modelar procesos transitorios es necesario integrar en el tiempo las velocidades que se obtienen para cada instante y de allí calcular la geometría para el paso siguiente de tiempo, en el que se vuelve a obtener un nuevo campo de velocidades y presiones. En este proceso de cálculo debe tenerse en cuenta que en estos problemas los términos dinámicos suelen ser despreciables, por lo que es posible hallar una solución en cada instante como si fuera independiente del tiempo.

Para realizar la integración temporal existen diversas alternativas. La más inmediata es adoptar una descripción material, y actualizar las coordenadas de los nodos en función de su velocidad. Con este enfoque han trabajado Zienkiewicz [1] y Kobayashi [2], entre otros. Presenta el inconveniente de la distorsión que acumulan los elementos, que al cabo de un cierto número de pasos obliga a regenerar la malla. Para eludir esta regeneración, Huetink [3] ha propuesto una formulación mixta de Euler-Lagrange. En ella la malla no se deforma con el material sino siguiendo una velocidad arbitraria que se asigna a los nodos de manera de que el contorno siga en cada momento la forma del material, pero evitando que los elementos se distorsionen excesivamente. Así se busca conciliar las ventajas de ambos enfoques: se pueden aplicar fácilmente las condiciones de contorno, mientras se utilizan coordenadas espaciales. Sin embargo, la velocidad arbitraria que debe asignarse a la malla suele requerir bastante experiencia por parte del usuario.

Resulta atractiva la idea de poder plantear íntegramente el problema en una formulación euleriana de manera de no requerir en absoluto regeneración de la

malla de elementos. En el caso de evitarse esta regeneración en una formulación Euler-Lagrange gracias a una adecuada elección de la velocidad de la malla, no puede evitarse la distorsión de los elementos por tener éstos que seguir la forma de la pieza a lo largo del proceso de conformado.

Entre otras alternativas para conciliar la deseada formulación de Euler con elementos que no se distorsionan, y que permiten seguir la forma de la pieza en cada momento, recientemente Thompeon [4] ha propuesto lo que llamó el "método de la pseudo-concentración". Se basa en el hecho de que es más fácil seguir el movimiento de la interfaz entre dos materiales en coordenadas espaciales, que el de una superficie libre en coordenadas materiales. Sobre esta base, se discretiza el dominio inicialmente ocupado por el material y también el que irá ocupando a lo largo de la deformación. La parte del dominio no ocupada por el material se supone llena de un material ficticio de viscosidad muy baja en relación con la del metal, de manera de no afectar el flujo de éste. Se halla el campo de velocidades del conjunto para el estado inicial, y se asigna en todo el dominio un campo escalar tal que una isocurva determinada del mismo identifique la interfaz entre el metal y el material ficticio. A este campo escalar se le puede asignar el sentido de una pseudo-concentración, que le da nombre al método. Con el campo de velocidades hallado se resuelve la ecuación de transporte sin difusión de esta pseudo-concentración, para un paso de tiempo. Se busca entonces la nueva posición de la isocurva que identifica la superficie libre y se resuelve otra vez el problema en velocidades y presiones, a tiempo constante, y así sucesivamente.

El objeto de este trabajo es ampliar el rango de aplicabilidad de este método. Hasta el presente se han tratado procesos confinados en los que el metal debe llenar el espacio encerrado entre las dos mitades de una matriz. Como se mostrará en las aplicaciones, hemos modelado procesos no confinados y con superficies libres como condiciones de contorno en una gran parte del problema.

DESARROLLO

Habiendo hecho la discretización del dominio global y ubicado el metal y el material ficticio en el mismo, minimizamos el funcional que da la potencia absorbida en la deformación, para el tiempo t_n :

$$\delta \Pi = \delta \int_{\Omega} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} d\Omega = 0 \quad (4)$$

de donde se obtienen las velocidades y presiones para esa configuración, u_n, p_n . Cuando se trata de problemas en los que es importante el acoplamiento térmico resolvemos simultáneamente el balance de energía térmica [5].

