

ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS DA SUPERFÍCIE DE RUPTURA DE  
ESCAVAÇÕES A CÉU ABERTO  
UTILIZANDO UM MODELO ELASTO-PLÁSTICO NÃO-ASSOCIADO.

Jorge G. Zornberg  
Roberto F. Azevedo

Departamento de Engenharia Civil  
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro  
Rio de Janeiro - Brasil

RESUMO

Um modelo elasto-plástico com endurecimento isotrópico e lei de fluxo não-associada, foi implementado em elementos finitos para o estudo do comportamento de escavações não-escoradas a céu aberto. A superfície de ruptura do talude escavado num solo sem coesão pode ser definida com base nos conceitos de equilíbrio limite.

Neste artigo são apresentados, para uma escavação que atinge o estado de ruptura, os resultados obtidos com a utilização de um modelo elasto-plástico. Eles mostram uma clara concordância entre a cunha de ruptura caracterizada pela análise numérica e os resultados teóricos de equilíbrio limite.

ABSTRACT

An elasto-plastic work hardening model with nonassociated flow rule was implemented into finite element code in order to study the behavior of open-cut unbraced excavations. The theoretical failure surface of a slope excavated in a cohesionless soil may be defined by means of limit equilibrium analysis.

The results obtained for an excavation that reaches the failure state are presented. They show a clear agreement between the failure wedge characterized by this numerical analysis and the limit equilibrium results.

## INTRODUÇÃO

Atualmente, como conseqüência da expansão dos sistemas de transporte urbano, da construção de grandes edificações e do traçado de redes de condução de líquidos, vem sendo constatado um grande aumento no número e nas dimensões das escavações em solo executadas em regiões urbanas densamente povoadas. Geralmente, nestas circunstâncias, a previsão dos deslocamentos ocasionados na massa do solo é uma providência indispensável para o sucesso destas obras de engenharia.

Uma das principais dificuldades na previsão racional destes deslocamentos consiste na modelagem correta do comportamento tensão-deformação dos solos. Características constitutivas dos solos tais como não linearidade, dilatância e irreversibilidade das deformações, são aspectos que podem ser representados através de modelos elasto-plásticos. Dentre estes, o modelo desenvolvido por Lade [1] tem-se mostrado relevante para representar o comportamento de solos arenosos [1] e de argilas normalmente adensadas [2].

Esta formulação consiste num modelo elasto-plástico com endurecimento isotrópico que faz uso de duas superfícies de plastificação, uma das quais é definida por uma lei de fluxo não-associada. Para a sua implementação em elementos finitos torna-se necessária a definição da relação tensão-deformação incremental.

Tendo em parte o propósito de simplificar os métodos de cálculo, tem sido prática corrente em mecânica dos solos [3] separar os problemas em geotecnia segundo se trate de problemas de deslocamentos ou de ruptura. Exemplos característicos do primeiro grupo são o cálculo, com base na elasticidade linear, dos deslocamentos de uma sapata ou de um muro de arrimo. No segundo grupo, problemas como o cálculo da capacidade de carga de uma fundação ou da estabilidade à ruptura de um talude são tratados no domínio da plasticidade. Esta abordagem desconexa pode ser evitada com a utilização de um modelo elasto-plástico através de elementos finitos já que, neste caso, uma relação única tensão-deformação-resistência define o comportamento do solo.

A superfície de ruptura de um talude de escavação num solo sem coesão é definida, com base nos conceitos de equilíbrio limite, pelo ângulo de atrito do solo [4,5]. Este clássico exemplo de ruptura de taludes pode ser utilizado para a verificação teórica dos resultados obtidos numa análise por elementos finitos que pretenda representar corretamente o desenvolvimento dos mecanismos de ruptura do solo.

Neste trabalho, após apontar os fundamentos do modelo de Lade e caracterizar a simulação numérica de um processo de escavação, são apresentados os resultados obtidos com a implementação deste modelo em elementos finitos. A escavação a céu aberto analisada, foi definida para um material sem coesão, sendo a inclinação inicial do seu talude maior do que o ângulo de repouso do material. Para o estudo deste problema, é comparada a cunha de ruptura teórica com a definida através da utilização do modelo de Lade. São estabelecidas considerações em relação à variação do peso específico do material, à definição de ângulos iniciais

estáveis para o talude e à convergência dos resultados obtidos. São igualmente apresentadas as zonas de ruptura definidas segundo o modelo hiperbólico de Duncan e Chang [6] também implementado em elementos finitos. Finalmente, com base numa análise dos resultados obtidos com o modelo de Lade, é oferecida uma caracterização das diferentes trajetórias de tensões envolvidas na escavação e uma avaliação do fator de segurança à ruptura.

