

ANALISIS DE TUBERIAS BLINDADAS SOMETIDAS  
A PRESION EXTERIOR BAJO CONDICIONES DE  
VINCULO UNILATERAL

Carlos Garcia Garino  
Ruben Lopez Triaca

Departamento Analisis de Estructuras  
IMPSA

German Brun  
Jorge Bauer

Departamento de Equipos Hidromecánicos  
IMPSA  
Ceretti 244 - (5501) - Godoy Cruz  
Mendoza

RESUMEN

El presente trabajo estudia el comportamiento no lineal geométrico y mecánico de una tubería de acero sometida a presión exterior, bajo condiciones de vínculo unilateral.

Los resultados numéricos obtenidos a través del Método de Elementos Finitos, se comparan con otras expresiones de cálculo sencillas, obteniéndose buena concordancia.

Se sugieren estudios posteriores en el tema.

ABSTRACT

This paper studies the geometric and material non linear behaviour of a steel liner under external pressure, subjected to a unilateral constraints.

The numerical results, obtained by means of the Finite Element Method, are contrasted with another ones computed from more quite simple expressions. A good agree is chosen.

Further studies about the matter are suggested.

## INTRODUCCION

En la ingeniería de Centrales Hidroeléctricas, los componentes hidromecánicos son muy importantes y requieren estudios cuidadosos.

Este trabajo estudia el comportamiento no lineal geométrico y del material de tuberías enterradas, en las que un cilindro de acero hace las veces de revestimiento del túnel excavado en la roca, como indica la figura 1. Entre la roca y la tubería de acero se cuela hormigón de inyección.

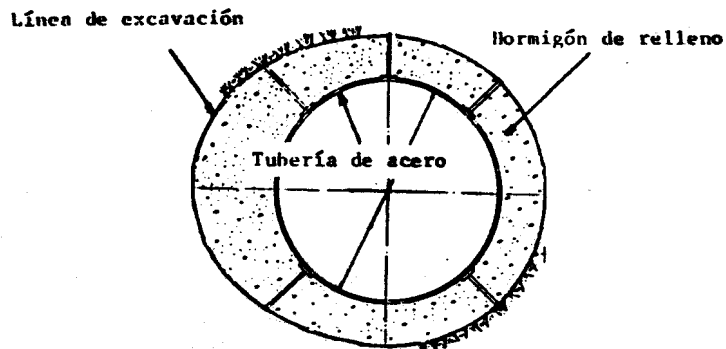


Figura 1

Estas estructuras se diseñan para resistir la presión interior, de acuerdo a los pliegos y códigos de recipientes de presión [1], y además se verifican para el estado de presión exterior.

Este estudio debe realizarse para prevenir accidentes en caso de existir filtraciones en la roca (sometida a la columna de agua del embalse), y hallarse vacía la tubería.

El comportamiento de estas estructuras bajo presión exterior es no lineal debido a las siguientes causas:

- i) Comportamiento no lineal del material.
- ii) Comportamiento no lineal geométrico, necesario para tener en cuenta grandes desplazamientos y cargas seguidoras.
- iii) No linealidad en las condiciones de borde originada:

por el problema de contacto entre el cilindro de acero o blindaje, y el hormigón de inyección.

El pandeo plástico de cáscaras fue tratado, entre otros autores por Bushnell [2],[3],[4], Croll [5], y Godoy [6], y solo será comentado brevemente en este trabajo para enmarcarlo en el contexto de la mecánica estructural.

Este estudio emplea la técnica denominada Análisis no lineal general [2],[3],[4],[5],[6], que se calcula mediante el Metodo de Elementos Finitos [7], a través del programa MSC/NASTRAN [8].

En los puntos siguientes se describe brevemente el planteo del problema, el modelo que lo simula y las hipótesis empleadas en el proceso de cálculo. Asimismo se listan los resultados obtenidos, los que se comparan con la teoría de Amstutz [9], y expresiones sencillas de cálculo sugeridas por Croll [5] para evaluar el pandeo elastoplástico de anillos imperfectos sometidos a presión exterior.

