

UN ELEMENTO SIMPLE PARA EL MODELADO DE PLACAS RIGIDIZADAS

Jorge E. Magoia

Carrera de Ingenieria Nuclear - Instituto Balseiro
Universidad Nacional de Cuyo
S. C. de Bariloche - Argentina

Tulio E. Calderon

INVAP S.E.
S. C. de Bariloche - Argentina

RESUMEN

Se presenta un elemento de barra excentrica mejorado, destinado al modelado de placas rigidizadas. Este elemento rigidizador incorpora una interpolacion cuadratica de sus desplazamientos axiales, condicion que permite aproximar mejor la variacion real usualmente presente en placas rigidizadas bajo flexion. La formulacion es sencilla y permite una incorporacion simple a bibliotecas de elementos de programas estructurales. Se contrasta este elemento rigidizador contra elementos de barra excentrica, en distintas geometrias, verificandose una sustancial disminucion del error. El elemento rigidizador que se presenta fue incorporado a la biblioteca del programa SAP6. Se ilustra la utilizacion de este elemento y sus alternativas en el analisis estructural de carcasas de compresores centrifugos.

ABSTRACT

An improved new eccentric beam element, aimed at rigidized plate modelling, is described. This rigidizing element includes a quadratic interpolation of axial displacements, which permits a better approximation of the real variation that exists in rigidized plates under flexure. Its formulation is simple, thus enabling an easy incorporation to element libraries of structural finite element codes. The rigidizing element is compared with eccentric beam elements in different geometries, showing a considerable error reduction. The rigidizing element has been added to SAP6's element library. The use of this element and its alternatives in structural analysis of centrifugal compressor casings is shown.

INTRODUCCION

En el diseño de carcazas de compresores centrifugos, así como en otras áreas estructurales, surgen problemas de rigidización. Estos implican el aumento de la rigidez flexural de perfiles, placas o cáscaras, de manera local, con la intención de obtener un incremento global en resistencia o rigidez. Su implementación práctica es a través de nervaduras o aletas que, siendo geoméricamente unidimensionales, sugieren para la descripción del fenómeno la utilización de elementos tipo barra, unidas excentricamente a la estructura principal.

Este enfoque simple y efectivo ha sido descrito y evaluado hace considerable tiempo [2], y hoy en día se encuentra como opción normal en prácticamente todos los programas estructurales de elementos finitos de propósito general.

No obstante, los supuestos de la teoría elemental de barras no son directamente trasladables a las barras excentricas usadas como rigidizadores. En particular el acoplamiento entre los desplazamientos axiales y las rotaciones debidas a flexión no resulta adecuadamente descrito al presuponer una variación lineal del desplazamiento axial en el rigidizador. Este hecho ha sido mencionado y se han propuesto alternativas para su corrección [4,5].

En este trabajo se revisan las distintas alternativas de modelado del fenómeno elastico de rigidización y se presenta una formulación sencilla de un elemento rigidizador de aplicación general que tiene en cuenta los inconvenientes arriba mencionados.

RIGIDIZACION: ALTERNATIVAS DE MODELADO

Se describen diferentes formas de modelado para un perfil dado, cuya solución teórica es conocida.

Se toma como ejemplo un perfil T, cuya sección esta compuesta por una sección rectangular horizontal (barra o placa rigidizada), rigidizada por otra sección rectangular vertical (barra rigidizadora), con las siguientes dimensiones:

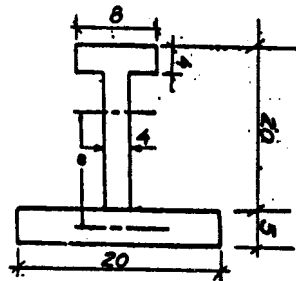


Figura 1

Esta sección es también analizada en ref. [4].

1. MODELOS CON ELEMENTOS USUALES: BARRAS Y BARRAS EXCENTRICAS

1.1. Barra con propiedades condensadas

- Calculo teorico

La formulacion teorica considerada exacta corresponde a una barra cuyas propiedades se calculan tomando el perfil estudiado en su conjunto (area total, momento de inercia total, etc.). Las diferentes formulaciones propuestas y modelos, usualmente se contrastan con esta solucion. A medida que la seccion estudiada se aleja de las hipotesis de la barra, por ejemplo, cuando comienza a ser comparable una de las dimensiones transversales con la longitud, esta formulacion pierde exactitud.

