Mecánica Computacional Vol. XXIII, pp. 145-158 G.Buscaglia, E.Dari, O.Zamonsky (Eds.) Bariloche, Argentina, November 2004

# ANÁLISIS DE LOCALIZACIÓN DE FALLA EN MATERIALES COHESIVO-FRICCIONALES

### Juan Parnás\*, Guillermo Etse\*y Ricardo Schiava†

 \*Centro de Métodos Numéricos y Computacionales en Ingeniería Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología Universidad Nacional de Tucumán Avenida Independencia 1800
 4000 - San Miguel de Tucumán - República Argentina e-mail: jparnas@herrera.unt.edu.ar

> <sup>†</sup>Grupo de Mecánica Computacional Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías Universidad Nacional de Santiago del Estero Avenida Belgrano (Sur) 1912
> 4200 - Santiago del estero - República Argentina e-mail: schiava@unse.edu.ar

Palabras Clave: Localización

**Resumen.** Se presenta un análisis global de las predicciones de falla localizada para materiales cohesivo-friccionales cubriendo todo el espectro de estados tensionales planos. Este análisis se extiende a un modelo apto para suelos parcialmente saturados (medio poroso). En una primera instancia se observa el comportamiento de la versión parabólica del conocido modelo de Drucker-Prager y una extensión del mismo con función de potencial plástico no asociado. Finalmente el estudio se concentra en un modelo más amplio el cual permite considerar diferentes grados de saturación de agua. El modelo en cuestión es una variación desarrollada por R. Schiava y G. Etse<sup>1</sup> del modelo para suelos granulares conocido como MRS-Lade.

# 1 INTRODUCCIÓN

En este trabajo se analiza la localización de falla para estados planos de tensiones y de deformaciones en modelos constitutivos de materiales cohesivo-friccionales. En un primer paso se determinan los estados de tensiones principales que se encuentran sobre la superficie de fluencia para luego realizar el estudio de localización empleando el Tensor de Localización,<sup>2</sup> basado en la singularidad de la propagación de ondas en medios continuos.

Con el objeto de obtener un indicador de falla normalizado, se define:

$$\varphi = \frac{\det(Q_{ep})}{\det(Q_e)} \tag{1}$$

Donde:

 $Q_{ep}$  : Tensor de Localización Elastoplástico  $Q_e$  : Tensor de Localización Elástico

Se analiza en primera instancia la localización en la versión parabólica del modelo elastoplástico de Drucker-Prager (plasticidad perfecta) con una función de potencial plástico asociada y luego con una función no asociada elíptica.<sup>3</sup>

Finalmente se analiza el modelo MRS-Lade modificado por G.Etse y R. Schiava<sup>1,4</sup> el cual en su formulación incluye al modelo mencionado anteriormente y además tiene en cuenta el efecto de la presión de succión del agua.

En los resultados se presentan las curvas cerradas que unen puntos ubicados sobre la superficie de fluencia en el espacio bidimensional de tensiones principales  $(\sigma_1 - \sigma_2)$ , y sobre éstas se grafica la variación del indicador de falla. Los valores positivos del indicador se grafican hacia afuera. Cabe recordar que valores nulos o negativos indican la presencia de falla localizada.

## 2 MODELO DE DRUCKER-PRAGER

La funciones de fluencia y de potencial plástico tienen las siguientes formas:

$$F = J_2 + \alpha_F I_1 - \beta_F = 0 \tag{2}$$

$$Q = J_2 + \left(\frac{1}{3} \alpha_Q I_1 - \beta_Q\right)^2 - k_Q^2 \alpha_Q^2 = 0$$
(3)

$$\alpha_F = \frac{f'_c - f'_t}{3} \tag{4}$$

$$\beta_F = \frac{f'_c \cdot f'_t}{3} \tag{5}$$

$$\alpha_Q = \sqrt{\frac{3f'_t}{2(f'_t - 3x_0)}} \tag{6}$$

$$\beta_Q = x_0 \sqrt{\frac{3f'_t}{2(f'_t - 3x_0)}} \tag{7}$$

$$k_Q = \sqrt{\frac{(f'_t - 3x_0)(f'_t - x_0)}{3}} \tag{8}$$

Con:

- F : Función de fluencia
- Q: Función de potencial plástico
- $J_2$ : Segundo invariante de tensiones deviatóricas
- $I_1$  : Primer invariante de tensiones
- $f_c^\prime ~:~ {\rm Tensión}$  de rotura en el ensayo de compresión simple
- $f'_t$ : Tensión de rotura en el ensayo de tensión simple
- $x_0$ : Centro del elipsoide de la función de potencial plástico

 $\alpha_F, \beta_F, \alpha_Q, \beta_Q, k_Q$  son los parámetros de calibración de la superficie.