#### FUNDAMENTOS DO MODELO ELASTO-PLÁSTICO DE LADE

Nos modelos elasto-plásticos, os incrementos de deformação são divididos em partes elásticas e plásticas, sendo a parte elástica relacionada linearmente com o incremento de tensões. O incremento de deformação plástica é definido através de uma função de plastificação  $f$  e de uma função potencial plástico  $g$ . A primeira destas funções estabelece o nível de tensões no qual acontecerão os incrementos de deformação plástica e a segunda define a distribuição (mas não a magnitude) dos incrementos de deformação ao longo do fluxo plástico. A magnitude da deformação plástica é determinada a partir da lei de endurecimento. As funções potencial plástico e de plastificação têm sido frequentemente consideradas idênticas, em cujo caso o fluxo plástico é denominado associado. Porém, resultados de ensaios de laboratório [7,8] têm demonstrado que os materiais geológicos e, em particular os solos sem coesão, não apresentam um comportamento plástico caracterizado por uma lei de fluxo associada, sendo a função potencial plástico diferente da de plastificação (fluxo não-associado).

Lade [1] propôs um modelo com endurecimento isotrópico formulado com base em duas superfícies de plastificação, sendo a superfície de ruptura (ou superfície última de plastificação) expressa em termos do primeiro e terceiro invariante do tensor de tensões. Os parâmetros do modelo são obtidos a partir de ensaios convencionais realizados com amostras de areia ou de argila normalmente adensada.

A função proposta para definir a superfície de ruptura, com base em resultados experimentais é:

$$\eta_1 = (I_1^3/I_3 - 27) \cdot (I_1/P_a)^m \quad (1)$$

onde  $I_1$  e  $I_3$  são, respectivamente, o primeiro e o terceiro invariante do tensor de tensões no estado de ruptura,  $P_a$  é a pressão atmosférica e  $\eta_1$  e  $m$  são parâmetros que caracterizam a ruptura do material. As superfícies de plastificação  $f_p$ , homotéticas à superfície de ruptura, são definidas como:

$$f_p = (I_1^3/I_3 - 27) \cdot (I_1/P_a)^m \quad (2)$$

sendo que  $f_p$  é nulo no eixo hidrostático (fig. 1) e aumenta gradativamente a medida em que a superfície expande até atingir o seu valor final  $f_{p,max} = \eta_1$  na ruptura. As deformações plásticas correspondentes são obtidas através de uma lei de fluxo não-associada cuja função potencial plástico é estabelecida por:

$$g_p = I_1^3 - [27 + \eta_2 (P_a/I_1)^m] \cdot I_3 \quad (3)$$

onde  $\eta_2$  é uma constante para valores de  $f_p$  e  $\sigma_3$  dados.

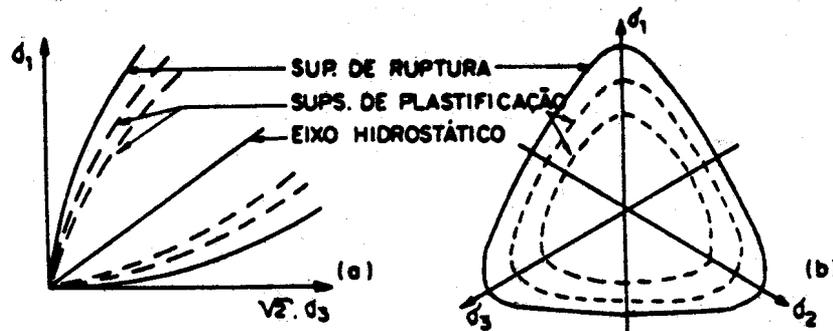


Fig. 1. Características das sup. de ruptura e de plastificação.  
(a) Corte no plano triaxial. (b) Corte no plano octaédrico.

Além desta primeira família de superfícies de plastificação, o modelo inclui uma superfície de plastificação esférica  $f_c$  (fig. 2):

$$f_c = I_1^2 + 2 I_2 \quad (4)$$

onde  $I_2$  é o segundo invariante de tensões. As deformações plásticas correspondentes são obtidas com uma lei de fluxo associada, ou seja:

$$g_c = f_c \quad (5)$$

Com base nas anteriores definições de  $f_p$ ,  $f_c$  e  $g_p$ , o incremento total de deformação  $d\epsilon_{ij}$  foi decomposto em três partes:

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^c + d\epsilon_{ij}^p \quad (6)$$

onde  $d\epsilon_{ij}^e$ ,  $d\epsilon_{ij}^c$  e  $d\epsilon_{ij}^p$  são os componentes de deformação elástica, plástica colapsiva e plástica expansiva respectivamente. A Fig. 3 mostra uma representação destes três componentes. As deformações plásticas colapsivas são definidas pela superfície esférica de plastificação  $f_c$ , utilizando uma lei de fluxo associada, ou seja:

$$\Delta \epsilon_{ij}^c = \Delta \lambda_c \cdot \frac{\delta f_c}{\delta \sigma_{ij}} \quad (7)$$

