

TRATAMIENTO DEL TÉRMINO TEMPORAL EN LA ECUACION DE  
DIFUSION-ADVECCION Y PROPOSICION DE ALGUNAS MEJORAS AL  
METODO DE ELEMENTOS FINITOS POR VOLUMENES DE CONTROL.

Axel E. Larreteguy

Jose Converti

Sección Termohidráulica. Centro Atómico Bariloche.  
Comisión Nacional de Energía Atómica.  
San Carlos de Bariloche - Argentina

Mutsumi Viviana Ishida Fukami

Pablo Carrica

Estudiantes de la Carrera de Ingeniería Nuclear.  
Instituto Balseiro - CNEA.  
San Carlos de Bariloche - Argentina

RESUMEN

Se describe un método de elementos finitos basado en volúmenes de control (CVFEM) orientado a la resolución de la ecuación general de difusión-advección. Se propone una nueva función interpolante. Se analizan algunas dificultades encontradas al tratar el término temporal según una propuesta anterior de otro autor. Se propone e implementa una nueva forma de tratar este término.

Se obtienen resultados numéricos de algunos problemas de difusión-advección y se los compara con soluciones obtenidas con la propuesta temporal anterior o con soluciones analíticas. Se concluye que la nueva forma de tratar el término temporal elimina todos los problemas que presentaba la anterior, y además produce muy buenos resultados al compararlos con soluciones analíticas.

ABSTRACT

A control volume based finite element method (CVFEM) for the solution of the general advection-diffusion equation is described. A new interpolating function to treat the stationary equation is proposed. A new transient scheme is proposed and implemented. This scheme overcomes difficulties found in earlier approaches.

Some numerical results are obtained for several problems. They are compared against earlier or analytical solutions. The new transient scheme eliminates completely the difficulties found with the earlier one. In all cases the results obtained are found to be in good agreement with the analytical solutions.

## INTRODUCCION

Los métodos basados en volúmenes de control para la resolución de problemas de fluidos y transferencia de calor tienen la ventaja de poseer una interpretación física clara y directa. La idea de usar elementos finitos basados en volúmenes de control es bastante nueva. Baliga y Patankar [1-2] fueron los primeros en introducir dicho procedimiento. El método se basa en una discretización del dominio en elementos triangulares de tres nodos, y en la definición de volúmenes de control alrededor de cada nodo de la red como se muestra en la figura 1. El dominio se considera de profundidad unitaria.

En adelante indicaremos volúmen de control por su abreviatura V.C. por simplicidad. La zona rayada alrededor del nodo P es el V.C. asociado a dicho nodo. En cada elemento el V.C. de P está definido por los segmentos que van desde el centroide del elemento a los puntos medios de los lados que convergen a P. Con esta definición no hay solapamiento y además cada elemento tiene un tercio de su volúmen contenido en los V.C. de cada uno de los tres nodos del mismo.

El sistema de ecuaciones discretas se obtiene entonces de un balance entre la fuente en el interior de los V.C. y el flujo a través de la superficie exterior del mismo. Para calcular este flujo se necesita hacer alguna suposición acerca del perfil que tiene la función incógnita dentro de cada elemento, como se verá en el apartado correspondiente.

## ECUACION DE DIFUSION-ADVECCION. CASO ESTACIONARIO

Antes de introducir el concepto de función interpolante es importante describir con más detalle el método de [2] para la resolución de la ecuación general de convección y difusión de un escalar  $\xi$ , que tiene la forma

$$\nabla \cdot (\rho \bar{U} \xi) - \nabla \cdot (\Gamma \nabla \xi) = S_c + S_l \xi \quad (1)$$

Esta ecuación determina la distribución espacial del escalar  $\xi$  cuando es arrastrado por un campo de velocidades  $U$ , difunde de acuerdo a la ley de Fick con el coeficiente de difusión  $\Gamma$  y es generado por la fuente por unidad de volúmen linealizada  $S(\xi) = S_c + S_l \xi$ . La ecuación (1) representa muchos fenómenos de mecánica de fluidos y transferencia de calor y materia. Nuestro objetivo es resolver (1) y obtener la distribución de  $\xi$  sobre el dominio.

El primer paso es discretizar el dominio en un conjunto de elementos triangulares de tres nodos. El objetivo del cálculo numérico es predecir los valores de  $\xi$  en dichos nodos. Si se toma

como referencia la figura 1, se observa un volúmen de control alrededor de P, que se denominará  $V_p$ , con una superficie exterior  $S_p$  determinada por las uniones a-b-...-h. Los nodos Q,R,S y T pertenecen a elementos que convergen a P por lo que se los llamara vecinos de P.