Se estudian un caso experimental cuyos resultados se listan en [9], y se analiza además un prototipo con una relación  $R/t = 37.$ , donde cabe esperar interacciones entre las cargas de colapso mecánica y geométrica e influencia de las imperfecciones iniciales.

Se comparan resultados hallandose buena concordancia entre los distintos metodos empleados.

#### PLANTEO DEL PROBLEMA

Un estudio exhaustivo del pandeo plástico de cilindros sometidos a presión exterior escapa a este trabajo, y puede consultarse [2].

Como se indicó en la introducción este análisis tiene en cuenta las no linealidades geométricas y del material. Las no linealidades de la geometría se consideran porque son propias del problema [10]. La no linealidad del material se lleva en cuenta dado que cada vez más frecuentemente códigos y pliegos la consideran, y además porque es necesaria para estudiar como influye en el comportamiento de la estructura.

Debe mencionarse que en la bibliografía consultada existen abundantes referencias acerca del pandeo no lineal de cilindros sometidos a presión exterior, pero son escasas las menciones a problemas con este tipo de condiciones de borde. Ello se debe a que, en general, los códigos de diseño y la bibliografía se aplican a estructuras off-shore, aeronáuticas, aeroespaciales y recipientes de presión en general. Datos de referencia para este estudio se indican en [11],[12].

En la referencia [2] y en [6] se clasifican los metodos de ataque a este problema en:

- i) Desarrollo de teorías de pandeo asintóticas.
- ii) Desarrollo de programas de computadora de propósito general para cálculo de estructuras en el rango estático y dinámico, incluyendo efectos no lineales de geometría y de material.
- iii) Desarrollo de programas de computadora de propósito especial para evaluar puntos límites de pandeo axilsimétrico y análisis de bifurcación no simétrico de estructuras axilsimétricas.

Este trabajo sigue los lineamientos del enfoque indicado en ii), que se denomina de acuerdo a [1], Análisis no lineal general. Esta técnica consiste en hallar una trayectoria de equilibrio considerando las no linealidades mencionadas hasta que se alcanza la carga de colapso, como muestra la figura 2.

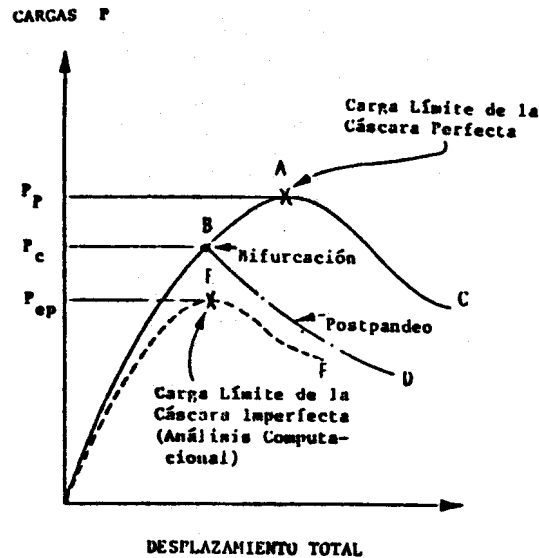


Figura 2

Cuando se consideran efectos no lineales del material hay dos conceptos relacionados que se conocen como carga de colapso, pero que responden a distinto origen, y que se denominan  $P_c$  y  $P_p$ .

Para ilustrar esta idea se analiza el caso de una barra comprimida. Si la barra es gruesa figura 3a sera esperable

que la falla se produzca por agotamiento del material, y el punto de bifurcación estará muy por encima de  $P_p$ . Si la barra es muy delgada, figura 3b, la falla se producirá antes que se agoten las reservas del material y en este caso es  $P_c \ll P_p$ . Existen casos intermedios en que  $P_c$  y  $P_p$  son del mismo orden, ambos efectos no lineales se acoplan, y se manifiestan las imperfecciones iniciales.

