

DESEMPEÑO NUMÉRICO DE ELEMENTOS DE BARRA EN ANÁLISIS NO LINEAL ESTÁTICO Y DINÁMICO

Oscar Möller^a, Laura M. Quiroz^a y Marcelo Rubinstein^a

^a*Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (IMAE), Universidad Nacional de Rosario, Riobamba y Berutti, 2000 Rosario, Argentina, moller@fceia.unr.edu.ar*

Palabras clave: Dinámica estructural, No linealidad, Elementos de barra, Discretización en fibras.

Resumen. Se presenta un elemento de barra espacial para análisis no lineal de estructuras de hormigón armado solicitadas por acciones estáticas y dinámicas, con discretización en fibras de hormigón o acero, con secciones de control e integración numérica utilizando el esquema de Gauss-Lobato. La formulación mixta garantiza el equilibrio interno del elemento y la compatibilidad de deformaciones. La no linealidad física se considera a nivel de las relaciones constitutivas del hormigón y del acero, surgiendo así naturalmente la interacción entre los momentos flectores y el esfuerzo normal.

Se analiza también el desempeño de un elemento de barra plano compuesto por subelementos conectados en serie, donde cada uno representa una fuente de comportamiento histerético de la barra, y que ya fue detallado en trabajos anteriores.

Se realizan varias aplicaciones numéricas a ménsulas con endurecimiento y con ablandamiento global, donde se comparan los resultados obtenidos con los elementos presentados y otros modelos de elementos finitos. También se presenta el análisis de un pórtico sismorresistente de dos pisos para diferentes tipos de acciones estáticas y dinámicas, y finalmente se comparan resultados numéricos con los de ensayos experimentales disponibles en la bibliografía para un pórtico bajo la acción del acelerograma de Taft.

Se analiza la precisión, las limitaciones y la simplicidad de cada uno de los modelos para su aplicación en estructuras de escala ingenieril.

1 INTRODUCCIÓN

Los criterios actuales de diseño sismorresistentes están basados en el desempeño (SEAOC Vision 2000, 1995; FEMA 356, 2000), que significa lograr que la estructura cumpla con determinados niveles de performance para cada uno de los niveles de terremoto de diseño, de manera de controlar el riesgo sísmico con un predeterminado nivel de aceptabilidad, y donde tienen importancia significativa las incertidumbres presentes en demandas y capacidades.

Para llevar adelante este tipo de proceso de diseño, es necesario realizar una importante cantidad de análisis numérico del modelo estructural, que incluye análisis estático no lineal (push-over) y análisis dinámico no lineal con acelerogramas. En consecuencia se debe disponer de herramientas computacionales adecuadas para abordar problemas de escala ingenieril, por ejemplo edificios de pisos.

Muchos modelos han sido propuestos en las últimas décadas, los que pueden ser agrupados en tres categorías con un nivel creciente de refinamiento y complejidad.

- Modelos globales: la respuesta no lineal es representada por muy pocos grados de libertad, por ejemplo un grado de libertad horizontal por piso en un pórtico. Estos modelos son útiles en etapas de diseño preliminar para estimar distorsiones de piso y demandas de ductilidad de desplazamientos. La confiabilidad en la predicción de desplazamientos es pobre, y la determinación de esfuerzos internos en los elementos (vigas, columnas), a partir de este número limitado de grados de libertad es prácticamente imposible.
- Modelos de elementos finitos “discretos” (barras): la estructura es modelada como un ensamble de elementos que describen el comportamiento histerético de miembros de hormigón armado. Relaciones constitutivas no lineales se introducen a nivel de elemento en un sentido promedio, ó a nivel de secciones. Correspondientemente dan origen a dos posibles formulaciones: (i) no linealidad concentrada, (ii) no linealidad distribuida.
- Modelos de elementos finitos 2D, 3D: miembros y nudos son discretizados en un gran número de elementos finitos. No linealidad física y geométrica se introducen a nivel tensión-deformación, pudiéndose representar toda clase de fenómenos tales como deterioro de adherencia entre acero y hormigón, fricción en la interfaz entre fisuras, creep, relajación, fenómenos térmicos, etc.

Los modelos de elementos de barra son los que poseen el mejor balance entre simplicidad y precisión en el estudio de la respuesta sísmica no lineal, y son los analizados en este trabajo.

Uno de los primeros elementos fue presentado por Clough et.al. (1965) que consiste en un modelo de dos componentes en paralelo, uno elástico perfectamente plástico que representa la fluencia y el otro perfectamente elástico que representa el endurecimiento. La rigidez del miembro es la suma de las rigideces de sus componentes. Luego, Giberson (1967,1969) propuso un modelo en serie que consiste en un elemento elástico lineal con un resorte no lineal adicionado en cada extremo, donde se concentra toda la plasticidad. La ventaja es que cualquier ley histerética puede ser considerada, especial para introducir relaciones fenomenológicas obtenidas de ensayos experimentales. Así se fueron sucediendo en el tiempo diferentes aproximaciones, y una historia del desarrollo de este tipo de modelos puede consultarse en Möller (2001).

Con el objetivo de estudiar el desempeño numérico, señalar ventajas y limitaciones, se analizan en este trabajo los siguientes elementos de barra:

- a) Elemento compuesto por subelementos conectados en serie, originado en los trabajos de Filippou e Issa (1988), Filippou et al. (1992) y D’Ambrisi y Filippou (1997), fue adaptado e implementado por Möller (2001, 2002), y donde las leyes constitutivas de cada subelemento

son simples, mientras que el modelo completo presenta un comportamiento histerético complejo debido a la interacción entre los subelementos. Un breve resumen se presenta en la sección 2.

b) Elemento de barra con discretización en fibras, con antecedentes en trabajos de Taucer et al. (1991), Spacone et al. (1996) y Taylor et al. (2003), donde las características geométricas de las fibras son su posición local y, z a lo largo del eje x del elemento, y su relación constitutiva se define a nivel tensión deformación de cada material. La relación constitutiva en cada sección se obtiene por integración de las respuestas de las fibras. El algoritmo iterativo para determinar el estado del elemento mantiene equilibrio y compatibilidad dentro del elemento y satisface las relaciones constitutivas en cada sección dentro de una tolerancia especificada. Los detalles de este modelo, con algunas adaptaciones propias, se presentan en la sección 3.

Se muestran ejemplos en la sección 4 donde se comparan resultados obtenidos con los elementos mencionados, y en algunos casos con resultados experimentales, señalándose ventajas y limitaciones de cada uno de ellos.

2 ELEMENTO DE BARRA COMPUESTO POR SUBELEMENTOS

Para representar los diferentes mecanismos que contribuyen al comportamiento histerético de las regiones críticas de miembros de hormigón armado, el elemento se descompone en varios subelementos, que se muestran en la Figura 1 y son descriptos brevemente a continuación. Extremos rígidos permiten considerar nudos de dimensiones no despreciables.