Para avanzar un paso de tiempo, $t_n \rightarrow t_{n+1}$ se realiza el transporte advectivo del campo escalar de pseudo-concentraciones:

$$\frac{Dc}{Dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + (u - u_M) \cdot \nabla c = 0 \quad (5)$$

de donde obtenemos $c_{t_{n+1}}$. En (5), u_M representa la velocidad que debe darse a la malla para que el contorno pueda seguir el movimiento de las superficies de trabajo. Como éste suele ser fácil de describir (avance de un pistón, descenso de un martillo, cierre de las dos mitades de una matriz), la definición de esta velocidad es una tarea sencilla. La aplicación de este método se ha llevado a cabo partiendo de

la formulación de flujo para estados estacionarios, con elementos de tipo Lagrange, en velocidad y presión. Para evaluar las matrices de los elementos que contienen a ambos materiales se incrementa en los mismos el número de puntos de integración y en cada uno de ellos, al calcular la viscosidad, se la afecta de un coeficiente mucho menor que uno si se encuentra en la zona del material ficticio.

Para resolver el problema de transporte sin difusión de la pseudo-concentración, se genera el campo de la misma calculando la distancia de cada nodo a la interfaz entre ambos materiales, tomando como negativos los valores en el material ficticio. Para evitar errores de cálculo por gradientes excesivamente altos de la pseudo-concentración, ésta es regenerada luego de cada paso de tiempo. La discretización se lleva a cabo mediante elementos de cuatro nodos bilineales y la integración temporal, con un esquema implícito, de Cranck-Nicolson, que se demuestra que es incondicionalmente estable.

APLICACIONES

El método ha sido utilizado por su autor para modelar el forjado de un engranaje, tratándose de un proceso confinado. En este trabajo se lo ha aplicado en un proceso de forja libre, en el que se pudieron comparar los resultados con los que se obtienen mediante una formulación de Lagrange, y con datos experimentales. También se presenta un ejemplo de laminación de tubos sin costura, en el que agregamos el tratamiento de superficies libres en las cuales la velocidad es tangencial, a diferencia de la que separa a ambos materiales. Cabe mencionar que en todos los ejemplos se ha tratado la fricción utilizando una hilera delgada de elementos de tensión de fluencia proporcional a la presión.

Forja libre

La Fig. 1 reproduce la malla inicial de un cilindro que ha de ser forjado axialmente hasta obtener una reducción en altura del 50%. Esta malla es la que ocupa el metal antes de comenzar el proceso, y a ella le agregamos dos filas de elementos que contienen el pseudo-material. Las sucesivas posiciones de la superficie libre para cada 10% de reducción de la altura inicial están graficadas en la Fig. 2. Para comparar el resultado que da el comportamiento viscoplástico con respecto al caso lineal —viscosidad constante—, en la Fig. 3 se recogen los perfiles para el mismo. El ensanchamiento en el centro es más pronunciado en el caso viscoplástico, mientras que el caso lineal presenta un perfil más achatado en esa zona. La Fig. 4 reproduce la forma final, que puede compararse con el resultado experimental, Fig. 5. El contorno reproduce exactamente los resultados experimentales. Se usó un modelo viscoplástico sin endurecimiento por deformación. Las líneas corresponden a curvas de igual concentración luego de resolver la ecuación de transporte. En este caso, por haber sido regeneradas en cada paso de tiempo, no tienen significado físico. Para llegar a esta forma se efectuaron doce resoluciones a tiempo constante, la mitad de las requeridas con una formulación de Lagrange. Este ahorro, que corresponde a la etapa más costosa del cálculo, se debe a que se cuenta con un campo de velocidades también para la zona aún no ocupada por el material, que sirve como una buena aproximación del que tendrá éste cuando llegue. Se buscó confrontar estos resultados con los que se obtienen con una formulación de Lagrange. Estos se recogen en la Fig. 6 [6], donde se observa la mejora que se obtiene, aún usando menos elementos. al aplicar el método de la pseudo-concentración.