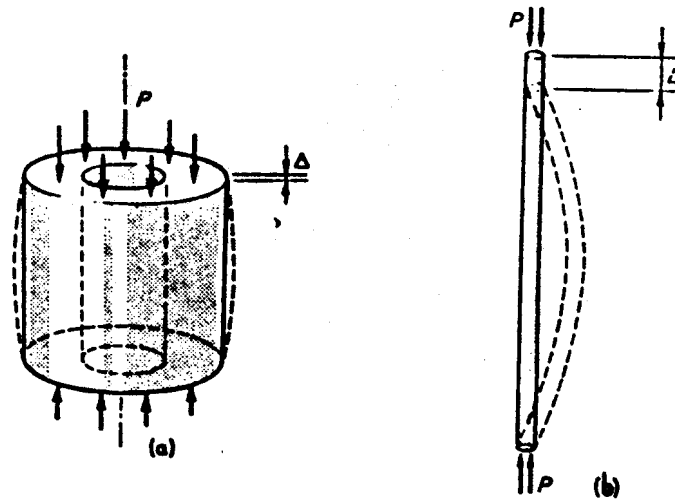


Figura 3

La figura 4 ilustra cualitativamente este comportamiento y muestra que la curva límite se aparta de la teórica para esbelteces intermedias.

La referencia [13] discute la curva límite para cilindros sometidos a presión exterior y/o carga axial, para esbelteces intermedias.

Debe aclararse que no siempre es fácil determinar el origen de la carga de colapso mediante un análisis de este tipo, lo que obliga a un uso cuidadoso del programa. Este detiene el proceso cuando se anula el determinante de la matriz de rigidez, ya sea por agotamiento del material, o por una falla de origen elástico. La referencia [2] advierte las trampas numéricas que pueden aparecer al usar este enfoque.

En los puntos siguientes se describe en detalle el tipo de solución empleada, características del modelo, etc.

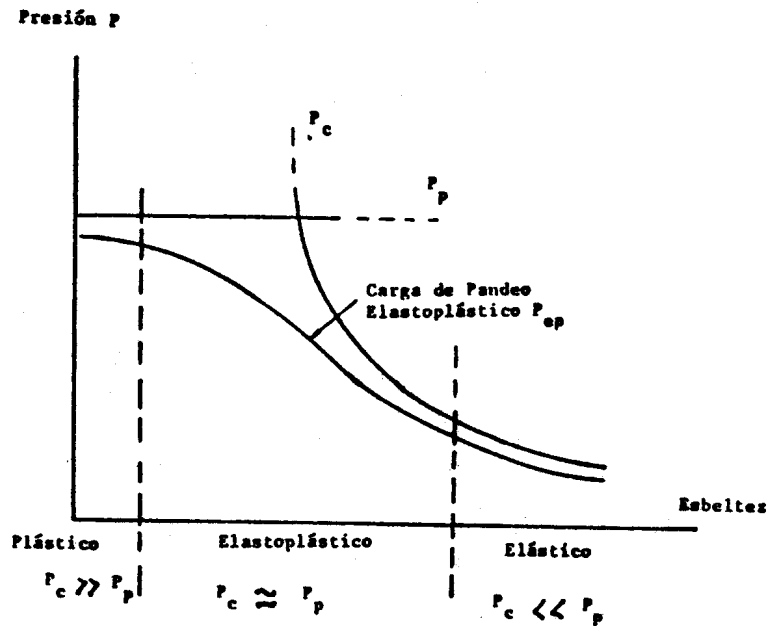


Figura 4

#### ESTRATEGIA DE SOLUCION

El Análisis no lineal general se resuelve empleando la solución 66 del programa MSC/NASTRAN [14] que contempla las no linealidades geométricas y del material.

El objetivo de la solución estática no lineal en MSC/NASTRAN es similar al comportamiento de una estructura calculando su respuesta frente a una historia o paso de carga determinado.