# 3 MODELO MRS-LADE MODIFICADO

El modelo tiene la particularidad de estar definido mediante dos funciones de fluencia que delimitan perfectamente la zona elástica. Hay una superficie principal llamada "cono" y una superficie secundaria llamada "capa", ambas generan un volumen cerrado en el espacio tridimensional de tensiones principales.

La función de fluencia además de ser dependiente del primer y del segundo invariante de tensiones, también es sensible a las variaciones del tercer invariante de tensiones, por lo tanto en el caso general las superficies no tendrán simetría axial respecto al eje volumétrico, pero guardan cierta simetría respecto a planos que contienen al mismo.

La funciones de fluencia y de potencial plástico tienen las siguientes formas:

$$F_{cono} = f(q,\theta) - \eta_{cono}(p+s-p_c) = 0$$
(9)

$$F_{capa} = \left[\frac{(p-p_m)}{p_r}\right]^2 + \left[\frac{f(q,\theta)}{f_r}\right]^2 - 1 = 0$$
(10)

$$Q_{cono} = f(q,\theta) - n_a \eta_{cono} (p+s-p_c) = 0$$
<sup>(11)</sup>

Donde:

$$f(q,\theta) = q(1+\frac{q}{q_a})^m g(\theta)$$
(12)

$$n_a = n + (1 - n) \left[\frac{s_{max} - s}{s_{max}}\right]^t \qquad 0 \le n \le 1$$
(13)

Con:

F	:	Función de fluencia
Q	:	Función de potencial plástico
p	:	Invariante de tensiones hidrostáticas
q	:	Invariante de tensiones deviatóricas
$\theta$	:	Ángulo deviatórico polar
s	:	Presión de succión del agua
$\eta_{cono}$	:	Resistencia a la Fricción
$p_c$	:	Resistencia a la cohesión
$q_a, m$	:	Parámetros de calibración del cono
$p_m, p_r, f_r$	:	Parámetros de calibración de la capa
$n_a$	:	Factor de asociatividad
g( heta)	:	Función de Willam-Warnke <sup>2</sup>

Se observa que el flujo plástico es asociado en la capa y no asociado en el el cono.

Algunos de los parámetros mencionados no son valores fijos sino que dependen de otros parámetros básicos y en ciertos casos también de la presión de succión del agua y de variables de endurecimiento. Para mayores detalles se puede consultar la bibliografía.<sup>1</sup>

# 4 ANÁLISIS NUMÉRICO DE LOCALIZACIÓN

## 4.1 Modelo de Drucker-Prager para medios contínuos

Los parámetros empleados en el análisis son los siguientes:

E	=	30000	MPa
$\mu$	=	0.2	
$f_c'$	=	21.0	MPa
$f'_t$	=	2.10	MPa
$x_{o}$	=	-1.5	MPa

En las figuras 1 y 2 se observan los resultados de los estados planos de tensiones y deformaciones para el modelo con flujo plástico asociado.

En las figuras 3 y 4 se observan los resultados de los estados planos de tensiones y deformaciones para el modelo con flujo plástico no asociado.

#### 4.2 Modelo MRS-Lade para medios porosos parcialmente saturados

Los valores de parámetros básicos que se tuvieron en cuenta para el análisis son los siguientes:



Figura 1: Drucker-Prager Asociado – Estado Plano de Tensiones

E	=	66000	KPa
$\mu$	=	0.2	
m	=	0.03871	
n	=	0.10	
k	=	-0.10	
t	=	3.5	
$p_a$	=	1.0	KPa
$p_{cap,0}$	=	20000	KPa
$s_{max}$	=	600	KPa
i	=	1.00	
r	=	1.50	
$k_1$	=	0.50	
$k_2$	=	0.75	
$\alpha$	=	0.80	
$\varphi$	=	0.00	
$\eta_{max}$	=	1.54	
$\kappa_{cono}$	=	1.00	
$\kappa_{capa}$	=	0.00	
v	=	0.005	



Figura 2: Drucker-Prager Asociado – Estado Plano de Deformaciones

Las figuras 5, 6 y 7 muestran las curvas de tensiones límites para estados planos de tensiones, con tres diferentes valores del parámetro de excentricidad  $(0.5 \le e \le 1.0)$  relacionado al efecto del tercer invariante de tensiones. En cada figura se puede ver la variación de las curvas límites para casos con diferentes grado de saturación del material lo cual se refleja mediante la presión de la succión del agua (s). Se observa que la variable s actúa principalmente como un parámetro de escala ya que la forma de las curvas está determinada por e.