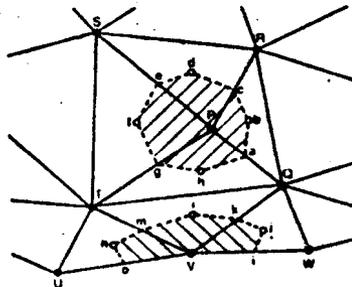


Fig. 1 Discretización del dominio

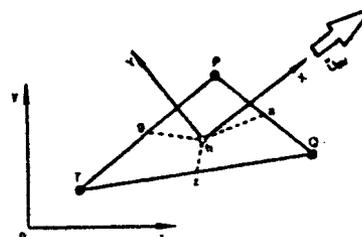


Fig. 2 Un elemento y su sistema rotado de coordenadas

El segundo paso es reescribir (1) en su forma integral, aplicando además el teorema de Green a la integral del flujo

$$\iint_{S_p} \bar{J} \cdot \bar{n} \, ds = \iiint_{V_p} S \, dv \quad (2)$$

donde 
$$\bar{J} = \rho \bar{U} \xi - \Gamma \nabla \xi \quad (3)$$

La ecuación discretizada para cada nodo se obtiene aplicando (2) al V.C. asociado a dicho nodo. Para evaluar estas integrales es necesario conocer o estimar la variación de  $\rho$ ,  $\Gamma$ ,  $S$ ,  $\xi$  y  $U$  en el dominio. El campo de velocidades  $U$  es un dato del problema y por lo tanto conocido en todos los nodos, mientras que dentro de cada elemento se utiliza interpolación lineal. El caso de  $\rho$ ,  $\Gamma$  y  $S_c$  y  $S_l$  es más sencillo ya que se los supone constantes dentro de cada elemento. La fuente constante  $S$  en cada elemento se evalúa como  $S = S_c + S_l \xi_c$ , donde  $\xi_c$  es el valor de  $\xi$  en el centroide del elemento usando interpolación lineal. El flujo  $J$  se calcula a partir de suponer que  $\xi$  está dado en cada uno de los tres nodos del elemento y utilizar ciertas funciones interpolantes criteriosamente elegidas dentro del mismo.

Después de expresada la ecuación (2), queda un conjunto de relaciones algebraicas donde las  $\xi$  en los nodos son las únicas incógnitas. Se puede ordenar este conjunto como un sistema de ecuaciones discretizadas que, por ejemplo para el nodo P, toman la forma

$$A_p \xi_p = \sum I_{anb} \xi_{nb} + D_p \quad (4)$$

donde la sumatoria se extiende sobre todos los nodos vecinos de P,

siendo  $\xi_p$  el valor de  $\xi$  en el nodo P y  $\xi_{nb}$  los valores de  $\xi$  en los nodos vecinos. El término  $D_p$  contiene la integración de  $S_c$  en el volumen  $V_p$ . Cada nodo del dominio tiene su ecuación discretizada como la (4). Estas ecuaciones deben ser resueltas simultáneamente para obtener  $\xi$  en todo el dominio.

Si el nodo en cuestión se encuentra en el borde del dominio, como por ejemplo el nodo V en la figura 1, la ecuación (4) debe ser completada de la siguiente forma

$$A_v \xi_v = I A_{nb} \xi_{nb} + D_v - F_v - M_v \xi_v \quad (5)$$

donde  $F_v$  y  $M_v$  son respectivamente el flujo por difusión y el flujo másico que salen del dominio en los alrededores del nodo V (unión o-V-i). Si la condición de borde es de  $\xi_v$  dado (Dirichlet), se puede usar (5) para determinar  $F_v$ . Si la condición es de  $F_v$  dado (Neumann), la ecuación (5) debe ser resuelta junto con el resto del sistema para obtener  $\xi_v$ .

#### PERFIL INTERPOLANTE PARA $\xi$ - ANTECEDENTES

Hasta ahora solo se ha descrito el método presentado en [2] para la resolución de problemas de transporte por elementos finitos basados en volúmenes de control y utilizado en [3-5]. Como se dijo anteriormente, y teniendo en cuenta el elemento PTQ de la figura 2, hace falta suponer un perfil interpolante para  $\xi$  en el elemento para calcular el flujo J sobre las superficies de volúmenes de control a-h, z-h y g-h. Es conveniente entonces describir las funciones que se han usado hasta la fecha y la que se utiliza en nuestra implementación actual del método.

#### - Perfil lineal

La elección más simple es suponer un perfil lineal de  $\xi$  en cada elemento, motivo por el cual este perfil fue el primero en ser utilizado

$$\xi = A X + B Y + C \quad (6)$$

En este caso se obtiene un sistema similar al de diferencias centradas, con la consiguiente limitación en el número de Peclet que es propia de los mismos, además de requerir una discretización fina en zonas donde la variación de  $\xi$  no es suave. El número de Peclet relevante en este caso es el que se relaciona con el ancho máximo  $DX$  del elemento en la dirección rotada X; por lo tanto se define  $Pe = \rho U_{av} DX / \Gamma$ .

En la ecuación (6), al igual que en los casos siguientes, A, B y C son constantes a determinar requiriendo que  $\xi = \xi_p, \xi_t, \xi_q$  en los nodos P, T y Q respectivamente.