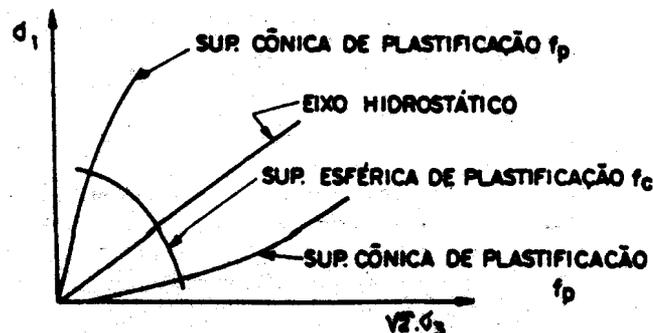


Fig. 2. Localização da sup. de plastificação esférica.

onde  $\Delta\lambda_c$  é a constante de proporcionalidade obtida através de parâmetros de endurecimento do material. As deformações plásticas expansivas serão calculadas com uma lei de fluxo não-associada:

$$\Delta\varepsilon_{ij}^P = \Delta\lambda_p \cdot \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \quad (8)$$

onde  $\Delta\lambda_c$  é também definida com base nos parâmetros de endurecimento do solo. A componente elástica de deformação é caracterizada pela lei de Hooke através dos parâmetros elásticos obtidos de uma curva de descarregamento do material.

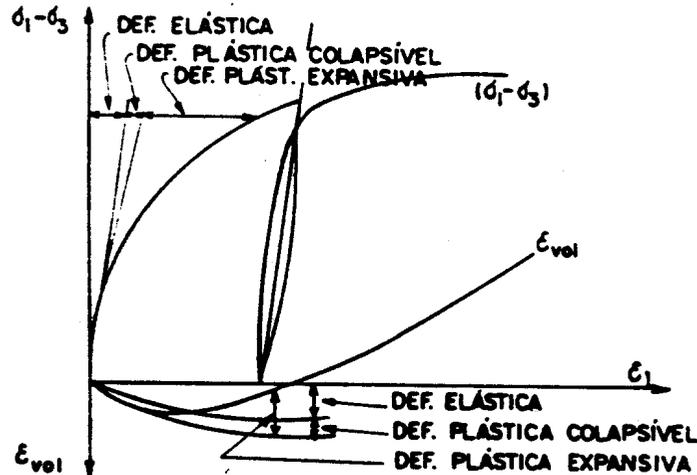


Fig.3. Ilustração das deformações elásticas, plásticas colapsivas e plásticas expansivas num ensaio drenado de compressão triaxial.

Todos os parâmetros necessários são calculados a partir de ensaios triaxiais convencionais (CTC) e de ensaios de compressão hidrostática (HC). Os procedimentos de calibração estão documentados nas refs. [1,9, 10].

#### IMPLEMENTAÇÃO DO PROCESSO DE ESCAVAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS

A previsão dos deslocamentos na massa do solo provocados por escavações só pode ser estabelecida racionalmente se forem obtidas informações confiáveis em relação a [11]:

- . O perfil geotécnico da massa de solo próximo à escavação.
- . O estado inicial de tensões.
- . As condições de contorno do problema.
- . A lei constitutiva do solo na região da escavação.

O perfil geotécnico é provavelmente a informação que menos dificuldade oferece para sua obtenção, ainda que o verdadeiro perfil deve ser extrapolado a partir das informações fornecidas por uma quantidade limitada de sondagens. O estado inicial de tensões da massa do solo é geralmente obtido através do coeficiente de empuxo em repouso  $K_0$ , que estabelece a relação entre as tensões efetivas horizontais e verticais. Uma outra forma de determinar o estado inicial de tensões é mediante a simula

ção por elementos finitos do processo geológico de formação do solo. As condições de contorno do problema, estabelecidas pelos carregamentos e deslocamentos pré-definidos, devem ser adequadamente representadas através da simulação do processo construtivo e da estrutura de contenção.

A caracterização da lei tensão-deformação do solo tem grande relevância na confiabilidade dos resultados obtidos a partir das diversas técnicas de resolução. O avanço e sofisticação alcançados com os procedimentos numéricos exige um desenvolvimento análogo no conhecimento do comportamento dos materiais que possibilite a definição da relação constitutiva e, conseqüentemente, a resolução do problema numérico. Para a determinação da matriz incremental de rigidez e posterior implementação em elementos finitos do modelo elasto-plástico de Lade, tem sido definida a relação tensão-deformação correspondente [12,13]. Devido à utilização de uma lei de fluxo não-associada para o cálculo das deformações plásticas expansivas, a matriz incremental de rigidez resulta não-simétrica.

A simulação analítica da escavação da região A (fig. 4) consiste num processo de duas etapas:

- (a) O cálculo das forças no contorno que a região A a ser escavada exerce sobre a região B antes da escavação e ao longo da linha de contato.
- (b) Análise da região B que fica, depois da escavação, sob a ação de forças no contorno com direção oposta.