Laminación de tubos

El paso de un tubo sin costura por una jaula de tres rodillos decalados 120° es aproximado con un modelo axisimétrico. Las Figs. 7 a 10 muestran el frente del material en distintos momentos, junto con la forma que va tomando la superficie libre según corresponda al metal o al material ficticio. En las etapas intermedias la curvatura de este perfil está dada por la velocidad relativa entre el rodillo y el material: inicialmente es más rápido el rodillo y arrastra desde la superficie al material. Luego el metal avanza más rápido y en las cercanías del rodillo se ve frenado a causa de que la fuerza de rozamiento tiene dirección contraria a la del avance. Si en cada una de estas etapas calculamos las tensiones, se pueden ver los sucesivos estados de flexión a que es sometido el material en la laminación, y que se evidencian por la dirección y el signo de la máxima tensión principal (Fig. 11). Tanto ésta como la máxima tensión de corte (Fig. 12) se hacen cero rápidamente en la zona de la interfaz. La forma y el estado tensional que se obtienen cuando el metal llega al final del dominio coinciden con los que surgen de resolver el problema en estado estacionario.

CONCLUSIONES

Se ha aplicado un método alternativo para la resolución de problemas no estacionarios, y al compararlo con valores experimentales y con los obtenidos por otro método se encontraron resultados muy alentadores, con las ventajas de no requerir regeneración de la malla al acumularse la deformación en el material, y de poder efectuarse pasos de tiempo más largos que en otras formulaciones por contarse con un campo de velocidades que ocupa el dominio adonde aun no llegó el material, aproximando el que tendrá más adelante.

Como únicos parámetros a regular figuran el número de resoluciones a tiempo constante que deben hacerse, y entre dos de ellas, la cantidad de pasos de tiempo necesarios, buscando que ambas sean mínimas y permaneciendo por debajo de un cierto error admisible.

APENDICE

Análisis de la estabilidad de la ecuación de advección

La ecuación

$$\frac{Dc}{Dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla c = 0 \quad (A1)$$

queda, para una dimensión:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -u \frac{\partial c}{\partial x} \quad (A2)$$

Aproximando las derivadas parciales tenemos la ecuación en diferencias:

$$\frac{c_i^{k+1} - c_i^k}{\Delta t} = -u \left[\frac{\theta(c_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} - c_{i-\frac{1}{2}}^{k+1}) + (1-\theta)(c_{i+\frac{1}{2}}^k - c_{i-\frac{1}{2}}^k)}{\Delta x} \right] \quad (A3)$$

donde c_i^k es la concentración en el nodo de abscisa $i\Delta x$ en el tiempo $k\Delta t$. Aplicando el criterio de estabilidad de von Neumann [7], efectuamos una descomposición en series de Fourier del error entre la solución exacta y la numérica para un dado paso de tiempo, con términos del tipo $\exp(\alpha t)\exp(j\beta x)$, donde $j = \sqrt{-1}$, $\alpha = \alpha(\beta)$ y β

es real. El criterio dice que la componente espacial del error $\exp(j\beta x)$ no crecerá con el tiempo si $\exp(\alpha\Delta t) \leq 1$. Sustituyendo $\exp(\alpha t)\exp(j\beta x)$ en (A3) y dividiendo por $\exp(\alpha k\Delta t)\exp(j\beta i\Delta x)$ llegamos a:

$$\exp(\alpha\Delta t) = \frac{1 - (1 - \theta)2d \sin \frac{\theta\Delta t}{2}}{1 + \theta 2d \sin \frac{\theta\Delta t}{2}} \quad (A4)$$

donde $d = \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x}$
 Para $\theta = \frac{1}{2}$

$$\exp(\alpha\Delta t) = \frac{1 - d \sin \frac{\theta\Delta t}{2}}{1 + d \sin \frac{\theta\Delta t}{2}} \quad (A5)$$

que cumple la condición exigida, para cualquier Δt .