- Perfil propuesto por Baliga y Patankar

Consideremos el elemento PTQ que se muestra en la figura 2. Se denominará uav a la velocidad promedio sobre el elemento. El sistema de coordenadas X-Y esta rotado con respecto al original x-y, de manera que el eje X apunta en la dirección de uav. Uav es la magnitud de uav, y  $\xi$ ,  $\Gamma$ , y S son los valores uniformes de densidad, coeficiente de difusión y fuente sobre el elemento en cuestión. Si planteamos en estas condiciones la ecuación (1) en el sistema X-Y rotado, considerando la velocidad del fluido uniforme e igual a Uav en elemento, tendremos

$$\rho Uav \frac{\partial \xi}{\partial X} - \Gamma ( \frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial Y^2} ) = S \quad (7)$$

Baliga y Patankar [2] propusieron un perfil interpolante que fuera solución de la ecuación (7) para el caso homogéneo (S=0)

$$\xi = A \exp(Pe X/DX) + B Y + C \quad (8)$$

Este perfil tiene en cuenta la naturaleza direccional de la convección, con la ventaja de no sufrir limitaciones en el número de Peclet y de reducir considerablemente la difusión cruzada [2], debido a la rotación en la dirección del flujo.

- Perfil propuesto por Prakash

Una mejora del perfil anterior fue propuesta por Prakash [6], introduciendo un término debido a la fuente, para que fuera una solución particular de la (7) no homogénea

$$\xi = A \exp(Pe X/DX) + B Y + C + (S DX/TPe) X \quad (9)$$

Esta solución particular se eligió de manera de obtener resultados exactos en ciertos casos unidimensionales. Por ejemplo, en un caso unidimensional, a medida que el Peclet tiende a cero el perfil tiende correctamente a un perfil cuadrático, mientras que el de Patankar tendía a uno lineal.

NUEVO PERFIL INTERPOLANTE PARA  $\xi$

Si bien el perfil propuesto por Prakash representa una mejora al método, la solución particular que él elige para la fuente no es por supuesto la única posible, como él mismo lo expresa en [6]. Es interesante notar que en el perfil (9) la fuente afecta solo la dirección X, manteniendo en Y un perfil lineal. Esta observación nos llevó a proponer un nuevo perfil en donde el efecto de la fuente se hace presente en ambas direcciones. Esto se logró con la introducción de un perfil cuadrático en Y y la disminución del efecto de la fuente sobre la dirección X. Se propone entonces el siguiente perfil, que es

otra solución particular de (7), el cual brinda resultados exactos en ciertos casos bidimensionales (a diferencia de los unidimensionales del perfil de Prakash):

$$\xi = A \exp(Pe X/DK) + B Y + C + (1-\alpha)(S DK/TPe) X - \alpha(S/2\Gamma) Y^2 \quad (10)$$

donde  $0 < \alpha = \exp(-Pe)/2 < 0.5$ . La primera versión de este perfil (con  $\alpha=0.5$ ) fue presentada por Larreteguy y Converti en [7]. Cuando  $Pe \rightarrow 0$  no existe dirección privilegiada para el efecto de la fuente por lo que el perfil (10) tiende a

$$\xi = -(S/4\Gamma) (X^2+Y^2) + A X + B Y + C \quad (11)$$

representando en forma realista, a diferencia de los anteriores, una dependencia cuadrática de  $\xi$  con respecto a la distancia al centroide del elemento. Cuando  $Pe \rightarrow \infty$  el perfil (10) tiende al (9) propuesto por Prakash, dado que el problema se vuelve de alguna manera localmente unidimensional.

Además del desarrollo de este nuevo perfil interpolante se propone realizar un cambio en la notación del mismo, aproximandolo de esta manera a la notación corriente en el FEM. Los coeficientes A, B y C de (10) son funciones de los valores nodales de  $\xi$  y de la fuente S en el elemento en cuestión. Utilizando una numeración local de los 3 nodos del elemento tendremos que  $A = A(\xi_n, S)$ ;  $n=1,2,3$  (idea B y C). Proponemos entonces eliminar estas constantes intermedias A, B y C y expresar el perfil directamente en función los  $\xi_n$  y S. Agrupando los términos con S y renombrando la función exponencial la (10) queda:

$$\xi = A W(X) + B Y + C + G R(X,Y) \quad (12)$$

donde  $G = -Sc - S1 (\xi_1+\xi_2+\xi_3)/3$ . Podemos reescribir la (12) de la siguiente manera (con convención de suma sobre índices repetidos):

$$\xi = \xi_n \varrho_n + G \psi \quad (13)$$

Proponiendo  $\xi = \xi_n$  para  $n=1,2,3$  e igualando (12) y (13) obtenemos

$$\varrho_n(X,Y) = A_n W(X) + B_n Y + C_n ; \quad n = 1,2,3 \quad (14)$$

$$\psi(X,Y) = R(X,Y) - R(X_n, Y_n) \varrho_n$$

donde  $A_n$ ,  $B_n$  y  $C_n$  son coeficientes calculados evaluando W, Y y R en los 3 nodos del elemento.

Esta manera de expresar los perfiles se acerca a la usual en el FEM, si bien es nueva la aparición de la función  $\psi$ . Es importante notar que  $\psi$  se anula en los nodos del elemento, y que, por supuesto,  $\varrho_n(X_n, Y_n) = \delta_{na}$ .

ECUACION DE DIFUSION-ADVECCION. CASO NO ESTACIONARIO.

