PROBLEMA DEL TRANSPORTE
ALGORITMO DEL CAMINO DEL MINIMO TIEMPO
Y SU IMPLEMENTACION NUMERICA

Adriana N. Olmos
Ingeniería de Sistemas. Escuela de Ingeniería Aeronáutica. Fuerza Aérea Argentina.
Córdoba - Argentina.
Zulema R. Placereano
Consejo de Investigaciones Científicas y Tecnológicas de la Provincia de Córdoba.
Universidad Nacional de Córdoba.
Córdoba - Argentina.

RESUMEN

En este trabajo se presenta el Algoritmo del Camino de Mínimo Tiempo. En el caso de existir más de una posibilidad de traslado, selecciona el camino en que se realiza en el menor tiempo posible. Su importancia se pone de manifiesto cuando se tiene una red de comunicaciones y su complejo sistema de horarios. La implementación numérica permite anular horarios y/o tramos del camino, y da por resultado el o los caminos en que se llega a destino en el menor tiempo posible. Se muestra como ejemplo la distribución de vagones vacíos en la red ferroviaria argentina.

ABSTRACT

This paper presents the Minimum Time Path Algorithm. It chooses the minimum feasible time path whenever there is more than one possibility of transport. Its importance emerges when there is a network of communications and a complex system of schedules. The numerical application allows to eliminate schedules and/or parts of the path. The result provides one or more ways to arrive to destiny in the minimum possible time. As an example, it is shown the distribution of empty wagons in the Argemtinian Railways Network.

PROBLEMA DEL TRANSPORTE

En el siguiente desarrollo se utilizará el término mercaderías, el cual puede ser reemplazado por el término personas y/o cosas o cualquier otro elemento a transportar.

Si se desea distribuir mercaderías desde varios orígenes a varios destinos, queda planteado un problema que responde al clásico esquema del Problema del Transporte; en el cual, se tiene como dato el costo unitario de cada envío.

Si se desea minimizar la distancia recorrida en la distribución, previamente se utiliza el Algoritmo de Ford (que proporciona la menor distancia posible de cada envío) y luego se aplica el Problema del Transporte.

Si el objetivo es que la mercadería llegue a destino lo antes posible. el Algoritmo de Ford no puede ser utilizado pues, se observa que la longitud entre dos lugares, es un valor constante no así el tiempo que se demora en llegar de uno a otro.

INTRODUCCION

Sea $G = [X,U]$ una red dirigida [1], cada nodo $x_i \in X$ representará un lugar fijo (ciudad, pueblo, fábrica, aeropuerto, estación terminal de ómnibus, estación ferroviaria, etc.) y $(x_i,x_j) \in U$ si existe un modo de comunicación directa (línea aérea, carretera, línea ferroviaria, fluvial o marítima) desde x_i a x_j con sus respectivos horarios de salida y llegada.

Se desea enviar mercaderías desde s a y, ambos en X. Como puede existir más de un camino para efectuar tal envío, interesa saber cual de ellos minimiza el tiempo recorrido.

Por ser los horarios de los modos cíclicos, o sea que se repiten cada cierto lapso, basta conocer los horarios para un ciclo. Con el fin de eludir las dos variables: día y hora, se considera un horario acumulativo cuya unidad será la hora. Como ejemplo observar la Tabla I.

Para cada arco (x_i,x_j) se construye la matriz de horarios $h(x_i,x_j)$ de dimensiones $n.2$ donde n es la cantidad de horarios que parten durante un ciclo desde x_i hacia x_j. (Ver Fig. 1). NOTAR: $h(x_i,x_j) \neq h(x_j,x_i)$

ALGORITMO DEL CAMINO DE MINIMO TIEMPO

Se etiqueta cada nodo x de la red con [,L(x)] donde $L(x) = \infty$ para todos los $x \neq s$ y $L(s) = 0$. Al escribir ∞ se quiere expresar un número muy grande, mayor que el máximo tiempo entre dos nodos cualesquiera.