REFERENCIAS

- [1] O. C. Zienkiewicz, "Flow Formulation for Numerical Solution of Forming Processes", en J. Pittman, O. Zienkiewicz, R. Wood y E. Alexander, (eds.), Numerical Analysis of Forming Processes, Wiley, Chichester, 1984, pp. 1-44.
- [2] S. Kobayashi, "Thermoviscoplastic Analysis of Metal Forming Problems by the Finite Element Method", en J. Pittman, O. Zienkiewicz, R. Wood y E. Alexander, (eds.), Numerical Analysis of Forming Processes, Wiley, Chichester, 1984, pp. 45-70.
- [3] J. Huetink, "Analysis of Metal Forming Processes Based on a Combined Eulerian-Lagrangian Finite Element Formulation", en J. Pittman, R. Wood, E. Alexander y O. Zienkiewicz, (eds.), Numerical Methods in Industrial Forming Processes, Pineridge Press, Swansea 1982, pp. 501-509.
- [4] E. Thompson y R. E. Smelser, "Transient Analysis of Forging Operations by the Pseudo-Concentration Method". Int. J. Num. Meth. Engng. V. 25, pp. 177-189 (1989).
- [5] O. C. Zienkiewicz, E. Oñate y J. C. Heinrich, "A General Formulation for Coupled Thermal Flow of Metals using Finite Elements", Int. J. Num. Meth. Engng. V. 17, pp. 1497-1514 (1989)
- [6] C. R. Boër, P. Gudmundson, N. Rebelo, "Comparison of Elastoplastic F.E.M. Rigid-Plastic F.E.M. and experiments for Cylinder Upsetting", en J. Pittman, R. Wood, E. Alexander y O. Zienkiewicz, (eds.), Numerical Methods in Industrial Forming Processes, Pineridge Press, Swansea 1982, pp. 217-226.
- [7] A. R. Mitchell and D. F. Griffiths. "The Finite Difference Method in Partial Differential Equations" Wiley Chichester. 1980