Tomando como condicion de contorno el empotramiento en un extremo de la barra, y como carga, una fuerza concentrada en el extremo libre la flecha teorica resulta:

$$y = \frac{1}{3} \frac{F L^3}{E I} \quad (1)$$

- Calculo numerico:

La formulacion de barra comunmente utilizada posee seis grados de libertad, y estando definidos sus grados de libertad segun:

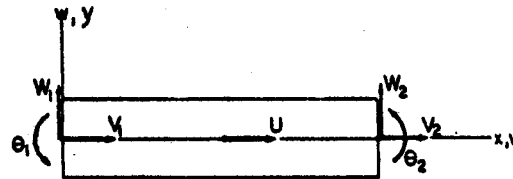


Figura 2 - Elemento de barra: caso plano.

su matriz de rigidez es para las variables correspondientes, en la ecuacion $[K] \cdot [U] = [F]$ es:

$$\begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ \hline -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1 \\ W1 \\ \theta1 \\ V2 \\ W2 \\ \theta2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F1 \\ P1 \\ M1 \\ F2 \\ P2 \\ M2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

La solucion corresponde exactamente a la teorica, ecuacion (1), siendo E: modulo de Young del material, A: area total de la seccion, I: momento de inercia total respecto al eje de momentos, L: la longitud de la barra entre apoyos.

1.2. Modelos con dos barras vinculadas

1.2.1.- Dos barras unidas rigidamente

En este modelo se tiene a cada barra modelada por separado, cada una de ellas con sus propios nodos. Los nodos de la barra superior se hallan rigidamente unidos a los nodos inferiores correspondientes.

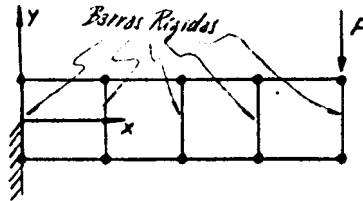


Figura 3 - Barras con nodos "master-slave"

Esta formulación conduce a resultados coincidentes con los de barra excéntrica, descripta a continuación.

1.2.2.- Barra excéntrica

El modelo es similar al anterior. Permite reducir el número de grados de libertad, definiendo la barra superior rigidizadora en función de los nodos de la barra inferior, y de las excentricidades correspondientes [6].

La vinculación entre dos nodos, uno de ellos excéntrico al otro en forma genérica según los tres ejes, e_x , e_y , e_z , esta dada por :

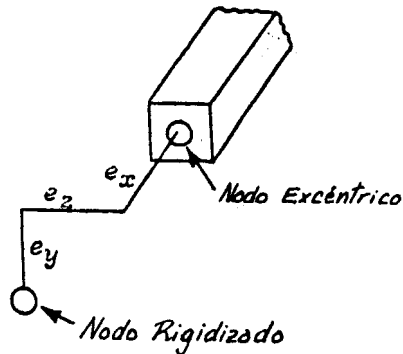


Figura 4 - Nodo y nodo excéntrico.

$$\{ue'\} = [T] \{ue\}$$

donde las matrices son:

$$\{ue'\} = \begin{bmatrix} ux' \\ uy' \\ uz' \\ \theta x' \\ \theta y' \\ \theta z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & ez & -ey \\ 0 & 1 & 0 & -ez & 0 & ex \\ 0 & 0 & 1 & ey & -ex & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ux \\ uy \\ uz \\ \theta x \\ \theta y \\ \theta z \end{bmatrix} \quad (3)$$

Para el caso en estudio, solo existe excentricidad en Y, y siendo la transformación por excentricidad de la matriz de rigidez [K], en función de la matriz de transformación excentrica [T]:

$$[K'] = [T]^t [K] [T]$$

se arriba finalmente a la expresión:

$$[K'] = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & EAe/L & -EA/L & 0 & EAe/L \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ -EAe/L & 6EI/L^2 & (4EI+EAe^2)/L & EAe/L & -6EI/L^2 & (2EI-EAe^2)/L \\ -EA/L & 0 & EAe/L & EA/L & 0 & -EAe/L \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ EAe/L & 6EI/L^2 & (2EI-EAe^2)/L & -EAe/L & -6EI/L^2 & (4EI+EAe^2)/L \end{bmatrix} \quad (4)$$

Para el caso de estudio, y utilizando un elemento longitudinalmente, con esta barra excentrica se obtiene una flecha dada por:

$$W_2 = \frac{P L^3}{3 E I} \cdot \left(1 + \frac{A_1 \cdot A_2 \cdot e^2}{4(A_2 + A_1)(I_1 + I_2)} \right) \quad (5)$$

El error del calculo es, por lo tanto:

$$C = \frac{A_1 \cdot A_2 \cdot e^2}{4(A_2 + A_1)(I_1 + I_2)} \quad (6)$$

que para los perfiles usuales alcanza valores considerables (tipicamente por sobre el 30 %. Ver Tabla 1).