La ecuación (1) para el caso no-estacionario es

$$\partial(\rho\xi)/\partial t + \nabla \cdot (\rho \bar{U} \xi) - \nabla \cdot (\Gamma \nabla \xi) = S_c + S_1 \xi \quad (15)$$

y su forma integral equivalente a la (2) es

$$\iiint_{V_p} \partial(\rho\xi)/\partial t \, dv + \iint_{S_p} \bar{J} \cdot \bar{n} \, ds = \iiint_{V_p} S \, dv \quad (16)$$

Vamos a analizar en forma particular el tratamiento del primer término de la (16).

- Propuesta de Patankar.  $\xi$  "CONSTANTE"

Patankar [1] propone considerar  $\xi = \xi_p$  constante en  $V_p$  para la evaluación de esta integral. Entonces, utilizando una aproximación de diferencias finitas para la derivada temporal:

$$\begin{aligned} \iiint_{V_p} \partial(\rho\xi)/\partial t \, dv &= \partial\xi_p/\partial t \iiint_{V_p} \rho \, dv = \partial\xi_p/\partial t \left\{ \sum_e \rho(e) V(e) \right\} = \\ &= (\xi^1_p - \xi^0_p)/\Delta t \left\{ \sum_e \rho(e) V(e) \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

donde el subíndice e indica elemento y la sumatoria se extiende sobre todos los elementos que convergen al nodo p. El supraíndice 0 indica el paso temporal anterior y el 1 el actual. Para el nodo genérico p se obtiene entonces una ecuación algebraica como la (5), pero con el  $A_p$  y el  $D_p$  modificados de acuerdo a la (17).

Se implementó un código bidimensional transitorio para la ecuación de difusión-advección por el método CVFEM empleando la propuesta (17) en el marco de un esquema temporal totalmente implícito.

Se probó el código con el Benchmark que se describe en el PROBLEMA 2 obteniéndose resultados totalmente inaceptables. Del análisis de esos resultados surgió nuestra nueva propuesta para el tratamiento del término temporal.

- Nuestra propuesta.  $\partial\xi/\partial t$  considerado como "FUENTE"

Ya que el término temporal se puede identificar de alguna manera con una fuente proponemos considerarlo como tal. Pero, si ha de ser una fuente, debe entrar también en el perfil interpolante de  $\xi$ , cumpliendo el mismo papel que S. Para esto se requiere que  $\partial\xi/\partial t$  sea constante en cada elemento (no en cada volumen de control como propone Patankar). Se evalúa entonces la variación temporal de  $\xi$  en el centroide del elemento, suponiendo interpolación lineal. Entonces, descomponiendo la integral volumétrica de  $\partial\xi/\partial t$  sobre  $V_p$  en una suma

de integrales sobre  $V_p(e)$  (porción del elemento  $e$  contenida en  $V_p$ ), queda:

$$\begin{aligned} \iiint_{V_p} \partial(\rho\xi)/\partial t \, dv &= \sum_e \iiint_{V_p(e)} \partial\xi_c/\partial t \, \rho \, dv = \sum_e (\xi^1_c - \xi^0_c)/\Delta t \{ \rho(e) V_p(e) \} = \\ &= \sum_e \sum_{n=1}^3 (\xi^n - \xi^0_n)/(3\Delta t) \{ \rho(e) V_p(e) \} \end{aligned} \quad (18)$$

donde la sumatoria se extiende sobre  $e$  y se extiende sobre todos los elementos que convergen al nodo  $p$ . De la (15) se ve que hay que reemplazar  $S$  por  $S - \partial\xi/\partial t$  para volver a estar en las condiciones de la ecuación (1). Reemplazamos entonces en cada elemento la fuente  $G(e) = -Sc(e) - S1(e) \xi_c$  por

$$G(e) = -Sc(e) - \rho(e)/\Delta t \sum_{n=1}^3 \xi^n + (S1(e) - \rho(e)/\Delta t) \sum_{n=1}^3 \xi^n \quad (19)$$

De esta manera, reemplazando  $S$  por  $-G$  (una fuente generalizada) en (1) obtenemos un esquema temporal totalmente implícito, colocando todos los  $\xi$  en el lado izquierdo de la ecuación como  $\xi^1$ . Entonces, lo único que hay que cambiar en el código estacionario para pasar al transitorio es reemplazar  $S$  por  $-G$  de la (19) y agregar un loop para los ciclos.

Esta propuesta eliminó completamente los efectos espúreos y problemas numéricos que presentaba la propuesta anterior, como se puede ver en los resultados del PROBLEMA 2.

#### RESULTADOS NUMERICOS

Se desarrolló el código TRANS2 de difusión advección no-estacionario bidimensional basado en el método CVFEM, utilizando almacenamiento ralo y precisión simple. Se presentan 3 casos de prueba, uno estacionario y dos transitorios. Los datos se presentan sin unidades, entendiéndose que pueden tener cualquier grupo de unidades coherentes.

