

## ESTUDIO PARAMÉTRICO DE SISTEMAS CON AMORTIGUAMIENTO HISTERÉTICO

Oscar Curadelli

*Grupo de Dinámica Experimental, Instituto IMERIS, Universidad Nacional de Cuyo, Centro  
Universitario, Parque Gral. S. Martín, Mendoza, Argentina, ocuradelli@fing.uncu.edu.ar*

**Palabras Clave:** Disipación de energía pasiva, amortiguamiento histerético.

**Resumen.** Con el objeto de mejorar el comportamiento estructural y lograr un proyecto económico, las estructuras se deberían diseñar con una gran capacidad para disipar la energía proveniente de la acción sísmica. Las deformaciones de una estructura durante un terremoto pueden ser reducidas significativamente mediante la incorporación de dispositivos diseñados específicamente para disipar energía. De esta manera, durante un evento sísmico la estructura podrá permanecer elástica o bien se logrará reducir la demanda de ductilidad de sus elementos estructurales. Esta filosofía de protección se puede implementar en estructuras nuevas como también existentes utilizando diferentes tipos de dispositivos disipadores de energía disponibles. En este trabajo se presenta un estudio paramétrico sobre amortiguadores metálicos (amortiguamiento histerético) el cual permite identificar la combinación de parámetros que definen las características del sistema de disipación de manera de asegurar un adecuado comportamiento estructural. El estudio se basa en el análisis no-lineal en el dominio del tiempo de un sistema de un grado de libertad con diferentes combinaciones de parámetros de manera de cubrir el intervalo de posibles diseños. Al final se presenta el rango de soluciones admisibles, es decir el conjunto de parámetros óptimos del sistema que satisfacen el objetivo preestablecido.

## 1 INTRODUCCIÓN

En general, en el diseño sísmico tradicional, se busca que la estructura permanezca en rango elástico para el caso de una excitación de baja intensidad, mientras que para niveles moderados y altos se permiten deformaciones inelásticas las cuales implican, en general, daño en elementos estructurales y no estructurales. Esta filosofía adoptada en códigos y recomendaciones de diseño si bien ha tenido éxito en términos de preservar la estructura de un posible colapso presenta algunas deficiencias, la disipación de energía se logra a través del daño estructural el cual es claramente indeseable. En algunos casos la tarea de recuperar una estructura dañada por un terremoto a su estado original es compleja y onerosa. A partir de esta perspectiva, una gran cantidad de investigaciones se han desarrollado en la búsqueda de alternativas de diseño y en las dos últimas décadas han recibido notable atención dos importantes tecnologías, la *aislación sísmica* (Kelly, 1986) y la *disipación de energía externa* (Soong y Dargush, 1997). El segundo sistema se utiliza ampliamente tanto en estructuras nuevas como ya construidas y consiste en incorporar dispositivos proyectados específicamente para disipar energía sin que acusen degradación ni daño. Al disipar una porción de la energía cinética inducida por el sismo de una forma segura, las deformaciones en la estructura se reducen significativamente y consecuentemente la posibilidad de daño (Curadelli y Riera, 2004).

En este trabajo, mediante un análisis paramétrico sobre un sistema de un grado de libertad no-lineal con amortiguamiento histerético (amortiguadores metálicos), se discute sobre el conjunto de parámetros que conducen a que la estructura principal permanezca en rango elástico. Con el objeto de poner en evidencia si la reducción de desplazamientos se debe al incremento de rigidez del sistema original o a la disipación de energía histerética, la fracción de la energía sísmica de entrada disipada en los amortiguadores es indicada en cada solución admisible. Para obtener resultados robustos, en el estudio se usó un conjunto de registros sísmicos con características marcadamente diferentes.

## 2 MODELO NUMÉRICO DEL SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD CON AMORTIGUAMIENTO HISTERÉTICO

### 2.1 Parámetros importantes

La estructura analizada posee un piso y un vano (Figura 1a) y se modela mediante una masa concentrada vinculada al suelo mediante un resorte lineal que representa la rigidez del pórtico y de un par de resortes en serie, uno de ellos lineal y el otro bilineal, que representan las características del soporte y disipador histerético, respectivamente. El amortiguamiento inherente del sistema se representa mediante un amortiguador viscoso lineal (Figura 1b). La rigidez lateral equivalente del conjunto se puede calcular mediante:

$$K_l = K_p + K_a \quad (1)$$

en la cual  $K_p$  es la rigidez lateral del pórtico y  $K_a$  la rigidez del sistema de disipación incorporado. El sistema de disipación se constituye del soporte con una rigidez  $K_s$  y del amortiguador propiamente dicho con rigidez pre-fluencia igual a  $K_d$ . La rigidez del sistema de disipación se puede determinar como:

$$K_a = \frac{K_s K_d}{K_s + K_d} \quad (2)$$

Normalmente, como se verifica que  $K_s \gg K_d$  la deformación del soporte se puede

despreciar sin pérdida significativa de precisión y se admite que  $K_a \cong K_d$  por lo tanto la ecuación (1) queda:

$$K_I = K_p + K_d \quad (3)$$

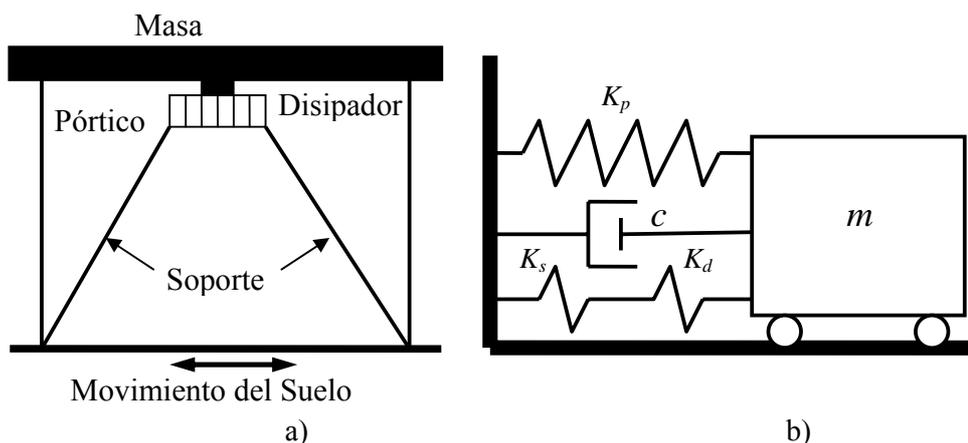
Al incorporar el sistema de disipación la rigidez del sistema se incrementa reduciéndose el periodo de la estructura original de:

$$T_p = 2\pi \left( \frac{m}{K_p} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

a un periodo elástico (pre-fluencia) del conjunto igual a:

$$T_a = 2\pi \left( \frac{m}{K_p + K_a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

siendo  $m$  la masa del sistema.



Figural: a) Estructura de un piso y un vano, b) Modelo masa resorte del sistema de 1gdl.

Despreciando la deformación del soporte y admitiendo que la deformación de fluencia del disipador,  $\Delta_{ya}$ , es menor que la de del pórtico,  $\Delta_{yp}$ , la Figura 2 muestra la curva fuerza-desplazamiento cuando al sistema se lo somete a una fuerza lateral estática incremental. La curva que resulta es tri-lineal con rigidez inicial  $K_I$  determinada por la ecuación (1). Después que el sistema de disipación alcanza la deformación de fluencia,  $\Delta_{ya}$ , el incremento posterior de la fuerza lateral es resistida exclusivamente por el incremento de la fuerza restitutiva definida por la rigidez del pórtico,  $K_p$ , y por el desplazamiento correspondiente. A partir de la Figura 2 se pueden definir dos parámetros importantes que caracterizan el sistema de disipación, el *endurecimiento del sistema*,  $\alpha$ , y la *relación de desplazamiento de fluencia*,  $\Delta_y$ .

El endurecimiento del sistema,  $\alpha$ , se define como la relación entre la rigidez del pórtico y la del conjunto dada por:

$$\alpha = \frac{K_p}{K_p + K_a} = \frac{K_p}{K_I} \quad (6)$$

La relación de desplazamiento de fluencia,  $\Delta_y$ , se define como la relación entre el

desplazamiento de fluencia del pórtico,  $\Delta_{yp}$ , con respecto al del sistema de disipación,  $\Delta_{ya}$ .

$$\Delta_y = \frac{\Delta_{yp}}{\Delta_{ya}} \quad (7)$$

Los parámetros restantes en la Figura 2 son: la *capacidad de corte en la base del pórtico*,  $V_p$ , y del *sistema de disipación*,  $V_a$ , respectivamente. Además, la *resistencia de fluencia del conjunto*,  $V_y$ , y la *capacidad de corte en la base del conjunto*,  $V_c$ .