El error en función del numero de elementos N tomados longitudinalmente, disminuye según la expresión (ref. [2]):

$$W = \frac{P L^3}{3 E I} \cdot \left(1 + \frac{C}{N^2} \right) \quad (7)$$

2. UN MODELADO ALTERNATIVO: ELEMENTO PROPUESTO POR R.E.MILLER

Miller, en [4], propone una barra con siete grados de libertad, que permite eliminar el error de los modelos usuales, arriba descriptos.

El modelo con barra excéntrica presenta un problema de incompatibilidad entre los desplazamientos axiales de la barra rigidizadora, y los de la barra o placa rigidizada. Los primeros son interpolados linealmente entre los nodos extremos. En la placa, sin embargo, los desplazamientos laterales varían cúbicamente entre ambos extremos, llevando por lo tanto a una variación cuadrática de la pendiente. Dado que la barra rigidizadora se encuentra rigidamente unida a la placa, sus desplazamientos axiales son una función lineal de la pendiente de la placa en cada punto. Esto no puede ser cumplido por la barra excéntrica usual, que los aproxima linealmente, y no cuadráticamente.

Esta incompatibilidad se resuelve postulando un polinomio cuadrático para los desplazamientos axiales de la barra rigidizadora, según:

$$v = a(0) + a(1).x + a(2).x^2 \quad (8)$$

y añadiendo un grado de libertad a la barra usual, de seis grados de libertad (Figura 5).

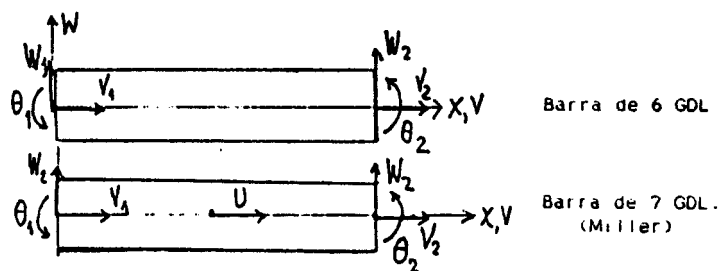


Figura 5

La matriz de rigidez usual, en la ecuación (2), pasa a ser [4]:

$$\begin{bmatrix} 7EA/3L & 0 & 0 & -BEA/3L & EA/3L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ \hline -8EA/3L & 0 & 0 & 16EA/3L & -8EA/3L & 0 & 0 \\ \hline EA/3L & 0 & 0 & -BEA/3L & 7EA/3L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ W_1 \\ \theta_1 \\ U \\ V_2 \\ W_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ P_1 \\ M_1 \\ Q \\ F_2 \\ P_2 \\ M_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

La relación entre los desplazamientos en la placa y en la barra, considerando en la placa un grado de libertad (U) equivalente al agregado a la barra, estará dada por:

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & -e & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 3e/2L & e/4 & 1 & 0 & -3e/2L & e/4 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -e \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 V1 \\
 W1 \\
 \theta1 \\
 U \\
 V2 \\
 W2 \\
 \theta2
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 V1 \\
 W1 \\
 \theta1 \\
 U \\
 V2 \\
 W2 \\
 \theta2
 \end{bmatrix}$$

placa barra
(10)

donde e es la excentricidad.

Se llega a que la matriz de rigidez de la barra, referida a los desplazamientos en los nodos de la placa, es:

$$[K_{ge}] = [T]^t [K_g] [T]$$

siendo la matriz:

$$[K_{ge}] = \begin{bmatrix}
 7EA/3L & -4EAe/L^2 & -3EAe/L & -8EA/3L & EA/3L & 4EAe/L^2 & -EAe/L \\
 -4EAe/L^2 & -12EI'/L^3 & 6EI'/L^2 & 8EAe/L^2 & -4EAe/L^2 & -12EI'/L^3 & 6EI'/L^2 \\
 -3EAe/L & 6EI'/L^2 & 4EI'/L & 4EAe/L & -EAe/L & -6EI'/L^2 & 2EI'/L \\
 \hline
 -8EA/3L & 8EAe/L^2 & 4EAe/L & 16EA/3L & -8EA/3L & -8EAe/L^2 & 4EAe/L \\
 \hline
 EA/3L & -4EAe/L^2 & -EAe/L & -8EA/3L & 7EA/3L & 4EAe/L^2 & -3EAe/L \\
 4EAe/L^2 & -12EI'/L^3 & -6EI'/L^2 & -8EAe/L^2 & 4EAe/L^2 & 12EI'/L^3 & -6EI'/L^2 \\
 -EAe/L & 6EI'/L^2 & 2EI'/L & 4EAe/L & -3EAe/L & -6EI'/L^2 & 4EI'/L
 \end{bmatrix}$$

(11)

en donde I' esta dado en funcion del momento de inercia I segun:

$$I' = I + Ae^2$$

Modelando tambien la seccion rigidizada como una barra con siete grados de libertad, la matriz de rigidez total resultara de la superposicion de ambas.