La ecuación fundamental del análisis estático no lineal es minimizar el error en el vector de cargas nodales, expresado por la ecuación (1)

$$\{\delta\} = \{P\} + \{Q\} - \{F\} \quad (1)$$

donde

$\{\delta\}$  ; vector residuo de cargas nodales

$\{P\}$  ; vector de cargas exteriores

(Q) ; cargas reactivas asociadas a condiciones de contorno principales

(F) ; vector de solicitaciones interiores aplicados en los nodos, y calculado mediante los elementos. Incluye terminos no lineales y permite evaluar cargas seguidoras.

Para obtener la solución no lineal se emplea la matriz de rigidez tangente [K], en donde sus terminos son de la forma:

$$[K_{ij}] = \left[ \frac{\partial F_i}{\partial U_j} \right]_{u=u^r} \quad (2)$$

la que desarrollada por Taylor permite expresar:

$$\langle F(u) \rangle = \langle F(u^i) \rangle + [K] \langle u - u^i \rangle \quad (3)$$

Sustituyendo (3) en (1) puede plantearse la iteración de Newton - Raphson:

$$[K] \langle u^{i+1} - u^i \rangle = \langle \delta(u^i) \rangle \quad (4)$$

Esta puede combinarse con la (1), y resulta:

$$[K] \langle u^{i+1} - u^i \rangle = \langle P \rangle + \langle Q \rangle - \langle F \rangle \quad (5)$$

El vector F se obtiene a partir del estado anterior, sumando la contribución de los elementos en cada nodo.

$$\langle F(u^i) \rangle - \langle \Delta P(u^i) \rangle - [K^r] \langle u^i \rangle + \langle P^T \rangle = \langle f^i \rangle \quad (6)$$

en donde:

$\langle \Delta P(u^i) \rangle$  ; vector que calcula el cambio en las fuerzas, debido a los desplazamientos nodales (fuerzas seguidoras)

$[K^r]$  ; matriz de referencia del elemento. Incluye terminos no lineales.

$\langle P^T \rangle$  ; vector de cargas termicas

$\langle f^i \rangle$  ; residuo a minimizar

Combinando las ecuaciones (4) y (6), se obtiene el

error, en función del residuo del paso anterior:

$$\{ \delta^{i+1} \} = \{ \delta^i \} - \{ f^{i+1} - f^i \} - [K] \{ u^{i+1} - u^i \} \quad (7)$$

La matriz [K] puede considerarse como la suma de contribuciones, rigidez del material, mas rigidez geometrica.

Los efectos no lineales del material se consideran a traves de un criterio de fluencia (Von Mises, Tresca, etc.), el que asociado a las ecuaciones de Prandtl-Reuss permite plantear una tensión efectiva, que compara el estado tensional real, con el del ensayo uniaxial, [2], [14].

Los efectos no lineales en la geometria consideran grandes desplazamientos y pequeñas deformaciones.

#### DESCRIPCION DEL MODELO EMPLEADO

Se realizó un modelo del cilindro de acero empleando elementos cuadriláteros planos QUAD4 [15], de seis grados de libertad por nodo, tres desplazamientos y tres rotaciones. Este elemento esta formulado en base a la teoria de Mindlin y posee rigidez flexional y membranar. Tiene en cuenta efectos no lineales de material y geometricos, y es capaz de evaluar cargas seguidoras [14].

Se modeló el cilindro con 72 elementos QUAD4, representando todo el anillo, figura 5, con un paso anular de 5°. En la dirección meridional se colocó un solo elemento. Se supone que el tubo se comporta con un estado plano de deformación, colocando la vinculación correspondiente.