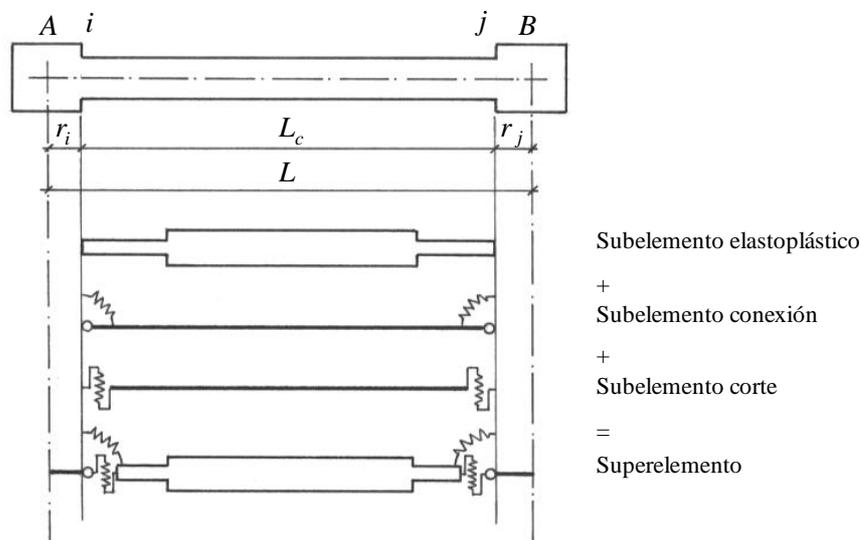


Figura 1: Descomposición de la barra en subelementos

2.1 Subelemento elasto plástico

Este subelemento, mostrado en la Figura 2, representa el comportamiento elástico lineal sobre una longitud z_c y la respuesta no lineal de las regiones extremas z_i, z_j , con longitud variable dependiendo de la historia de carga. Las hipótesis fundamentales son: (a) El estado de toda la zona plástica, durante carga, descarga o recarga, es controlado por el estado de la sección extrema. (b) La rigidez de la zona plástica se representa por una rigidez promedio

efectiva pEI , la cual depende de la sección extrema. Estas hipótesis significan que sólo hay que seguir la historia momento-curvatura de las dos secciones extremas del elemento.

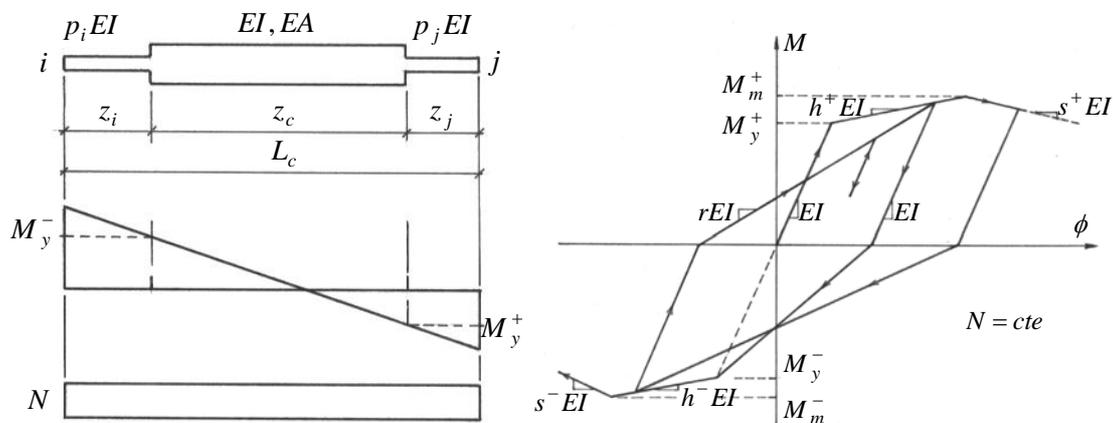


Figura 2: Subelemento elasto plástico – Relación momento curvatura

También se muestra en la Figura 2 la relación momento-curvatura adoptada, con las reglas de descarga y recarga del modelo de Clough. La relación $M-\phi$ para una sección de hormigón armado es construida, para un esfuerzo axial constante, usando las siguientes hipótesis: (a) La sección permanece plana después de la deformación y normal al eje deformado del miembro. (b) Los modelos de Mander (1984) son utilizados para las relaciones constitutivas del hormigón y del acero.

2.2 Subelemento conexión

Este subelemento simula la rotación concentrada que ocurre en la interfaz barra-nudo debido al deterioro de la adherencia y deslizamiento de las armaduras ancladas en el nudo. El modelo consiste en un resorte rotacional en cada extremo vinculados con una barra rígida como se muestra en la Figura 3.

La Figura 3 también muestra la relación momento-rotación adoptada, con las reglas de descarga y recarga. Los parámetros M_y , M_m , K , h , s para las direcciones positiva y negativa son calculados a partir de la linealización de la real relación $M-\theta$ obtenida de un procesamiento de la conexión.

2.3 Subelemento corte

Un subelemento corte puede también ser introducido para tener en cuenta la distorsión por corte de la zona inelástica del miembro y el deslizamiento por corte que puede producirse en la interfaz barra-nudo. No es utilizado en este trabajo.

2.4 Solución y parámetros de respuesta

El sistema de ecuaciones no lineales es formulado en un esquema incremental Lagrangeano actualizado. Se resuelve con integración directa paso a paso en el tiempo con el método de Newmark, e iteraciones de Newton-Raphson para ajustar el equilibrio entre acciones externas y fuerzas internas de los elementos, considerando además el balance de fuerzas internas entre los subelementos.

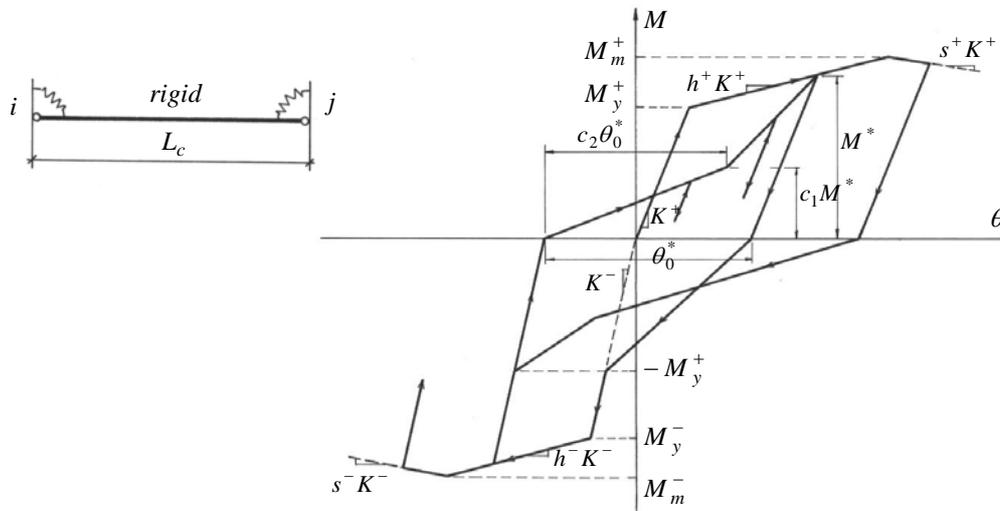


Figura 3: Subelemento conexión – Relación momento rotación

Como los subelementos están conectados en serie, la flexibilidad del superelemento se obtiene por simple suma de las matrices de flexibilidad de los subelementos. El resultado se invierte y se expresa en términos de los clásicos seis grados de libertad de una barra en el plano de longitud L_c . Transformaciones geométricas tienen en cuenta extremos rígidos y grandes desplazamientos.

Se considera una matriz de masa consistente y amortiguamiento viscoso proporcional a la masa y rigidez.