La utilizacion de esta matriz de rigidez conduce a resultados coincidentes con los teoricos [4].

El inconveniente de este planteo es lo restrictivo de su aplicacion: para llegar a obtener error nulo respecto de la solucion teorica (1), el elemento rigidizado tambien debe tener un grado de libertad adicional correspondiente al desplazamiento axial en un nodo intermedio entre los nodos extremos. No se tiene por lo tanto un elemento rigidizador

general, aplicable a cualquier otro tipo de elemento, por ejemplo, una barra de 2 nodos o una placa de 4 nodos.

Esta dificultad aparece con mayor nitidez al considerar la posibilidad de su implementacion, incorporando este elemento a la biblioteca de un programa estructural preexistente. La obtencion del desplazamiento axial adicional de la matriz de elemento de placa al que se desea rigidizar, involucra cierta complejidad. Si se intenta mantener ese grado de libertad en forma general, para cualquier elemento, la magnitud de la modificacion es obviamente mayor, ya que las formulaciones de sus matrices de rigidez deben extenderse a mayor numero de grados de libertad, lo que de hecho implica generar nuevos elementos para que puedan ser rigidizados.

Si se implementa esta barra de 3 nodos dejando el grado de libertad adicional solo en la barra rigidizadora, sin considerar desplazamientos adicionales el elemento rigidizado, se obtienen resultados coincidentes con los de barra excentrica. Es decir, el mayor costo computacional no lleva a mejoras en los resultados.

3. OTRO MODELADO ALTERNATIVO: ELEMENTO RIGIDIZADOR

3.1.- Formulacion

Una forma de resolver el problema descrito en 2 es suponer que el elemento rigidizado tiene una ley lineal de variacion de sus desplazamientos axiales, como ocurre con el elemento de barra o placa isoparametrica de cuatro nodos. Suponiendo ademas la coordenada del nodo intermedio, tal que sea equidistante de los nodos extremos, se obtiene:

$$U(\text{placa}) = (V1(\text{placa}) + V2(\text{placa})) / 2 \quad (12)$$

con lo que la relacion entre las variables en la placa y el rigidizador sera:

$$\begin{matrix} \{T\} & \{D\} & = & \{D\} \\ & \text{placa} & & \text{rigid.} \end{matrix}$$

cuya expresion completa es:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -e & : & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & : & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & : & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1/2 & 3e/2L & e/4 & : & 1/2 & -3e/2L & e/4 \\ \hline 0 & 0 & 0 & : & 1 & 0 & -e \\ 0 & 0 & 0 & : & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & : & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \left[\begin{matrix} V1 \\ W1 \\ \theta1 \\ V2 \\ W2 \\ \theta2 \end{matrix} \right] \\ \text{placa} \end{matrix} = \begin{matrix} \left[\begin{matrix} V1 \\ W1 \\ \theta1 \\ U \\ V2 \\ W2 \\ \theta2 \end{matrix} \right] \\ \text{rigid.} \end{matrix} \quad (13)$$

Se salva asi la incompatibilidad origen del problema, sin exigir nuevas variables en el elemento rigidizado, y en forma independiente del tipo

de elemento. La matriz de rigidez resultante, en la que resulta condensado el grado de libertad adicional por haberse mantenido como esclavo es, en el caso plano :

$$[K'] = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & -EAe/L & -EA/L & 0 & EAe/L \\ 0 & 12EI^3/L^3 & 6EI^2/L^2 & 0 & -12EI^3/L^3 & 6EI^2/L^2 \\ -EAe/L & 6EI^2/L^2 & 4EI/L & EAe/L & -6EI^2/L^2 & 2EI/L \\ \hline -EA/L & 0 & EAe/L & EA/L & 0 & -EAe/L \\ 0 & -12EI^3/L^3 & -6EI^2/L^2 & 0 & 12EI^3/L^3 & -6EI^2/L^2 \\ EAe/L & 6EI^2/L^2 & 2EI/L & -EAe/L & -6EI^2/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \quad (14)$$

Esta matriz es muy similar a la de una barra excentrica usual, (4), lo cual permite una implementacion simple en programas de elementos finitos que ya cuentan con esta.