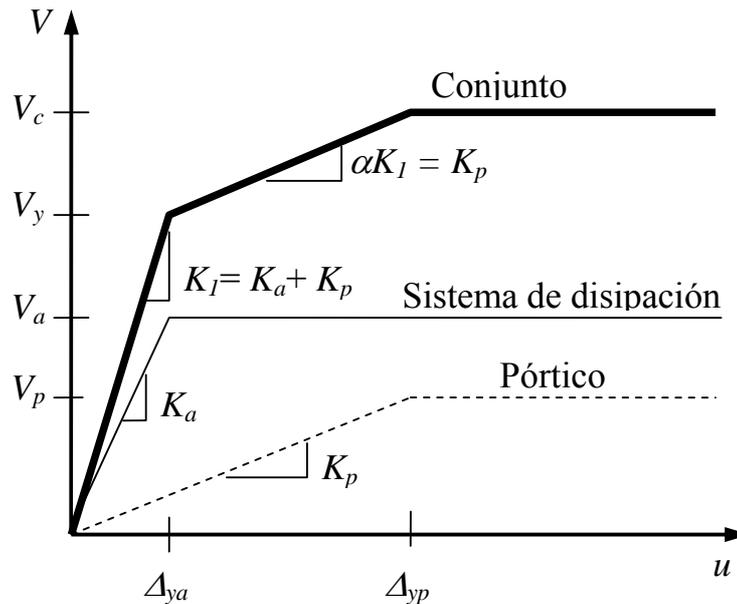


Figura 2: Curva fuerza-desplazamiento del pórtico, del sistema de disipación y del conjunto.

## 2.2 Formulación paramétrica

El comportamiento de un sistema dinámico lineal se puede representar mediante la siguiente ecuación de segundo orden (Clough y Penzien, 1993):

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \quad (8)$$

en la cual  $m$ ,  $c$ , y  $k$  son la masa, el coeficiente de amortiguamiento y la rigidez lineal del sistema, respectivamente, y  $\ddot{u}_g$  es la aceleración del suelo. La solución de la ecuación 9 da la respuesta del sistema en términos del desplazamiento relativo,  $u$ , la velocidad relativa,  $\dot{u}$  y la aceleración relativa,  $\ddot{u}$ .

Para sistemas no lineales, con comportamiento histerético como los estudiados, a partir de que se alcanza el punto de fluencia del sistema, la curva fuerza restitutiva-desplazamiento del sistema no es lineal y la ecuación de equilibrio dinámico se puede expresar como:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + F = -m\ddot{u}_g \quad (9)$$

en la cual  $F$  es la fuerza restitutiva inelástica del sistema.

Por conveniencia, la respuesta del sistema se expresa en términos de la ductilidad,  $\mu$ , normalizando la ecuación de movimiento del sistema no-lineal en función del desplazamiento de fluencia del sistema de disipación de la siguiente forma (Mahim y Lin, 1983):

$$\ddot{\mu} + 2\xi\omega_1\dot{\mu} + \omega_1^2 f = -\frac{\omega_1^2}{\eta} \frac{\ddot{u}_g}{\ddot{u}_{g \max}} \quad (10)$$

en la cual,  $\mu = u/\Delta_{ya}$  es la ductilidad de desplazamiento,  $\omega^2 = K_p/m$  y  $\omega_1^2 = (K_p+K_a)/m$  son el cuadrado de la frecuencia circular del sistema sin disipador y del conjunto, respectivamente,  $\xi = c/(2\omega m)$ , es la relación de amortiguamiento del sistema,  $f$  es la fuerza del sistema normalizada con la resistencia de fluencia del conjunto  $V_y$ ,  $\ddot{u}_g$  y  $\ddot{u}_{g \max}$  es la aceleración instantánea y máxima del suelo, respectivamente,  $\eta$  es la relación de resistencia definida como la relación entre la resistencia de fluencia del conjunto  $V_y$  y la fuerza máxima del suelo aplicada durante el movimiento dada por:

$$\eta = \frac{V_y}{m\ddot{u}_{g \max}} \quad (11)$$

La ecuación (10) revela que un incremento en la aceleración pico del suelo o un decremento en la resistencia de fluencia del conjunto por el mismo factor resultará en la misma respuesta del sistema.