440000 MACOS - Versión 3.0
Serie 15101A

30-11-85 17:14.36

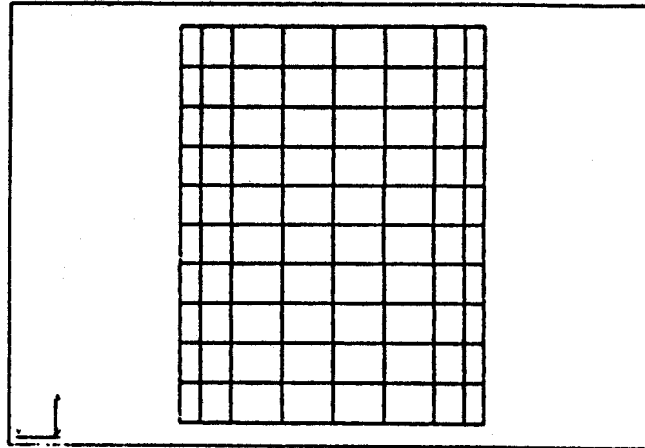


Fig. 1: Forja libre, malla inicial del metal

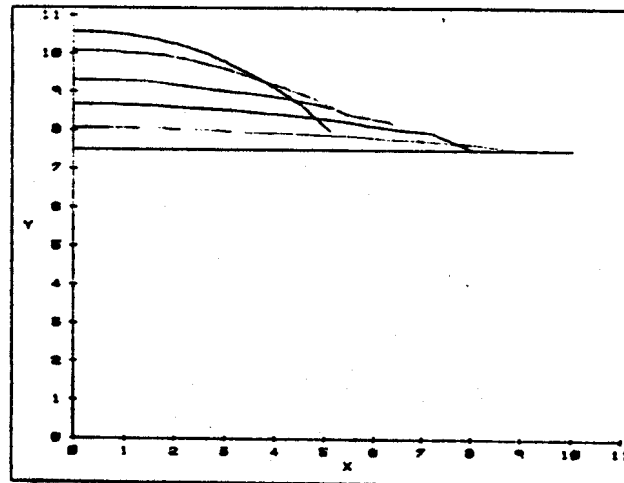


Fig. 2: Forja libre, contornos para el caso viscoplástico

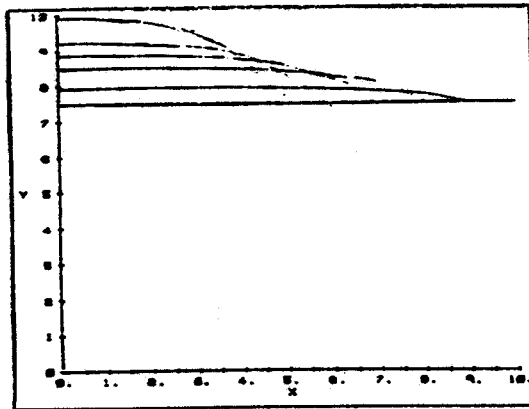


Fig. 3: Forja libre, contornos para el caso de fluido newtoniano

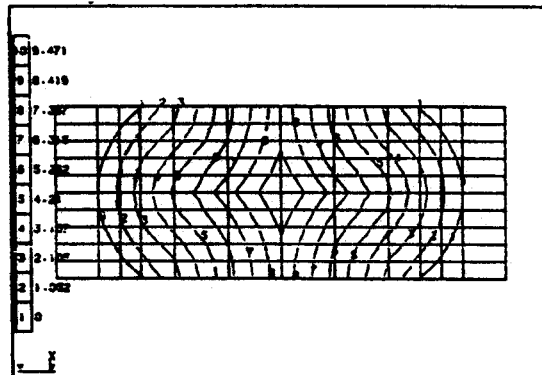


Fig. 4: Forja libre, forma final

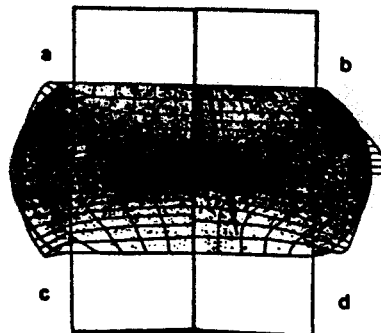
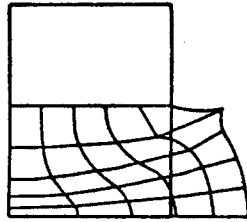
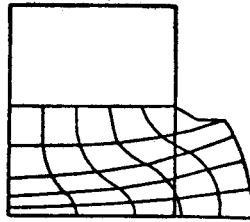


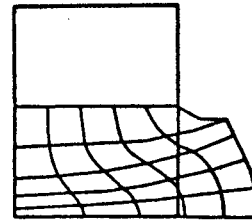
Fig. 5: Forja libre, resultado experimental [5]



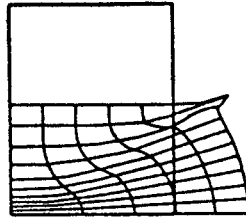
25 8 NODE ELEMENTS
NO HARDENING
2 ORDER INTEGRATION



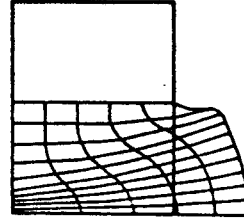
25 8 NODE ELEMENTS
NO STRAIN HARDENING
3 ORDER INTEGRATION



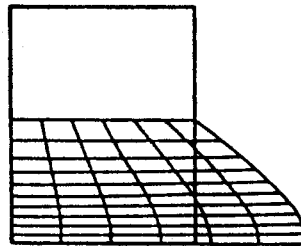
25 8 NODE ELEMENTS
NO STRAIN HARDENING
4 ORDER INTEGRATION