Los resultados del análisis son usados para obtener los parámetros de respuesta incluidos en la definición de los estados límites para cada nivel de performance especificado, como por ejemplo desplazamiento máximo en el último piso, distorsión máxima de piso, e índice de daño de Park y Ang (1985), local máximo y global para toda la estructura.

3 ELEMENTO DE BARRA CON DISCRETIZACIÓN EN FIBRAS

3.1 Generalidades

Este modelo utiliza la hipótesis que las deformaciones son pequeñas y que las secciones rectas de la barra permanecen planas durante la historia de carga.

La formulación está basada en el método mixto donde se utilizan funciones de interpolación de fuerzas que satisfacen equilibrio interno, y funciones de forma dependientes de la flexibilidad para el campo de deformaciones. Con una selección particular de las funciones de forma de las deformaciones, el método mixto se reduce al caso del método de la flexibilidad.

Sin embargo se mantendrá el formalismo del método mixto para un mejor entendimiento de la determinación del estado del elemento, y para poder explorar en el futuro otras funciones de forma para las deformaciones.

3.2 Definición de fuerzas y deformaciones generalizadas

El elemento de barra se muestra esquemáticamente en la Figura 4 con el sistema de ejes locales x, y, z , y el sistema de ejes globales X, Y, Z . El eje x es la unión de los centroides geométricos de cada sección, que deben estar sobre una recta.

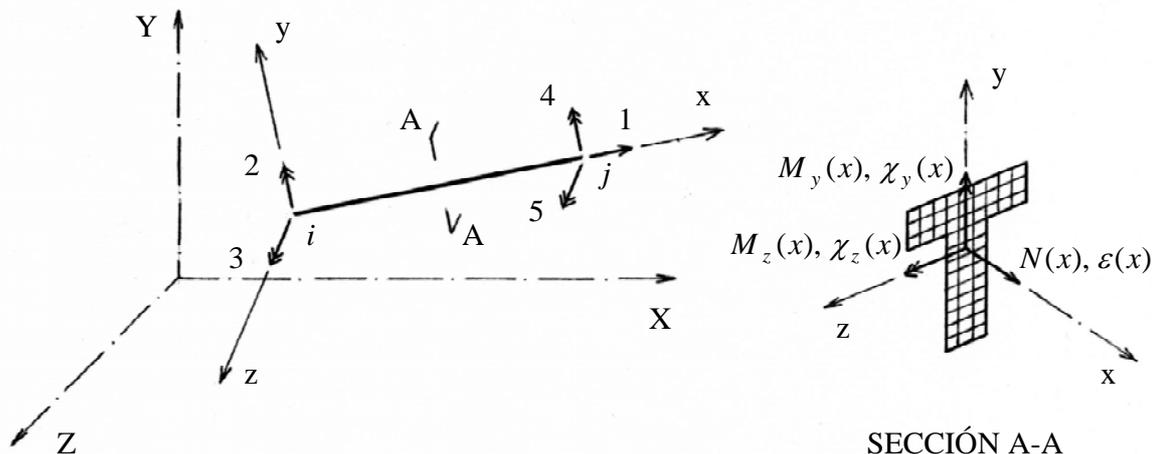


Figura 4: Elemento de barra y sistemas de referencia

También se indican los grados de libertad considerados, que no incluyen los modos de cuerpo rígido, los cuales se incorporan al final mediante simples transformaciones geométricas.

Se definen los siguientes vectores de fuerzas \mathbf{Q} y deformaciones generalizadas del elemento \mathbf{q} .

$$\mathbf{Q} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N \\ M_{y_i} \\ M_{z_i} \\ M_{y_j} \\ M_{z_j} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta l \\ \theta_{y_i} \\ \theta_{z_i} \\ \theta_{y_j} \\ \theta_{z_j} \end{Bmatrix} \tag{1}$$

Los esfuerzos de corte se obtienen luego por equilibrio y el momento torsor se incorpora en forma independiente, desacoplada, y con comportamiento elástico lineal.

En la misma Figura 4 también se muestra una sección genérica con sus esfuerzos internos $N(x), M_y(x), M_z(x)$ y sus deformaciones $\varepsilon(x), \chi_y(x), \chi_z(x)$, donde ε es la deformación axial y χ representa la curvatura, los cuales se agrupan en los siguientes vectores

$$\mathbf{D}(x) = \begin{Bmatrix} N(x) \\ M_y(x) \\ M_z(x) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{d}(x) = \begin{Bmatrix} \varepsilon(x) \\ \chi_y(x) \\ \chi_z(x) \end{Bmatrix} \tag{2}$$

3.3 Formulación del modelo mixto

En el método mixto de dos campos, Zienkiewicz y Taylor (1994), se utilizan funciones independientes para aproximar el campo de fuerzas y deformaciones a lo largo del elemento. Llamando Δ a los incrementos de dichas cantidades, se escribe

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{d}^i(x) &= \mathbf{a}(x) \Delta \mathbf{q}^i & (a) \\ \Delta \mathbf{D}^i(x) &= \mathbf{b}(x) \Delta \mathbf{Q}^i, \quad \mathbf{D}^i(x) = \mathbf{b}(x) \mathbf{Q}^i & (b) \end{aligned} \quad (3)$$

donde $\mathbf{a}(x)$, $\mathbf{b}(x)$ son las matrices de interpolación de deformaciones y fuerzas respectivamente, y el superíndice i indica la iteración de Newton-Raphson que es realizada en los grados de libertad de la estructura hasta que haya equilibrio entre las cargas aplicadas y las fuerzas internas resistentes.

- A partir de la forma integral de equilibrio de la relación linealizada fuerza-deformación de la sección

$$\int_0^L \delta \mathbf{D}^T(x) \left[\Delta \mathbf{d}^i(x) - \mathbf{f}^{i-1}(x) \Delta \mathbf{D}^i(x) \right] dx = 0 \quad (4)$$

Siendo $\mathbf{f}^{i-1}(x)$ la flexibilidad de la sección, donde el superíndice i indica la iteración del Newton-Raphson, operando se llega a

$$\mathbf{T} \Delta \mathbf{q}^i = \mathbf{F}^{i-1} \Delta \mathbf{Q}^i \quad (5)$$

en la cual \mathbf{F}^{i-1} es la matriz de flexibilidad del elemento en la iteración $i-1$, y \mathbf{T} matriz que solo depende de las funciones de interpolación

$$\mathbf{F}^{i-1} = \left[\int_0^L \mathbf{b}^T(x) \mathbf{f}^{i-1}(x) \mathbf{b}(x) dx \right], \quad \mathbf{T} = \left[\int_0^L \mathbf{b}^T(x) \mathbf{a}(x) dx \right] \quad (6)$$

- En el próximo paso se considera el equilibrio del elemento. En el método mixto de dos campos la forma integral de la ecuación de equilibrio se obtiene a partir del principio de los desplazamientos virtuales.

$$\int_0^L \delta \mathbf{d}^T(x) \left[\mathbf{D}^{i-1}(x) + \Delta \mathbf{D}^i(x) \right] dx = \delta \mathbf{q}^T \mathbf{P}^i \quad (7)$$

donde \mathbf{P}^i es el vector de cargas aplicadas que están en equilibrio con los esfuerzos internos $\mathbf{D}^{i-1}(x) + \Delta \mathbf{D}^i(x)$. Sustituyendo y operando se obtiene

$$\mathbf{T}^T \left[\mathbf{F}^{i-1} \right]^{-1} \mathbf{T} \Delta \mathbf{q}^i = \mathbf{P}^i - \mathbf{T}^T \mathbf{Q}^{i-1} \quad (8)$$