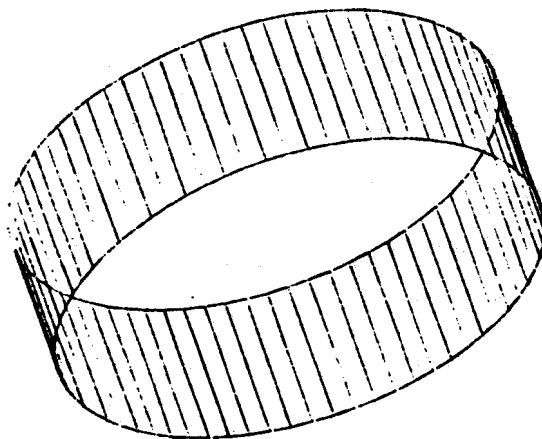


Figura 5



La restricción unilateral que le impone el hormigón de inyección a la tubería se modela mediante elementos GAP [16], figura 6. Estos elementos actúan como resortes unidireccionales, tomando carga cuando se cierra el huelgo inicial. La dirección de la carga en los GAP siempre es la inicial.

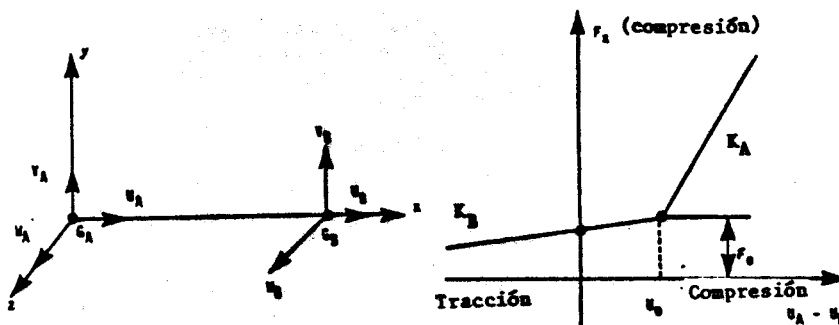


Figura 6

La carga de presión exterior se materializó mediante sentencias PLOAD que reparten cargas en los nodos en forma discreta en lugar de hacerlo según la energía equivalente, porque se ha verificado la conveniencia de su uso cuando se emplean elementos planos para representar superficies curvas [17].

El modelo de material es elastoplástico ideal, y el criterio de fluencia elegido es el de Von Mises.

El método de iteración es el de Newton-Raphson, con la actualización de la matriz de rigidez en cada iteración. Ello es así debido a las fuertes no linealidades geométricas que muestra el problema.

#### ANÁLISIS DE LOS MODELOS PROCESADOS

Para validar esta técnica de resolución se simula el comportamiento de una tubería de la que se disponen resultados experimentales y analíticos en [9], y que se denomina modelo de prueba.

Por ser de interés industrial se discuten además resultados numéricos obtenidos en el análisis de un prototipo cuyas características difieren del modelo experimental.

#### Análisis del modelo de prueba

El modelo estudiado es el denominado 1 por Amstutz en

[9]. Sus dimensiones son en Kg y mm, Radio medio 478., Espesor 2.65 , Tension de fluencia 28.9, Modulo de Elasticidad 21400., Esbeltez  $R/t$  180.37. La presión crítica experimental hallada es 0.0473, la calculada 0.0472, segun [9].

Este trabajo analiza dos condiciones de funcionamiento: anillo (estado plano de tensiones) y tubo (estado plano de deformaciones).

La Tabla 1 compara resultados de la referencia [9] y de este trabajo. La Tabla 2 lista los pasos de carga versus el desplazamiento máximo. Esta Tabla se grafica en la figura 7 para mostrar la trayectoria no lineal.

	Comparación de Resultados		
	Exp.	Analítico	Númérico
			anillo tubo
Pcr.	0.0473	0.0472	0.0506 0.0536

Tabla 1

La respuesta numérica simula aceptablemente desde el punto de vista cualitativo el modo de deformación de la estructura, que puede compararse con datos de [9],[11],[18].

Las discrepancias con los resultados disponibles pueden explicarse desde dos aspectos. Por un lado existen algunos datos inciertos, como el huelgo inicial, y las imperfecciones iniciales que en la práctica se imponen por consideraciones tecnológicas, como ovalización, soldadura, etc.