En forma similar, las figuras 8, 9 y 10 muestran las curvas de tensiones límites para estados planos de deformaciones.

Las figuras 11, 12 y 13 muestran los indicadores de falla para estados planos de tensiones, con tres diferentes valores del parámetro de excentricidad. Sólo están graficados los casos donde s = 400 puesto que para otros valores de succión las configuraciones de falla son similares con la salvedad de un cambio en la escala.

En forma similar, las figuras 14, 15 y 16 muestran los indicadores de falla para estados planos de deformaciones.

### 5 CONCLUSIONES

A pesar de la diferencia de complejidad entre ambos modelos, se detecta comportamientos similares en lo que se refiere al estudio de localización de falla.



Figura 3: Drucker-Prager No Asociado – Estado Plano de Tensiones

Se puede observar claramente que el indicador es positivo en las zonas donde la tensión principal y la tensión de confinamiento son de igual signo y similar magnitud, esto implica que no se produce falla localizada para los correspondientes estados tensionales, corresponde al caso de falla difusa o continua.

Otro rasgo notable es la mayor potencialidad de la falla localizada en los estados planos de tensiones que en los estados planos de deformaciones.

Estas dos observaciones son perfectamente compatibles ya que en el estado plano de deformaciones existe de una componente de confinamiento normal al plano la cual tendrá el signo de la tensión preponderante en el plano.

Los resultados obtenidos permiten evaluar la transición de falla dúctil a frágil en materiales cohesivo-friccionales.

### REFERENCIAS

- R. Schiava. Modelación constitutiva elastoplástica de medios cohesivos friccionales parcialmente saturados. Tesis de Maestría, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías, Universidad Nacional de Santiago del Estero, (2001).
- [2] K. Willam, T. Münz, G. Etse, y P. Menétrey. Failure conditions and localization



Figura 4: Drucker-Prager No Asociado – Estado Plano de Deformaciones

in concrete. Reporte técnico, Department of Civil, Environmental and Architectural Engineering, University of Colorado at Boulder, (1994). Structural Engineering and Structural Mechanics Research Series, CU/SR-94/2.

- [3] J. Parnás y G. Etse. Modelo simple para hormigones. En Mecánica Computacional, volumen XXII, páginas 2079–2093. AMCA, (2003).
- [4] G. Etse y R. Schiava. Elastoplastic constitutive model and localization analysis of partial saturated soils. Journal of Computational Methods in Sciences and Engineering, 2, 1–15 (2003).
- [5] K. J. Willam. Constitutive Models for Engineering Material, volumen 3 de Encyclopedia of Physical Science and Technology, páginas 603–660. Academic Press, University of Colorado at Boulder, third edition, (2002).
- [6] Chandrakant S. Desai y Hema J. Siriwardane. Constitutive Laws for Engineering Materials. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, (1984).
- [7] W. F. Chen y D. J. Han. *Plasticity for structural engineers*. Springer-Verlag, New York, (1988).



Figura 5: MRS Lade Modificado – Estado Plano de Tensiones –  $\mathrm{e} = 0.55$ 



Figura 6: MRS Lade Modificado – Estado Plano de Tensiones –  $\mathbf{e}=0.80$ 



Figura 7: MRS Lade Modificado – Estado Plano de Tensiones –  $\mathrm{e} = 1.00$ 



Figura 8: MRS Lade Modificado – Estado Plano de Deformaciones –  $\mathrm{e}=0.55$ 



Figura 9: MRS Lade Modificado – Estado Plano de Deformaciones –  ${\rm e}=0.80$ 



Figura 10: MRS Lade Modificado – Estado Plano de Deformaciones –  $\mathrm{e}$  = 1.00



Figura 11: MRS Lade Modificado – Estado Plano de Tensiones –  $\mathrm{e} = 0.55$ 



Figura 12: MRS Lade Modificado – Estado Plano de Tensiones –  $\mathrm{e}\,=\,0.80$ 



Figura 13: MRS Lade Modificado – Estado Plano de Tensiones –  $\mathrm{e}=1.00$ 



Figura 14: MRS Lade Modificado – Estado Plano de Deformaciones –  ${\rm e}=0.55$ 



Figura 15: MRS Lade Modificado – Estado Plano de Deformaciones –  $\mathrm{e}=0.80$ 



Figura 16: MRS Lade Modificado – Estado Plano de Deformaciones –  $\mathrm{e}\,=\,1.00$