- Si bien en el método mixto las funciones de interpolación $\mathbf{a}(x)$ son completamente independientes de $\mathbf{b}(x)$, la ecuación (6) revela que una elección especial de las funciones de forma $\mathbf{a}(x)$ resulta en una considerable simplificación. Entonces $\mathbf{a}(x)$ son seleccionadas como funciones de forma dependientes de la flexibilidad de acuerdo con la siguiente expresión

$$\mathbf{a}(x) = \mathbf{f}^{i-1}(x) \mathbf{b}(x) \left[\mathbf{F}^{i-1} \right]^{-1} \quad (9)$$

Con estas funciones, \mathbf{T} se reduce a la matriz \mathbf{I} , y (8) resulta

$$\left[\mathbf{F}^{i-1} \right]^{-1} \Delta \mathbf{q}^i = \mathbf{P}^i - \mathbf{Q}^{i-1} \quad (10)$$

Si bien el método clásico de flexibilidad conduce al mismo sistema de ecuaciones linealizadas (10), esta forma de presentación es más general y permitirá analizar funciones de forma alternativas para las deformaciones en futuros trabajos.

3.4 Determinación del estado del elemento y de las secciones

En el método de la flexibilidad, el primer paso es calcular los incrementos de fuerzas en los nodos extremos a partir de los incrementos de desplazamientos y utilizando la matriz de rigidez del final de la última iteración. Con la función de interpolación de fuerzas se calcula el incremento de esfuerzos internos en cada sección, surgiendo dos inconvenientes.

El primer problema es la determinación del incremento de deformación de la sección a partir del incremento de fuerzas, ya que usualmente se dispone de la relación inversa, es decir fuerza – deformación como función explícita del incremento de deformación, y teniendo presente el carácter no lineal y dependiente del camino de deformación.

El segundo problema es que el cambio en la rigidez de las secciones produce una nueva matriz de rigidez del elemento, lo cual a su vez modifica las fuerzas en los nodos a partir del incremento de desplazamientos dado.

La estrategia utilizada aquí se representa esquemáticamente en la Figura 5 y consiste en tres procesos anidados. Los dos más externos se identifican con los superíndices k : paso de carga, i : iteración de Newton-Raphson, involucran los grados de libertad estructurales y corresponden al clásico análisis no lineal. La iteración interna j corresponde a la determinación del estado del elemento.

Para una iteración i -ésima del Newton-Raphson, se obtiene el incremento de desplazamientos $\Delta \mathbf{u}^i$, se rescatan los correspondientes a un elemento $\Delta \mathbf{q}^i$, y se calcula

$$\mathbf{q}^i = \mathbf{q}^{i-1} + \Delta \mathbf{q}^i \quad (11)$$

Para las iteraciones internas del elemento se comienza por el estado inicial A y $j = 0$ en la Figura 5, que corresponde al final del proceso iterativo $i-1$ del Newton-Raphson, entonces

$$\left[\mathbf{F}^{j=0} \right]^{-1} = \left[\mathbf{F}^{i-1} \right]^{-1}, \quad \Delta \mathbf{q}^{j=1} = \Delta \mathbf{q}^i \quad (12)$$

y el incremento de fuerzas en los nodos del elemento resulta

$$\Delta \mathbf{Q}^{j=1} = \left[\mathbf{F}^{j=0} \right]^{-1} \Delta \mathbf{q}^{j=1} \quad (13)$$

El incremento de fuerzas en la sección genérica se determina utilizando las funciones de interpolación $\mathbf{b}(x)$

$$\Delta \mathbf{D}^{j=1}(x) = \mathbf{b}(x) \Delta \mathbf{Q}^{j=1} \quad (14)$$

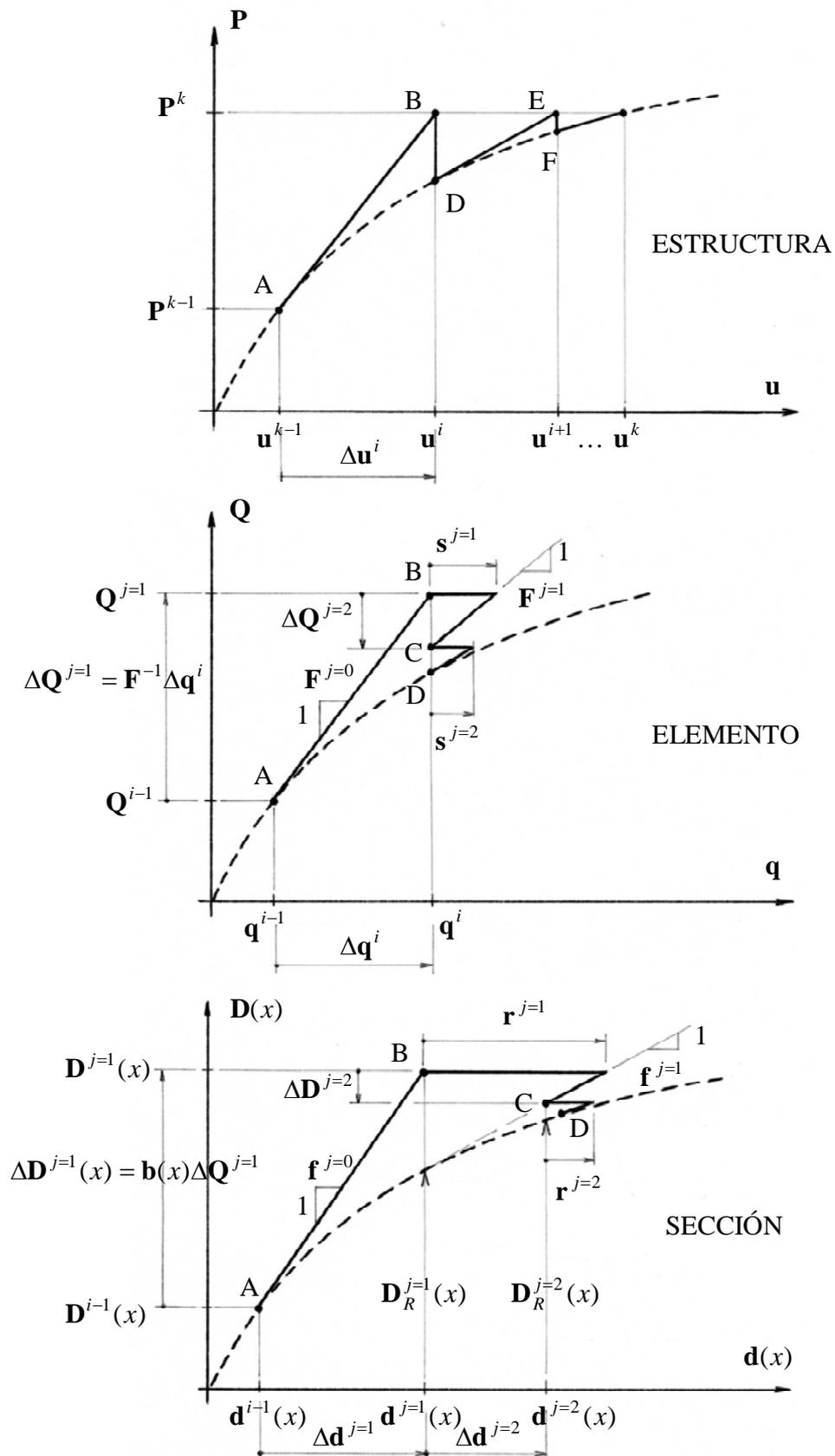


Figura 5: Esquema para determinar el estado del elemento

Y se actualizan los vectores

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}^{j=1} &= \mathbf{Q}^{j=0} + \Delta\mathbf{Q}^{j=1} \\ \mathbf{D}^{j=1}(x) &= \mathbf{D}^{j=0}(x) + \Delta\mathbf{D}^{j=1}(x)\end{aligned}\quad (15)$$