#### PROBLEMA 1 - Difusión Advección 2-D. Estacionario [8].

Se consideró el recinto discretizado que se observa en la figura 3-a. La dimensión horizontal es 3 y la vertical 2. El mismo tiene una fuente  $Sc$  constante unitaria y es atravesado por un flujo uniforme con  $U_x=1$  y  $U_y=0$ . Pensándolo como un problema térmico se ha considerado  $C_p=1$ . Las condición de contorno es  $\xi=0$  en toda la frontera. En las figuras 3-b a 3-f se observan resultados para distintos  $k$  ( $=C_p\Gamma$ ). En el grafico 3-f se ha reducido el tamaño vertical de los elementos que se encuentran en el borde superior y el inferior del recinto, para poder modelar la abrupta capa límite

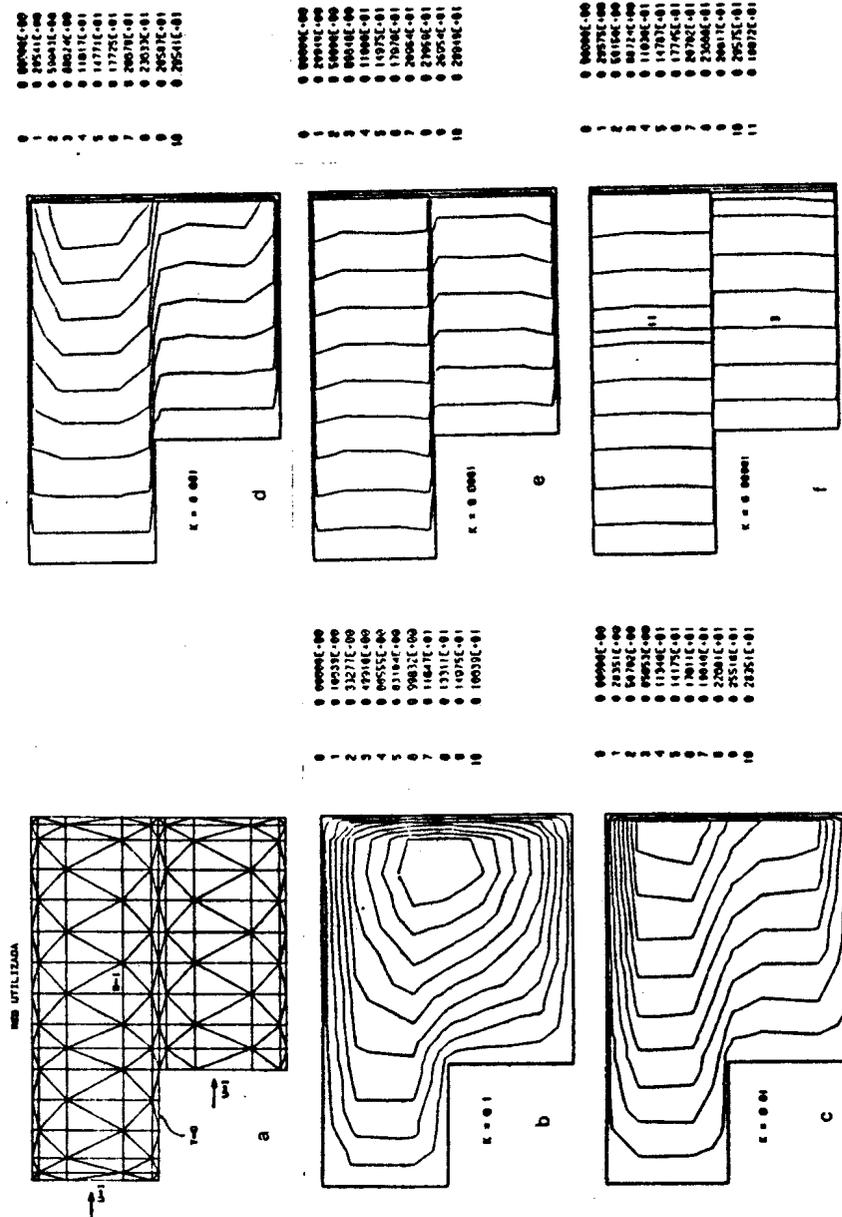


Fig. 3 Problema 1

lateral que se produce para un  $k$  tan bajo. Debido a las funciones de forma exponenciales el salto también abrupto que se observa en el borde derecho se modela correctamente aunque se usen elementos de mayor tamaño horizontal. En ese mismo gráfico se puede observar la concordancia entre el salto de temperaturas calculado por el código en la capa límite central (isotermas 3 y 11) con la solución exacta para  $k \rightarrow 0$ . Este salto es, y debe ser, de magnitud unitaria. Es interesante destacar que se está cubriendo un rango de Peclets de grilla que van desde 1 hasta 25000 en los distintos casos del problema sin aparición de oscilaciones en los resultados.

#### PROBLEMA 2 - Difusión Advección 2-D. Transitorio.

Se corrió un caso transitorio basado en el Benchmark del problema 1, con  $k=0.01$ . Se partió de  $\xi=0$  en todo el recinto como condición inicial con pasos temporales  $\Delta t=0.3$ . Se discretizó el recinto anterior en 4 formas diferentes, las que se pueden observar en la figura 4. Denominaremos en adelante como "irregulares" a las discretizaciones en las cuales a distintos nodos convergen distinto número de elementos, y como "no-uniformes" a las redes con elementos de distinto tamaño. Con esta clasificación la red 5 es irregular y no-uniforme, la 6 es regular y no uniforme, la 7 es irregular y uniforme y la 8 regular y uniforme.