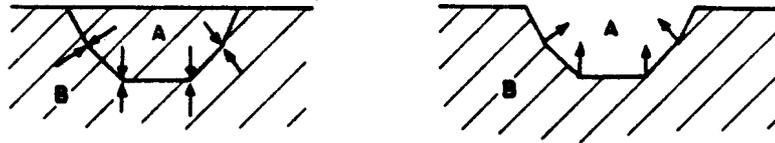


Fig. 4. Simulação do processo de escavação.

Os deslocamentos e deformações finais induzidos pela escavação são obtidos da análise (b), enquanto que as tensões finais são fornecidas pela soma das tensões iniciais obtidas em (a) mais as tensões adicionais definidas em (b), originando-se desta forma tensões nulas ao longo do contorno escavado.

Devido a que a formulação de elementos finitos com base no método dos deslocamentos não garante o equilíbrio das tensões entre dois elementos adjacentes, podem ser gerados erros na obtenção das forças nodais necessárias para simular a etapa (b) da escavação. Este problema foi resolvido por Mana [14,15] baseando-se na garantia de equilíbrio entre as forças nodais na formulação de elementos finitos.

Os elementos da região A devem ser eliminados da malha de elementos finitos antes do cálculo da etapa (b). Muitos trabalhos têm sido efetuados pelo simples método de atribuir aos elementos escavados uma rigidez suficientemente baixa. Porém, a remoção dos elementos da região A com a conseqüente renumeração dos nós da malha é um método mais apropriado e foi utilizado no presente trabalho.

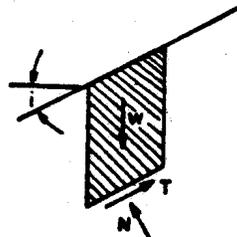
Os resultados apresentados neste trabalho foram obtidos através de u

ma análise por elementos finitos levando em consideração o processo de escavação mencionado para um caso de deformação plana. Foram utilizados elementos iso-paramétricos de oito nós com um esquema de quatro pontos de Gauss de integração. Para evitar a singularidade da matriz de rigidez global do sistema no caso de formação de um mecanismo de ruptura, é mantida uma pequena rigidez (correspondente ao 95% do nível de tensões na ruptura) nos pontos de Gauss que atingem este estado do material.

#### ESTUDO DE UM CASO DE RUPTURA

Para o caso de um solo sem coesão, uma análise por equilíbrio limite permite facilmente definir a condição de ruptura com base no estudo de um talude infinito em areia [4,5]. Segundo pode ser verificado na fig.5, se a resistência ao cisalhamento é mobilizada de forma que  $T = N \tan \phi$ , para este caso limite se terá  $i = \phi$ . Sendo que, para este talude, o fator de segurança é usualmente definido como sendo:

$$FS = \frac{\tan \phi}{\tan i} \quad (9)$$



$$N = W \cdot \cos i$$

$$T = W \cdot \sin i$$

$$\therefore T = N \cdot \tan i$$

Fig. 5. Análise do equilíbrio de um talude infinito.

Os resultados da análise numérica do talude de escavação foram obtidos com a malha indicada na fig. 6. Os parâmetros do material utilizado foram os estabelecidos por Azevedo [11] no solo definido como Boulder Sand. Em relação à caracterização da ruptura no modelo de Lade [1] definida pela equação (1) deve se ressaltar que a envoltória de resistência do modelo não consegue representar a presença de coesão no material.

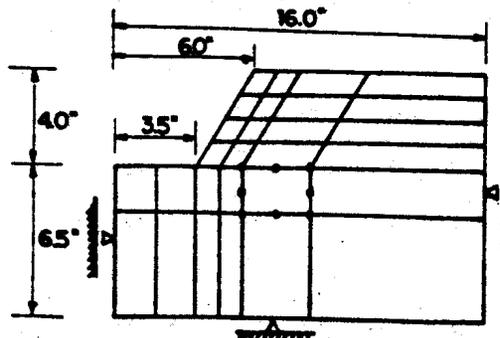


Fig. 6. Malha de elementos finitos utilizada.

É importante destacar que no caso de desenvolvimento de mecanismos de ruptura, a malha de elementos finitos apresentará elementos de rigidez elevada (elementos que não romperam) e, conjuntamente, elementos de rigidez comparativamente pequena (elementos que atingiram a ruptura). Uma

lha cujos elementos possuem rigidezes muito diferentes poderá conduzir a um sistema de equações mal-condicionado dependendo da localização na malha da região de baixa rigidez. De fato, um sistema com elementos de rigidez elevada suportado por elementos de rigidez comparativamente menor pode apresentar problemas numéricos, já que informações essenciais são perdidas por truncamento [16]. Isso não acontece no caso dos elementos de rigidez baixa serem suportados por elementos de grande rigidez, situação que corresponde à malha do presente estudo (fig. 7.a).