Ahora, con la matriz de flexibilidad de la sección al final de la iteración anterior de Newton-Raphson $\mathbf{f}^{j=0}(x) = \mathbf{f}^{j=1}(x)$, se linealiza la relación entre esfuerzos internos y deformaciones de la sección, y se calcula el incremento de deformación

$$\Delta\mathbf{d}^{j=1}(x) = \mathbf{f}^{j=0}(x) \Delta\mathbf{D}^{j=1}(x) = \mathbf{f}^{j=0}(x) \mathbf{b}(x) \left[\mathbf{F}^{j=0}\right]^{-1} \Delta\mathbf{q}^{j=1} \quad (16)$$

Se actualizan las deformaciones a un estado que corresponde al punto B en la Figura 5.

$$\mathbf{d}^{j=1}(x) = \mathbf{d}^{j=0}(x) + \Delta\mathbf{d}^{j=1}(x) \quad (17)$$

De acuerdo a la relación fuerza – deformación de la sección, que se tratará en el apartado siguiente, se calculan las fuerzas resistentes $\mathbf{D}_R^{j=1}(x)$ y la nueva matriz de flexibilidad $\mathbf{f}^{j=1}(x)$.

Usualmente estas fuerzas resistentes $\mathbf{D}_R^{j=1}(x)$ se transforman directamente en las fuerzas resistentes del elemento $\mathbf{Q}^{j=1}$, violando así el equilibrio a lo largo del elemento.

Para solucionar este problema aquí se utiliza un método de solución no lineal que comienza por calcular las fuerzas no balanceadas de la sección

$$\mathbf{D}_u^{j=1}(x) = \mathbf{D}^{j=1}(x) - \mathbf{D}_R^{j=1}(x) \quad (18)$$

que son transformadas a deformaciones residuales

$$\mathbf{r}^{j=1}(x) = \mathbf{f}^{j=1}(x) \mathbf{D}_u^{j=1}(x) \quad (19)$$

Estas deformaciones residuales son así una aproximación lineal del error en las deformaciones realizadas en la linealización de la relación fuerza – deformación. Luego son integradas a lo largo del elemento basado en el principio de las fuerzas virtuales para obtener los desplazamientos residuales del elemento $\mathbf{s}^{j=1}$.

$$\mathbf{s}^{j=1} = \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \mathbf{r}^{j=1}(x) dx \quad (20)$$

Estas deformaciones residuales en las secciones $\mathbf{r}^{j=1}(x)$ y los correspondientes desplazamientos residuales en el elemento $\mathbf{s}^{j=1}$ no se adicionan a los anteriores. En lugar de ello, son el punto de partida para un ajuste iterativo con superíndice j .

Los desplazamientos residuales $\mathbf{s}^{j=1}$ violan la compatibilidad porque los elementos que concurren a un nodo tendrán diferentes desplazamientos. Para solucionar este problema se aplican fuerzas correctivas al elemento

$$\Delta\mathbf{Q}^{j=2} = - \left[\mathbf{F}^{j=1}\right]^{-1} \mathbf{s}^{j=1} \quad (21)$$

donde $\mathbf{F}^{j=1}$ es la matriz de flexibilidad tangente actual calculada por integración de las

flexibilidades $\mathbf{f}^{j=1}(x)$ de las secciones y utilizando la ecuación (6). En las secciones se aplican los correspondientes incrementos

$$\Delta \mathbf{D}^{j=2}(x) = \mathbf{b}(x) \Delta \mathbf{Q}^{j=2} \quad (22)$$

que, observando la Figura 5, inducen incrementos de deformaciones

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{d}^{j=2}(x) &= \mathbf{r}^{j=1}(x) + \mathbf{f}^{j=1}(x) \Delta \mathbf{D}^{j=2}(x) \\ &= \mathbf{r}^{j=1}(x) - \mathbf{f}^{j=1}(x) \mathbf{b}(x) \left[\mathbf{F}^{j=1} \right]^{-1} \mathbf{s}^{j=1} \end{aligned} \quad (23)$$

Se actualizan los vectores calculados en (15)

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}^{j=2} &= \mathbf{Q}^{j=1} + \Delta \mathbf{Q}^{j=2} \\ \mathbf{D}^{j=2}(x) &= \mathbf{D}^{j=1}(x) + \Delta \mathbf{D}^{j=2}(x) \\ \mathbf{d}^{j=2}(x) &= \mathbf{d}^{j=1}(x) + \Delta \mathbf{d}^{j=2}(x) \end{aligned} \quad (24)$$

El estado final de la iteración $j=2$ corresponde al punto C en la Figura 5. Luego se calculan las fuerzas resistentes $\mathbf{D}_R^{j=2}(x)$ y se continúa con una nueva iteración aplicando las expresiones (18) a (24).

El proceso iterativo finaliza cuando se satisfacen los criterios de convergencia exigidos, ver apartado 3.6 d, representado esquemáticamente en el punto D de la Figura 5. Luego el proceso iterativo de Newton-Raphson procede con el paso $i+1$.

Las ventajas de esta metodología son:

- Se satisface siempre estrictamente el equilibrio a lo largo del elemento, porque los esfuerzos internos en las secciones se obtienen siempre a partir de las fuerzas en los nodos del elemento y las funciones de interpolación de fuerzas $\mathbf{b}(x)$, de acuerdo con (3.b).
- Se satisface también compatibilidad, no solo en los nodos sino también a lo largo del elemento, ya que la ecuación (16) y el segundo término de (23) expresa la relación entre deformaciones de la sección y desplazamientos de los nodos del elemento a través de las funciones de forma $\mathbf{a}(x)$, de acuerdo con (3.a).

Solamente las deformaciones residuales $\mathbf{r}(x)$ no satisfacen estrictamente esta condición. Se podría integrar $\mathbf{r}(x)$ para obtener \mathbf{s} con (20) y recalculan las deformaciones en las secciones con $\mathbf{a}(x) \mathbf{s}$, pero es ineficiente desde el punto de vista computacional y se acepta el pequeño error en las deformaciones residuales.

3.5 Sección de hormigón armado discretizada en fibras

La Figura 6 muestra un elemento en su sistema de referencia local x, y, z , y un número discreto de secciones de control ubicadas en los puntos de integración numérica. En este caso se utiliza el esquema de Gauss-Lobato porque siempre considera a las secciones extremas como puntos de integración, que es donde se producen las deformaciones inelásticas más significativas.