Para un registro sísmico definido y admitiendo una relación de amortiguamiento de 2%, la respuesta del sistema se puede expresar en términos de la ductilidad global promedio del sistema,  $\mu$ , y de la ductilidad promedio del pórtico,  $\mu_p$ , definidas como:

$$\mu = \frac{u_{\max}}{\Delta_{ya}} \quad (12)$$

$$\mu_p = \frac{u_{\max}}{\Delta_{yp}} \quad (13)$$

en la cual  $u_{\max}$  es el desplazamiento máximo absoluto promedio del sistema tomado a partir de las respuestas máximas absolutas alcanzadas en cada movimiento sísmico especificado.

### 2.3 Energía histerética disipada

Integrando la ecuación (9) con respecto al desplazamiento relativo resulta en la ecuación de balance de energía relativa siguiente (Chopra, 1995):

$$m\dot{u} + c\dot{u} + F = -m\dot{u}_g \quad (14)$$

o bien en forma genérica:

$$E_k + K_d + E_s + E_h = E_i \quad (15)$$

en la cual el primer y segundo término representa la energía cinética y la energía disipada por amortiguamiento viscoso, respectivamente, el tercer y cuarto término representa la energía elástica de deformación y la energía histerética, respectivamente. El lado derecho de la ecuación (15) representa la energía sísmica de entrada. Es importante notar que la ecuación (14) es la ecuación de energía relativa ya que se obtuvo por integración respecto del desplazamiento relativo del sistema. Existe el concepto de energía absoluta (Uang y Bertero, 1988), basada en el desplazamiento absoluto del sistema pero está fuera del alcance de este trabajo.

En diseño sísmico basado en energía uno de los parámetros más importantes a considerar, es la energía histerética que surge a partir del cálculo, basado en el desplazamiento relativo, de la deformación plástica de los miembros estructurales. En este trabajo como se busca que la estructura principal no incurra en el rango inelástico, la energía histerética será generada exclusivamente por los dispositivos disipadores. Específicamente, el término de la ecuación (15) que tiene en cuenta la energía histerética,  $E_h$ , fue considerado en este trabajo para indicar si la reducción de desplazamientos del sistema que se logra al incorporar el sistema de disipación se debe al incremento de rigidez o bien a la energía disipada por dicho sistema.

### 3 EXCITACIÓN SÍSMICA

Para lograr resultados robustos a partir del estudio paramétrico, cinco registros sísmicos con características marcadamente diferentes fueron seleccionados. Los registros se detallan a continuación:

1. Caucete, San Juan, Argentina, 1977.
2. Landers, Joshua Tree, 000, USA, 1992.
3. Loma Prieta, Halls Valley, 000, USA, 1989.
4. San Fernando, Pasadena, Cit Athenaeum, 000, USA, 1971.
5. Taft, CA, N21E, USA, 1952.

### 4 ANÁLISIS NO LINEAL PARAMÉTRICO DEL SISTEMA CON AMORTIGUAMIENTO HISTERÉTICO

Los análisis dinámicos de los sistemas no-lineales se realizaron para el siguiente conjunto de parámetros:  $\alpha = 0.05, 0.25, 0.5$ ;  $\Delta_y = 2.5, 5, 10$ ;  $\eta = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$  y para periodos elásticos del sistema sin disipadores  $T_p = 0.1s, 0.25s, 0.5s, 1.0s$ . La combinación de estos parámetros resultó en 144 análisis para cada registro sísmico (un total de 720 análisis).

La Figura 3 muestra la curva fuerza-desplazamiento del pórtico, del sistema de disipación y del conjunto, para los diferentes valores de  $\alpha$  y de  $\Delta_y$ , dentro del intervalo analizado, cuyas ordenadas y abscisas están normalizadas con respecto a la capacidad de corte en la base del conjunto,  $V_c$ , y el desplazamiento de fluencia del pórtico,  $\Delta_{yp}$ , respectivamente.