Se utilizó primeramente la propuesta de Patankar ("CONSTANTE") para el tratamiento del término temporal. Los resultados a  $t=0.3$  para las cuatro redes se pueden observar en la figura 5. Los mismos son absolutamente inaceptables, salvo en la red 8. Se observan importantes oscilaciones espaciales en la solución en las redes irregulares y picos espóreos en las redes no-uniformes. Solo la red 8 uniforme y regular entrega una solución correcta. Analizando estos resultados se llegó a la conclusión de que el efecto era similar a la colocación de fuentes ficticias agregadas a 5 distintas en cada elemento. El problema principal parece estar en que con esta aproximación en cada volumen de control influye solo el valor de  $\xi$  en el nodo central del mismo, y no aparecen contribuciones temporales de los nodos vecinos. De esta manera el esquema es "ciego" en lo que respecta a estas oscilaciones, y no las detecta.

Se volvieron a correr los casos anteriores con nuestra propuesta temporal implementada. Los resultados se observan en la figura 6. En todos los casos dió la solución correcta, independientemente de la no-uniformidad y/o la irregularidad de la red. El error porcentual de la temperatura máxima calculada en los cuatro casos con respecto a la solución exacta no superó el 1%.

Como información adicional se dan a continuación los tiempos de CPU y la memoria utilizada en estos casos:

REDES 5 y 6: 151 nodos, 250 elem., mem. = 11795 palabras  
CPU = 3.60 seg. para el primer ciclo. Luego 0.05 seg./ciclo

REDES 7 y 8: 551 nodos, 1000 elem., mem. = 47927 palabras  
CPU = 14.72 seg. para el primer ciclo. Luego 0.19 seg./ciclo