Además de los vectores de esfuerzos internos $\mathbf{D}(x)$ y deformaciones de la sección $\mathbf{d}(x)$ definidos en la ecuación (2), se definen dos vectores más: $\mathbf{e}(x)$ vector de deformaciones de las fibras y $\mathbf{E}(x)$ vector de tensiones en las fibras, considerando i a la fibra genérica de un total de n fibras

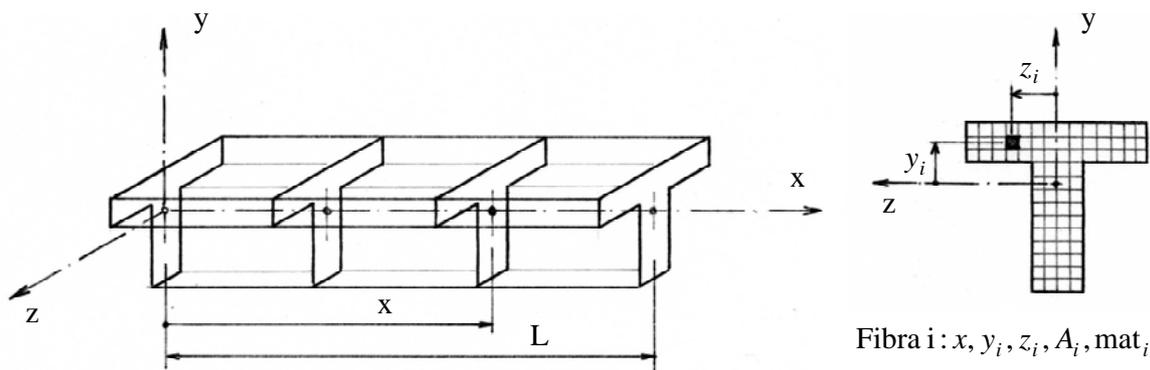


Figura 6: Secciones de control y discretización en fibras

$$\mathbf{E}(x) = \begin{Bmatrix} \sigma_1(x, y_1, z_1) \\ \vdots \\ \sigma_i(x, y_i, z_i) \\ \vdots \\ \sigma_n(x, y_n, z_n) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{e}(x) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1(x, y_1, z_1) \\ \vdots \\ \varepsilon_i(x, y_i, z_i) \\ \vdots \\ \varepsilon_n(x, y_n, z_n) \end{Bmatrix} \quad (25)$$

Siguiendo la hipótesis que las secciones planas se mantienen planas y normales al eje del elemento, resulta la siguiente relación

$$\mathbf{e}(x) = \mathbf{L}(x) \mathbf{d}(x), \quad \mathbf{L}(x) = \begin{bmatrix} 1 & z_1 & -y_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & z_i & -y_i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & z_n & -y_n \end{bmatrix} \quad (26)$$

Se podrían considerar otras formas para $\mathbf{L}(x)$ si se pretende representar que las secciones no se mantienen planas, por ejemplo efectos de corte, deslizamiento de armaduras, etc.

El comportamiento no lineal físico del elemento es función de las relaciones constitutivas de los materiales utilizadas a nivel de cada fibra. Se emplean formulaciones uniaxiales que son las más estudiadas y mejor entendidas, y los efectos tridimensionales como el confinamiento del hormigón, son considerados modificando los parámetros de la curva uniaxial envolvente monótonica.

Los modelos constitutivos utilizados en este trabajo son

- Hormigón confinado: modelo de Mander et al. (1984, 1988) con rama de ablandamiento en tracción presentada por Martinelli y Filippou (2007). También se ha implementado el modelo de Kent y Park (1971) con modificaciones de Scott et al. (1980). En los ejemplos procesados las diferencias encontradas entre ambos modelos son pequeñas.
- Acero: modelo de Menegotto y Pinto (1973), con las modificaciones en el endurecimiento propuesto por Fronteddu (1992).

A partir de las deformaciones actuales de la sección \mathbf{d}^j (24) se calculan las deformaciones en cada fibra con (26). Con las relaciones constitutivas mencionadas se obtienen las nuevas tensiones σ_i^j y los nuevos módulos tangentes E_i^j , las que se agrupan en los vectores $\mathbf{E}^j(x)$ (25) y una matriz diagonal $\mathbf{E}_{tan}^j(x)$ respectivamente.

Llamando \mathbf{A} a una matriz diagonal con las áreas de las fibras A_i , se calcula el vector de esfuerzos internos $\mathbf{D}_R^j(x)$ y la matriz de rigidez $\mathbf{k}^j(x)$ de la sección a distancia x , con las siguientes expresiones

$$\mathbf{D}_R^j(x) = \mathbf{L}^T(x) \mathbf{A}(x) \mathbf{E}^j(x) = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^n \sigma_i^j A_i \\ \sum_{i=1}^n \sigma_i^j A_i z_i \\ -\sum_{i=1}^n \sigma_i^j A_i y_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N(x) \\ M_y(x) \\ M_z(x) \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$\mathbf{k}^j(x) = \mathbf{L}^T(x) \left[\mathbf{E}_{tan}^j(x) \mathbf{A}(x) \right] \mathbf{L}(x) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n E_i^j A_i & \sum_{i=1}^n E_i^j A_i z_i & -\sum_{i=1}^n E_i^j A_i y_i \\ & \sum_{i=1}^n E_i^j A_i z_i^2 & \sum_{i=1}^n E_i^j A_i y_i z_i \\ sim. & & \sum_{i=1}^n E_i^j A_i y_i^2 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Finalmente se obtiene la flexibilidad de la sección con

$$\mathbf{f}^j(x) = \left[\mathbf{k}^j(x) \right]^{-1} \quad (29)$$

3.6 Implementación numérica

a) Función de interpolación de fuerzas

Se considera que no hay cargas aplicadas sobre el elemento, sino que las acciones están concentradas en los nodos, entonces el esfuerzo normal es constante y los momentos flectores tienen variación lineal, resultando la siguiente matriz de interpolación de fuerzas $\mathbf{b}(x)$ de la ecuación (3.b).

$$\mathbf{b}(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x}{L} - 1 & 0 & \frac{x}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{x}{L} - 1 & 0 & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \quad (30)$$

Otras formas para $\mathbf{b}(x)$ se pueden implementar para considerar cargas aplicadas sobre el elemento, trabajo pendiente para futuras aplicaciones.

b) Integración numérica

Todas las integrales en la formulación del elemento se evalúan numéricamente con el esquema de integración de Gauss-Lobato. Tiene la importante ventaja de incluir siempre los puntos extremos del elemento, es decir $\xi = \pm 1$, que es donde en general se concentra el comportamiento no lineal, asegurando así precisión y estabilidad numérica. Se recomienda un mínimo de 3 puntos de integración para barras de estructuras sismorresistentes.

c) Expansión a 12 grados de libertad

Los 5 grados de libertad de la Figura 4 se relacionan con los 12 grados de libertad de la Figura 7 con la siguiente relación para los incrementos de desplazamientos

$$\Delta \mathbf{q} = \mathbf{T} \Delta \mathbf{v} \quad (31)$$

donde \mathbf{T} es una matriz de transformaciones geométricas. Para las fuerzas es

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{T}^T \Delta \mathbf{Q} \quad (32)$$