No exemplo unidimensional apresentado na fig. 7.b, considerando a resolução do sistema através do processo de eliminação de Gauss, verifica-se que podem ser perdidas informações necessárias para a obtenção de uma solução precisa se  $K_A \gg K_B$ , mas isso não acontece se  $K_B \gg K_A$ . O número de condição, magnitude que avalia o mal condicionamento da matriz de rigidez, é elevado no primeiro caso, porém, apresenta valores baixos no segundo. O número de condição é definido como:

$$C(K) = \lambda_{\text{máx}} / \lambda_{\text{mín}} \quad (10)$$

onde  $\lambda_{\text{max}}$  e  $\lambda_{\text{min}}$  são os valores próprios máximo e mínimo da matriz de rigidez (K) depois do seu escalamento [16]. Uma clara analogia pode ser estabelecida entre as figs. 7.a e 7.b para o caso  $K_B \gg K_A$ .

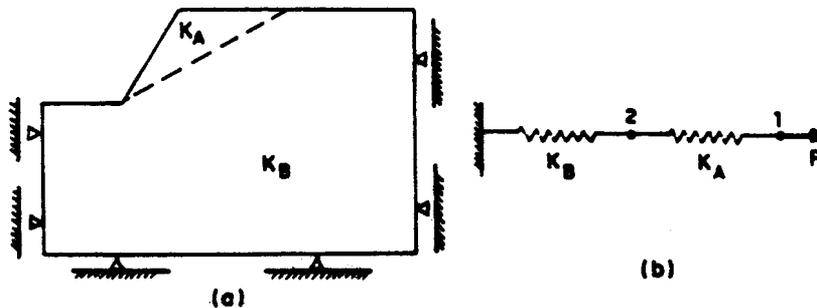


Fig.7(a) Elementos rígidos( $K_B$ ) e de baixa rigidez ( $K_A$ ) na escavação.  
(b) Estrutura unidimensional com elementos de rigidez  $K_A$  e  $K_B$ .

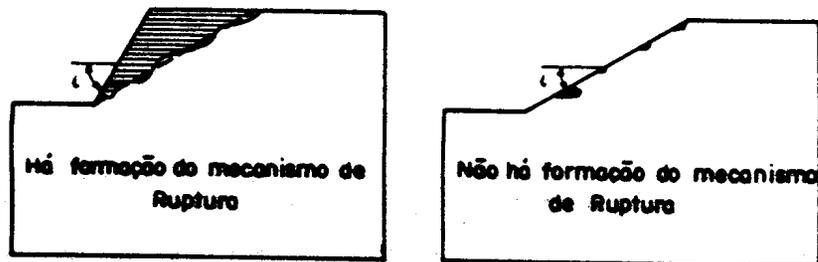
#### RESULTADOS OBTIDOS

A envoltória de resistência do modelo de Lade é definida no espaço das tensões principais por um cone cuja curvatura é caracterizada pelo parâmetro  $m$  da equação (1). O ângulo de atrito  $\phi$  da envoltória de Mohr-Coulomb representa então a rectificação deste cone indicado na fig. 1. O ângulo de atrito obtido para o material utilizado no estudo é  $\phi = 31^\circ$ .

O talude de escavação a ser estudado (fig. 6) definiu-se com a inclinação  $i=58^\circ$  e portanto, segundo a previsão teórica de equilíbrio limite, definir-se-á uma cunha de ruptura que ficará estabelecida pelo ângulo de atrito do material. A fig. 8 mostra a definição da cunha de ruptura obtida com a utilização do modelo de Lade na análise por elementos finitos. Uma evidente concordância pode ser observada entre o resultado numérico e a solução teórica deste problema de ruptura. A previsão feita por equilíbrio limite refere-se somente à análise da ruptura do talude da escavação (trajetória de tensões de descarregamento lateral). O resultado

numérico analisa também o comportamento dos pontos submetidos a uma trajetória de tensões de descarregamento vertical que provocaria, eventualmente, a ruptura por levantamento de fundo na escavação. Este tipo de ruptura não acontece no presente exemplo.

O mesmo ângulo de repouso deveria ser atingido após a ruptura do talude desta escavação qualquer que fosse a inclinação inicial do mesmo. Em particular, para um talude cuja inclinação inicial fosse aproximadamente igual ao ângulo de atrito do material, o mecanismo de ruptura não deveria se desencadear. De fato, para a malha de elementos finitos indicada na fig. 9, com um talude inicial de 30° de inclinação, não houve formação de mecanismo de ruptura do talude na análise por elementos finitos utilizando o modelo de Lade.



----- Sup. teórica de Ruptura



Zona de Ruptura obtida numericamente

Fig.8. Superfície de ruptura definida como modelo de Lade.  $i=58^\circ$ .

Fig.9. Mecanismo de ruptura não desenvolvido para  $i=\phi = 31^\circ$ .