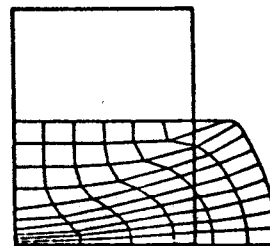
50 8 NODE ELEMENTS
NO STRAIN HARDENING
REDUCED INTEGRATION (2 ORDER)



50 8 NODE ELEMENTS
NO STRAIN HARDENING
3 ORDER INTEGRATION



60 4NODE ELEMENTS
NO WORKHARDENING
ADINA



60 4NODE ELEMENTS
NO WORKHARDENING
RIGID-PLASTIC

Fig. 6: Forja libre, resultados de ref. [5]

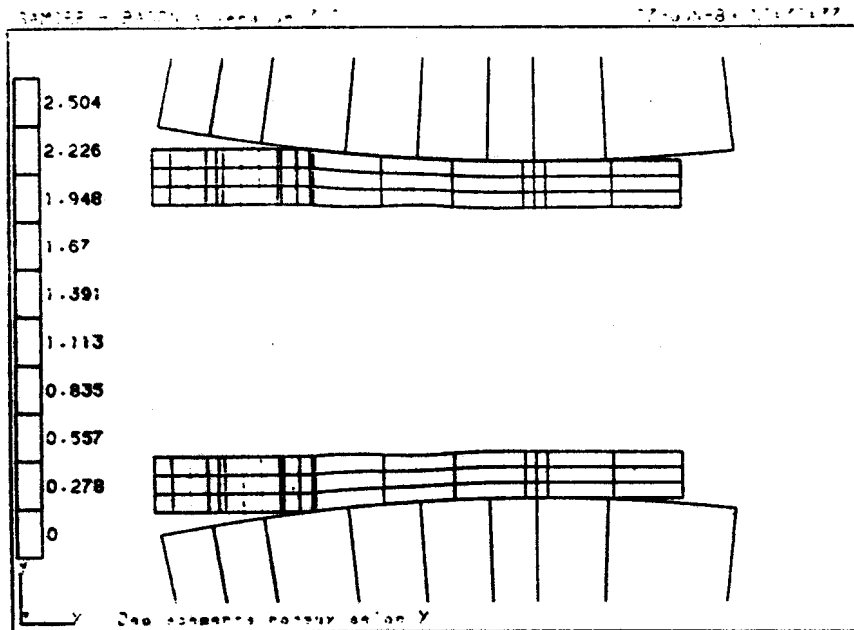


Fig. 7: Laminación de tubo: $t=0.0$

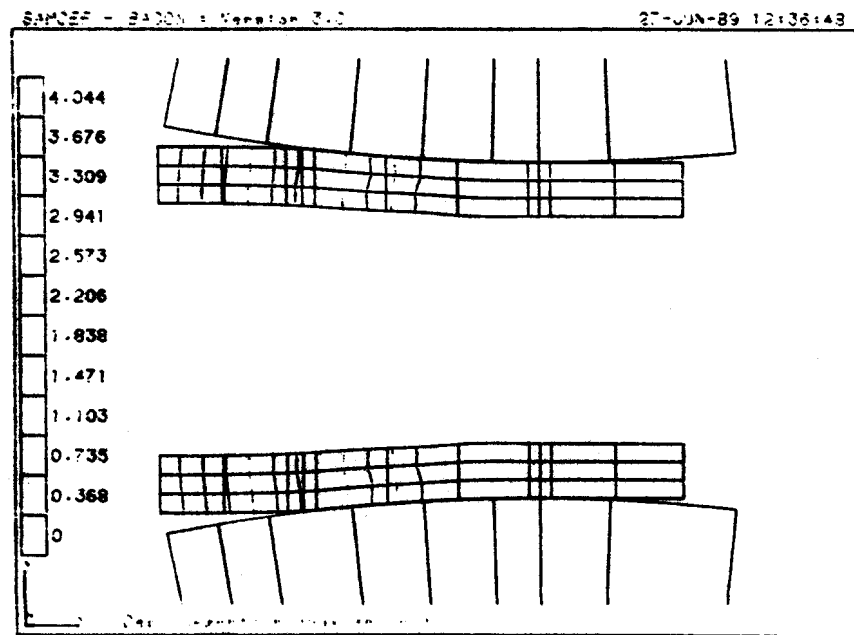


Fig. 8: Laminación de tubo: $t=0.4$

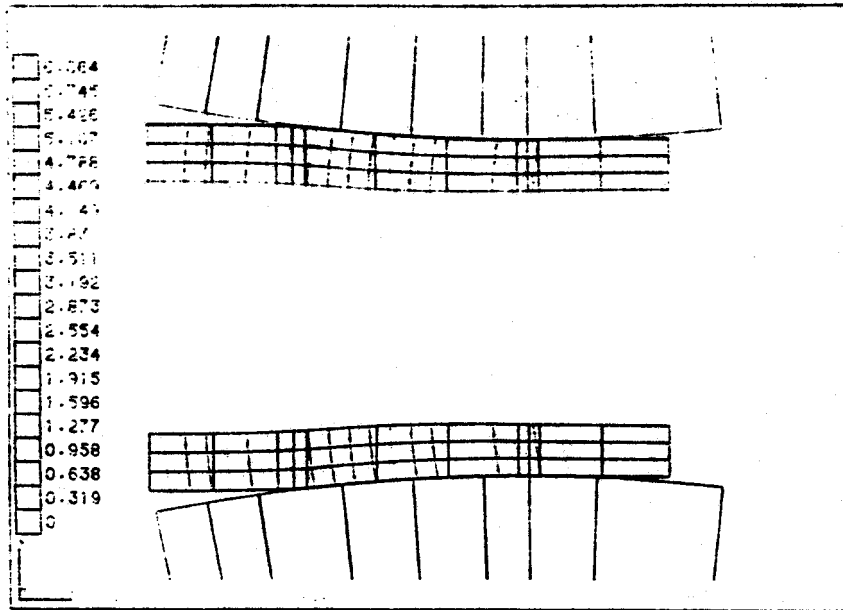


Fig. 9: Laminación de tubo: $t=1.0$