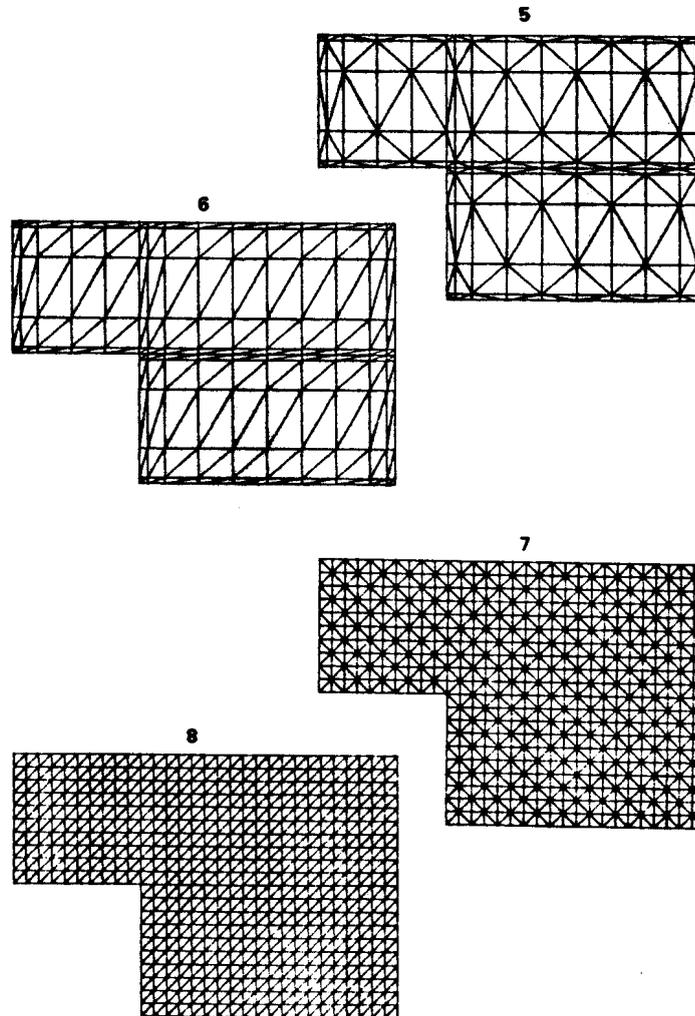


Fig. 4 Redes del problema 2

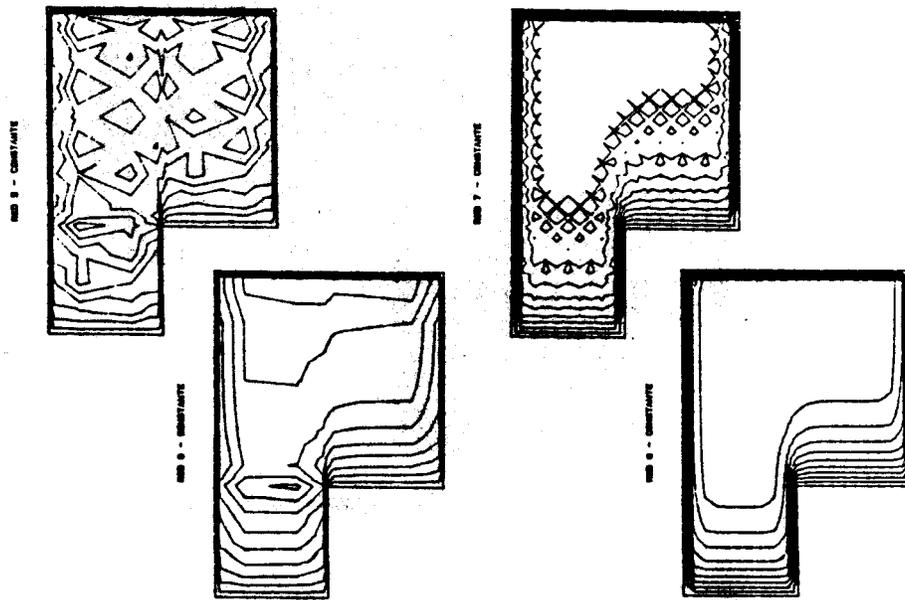
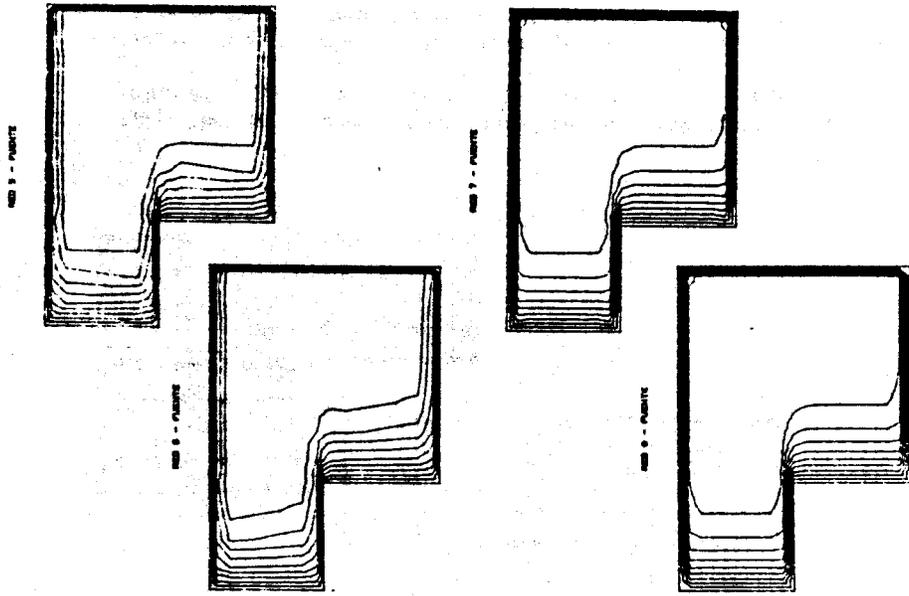


Fig. 6 Problema 2 - Nuestra propuesta

Fig. 5 Problema 2 - Propuesta de Patankar

RED UTILIZADA

x=0.

x=20.

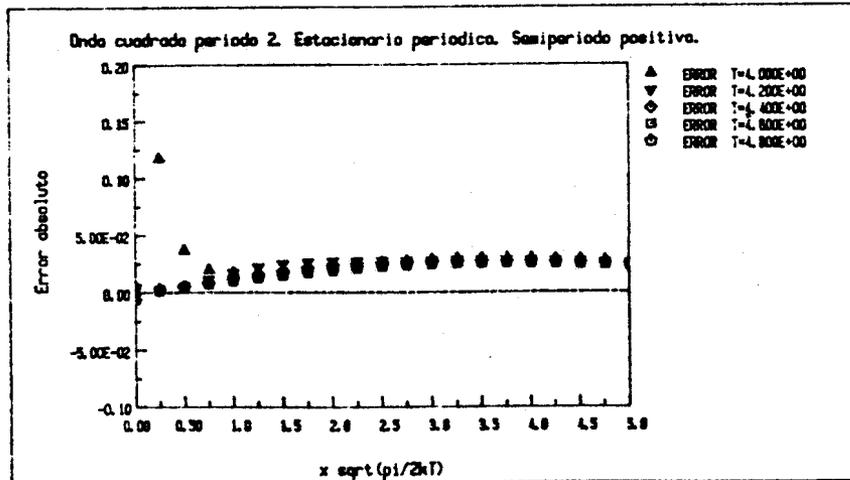
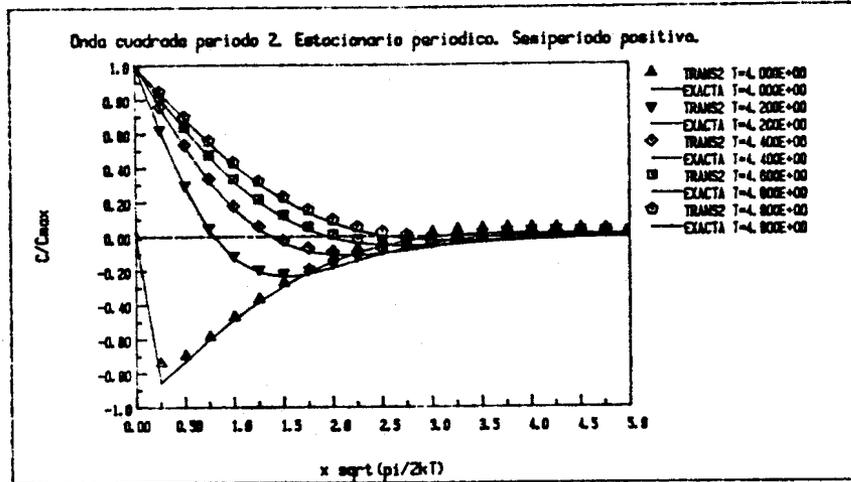