Por otra parte existen algunas simplificaciones en las consideraciones con las que se trata la no linealidad del material.

La trayectoria carga desplazamiento graficada ilustra los efectos no lineales, que en este caso son básicamente geométricos, dado que no se producen plastificaciones hasta la proximidad de la carga crítica. Además muestra el cambio de rigidez en la zona de la onda de pandeo.

#### Análisis de resultados del prototipo

Este modelo representa una tubería de poca esbeltez, con una relación  $R/t$  37., mucho mas bajo que lo usual, y por lo tanto resulta de interes analizarlo con esta técnica.

Las características de este modelo son: Radio 1830., Espesor 50., Tensión de fluencia 70. Módulo de Elasticidad 21000., imperfección inicial 6.4, huelgo inicial  $0.0004R$ .

Se comparan los resultados obtenidos con las expresiones de la referencia [9] y la sugerida por Croll [5], para evaluar el comportamiento de anillos elastoplásticos imperfectos.

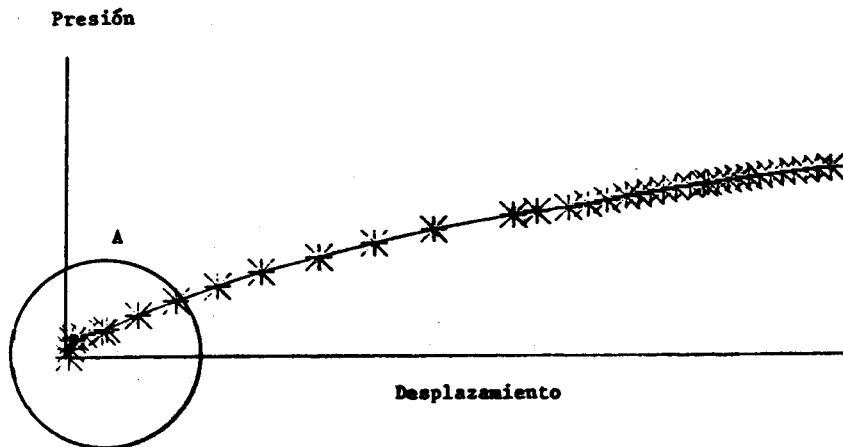
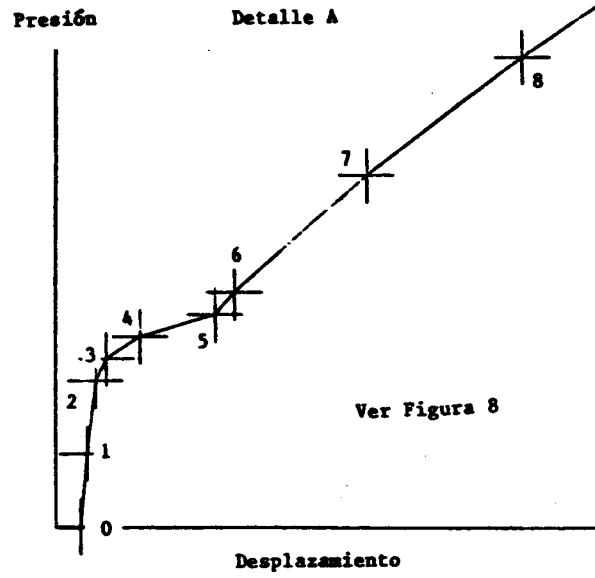