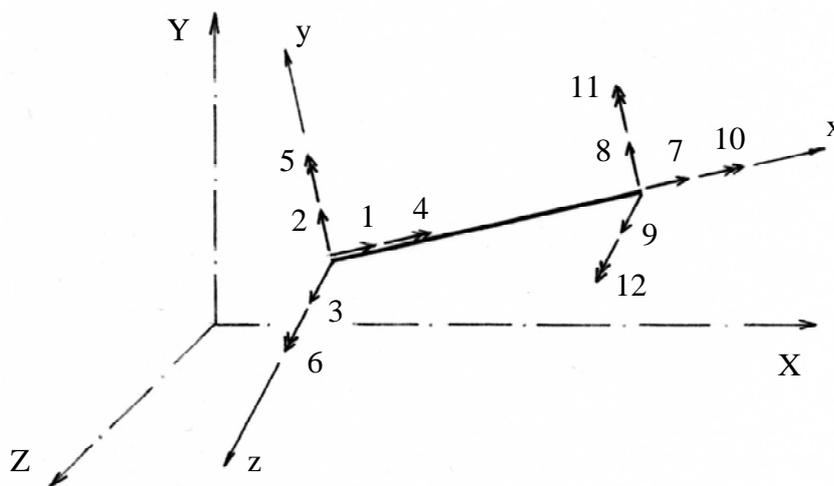


Figura 7: Sistema de coordenadas locales de 12 grados de libertad

Resultando la relación constitutiva para el elemento completo

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{T}^T \Delta \mathbf{Q} = \mathbf{T}^T \mathbf{F}^{-1} \Delta \mathbf{q} = \mathbf{T}^T \mathbf{F}^{-1} \mathbf{T} \Delta \mathbf{v} = \mathbf{k}^{(el)} \Delta \mathbf{v} \quad (33)$$

A la matriz de rigidez del elemento $\mathbf{k}^{(el)}$ se le agregan las componentes de la rigidez a torsión elástica desacoplada

d) Estrategia de solución

La ecuación de movimiento, o de equilibrio dinámico a resolver es

$$\mathbf{M} {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} {}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \Delta \mathbf{u} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^t \mathbf{F}_r \quad (34)$$

Se aplica el algoritmo de Newmark de integración directa paso a paso y el esquema

iterativo de Newton-Raphson para ajustar el equilibrio en cada paso debido al comportamiento no lineal. Si las acciones externas son estáticas, los dos primeros términos de la ecuación (34) son nulos, y en lugar de pasos de tiempo se tendrán escalones de carga, identificados con el superíndice k en la sección 3.4, Figura 5.

En este trabajo se utiliza una matriz de masa \mathbf{M} concentrada en los nodos de la estructura, y una matriz de amortiguamiento \mathbf{C} con el criterio de Rayleigh proporcional a la masa y a la rigidez inicial.

Los criterios de convergencia utilizados son:

- A nivel de elemento, iteraciones j , se establece una tolerancia para el incremento de energía en la iteración j ($j \geq 2$) con respecto la energía correspondiente a $j = 1$

$$\frac{(\Delta \mathbf{Q}^j)^T \mathbf{s}^{j-1}}{(\Delta \mathbf{Q}^{j-1})^T \Delta \mathbf{q}^i} \leq EETOL = 10^{-5} \quad (35)$$

- A nivel de estructura, iteraciones i de Newton-Raphson, se establece una tolerancia para el incremento de desplazamientos y para las fuerzas internas.

$$\frac{\|\Delta \mathbf{u}^i\|_2 - \|\Delta \mathbf{u}^{i-1}\|_2}{\|\Delta \mathbf{u}^i\|_2} \leq ETOL = 10^{-3} \quad , \quad \frac{\|{}^{t+\Delta t} \mathbf{F}_r^i\|_2 - \|{}^{t+\Delta t} \mathbf{F}_r^{i-1}\|_2}{\|{}^t \mathbf{F}_r\|_2} \leq RTOL = 10^{-3} \quad (36)$$

e) Avance con desplazamientos controlados

Con el objetivo de obtener la respuesta de una estructura con ablandamiento global, se puede utilizar el avance con desplazamiento controlado que básicamente consiste en:

Se elige el desplazamiento de un grado de libertad desplazable de la estructura u_n como valor controlado y entonces su magnitud en cada paso es dato. Un ejemplo es el push-over de una estructura sismorresistente mostrada en la Figura 8.

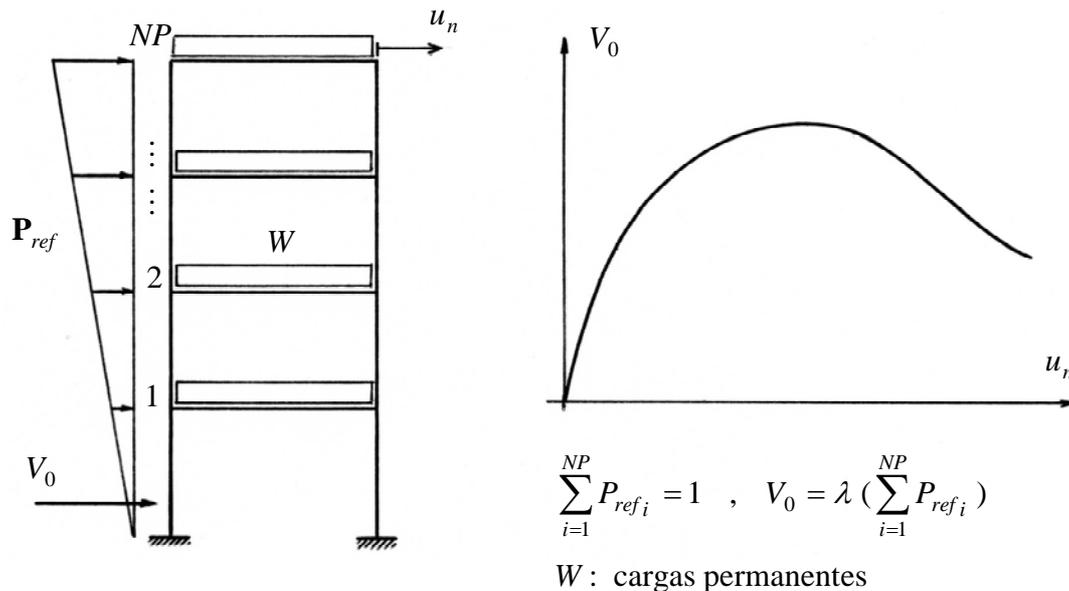


Figura 8: Sistema con desplazamiento controlado

El vector de cargas externas se escribe en cada paso k de la siguiente manera

$${}^k \mathbf{R} = {}^k \lambda \mathbf{P}_{ref} + {}^k \mathbf{W} \quad (37)$$

donde ${}^k \lambda$ es el factor de carga que multiplica al vector de carga de referencia \mathbf{P}_{ref} , y ${}^k \mathbf{W}$ otro vector de cargas dato, por ejemplo cargas permanentes. Entonces, al sistema clásico de ecuaciones se agrega una condición u_n y una incógnita λ .

4 APLICACIONES NUMÉRICAS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

4.1 Ménsula con endurecimiento

La estructura es una viga en voladizo con carga aplicada en extremo libre como se muestra en la Figura 9, donde también se indica la geometría y armaduras de la sección transversal, y los materiales utilizados.