Se supone que la mercadería está lista para salir de s en la hora h_0. Se buscan todos los arcos cuya primer componente sea s. Para cada nodo x tal que existe el arco (s,x) se toma:

$$h_x = \min_{n>0} \left\{ h_{2n} \;/\; h_{2n-1} > h_0;\; h_{2n} \in h(s,x) \right\}$$

Para cada nodo x considerado en este paso, se tiene que

$$h_x \quad L(x) \text{ pues } L(x) = \infty$$

Se coloca a cada uno de estos nodos una nueva etiqueta de la forma $[s, h_x]$. Notar que en el segundo lugar del corchete se coloca la hora en que se llega a x desde s, y en el primer lugar el nodo s.

Se fija uno de los nodos recientemente etiquetados, por ejemplo x_1, y se buscan todos los arcos cuya primera componente sea x_1. Para cada nodo z tal que existe el arco (x_1, z) se toma

$$h_z = \min_{n>0} \left\{ h_{2n} \;/\; h_{2n-1} > L(x_1);\, h_{2n} \in h(x_1, z) \right\} \qquad (1)$$

Si $h_z < L(z)$, se etiqueta z con $[x_1, h_z]$ (2)

$h_z \geq L(z)$, se deja la etiqueta que tenía (3)

Así se continúa con todos y cada uno de los nodos etiquetados.

Si se desea ir de x a z y no existe en h(x,z) un n tal que $h_{2n-1} > L(x)$ se toma

$$h_z = \min_{n>0} \left\{ h_{2n}+\theta \;/\; h_{2n-1}+\theta > L(x);\; h_{2n} \in h(x,z) \right\} \qquad (4)$$

donde θ es el supremo de los horarios de salida de un ciclo (cantidad de horas que tiene el ciclo).

Si no existe en h(x,z) un n tal que $h_{2n-1} + \theta > L(x)$ se toma

$$h_z = \min_{n>0} \left\{ h_{2n}+2\theta \;/\; h_{2n-1}+2\theta > L(x);\; h_{2n} \in h(x,z) \right\} \qquad (5)$$

En general, si no existe en h(x,z) un n tal que

$$h_{2n-1} + k\theta > L(x)$$

se toma

$h_z \leq L(z)$, el algoritmo debe terminar.

NOTAR:

a) La expresión (1) significa: de todos los horarios de partida de x_i a z, después de la hora en que la mercadería está en x_i, se toma el que llega antes. y h_z es la hora en que llega a z ese modo.

b) Las desigualdades (2) y (3) comparan el tiempo empleado para ir de s a z, llegando a z por x_i y por otro camino estudiado en algun paso anterior. La etiqueta con la cual queda z tiene en el segundo lugar la hora en que llega con el menor de los tiempos comparados, y en el primer lugar el nodo inmediatamente anterior a z por el camino comparado más rápido. Esto permite que al leer las etiquetas a partir del nodo de llegada, se construye un camino que recorrido en sentido inverso es el que se busca.

c) El tiempo que se demora por el camino más rápido es $L(y) - h_o$.

d) Puede ocurrir que la mercadería llegue a la hora h al nodo x, y no haya ningún horario de ese ciclo que salga hacia z después de esa hora. En este caso se tienen en cuenta los horarios del ciclo siguiente. Este es el razonamiento por el cual se consideran las expresiones(4), (5) y (6) según que hayan transcurrido uno,dos o k ciclos respectivamente.

Se prueba que el proceso de etiquetación expuesto llega a su fin en un número finito de pasos, y que no hay ningun camino diferente al etiquetado y por el cual se llega antes.

IMPLEMENTACION NUMERICA

Para agilizar la obtención de los resultados suministrados por el algoritmo se desarrolló el programa TIEMPO, en lenguaje FORTRAN IV.