Figura 7

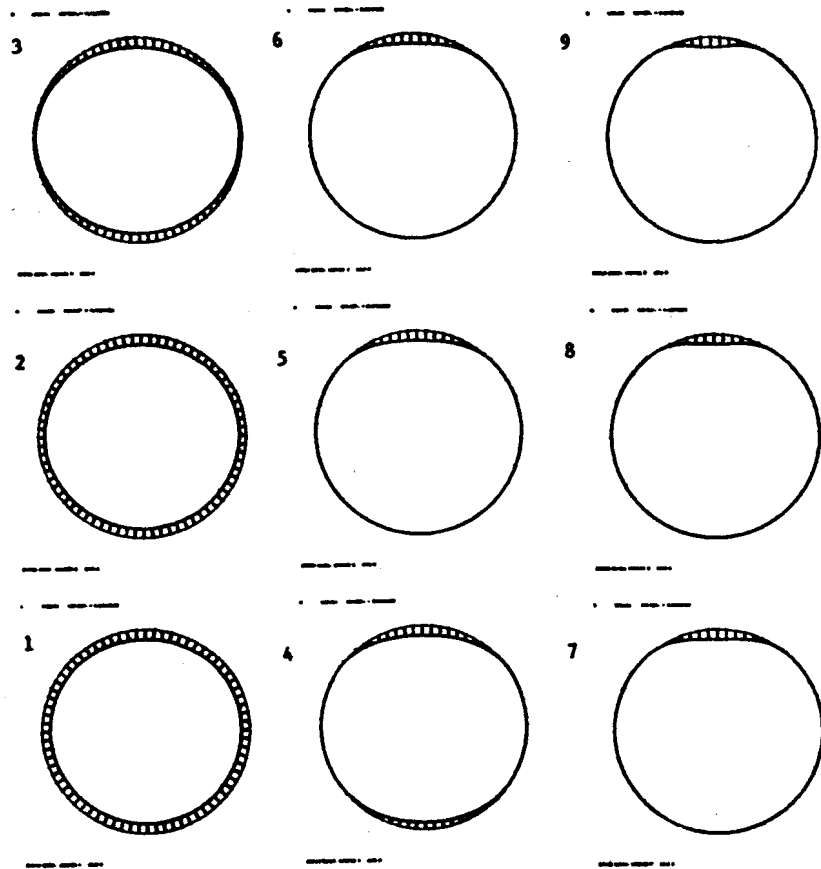


Figura 8

TABLA 2

SUBCASO	INCREM.	PRESION	DESP.	ITER.	IMP+DESP.
	0	0			0.001
1	1	0.250	9.772675E-4	2	0.00198
1	2	0.5	2.193567E-3	1	0.00319
2	3	0.575	3.677992E-3	1	0.00468
2	4	0.650	8.329306E-3	2	0.00933
2	5	0.725	1.858279E-2	9	0.01958
2	6	0.800	2.124580E-2	1	0.02225
3	7	1.200	3.930419E-2	3	0.04030
3	8	1.600	6.078656E-2	4	0.06179
3	9	2.000	8.461565E-2	2	0.08562
3	10	2.400	1.108631E-1	2	0.11086
4	11	2.800	1.427414E-1	2	0.14374
4	12	3.200	1.750640E-1	3	0.17606
4	13	3.600	2.099845E-1	2	0.21098
4	14	4.000	2.552829E-1	2	0.25628
5	15	4.100	2.686854E-1	2	0.26969
5	16	4.200	2.866591E-1	2	0.28766
5	17	4.300	2.975360E-1	3	0.29854
5	18	4.400	3.083761E-1	1	0.30938
5	19	4.500	3.194771E-1	1	0.32048
6	20	4.560	3.263026E-1	1	0.32730
6	21	4.620	3.334139E-1	1	0.33441
6	22	4.680	3.407005E-1	1	0.34170
6	23	4.740	3.476457E-1	2	0.34865
6	24	4.800	3.557634E-1	1	0.35676
7	25	4.840	3.607458E-1	1	0.36175
7	26	4.880	3.661032E-1	1	0.36710
7	27	4.920	3.715257E-1	1	0.37253
7	28	4.960	3.770875E-1	1	0.37809
7	29	5.000	3.827834E-1	1	0.38378
8	30	5.040	3.886257E-1	1	0.38963
8	31	5.080	3.946241E-1	1	0.39562
8	32	5.120	4.007902E-1	1	0.40179
8	33	5.160	4.071370E-1	1	0.40814
8	34	5.200	4.136789E-1	1	0.41468
8	35	5.240	4.204325E-1	1	0.42143
8	36	5.280	4.274165E-1	1	0.42842
8	37	5.320	4.346523E-1	1	0.43565