Com base nos conceitos de equilíbrio limite, mas estabelecendo uma série de hipóteses simplificadoras, Taylor [17] caracterizou a estabilidade de um talude em função do valor do ângulo de atrito  $\phi$  do material e do valor do número de estabilidade  $N$ , sendo que este último definido como:

$$N = \frac{c}{\gamma H} \quad (11)$$

onde  $c$  é a coesão do solo,  $\gamma$  o seu peso específico e  $H$  a altura do talude. Em particular, para um solo sem coesão, o valor do número de estabilidade é identicamente nulo, independente do valor do peso específico do material. Portanto, uma análise por elementos finitos desenvolvida com os parâmetros do material do exemplo inicial, mas modificando o valor do peso específico do solo, deverá definir a mesma superfície de ruptura. A fig. 10 mostra os resultados obtidos com um peso específico igual ao 72% do seu valor inicial. A não-dependência do valor do peso específico na definição da superfície de ruptura do talude da escavação pode ser visualizada. Obviamente, as tensões e deslocamentos obtidos foram diferentes em cada caso.

A mesma escavação (fig. 6) foi analisada utilizando o modelo hiperbólico de Duncan e Chang [6] também implementado em elementos finitos. Os resultados obtidos considerando a envoltória de resistência de Mohr-Coulomb sem coesão caracterizaram a região de ruptura indicada na fig. 11.

Observa-se que a utilização deste modelo não linear elástico não estabelece uma boa concordância entre a zona de ruptura obtida numericamente e a superfície teórica de ruptura definida pelo ângulo de repouso do material.

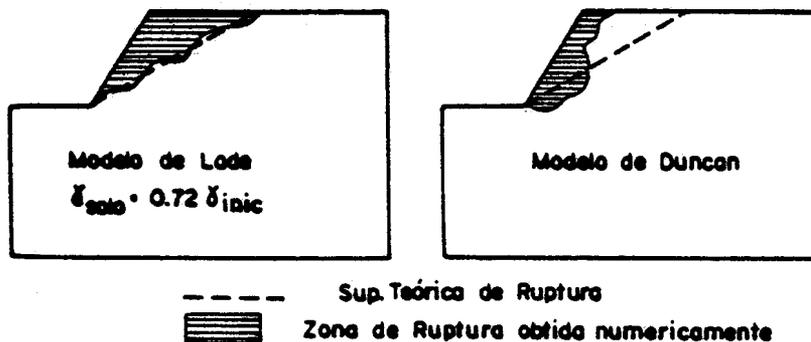


Fig.10. Sup. de Ruptura definida com modelo de Lode para  $\gamma_{\text{solo}} = 0.72 \gamma_{\text{inic}}$ .

Fig.11. Sup. de Ruptura definida com o modelo hiperbólico de Duncan.

Os resultados obtidos com a utilização dos modelos de Lode e de Duncan apresentaram valores convergentes ao se refinar a discretização da malha de elementos finitos utilizada. Também foi obtida uma boa convergência dos resultados ao aumentar o número de incrementos utilizados na resolução não-linear do sistema de equações por um processo incremental. Como já foi dito, aos elementos da região definida pelo mecanismo de ruptura foram atribuídos valores arbitrariamente pequenos de rigidez com o objetivo único de evitar a singularidade do sistema. Sendo assim, os valores das tensões e deslocamentos nos pontos da massa rompida não têm significado e, portanto, não foram considerados na análise de convergência.

A definição em cada ponto da malha do valor do nível de tensões  $f_p$  (equação 2) que caracteriza a última superfície de plastificação ativada depois do processo de escavação, permite estabelecer algumas considerações. Se o estado inicial de tensões se encontra definido pelo coeficiente de empuxo em repouso, a situação inicial da massa de solo antes da escavação é caracterizada pela linha denominada  $K_0$ . Conhecidos então os valores iniciais de  $f_p$  e, dependendo dos valores de  $f_p$  obtidos ao final do processo de escavação, podem ser definidas três regiões para caracterizar as diferentes trajetórias de tensões envolvidas no processo de escavação (fig. 12.a):

- . Região (1): Pontos que seguiram uma trajetória de tensões crescente aproximadamente a um descarregamento proporcional na direção da linha  $K_0$ .
- . Região (2): Pontos que seguiram aproximadamente a trajetória de tensões característica do ensaio RTC.
- . Região (3): Pontos que seguiram aproximadamente a trajetória de tensões característica do ensaio RTE.