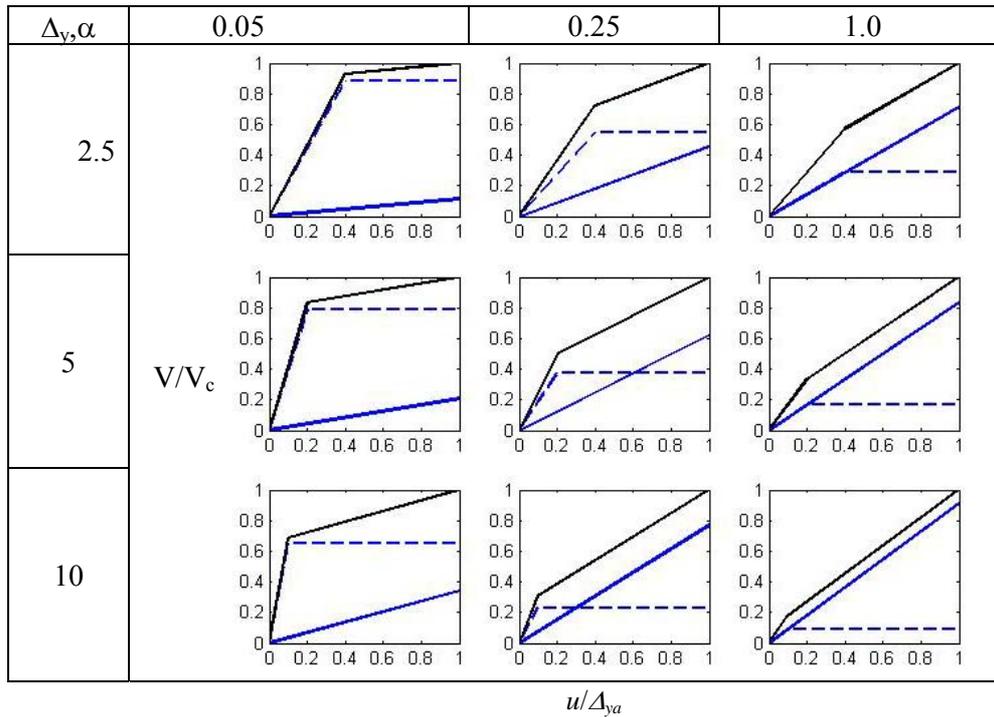
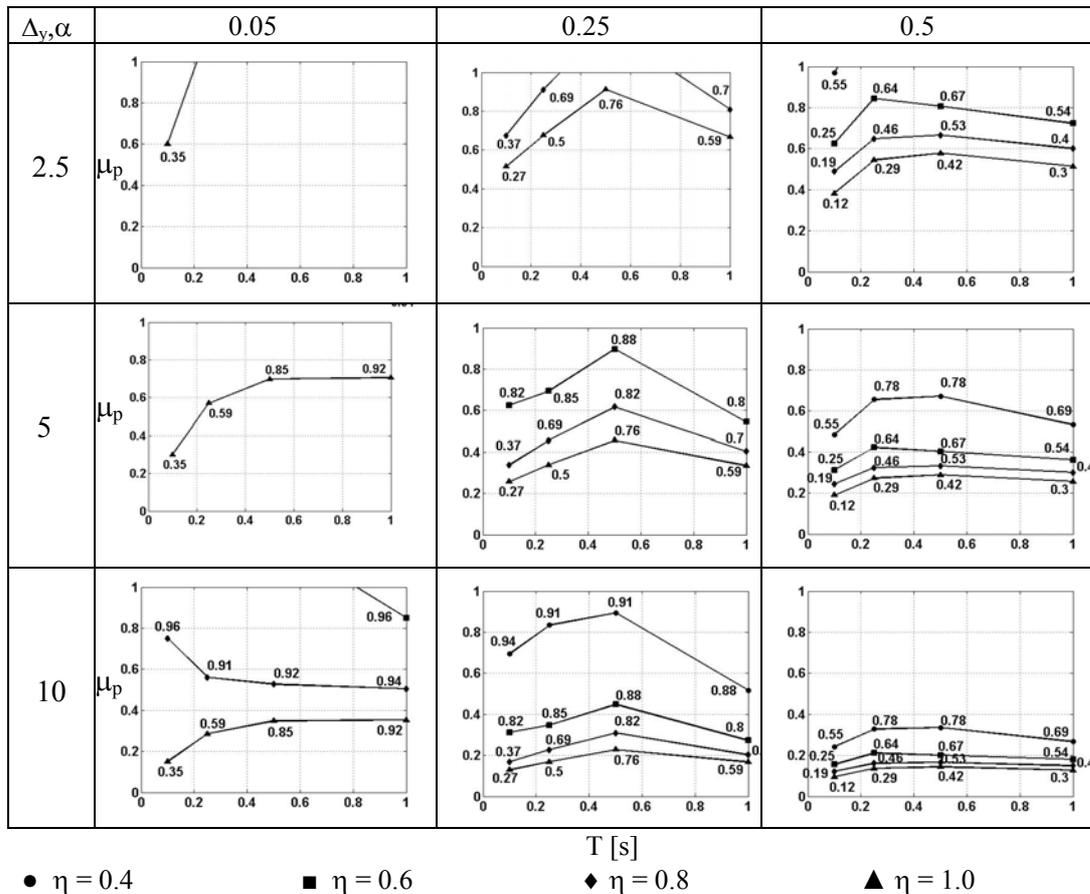