Fig. 7 Problema 3

### PROBLEMA 3 - Difusión 1D transitoria en slab [9].

Se consideró el problema de la difusión unidimensional transitoria en un slab. Este caso, con solución exacta, se utilizó para validar los resultados obtenidos en un caso parecido, sin solución exacta, de difusión de Deuterio en Paladio. La solución exacta esta disponible para slab semiinfinito, pero el caso numérico se corrió para un slab finito suficientemente grande ( $L=20$ ). La red utilizada se observa en la figura 7-a. La concentración  $\xi$  en la cara del slab es variada entre +1 y -1 en forma de onda cuadrada de periodo 2. Se corrió el programa con  $\rho=1$ ,  $\Gamma=1$ ,  $\Delta t=0.01$  y  $\xi=0$  como condición inicial hasta que se alcanzó el estacionario periódico, del cual se disponía la solución analítica. En las figuras 7-b y 7-c se observan los resultados adimensionalizados en la zona cercana a la superficie a distintos tiempos dentro del semiperiodo positivo, ya en el estacionario periódico. La única diferencia importante se observa a tiempos cercanos a la transición de -1 a +1 en el segundo nodo, y es debido principalmente a la dificultad de modelar el abrupto cambio de  $\xi$  de la onda cuadrada. Esto se podría mejorar sensiblemente utilizando un paso temporal variable, pequeño durante la transición y mas grande en la meseta. En el resto del slab los errores no superan el 2% con respecto a la amplitud máxima (+1).

### CONCLUSIONES

Se ha descrito un método de elementos finitos basado en volúmenes de control (CVFEM). Se explicitó el procedimiento a seguir para la resolución por este método de la ecuación general de difusión-advección. Se propuso una nueva función interpolante, con mayor fundamentación física que las usadas anteriormente. Se desarrolló una nueva notación para las mismas que permite mostrar claramente la influencia de cada uno de los parámetros en el perfil y pone de manifiesto las similitudes y diferencias del método CVFEM con el FEM en lo que respecta a funciones de forma. Se programó un código 2-D transitorio con almacenamiento ralo utilizando este método, llamado TRANS2. Se corrieron casos de prueba que pusieron de manifiesto que la propuesta de Patankar para el término temporal no es adecuada. Se desarrolló y probó una nueva forma de tratar este término, que resultó exitosa. Los tiempos de CPU y la memoria utilizada resultaron similares a los del mejor código de FEM disponible en el Centro Atómico Bariloche con que pudo ser comparado el nuestro. Por todo lo anterior se concluye que se ha realizado un aporte positivo al desarrollo del método CVFEM en el marco de la ecuación de difusión-advección y que TRANS2 a demostrado ser una herramienta de cálculo eficiente y poderosa.

REFERENCIAS

1. Patankar S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, Washington D.C., 1980.
2. Baliga B.R. and Patankar S.V., "A New Finite Element Formulation for Convection Diffusion Problems", Numer. Heat Transfer, Vol. 3, pp 393-410, 1980.
3. Baliga B.R. and Patankar S.V., "A Control Volume Based Finite Element Method for Two-dimensional Fluid Flow and Heat Transfer", Numer. Heat Transfer, Vol. 6, pp 245-262, 1983.
4. Baliga B.R., Pham T.T. and Patankar S.V., "Solution of some Two-dimensional Fluid Flow and Heat Transfer Problems", Numer. Heat Transfer, Vol. 6, pp 263-282, 1983.
5. Prakash C. and Patankar S.V., "A Control Volume Based Finite Element Method for Solving the Navier Stokes Equation using Equal-Order Variable Interpolation", Numer. Heat Transfer, Vol. 8, pp 259-280, 1985.
6. Prakash C., "An Improved Control Volume Based Finite Element Method for Heat and Mass Transfer using Equal-Order Velocity-Pressure Interpolation", Numer. Heat Transfer, Vol. 9, pp 253-276, 1986.
7. Larreteguy A., Converti J., "Algoritmo para Resolver la Ecuación de Transporte por Volúmenes de Control", presentado en el Congreso MECOM'88, Noviembre de 1988, Carlos Paz, Pcia. de Córdoba, República Argentina.
8. Glowinsky R., "Numerical Methods for Nonlinear Variational Problems", Springer Series in Computational Physics, App. II, p. 404.
9. Carslaw H.S. and Jaeger J.C., "Conduction of Heat in Solids", Oxford Science Publications, second edition, 1959, p. 69.