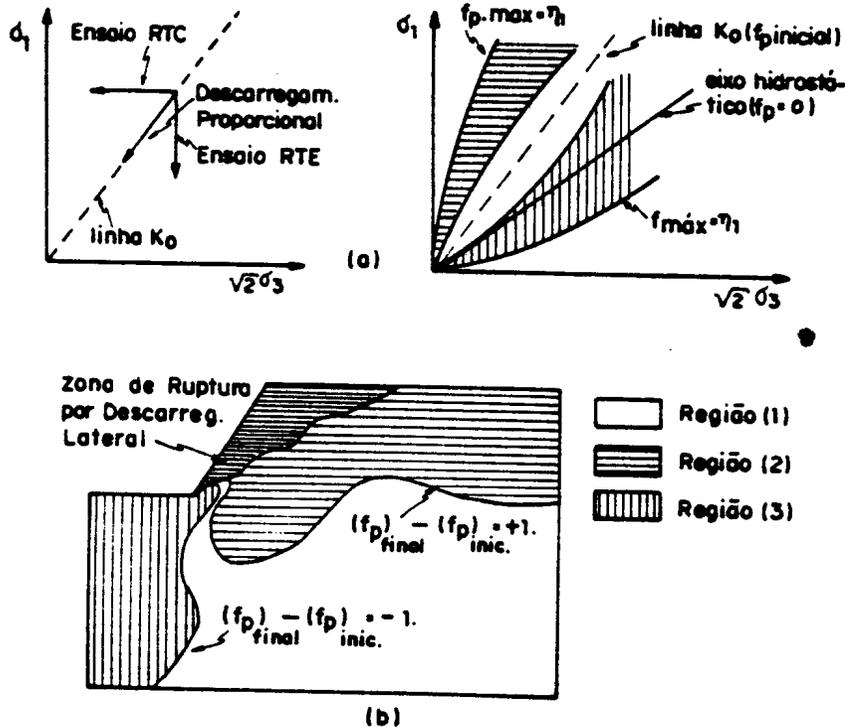


Fig.12.(a) Regionalização no plano triaxial das traj. de tensões.  
(b) Localização na escavação das traj. de tensões envolvidas.

A fig. 12.b apresenta a localização na escavação em estudo das três regiões que caracterizam as trajetórias de tensões típicas deste processo. Ficam assim determinados os pontos nos quais ocorre um descarregamento lateral, sendo que parte da massa de solo caracterizada por esta trajetória de tensões atinge o estado de ruptura. A região na qual ocorre um descarregamento vertical fica também definida. A eventual ruptura por levantamento de fundo, que corresponderia a esta última trajetória de tensões, não foi atingida no presente estudo. As trajetórias de tensões anteriormente caracterizadas e a correspondente regionalização obtida para as mesmas são concordantes com as propostas por Medeiros e Eisenstein [18,19] para a análise de uma escavação escorada.

A fig. 13 apresenta as curvas que estabelecem os pontos que possuem o mesmo nível de tensões  $f_p$  depois do processo de escavação. No caso em estudo, o valor do parâmetro  $\eta_1$  que caracteriza a ruptura no modelo de Lade é  $\eta_1 = f_{p,max} = 19.4$ . O valor de  $f_p$  em cada ponto pode ser interpretado como uma avaliação do fator de segurança à ruptura na escavação. Mais explicitamente, definindo:

$$FS' = \eta_1 / f_{p.final} \quad (12)$$

os pontos que possuem o mesmo valor  $FS'$  (fig. 14) apresentam a mesma po

tencialidade de ruptura se é considerada a envoltória de resistência de finida no modelo de Lade.

Azevedo e Ko [20] atribuíram a problemas de convergência a não concordância entre os resultados numéricos obtidos com a utilização do modelo de Lade em elementos finitos e os valores experimentais definidos a

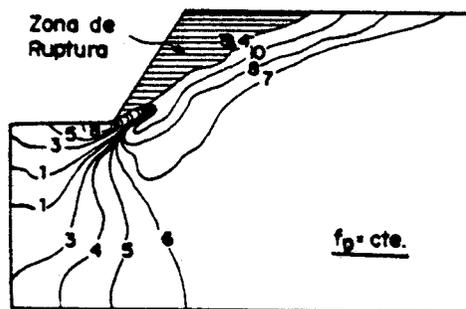


Fig. 13. Pontos caracterizados por um mesmo valor de  $f_p$ .

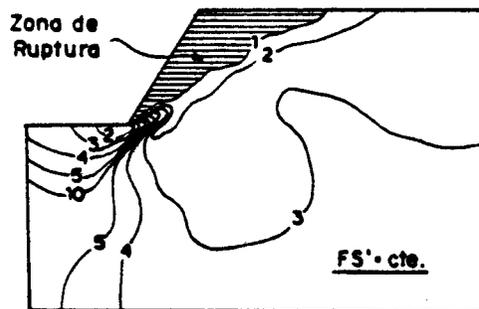


Fig. 14. Pontos caracterizados por um mesmo valor de  $FS'$ .

través da modelagem em centrífuga de uma escavação não escorada. Porém, a análise desenvolvida no presente trabalho considerando os parâmetros do material utilizados naquele estudo, indica que os resultados numéricos então obtidos representavam exatamente a cunha de ruptura teórica de uma areia sem coesão. O material utilizado na modelagem centrífuga tratava-se, na realidade, de areia úmida com um valor apreciável de coesão aparente, concluindo-se que, para conseguir representar numericamente a cunha de ruptura obtida experimentalmente com a areia úmida, precisaria-se de incorporar um parâmetro que considerasse a coesão na formulação de Lade. A ruptura do talude da escavação experimental não era sempre atin

gida, sendo que a mesma era dependente do valor da aceleração centrífuga utilizada. Porém, o mecanismo de ruptura era sempre definido na análise numérica já que o modelo de Lade utilizado caracterizava um solo sem coesão e, segundo foi anteriormente analisado, para este tipo de material a superfície de ruptura obtida independe do valor do peso específico do solo, parâmetro cuja magnitude era função do valor da aceleração centrífuga adotada.