La Tabla 3 compara resultados obtenidos con las expresiones de Amstutz ,de Croll y Elementos Finitos

	Comparación de Resultados			
	E. Finitos	Croll	Amstutz Simplif.	Completa
Pcr.	1.0/1.1	1.05	0.974	1.026

Tabla 3

### CONCLUSIONES

Este trabajo permite concluir que el metodo de elementos finitos, a traves de programas de propósito general, es capaz de predecir razonablemente bien el comportamiento de estas estructuras. Esta forma de trabajar requiere recursos computacionales importantes.

Desde el punto de vista del diseño de casos relativamente simples como el de la tubería lisa, permite comprobar la validez de la teoría de Amstutz.

Sin embargo en la aplicación de esta técnica a estructuras de comportamiento similar, pero geoméricamente mas complejas, reside la potencia del análisis mostrado. Los autores en su experiencia profesional han verificado bifurcadores mediante esta técnica.

Cabe observar que de esta forma puede estudiarse detalladamente el caso de las tuberías rigidizadas, que por lo general se tratan en forma simplificada.

Ademas el metodo permite considerar leyes constitutivas distintas a la elastoplástica ideal, diferentes condiciones de borde, distinto tipo de imperfecciones, etc.

Por último cabe comentar que este tipo de problemas podría atacarse mediante técnicas de programación matemática, que quizás reduzcan los recursos computacionales, aunque aun no estan demasiado difundidas.

REFERENCIAS

- [1] ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Ed.1983.
- [2] Bushnell D., "Plastic Buckling", Pressure Vessels and Piping Design Technology, ASME 1982.
- [3] Bushnell D., Meller E., "Elastic-Plastic collapse of axially compressed cylindrical shells: a brief survey with particular applications with reinforced openings", Journal of Pressure Vessel Technology, ASME 1984.
- [4] Bushnell D., "Plastic Buckling of various shells", Journal of Pressure Vessel Technology, ASME 1982.
- [5] Croll J., "Buckling of metal shells", Laboratorio de Computación Científica, Rio de Janeiro, 1983.
- [6] Godoy L.A., "Pandeo de Cascaras", F.C.E.F.Y N., UNC 1984.
- [7] Zienkiewicz D.C., "The Finite Element Method", 3 Ed. Mc Graw Hill, 1977.
- [8] Mac Neal R.H., "NASTRAN Theoretical Manual", 1972.
- [9] Amstutz E., "Buckling of pressure-shaft and tunnel linings", Water Power Nov. 1970.
- [10] Feodosiev V.I., "Diez Conferencias sobre Resistencia de Materiales", Ed. MIR, 1973.
- [11] Steel W.J.M. and Spence J., " On propagating buckles and their arrest in sub-sea pipelines", Proceedings Institution of Mechanical Engineers, Abril 1983.
- [12] Soong T.C. and Choi I., "Buckling of an elastic elliptical ring inside a rigid boundary", Journal of App. Mechanics, ASME 1985.
- [13] Galletly G.D., "Buckling of fabricated cylinders subjected to compressive axial loads and/or external pressure- a comparison of several codes", ASME 1979.
- [14] Joseph J. Ed., "MSC/NASTRAN Application Manual" 1985.
- [15] Mac Neal R.H., "QUAD4 a simple cuadrilateral shell element, Report MSR-52", 1976.
- [16] Lee S.H. and Wolverton T.E., "Material and geometric non linear analysis", 1983.
- [17] Schaeffer H., "MSC/NASTRAN Primer" 1982.
- [18] Harrison H., "Large deformation analysis of submerged ring frames", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1979.