3.2. Analisis del error

Para la barra en voladizo analizada, se obtiene para la flecha la expresion:

$$W_2 = \frac{P L^3}{3 E I} \left(1 - \frac{A_2^2 e^2}{4(A_2+A_1)(I_1+I_2+A_2 e^2)} \right) \quad (15)$$

El error del calculo es, por lo tanto:

$$C_r = \frac{A_2^2 e^2}{4(A_2+A_1)(I_1+I_2+A_2 e^2)} \quad (16)$$

El cociente entre el error obtenido con barra excentrica, y el resultante del elemento rigidizador, en valor absoluto, resulta:

$$\frac{C}{C_r} = \frac{A_1}{A_2} + \frac{A_1 e^2}{I_1 + I_2} + \frac{A_1}{A_2} \left(1 + \frac{A_2 e^2}{I_1 + I_2} \right) \quad (17)$$

Esta expresion representa en general una reduccion considerable del error de la flecha. Para los perfiles y casos citados en las publicaciones utilizadas : [2-5], y para perfiles muy disimiles en general (Figura 6), se observa en todos los casos la ventaja de emplear el nuevo elemento.

Los errores se muestran en la Tabla 1, donde las constantes son:

$$a = bh / b^2 + h^2$$

$$d = b_1 h_1 / bh$$

$$c = b / h_1$$

TABLA I

Perfil	C	Cr	C/Cr
A (ref. [2])	69,2 %	4,9 %	14,1
B (ref. [4])	62,5 %	10,2 %	6,1
C (ref. [4-5])	32,0 %	2,4 %	13,3
D	$37,5\% + a \cdot 75\%$	$\frac{37,5\%}{3 + 1/(1+2a)}$	$4 + 6a$
E	$75\% \cdot \frac{d(1+c)}{(1+d)(d+c)^2}$	$75\% \cdot \frac{(1+c)}{(1+d)(1+c^2+3(1+c)^2)}$	$\frac{(1+c)(d+3)}{1+c^2/d}$

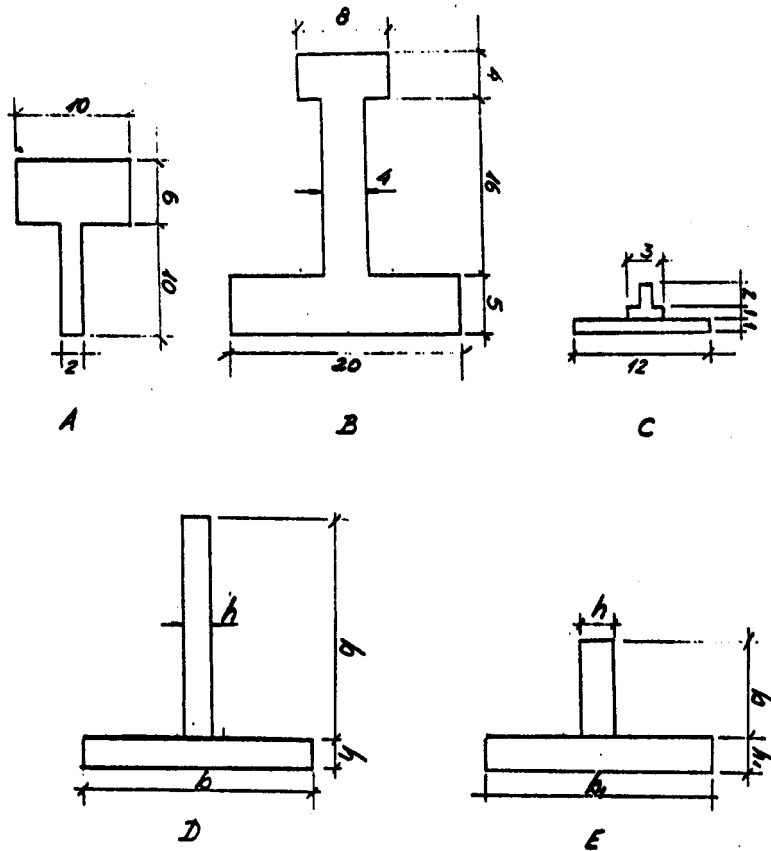


Figura 6

El error disminuye con el cuadrado del numero de elementos, con identica expresion que (7).