#### CONCLUSÕES

O modelo elasto-plástico de Lade consegue representar corretamente o desenvolvimento do mecanismo de ruptura no talude de uma escavação a céu aberto em areia através de uma análise por elementos finitos.

A mesma superfície de ruptura, caracterizada teoricamente pelo ângulo de repouso do material num solo sem coesão, é definida na análise numérica independentemente dos valores adotados para o peso específico do material e para a inclinação inicial do talude de escavação.

Os resultados obtidos com a utilização do modelo elasto-plástico de Lade em elementos finitos não apresentam problemas de convergência.

A análise dos valores do nível de tensões  $f_p$  alcançados na massa do solo após a escavação, fornece uma caracterização das diferentes trajetórias de tensões envolvidas neste processo e uma avaliação do fator de segurança à ruptura.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) o apoio fornecido através da bolsa de Mestrado que está sendo concedida ao primeiro autor.

#### REFERÊNCIAS

- [1] Lade, P.V. "Elasto-Plastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil with Curved Yield Surfaces", Int. J. Solids Structures, Vol. 13, 1977, pp. 1019-1035.
- [2] Lade, P.V., "Stress-Strain Theory for Normally Consolidated Clay", Third Int. Conf. on Num. Meth. in Geomech., Vol. 4, 1979, pp. 1325-1377.
- [3] Terzaghi, K., "Theoretical Soil Mechanics". John Wiley and Sons, NY, 1943.
- [4] Scott, R.F., "Principles of Soil Mechanics". Addison Wesley Publishing Co., Reading Mass., 1963.
- [5] Lambe, T.W. and Whitman, R.V., "Soil Mechanics". John Wiley and Sons., NY, 1969.
- [6] Duncan, J.M. and Chang, C.Y., "Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils", J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, Vol. 96, No.SM5, Sept. 1970, pp. 1629-1653.
- [7] Lade, P.V. and Duncan, J.M., "Cubical Triaxial Tests on Cohesionless Soil", J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, SMI0, 1973, pp.793-812.

- [8] Poorooshasb, H.B., Holubec, I. and Sherbourne, A.N., "Yielding and Flow of Sand in Triaxial Compression: Part I", Can. Geot. J., 1966, pp. 179-190.
- [9] Azevedo, R.F. e Farias, M.M., "Previsão das Características de Deformabilidade e Resistência de Areias por um Modelo Elasto-Plástico", VIII Congr. Bras. Mec. Solos Eng. Fund., 1986, pp. 45-56.
- [10] Desai, C.S. and Siriwardane, H.J., "Constitutive laws for Engineering Materials with Emphasis on Geologic Materials". Prentice-Hall Inc., NJ, 1984.
- [11] Azevedo, R.F., "Centrifugal and Analytical Modeling of Excavations in Sand". PhD Thesis, University of Colorado, Boulder, 1983.
- [12] Lade, P.V. and Nelson, R.B., "Incrementalization Procedure for Elasto-Plastic Constitutive Model with Multiple, Simultaneous Yield Surfaces", Proc. Symp. Implementation of Computer Procedures and Stress-Strain Laws in Geotech. Eng., 1981, pp. 503-518.
- [13] Azevedo, R.F. and Ko, H.Y., "Finite Element Analysis of Centrifugal Excavations", Proc. Int. Conf. Computational Meth. and Experimental Measurements, Vol. 2, 1986, pp. 739-747.
- [14] Mana, A.I., "Finite Element Analyses of Deep Excavation Behavior in Soft Clay". PhD. Thesis, Stanford University, 1978.
- [15] Clough, G.W. and Mana, A.I., "Lessons Learned in Finite Element Analyses of Temporary Excavations in Soft Clay", Int. Conf. on Num. Meth. in Geomech., Vol. 1, 1976, pp. 496-510.
- [16] Cook, R.D., "Concepts and Applications of Finite Element Analysis". Second Edition, John Wiley and Sons., NY, 1981.
- [17] Taylor, D.W., "Fundamentals of Soil Mechanics", John Wiley and Sons, NY, 1948.
- [18] Medeiros, L.V. and Eisenstein, Z., "A Deep Retaining Structure in Till and Sand. Part I: Stress Path Effects", Canadian Geot. J., Vol. 20, no. 1, 1983, pp. 120-130.
- [19] Eisenstein, Z. and Medeiros, L.V., "A Deep Retaining Structure in Till and Sand. Part II: Performance and Analysis", Canadian Geot. J., Vol. 20, no. 1, 1983, pp. 131-140.
- [20] Azevedo, R.F. and Ko, H.Y., "Comparisons Between Centrifugal and Numerical Modeling of Unsupported Excavations in Sand", Int. Symp. on Num. Models in geomech., 1986, pp. 293-299.