Como la unidad de tiempo menor con la que se trabaja es el minuto, es conveniente convertir a dicha unidad todo lo referido a horas: el efecto de esto es que no se introducen errores de redondeo al efectuar los cálculos previstos en el paquete de programas.

A los fines de contemplar circunstancias reales como son vías en mal estado u obstruídas, horarios temporariamente no utilizables o no convenientes, etc. se prevé la posibilidad de anular cuantos horarios y/o nodos sean necesarios.

Como parte de ls resultados finales se suministra un posible camino de tiempo mínimo y sus alternativas.

En caso de ser necesario un transbordo, se debe tener en cuenta el tiempo que se demora en realizarlo. Para ello el programa prevé calcular el tiempo de estadía en cada nodo e imprimir un mensaje en caso de que éste sea inferior a cierto lapso. Ello permitirá al usuario decidir la anulación o no del próximo horario de salida.

Puede suceder que en un nodo la mercadería esté disponible a una determinada hora, a partir de la cual existen diferentes horarios de salida tal que la utilización de dos o más de ellos, permite llegar al próximo nodo en el mismo horario, pero recorriendo caminos distintos. Esta situación que se ajusta perfectamente a la realidad está prevista por el programa, que en este caso suministra el nombre de dichos nodos, sus respectivos horarios de salida y el horario de llegada.

Puede ocurrir que en los datos ingresados por el usuario se anule un nodo fundamental para el Camino de Tiempo Mínimo lo cual impedirá su construcción. En tal caso se dirá que no existe conección posible entre los nodos de salida y de llegada, originándose un mensaje de aviso.

APLICACIONES

Se ha aplicado este programa para plantear una posible distribución de vagones vacíos en el sistema ferroviario argentino.

Cada trocha de la red ferroviaria argentina está dividida en zonas. Dentro de cada zona se ha elegido una estación, la cual realiza por medio de fichas el seguimiento de todos los vagones desde que entran a su zona hasta que salen de la misma. A dichas estaciones se las denomina ficheros. De esta manera, cada fichero sabe cuántos vagones tiene disponibles para ser cargados y cuántos necesita para cargar.

Diariamente se presenta la siguiente situación: hay n ficheros que ofrecen vagones vacíos de un determinado tipo en las cantidades a_1, a_2, ..., a_n, y m ficheros que solicitan vagones vacíos del mismo tipo en las cantidades b_1, b_2, ..., b_m

Los meses de abril a julio constituyen un período pico de demanda insatisfecha, en este período a la empresa le es imposible absorber una porción extra de esa demanda por no contar por más recursos. Pero se puede con un stock fijo de vagones, aumentar la cantidad de viajes si se disminuye el tiempo de los mismos. Surge entonces la necesidad de minimizar el tiempo en la distribución de vagones vacíos. Esta situación origina un típico problema de transporte [3], en el cual, si se toma como costo de enviar un vagón vacío del origen x_i al destino x_j al tiempo mínimo que se demora en llegar a destino, se obtiene la distribución deseada.

A los efectos de presentar un ejemplo se utiliza la trocha angosta; se consideran como nodos a los ficheros y algunas estaciones de ferrocarriles; dados dos nodos a y b en este orden se dice que el par (a,b) es arco si existe al menos un horario regular de trenes de carga que permita trasladarse desde a hacia b. Como los horarios de trenes se repiten semanalmente se toma como ciclo una semana y como unidad de tiempo la hora, siendo $\theta = 168$.

Mediante una corrida de programa se calcula el tiempo que se demora desde una estación que ofrece a una que demanda:

El archivo de datos contiene las siguientes estaciones; y su NUMERO asociado es:

1-Retiro	2-Bs. As.	3-Villegas	4-Tapiales
5-Pergamin	6-Sorrento	7-Santa Fé	8-San Fco
9-Rafaela	10-Gob. Vera	11-San Cris.	12-Córdoba
13-D. Funes	14- Pie Palo	15-Mendoza	16-Tostado
17-Resiste	18-Pte. Peña	19-Av.Terai	20-Añatuya
21-Clodomir	22-Cejas	23-Frias	24-Tucumán
25-Ros. Fron	26-Metán	27-J.V. Gonz	28-Gümes
29-Perico	30-Pichanal		

Ingrese número de la estación de salida: 2
Ingrese número de la estación de llegada: 30
Ingrese hora de salida [h,m]: 11,00
Anulamos alguna estación? NO
Anulamos algún horario de salida? NO

....RESPUESTA....