Figura 3: Curvas fuerza-desplazamiento de los sistemas estudiados, normalizado por  $V_c$  y  $\Delta_{yp}$ .



●  $\eta = 0.4$       ■  $\eta = 0.6$       ◆  $\eta = 0.8$       ▲  $\eta = 1.0$

Figura 4: Soluciones admisibles ( $\mu_p < 1$ ) y fracción de la energía sísmica de entrada disipada en forma histerética

La Figura 4 muestra los resultados en términos de la ductilidad promedio del pórtico,  $\mu_p$ , como función de del periodo elástico del sistema sin disipadores,  $T_p$ . Cada gráfico corresponde a un par de valores  $(\alpha, \Delta_y)$ , mientras cada curva representa un valor constante de la relación de resistencia,  $\eta$ . Además, en cada punto calculado se indica la fracción porcentual de la energía sísmica de entrada que se disipa como energía histerética. Es importante notar que solo se muestran los resultados en el cual se verifica que la ductilidad del pórtico sea  $\mu_p < 1$ , (o bien,  $\Delta_{yp} > u_{max}$ ) lo cual garantiza que el pórtico no incursiona en rango inelástico.

## 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un estudio paramétrico de la respuesta sísmica de un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento histerético. El estudio permite definir los parámetros del sistema de disipación de energía a través de los cuales se logra que el pórtico no incursione en el rango inelástico. Para cada caso se puede inferir si la reducción de los desplazamientos se logra por el incremento de la rigidez del sistema original o bien por la disipación de energía histerética de los amortiguadores. En sistemas que tienen  $\Delta_y > 5$  y  $\alpha > 0.25$  existe un conjunto de soluciones posibles ( $\mu_p < 1$ ) sobre un amplio rango de valores de la relación de resistencia,  $\eta$  (capacidad del conjunto o intensidad sísmica). Sin embargo en algunos casos la solución se alcanza con suficiente disipación de energía histerética y en otros con solo incremento de rigidez. Por el contrario para valores de  $\Delta_y < 5$  y  $\alpha < 0.25$  solo para grandes valores de  $\eta$  (es decir sistemas con gran capacidad o pequeños niveles de excitación) se logra mantener la condición de  $\mu_p < 1$ . Se observa un significativo incremento de la energía histerética disipada para valores pequeños de  $\alpha$  y grandes valores de  $\Delta_y$ . En resumen, a través de un análisis paramétrico es posible visualizar, para diferentes características del sistema dinámico estudiado y condiciones de excitación, los límites dentro de los cuales es posible mantener la variable de control elegida y el conjunto de parámetros del sistema de disipación que permiten ese objetivo.

## REFERENCES

- Chopra, A.K. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1995.
- Clough, R. W., and Penzien, J. *Dynamics of structures*, 2<sup>nd</sup> Ed., McGraw-Hill, New York, 1993.
- Curadelli, O., Riera, J. Reliability based assessment of the effectiveness of metallic dampers in buildings under seismic excitations. *Engineering Structures*, 26, 13: 1931-1938, 2004.
- Kelly JM. Aseismic base isolation: review and bibliography. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 5(4):202–216, 1986.
- Mahim, S., Lin, J. Construction of inelastic response spectra for single-degree-of-freedom systems. *Report UCB/EERC- 83/17*, Earthquake Engineering Centre, University of California, Berkeley, CA, 1983.
- Soong TT, Dargush GF. *Passive energy dissipation systems in structural engineering*. John Wiley & Sons, 1997.
- Uang, C.M. and Bertero, V.V. "Use of energy as a design criterion in earthquake-resistant design", *Report No. UCB/EERC-88/18*, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, 1988.