3.3. Implementacion

La implementacion de este elemento en programas que posean elemento de barra excentrica es muy sencilla, ya que solo se modifican las rutinas preexistentes pertinentes.

La forma mas sencilla de implementar el elemento rigidizador es partir de la formulacion general de la matriz de rigidez y de la matriz que contiene los terminos de las excentricidades (con 6 grados de libertad por nodo), y luego convertir de coordenadas locales a coordenadas globales, condensando antes la variable adicional. Se evita asi la ampliacion de variables (a un total de 15) emergente de efectuar el orden inverso de calculo.

El empleo del nuevo elemento por parte del usuario implica nuevas instrucciones minimas, ya que los datos requeridos son exactamente los mismos que para la barra excentrica. Ademas de la entrada habitual de las excentricidades solo es necesaria una variable extra para cada elemento para ser usada como indicador de opcion rigidizador.

3.4. Validacion

Se realizaron diferentes corridas con barras excentricas y elementos rigidizadores, rigidizando en cada caso barras y placas correspondientes al perfil de Figura 1.

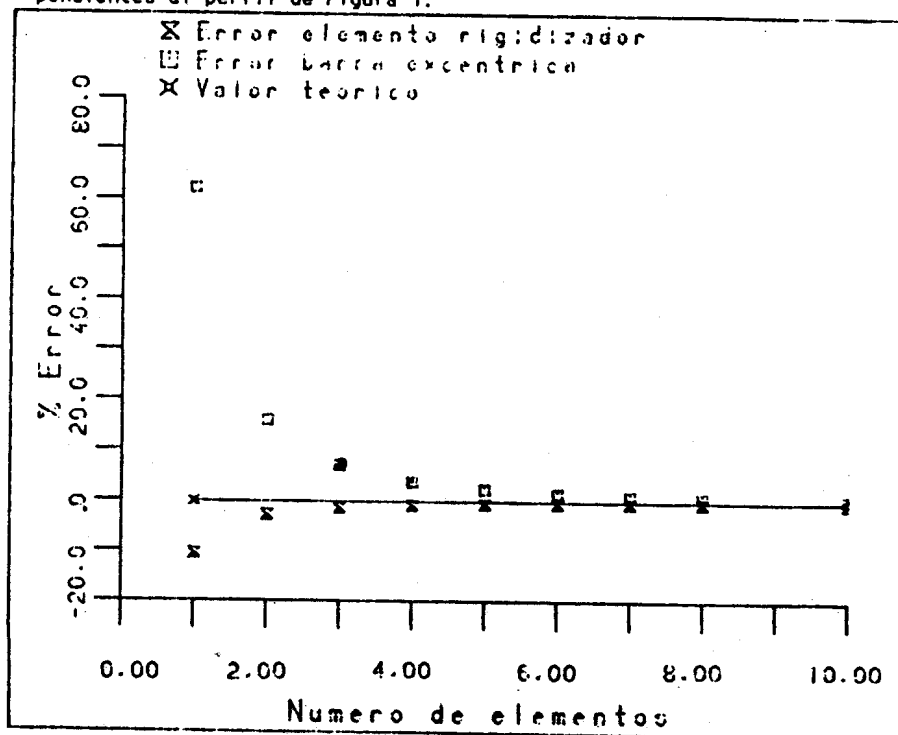


Figura 7 - Error en flecha vs. numero de elementos

Los resultados numericos permitieron verificar los errores calculados teoricamente para un elemento: 62 % para barra excéntrica, 10 % con elemento rigidizador.

Se verifico tambien que en todos los casos, el error es siempre por defecto y disminuye cuadráticamente con el numero de elementos usados en la discretizacion longitudinal, respecto del valor de convergencia (Figura 7).

APLICACION AL ANALISIS ESTRUCTURAL DE CARCAZAS RIGIDIZADAS

El elemento rigidizador fue desarrollado y aplicado en el curso de un trabajo mas amplio sobre analisis estructural de carcazas de compresores centrifugos. A fin de resaltar la importancia de la rigidizacion y las ventajas esperables asociadas a este elemento se presentan y discuten a continuacion algunos aspectos del analisis de carcazas evaluados en ese trabajo [7].

Se analizo en detalle una carcaza de acero soldado de las siguientes características:

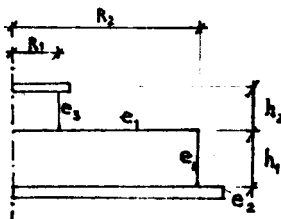


Figura 8

Esta carcaza fue ensayada sin aletas y posteriormente rigidizada con 8 aletas, ubicadas cada 45 grados.