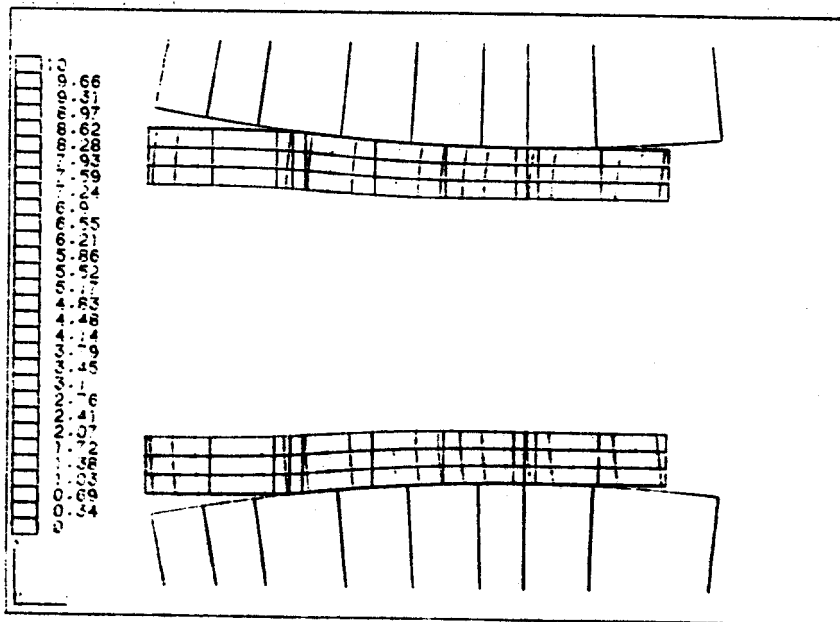
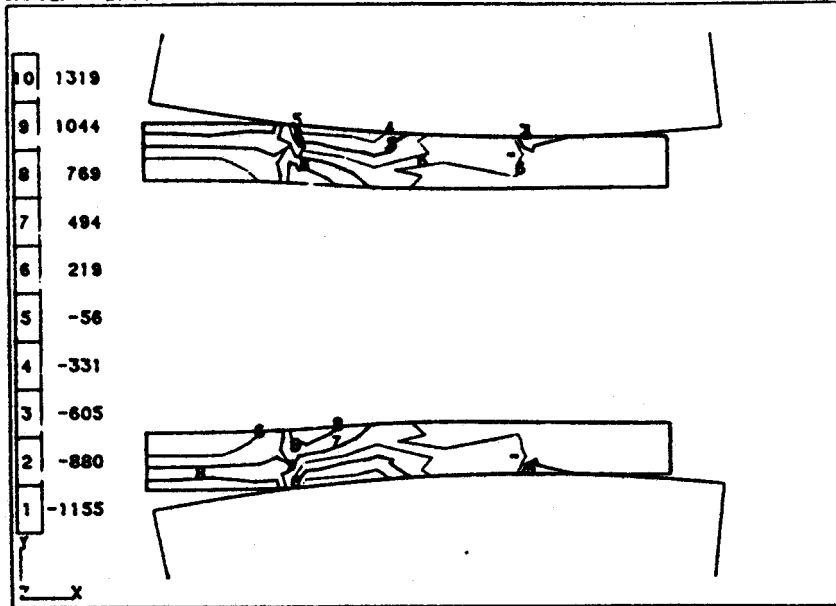
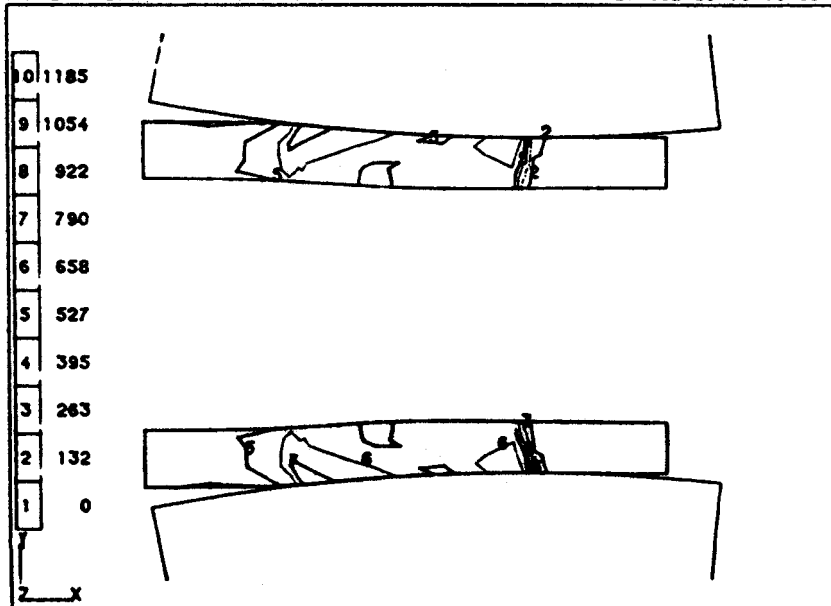


Fig. 10: Laminación de tubo: $t=1.6$

Fig. 11: Laminación de tubo: Máxima Tensión Principal para $t=1.0$ Fig. 12: Laminación de tubo: Máxima Tensión de Corte para $t=1.0$