UN CAMINO DE TIEMPO MINIMO ES: Bs. As. - Pergamin - Sorrento - Pichanal
HORA DE SALIDA: 11 h
HORA DE LLEGADA: 116 h, 28 min
TIEMPO EMPLEADO: 105 h, 28 min

UN CAMINO DE TIEMPO MINIMO ES: Bs. As. - Pergamin - Sorrento - Santa Fé - Tostado - Añatuya - Clodomir - Metán - J.V. Gonz - Pichanal
HORA DE SALIDA: 11 h
HORA DE LLEGADA: 116 h, 28 min
TIEMPO EMPLEADO: 105 h, 28 min

UN CAMINO DE TIEMPO MINIMO ES: Bs. As. - Pergamin - Sorrento - Santa Fé - Pichanal
HORA DE SALIDA: 11 h
HORA DE LLEGADA: 116 h, 28 min
TIEMPO EMPLEADO: 105 h, 28 min

ATENCION: ALTERNATIVA DE SALIDA
De la estación Santa Fé puede salir a las 67 h, 18 min o a las 57 h, 18 min llegando a la próxima estación Pichanal a las 116 h, 28 min

ATENCION: El tiempo de estadía en la estación Pergamin antes de partir a la estación Sorrento es de 14 min. El primer horario disponible durante la espera es el de las 34 h, 53 min.

```
QUIERE CONTINUAR? si
CAMBIAMOS ARCHIVO DE DATOS? no
CAMBIAMOS ESTACIONES DE SALIDA Y/O LLEGADA? si,
Ingrese numero de la estación de salida:  1
Ingrese número de la estación de llegada: 7
Ingrese hora de salida [h,m]: 40,00
Anulamos alguna estación? SI
Ingrese número de la estación a anular:  3
Anulamos otra estación ? SI
Ingrese número de la estación a anular:  4
Anulamos otra estación ? NO
Anulamos algun horario de salida? NO

                    ....RESPUESTA....

No hay conección posible entre la estación 1 y la  estación
7.
QUIERE CONTINUAR ? no
STOP.
```

Tabla 1

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.	Dom.	Lun.....
0	24	48	72	96	120	144	168	192
1	25	49	73	97	121	145	169	193
2	26	50	74	98	122	146	170	194
3	27	51	75	99	123	147	171	195
4	28	52	76	100	124	148	172	196
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
21	45	69	93	117	141	165	189	213
22	46	70	94	118	142	166	190	214
23	47	71	95	119	143	167	191	215

$$\begin{array}{cc} \text{Horario de salida} & \text{horario de llegada} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_3 & h_4 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ h_{2n-1} & h_{2n} \end{bmatrix}$$

Fig. 1

CONCLUSIONES

El algoritmo y su correspondiente implementación numérica permite agilizar envios de mercaderias, correspondencias, encomiendas, etc., como asi tambien permite a personas trasladarse mediante una óptima combinación de cuantos modos disponibles haya, llegando llegar a destino lo antes posible y evitando demoras que pueden originar pérdidas irreparables.

REFERENCIAS

[1] Berge; Claude,"Teoría de las redes y sus aplicaciones", primera edición en español, Compañía Editorial Continental S.A., 340 p., 1962.
[2] Ford Lester Randolph, "Flows in Networks, Princeton University Press, 194 p., 1962.
[3] Hadley, G., Linear Programming, Primera edición, Audison-Wesley Publishing Company inc., 520 p., 1962.