La carcaza fue sometida a presión interna y se midieron sus desplazamientos.

El dispositivo de medición incluyó cuatro desplazímetros, dispuestos sobre un diámetro de la tapa de la carcaza. Esto permitió verificar la simetría de los desplazamientos.

Para la carcaza rigidizada el desplazamiento máximo medido se redujo, respecto del valor obtenido en la carcaza sin aletas, de 1,23 a 0,333 mm, para una presión interna de 5 Kg/cm². Se determinaron las pendientes desplazamiento / presión para cada uno de los 20 intervalos medidos, verificándose linealidad y obteniéndose como promedio estadístico para el desplazamiento correspondiente a 5 Kg./cm² (valor de cálculo):

$$\text{Flecha: } 0,333 \pm 0,006 \text{ mm}$$

Se analizaron múltiples modelos numéricos para evaluar la sensibilidad de tensiones y desplazamientos a variables de análisis, en particular discretización. La discretización necesaria para convergencia de tensiones es relativamente alta, lo que define poca diferencia entre el elemento rigidizador y barras excéntricas.

Se modeló un octavo del ángulo total de la carcaza, según una franja de 45 grados. El modelo Aleta2 utilizó elementos rigidizadores

a lo largo de la localización de la aleta, rigidizando las placas correspondientes sin vincular los elementos rigidizadores de la pared lateral con los de la tapa. Esto subvalua la rigidez de la esquina.

En un segundo caso, Alet23, se modelo la esquina como infinitamente rigida.

En otro caso, Alet24, se modelo la esquina de la aleta con elementos de barra unidos a los nodos de las placas rigidizadas con barras muy rigidas. Esto permitio representar mejor el efecto rigidizador de la esquina (Tabla II).

TABLA II

Caso	Modelado de la esquina	Aleta	Desplazamiento en el punto de medicion	Error rel. %
Aleta2	Rigidez subvaluada	Elem.rigidizador	0,433 mm	+ 23,1 %
Alet23	Rigidez infinita	Elem.rigidizador	0,278 mm	- 19,8 %
Alet24	Detallado	Elem.rigidizador Barra excentrica	0,343 mm 0,348 mm	3,0 % 4,3 %

El modelo rigidizado simplemente con elementos rigidizadores, sin modelo de detalle de la esquina, presenta el mayor error (23 %) respecto de las mediciones del desplazamiento en el punto de comparacion, proximo a la boquilla. Modelando la union de las aletas rigidizadoras de tapa y pared como rigida, se obtienen resultados por defecto, en un 20 %. Representando la esquina como elastica, se obtuvo una buena representacion de la rigidez introducida por las aletas en su totalidad. En este caso, el desplazamiento en el punto de medicion tuvo un error de solo el 3 %.

Lo anterior revela la gran importancia del correcto modelado de la union entre la pared de la carcaza y la tapa.

Las diferencias del modelado de las aletas con elemento rigidizador o barras excentricas se mantuvieron pequenas, siendo siempre el modelo con elemento rigidizador el mas cercano a los resultados experimentales.

TABLA III

Caso	Modelado Esquina	Aleta	Despl. maximo	Dif.
Aleta2 Alet82	Sin detalle	Elem.rigidizador Barra excentrica	0,5288 mm 0,5338 mm	0,94 %
Alet24 Alet84	Detallado	Elem.rigidizador Barra excentrica	0,3675 mm 0,3732 mm	1,55 %

El fenomeno de deformacion de la carcaza aparece dominado principalmente por las aletas. Su sola inclusion mejoro apreciablemente la concordancia entre las predicciones numericas y las mediciones efectuadas, aun con el modelo mas simple de rigidizacion. Este fenomeno permite predecir que es posible comenzar el diseno de carcazas rigidizadas con

las aletas. Muestra además que, cuando la discretización este dominada por la de las aletas, el empleo del nuevo elemento rigidizador puede resultar en mejoras importantes en la aproximación al resultado experimental.

La tensión máxima se reduce a un cuarto respecto de la obtenida para igual presión sobre la carcasa no rigidizada. Su ubicación continúa en la zona de unión entre tapa y boquilla, pero también se encuentran tensiones cercanas en la zona del rincón tapa-paredes laterales.

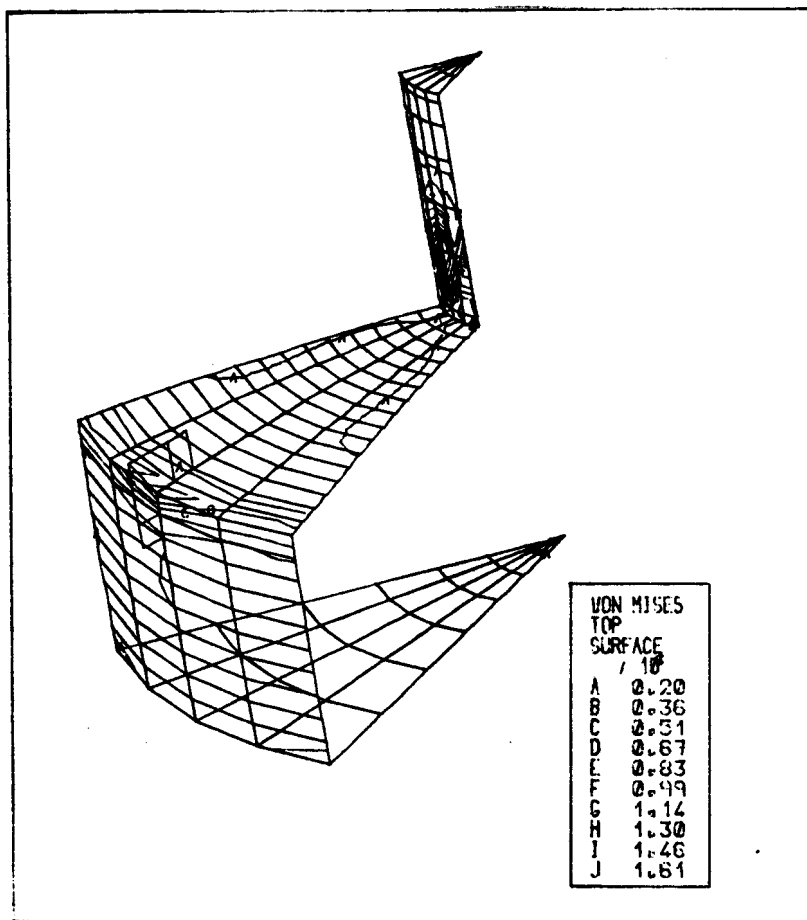


Figura 9 - Líneas de nivel de tensiones en la carcasa rigidizada. Caso Alet24.

CONCLUSIONES

Para perfiles comunes y rigidizados en general, el nuevo elemento rigidizador representa una gran mejora en la concordancia de los valores numéricos con la solución teórica exacta. Se encuentra que el error disminuye típicamente en un orden de magnitud, especialmente en

modelos con discretización baja. Esto permite una fuerte reducción del número de ecuaciones en el cálculo, y por lo tanto del costo de máquina, cuando la discretización de las secciones rigidizadoras define la discretización general del modelo.

Otra ventaja es su fácil incorporación a la biblioteca de un programa de cálculo estructural de Elementos Finitos. Esta sencillez redundante en una mínima modificación del programa original, y por lo tanto en una rápida implementación.

Se estableció también que se mantienen las características de convergencia hacia los valores teóricos, en el caso de perfiles, que posee la barra excéntrica usual. La convergencia es, por lo tanto, cuadrática con el número de elementos.

El elemento rigidizador se encuentra instalado como un elemento más de la biblioteca del programa SAP6. Su utilización es equivalente en preparación de datos y en costo computacional al elemento de barra excéntrica, al cual supera. Por lo tanto se recomienda su utilización en todos los casos en los cuales existan problemas de rigidización atacables con barras excéntricas.

REFERENCIAS

- (1) SAP-4, Manual del Usuario, K.J. Bathe, E.L. Wilson, F.E. Peterson - EERC Report 73-11, 1973.
- (2) Ajaya K. Gupta and Paul S. Ma - "Error in eccentric beam formulation" - Int. J. for Num. Meth. Engng. - Vol. 11, 1473-1477 (1977).
- (3) Hans A. Balmer - "Another aspect of the error in eccentric beam formulation" - Int. J. for Num. Meth. Engng. - Vol. 12, 1761-1771 (1978).
- (4) Robert E. Miller - "Reduction of the error in eccentric beam modeling" - Int. J. Num. Meth. Engng. - Vol. 15, 575-582 (1980).
- (5) Robert E. Miller - "Dynamic aspects of the error in eccentric beam modeling" - Int. J. Num. Meth. Engng. - Vol. 15, 1447-1455 (1980).
- (6) Programa PAFEC, Theory, Pafec Ltd., 1986.
- (7) Jorge E. Magaña - "Análisis estructural de carcazas de compresores centrifugos" - Centro Atómico Bariloche, 1987.