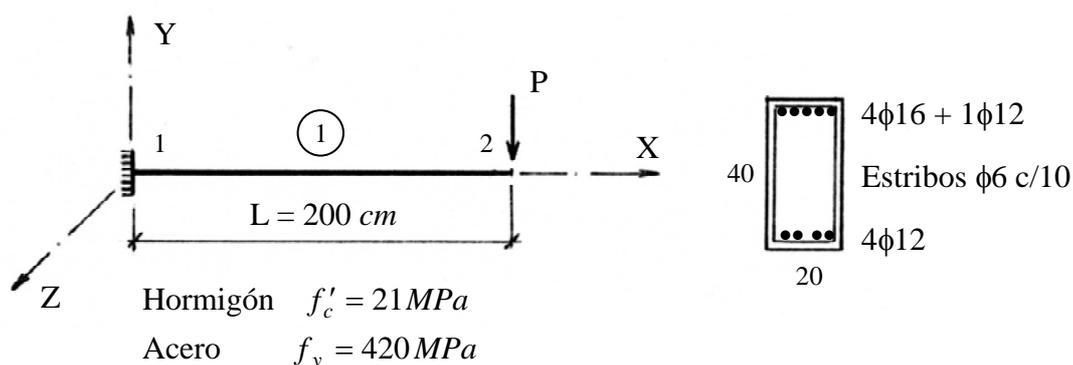


Figura 9: Geometría, discretización y datos de la sección del ejemplo 1

La discretización se realiza con un solo elemento de barra y 5 puntos de integración (secciones de control) para el ELEM tipo 14 con discretización en fibras. Cada sección se divide en 20 capas horizontales y 5 verticales, haciendo un total de 100 fibras de hormigón, mientras que las barras de acero se ubican a 3 cm de la cara de hormigón y simétricas respecto al eje z .

Se aplica una acción cíclica con carga aplicada y también con desplazamientos controlados. Los resultados se presentan en la Figura 10 donde se verifica la coincidencia de ambos procedimientos numéricos. También se observa que el modelo representa adecuadamente la menor resistencia para tracción en la cara inferior, y el cierre de las fisuras en la recarga, con incremento brusco de rigidez.

Además se compara con los resultados para carga monótona creciente obtenidos con otros elementos de barra: ELEM tipo 4 que es el elemento compuesto por subelementos, resumido en la sección 2; ELEM tipo 2 que es un elemento de barra basado en la teoría de plasticidad (Möller et al., 1996), y ELEM BD que son elementos finitos bidimensionales desarrollados por Etse, ver Möller et al.(1998).

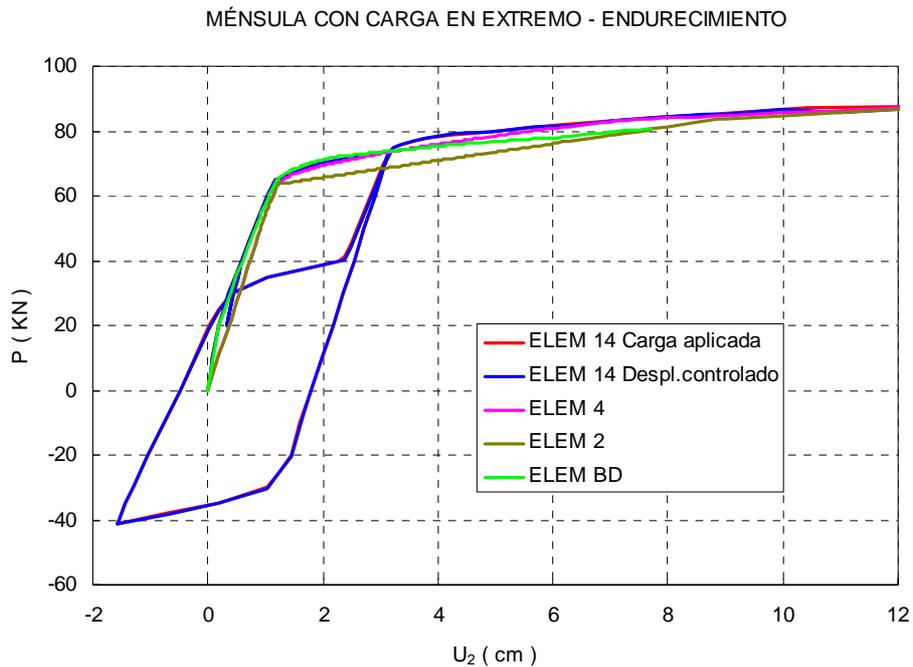


Figura 10: Resultados para la ménsula con endurecimiento

Los resultados muestran que ELEM BD y ELEM 14 (fibras) siguen el proceso de figuración del hormigón en tracción, mientras que ELEM tipo 2 y 4 utilizan una rigidez “elástica” secante obtenida del procesamiento previo de la relación momento curvatura.

Luego de la fluencia, los resultados son todos muy similares, con excepción del ELEM tipo 2 (plasticidad concentrada) que tiene una única pendiente post fluencia.

4.2 Ménsula con ablandamiento

La estructura es la misma del ejemplo anterior, pero ahora la sección tiene escasa armadura en la zona comprimida inferior, sólo 2 perchas $\phi 6mm$ ver Figura 11, lo que origina una respuesta con ablandamiento global

Se utiliza la misma discretización de la estructura y de las secciones que en el caso anterior. La acción ahora es un desplazamiento controlado en el extremo para poder avanzar en la rama de ablandamiento.

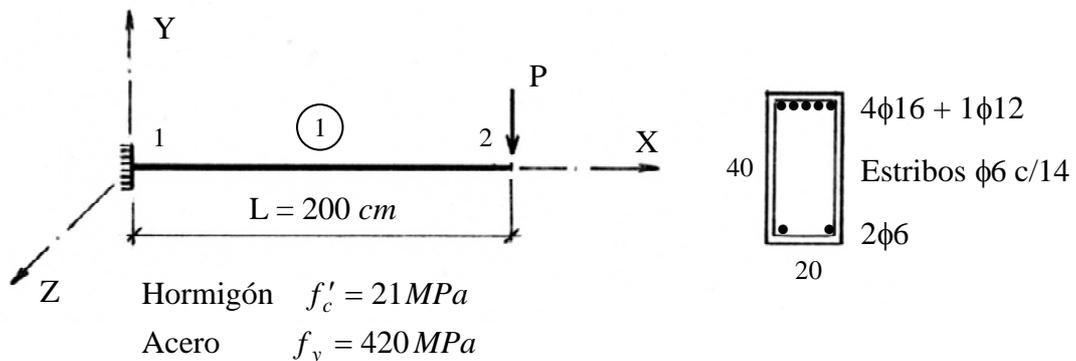


Figura 11: Geometría, discretización y datos de la sección del ejemplo 2

Los resultados se presentan en la Figura 12 comparando con los otros elementos descritos en el ejemplo anterior. Se observa nuevamente que el ELEM 14 (fibras) describe el proceso de figuración en tracción del hormigón, similar a ELEM BD, mientras que los ELEM 2 y 4 avanzan por la secante que representa la rigidez “elástica” secante constante.

El ELEM 14 (fibras) representa adecuadamente la rama de ablandamiento con disminución de la pendiente a medida que más fibras de hormigón ingresan en deformaciones post pico, mientras que los ELEM 2 y 4 definen una longitud de rótula plástica (longitud característica) y pendiente única. Los resultados globalmente presentan una aceptable aproximación.

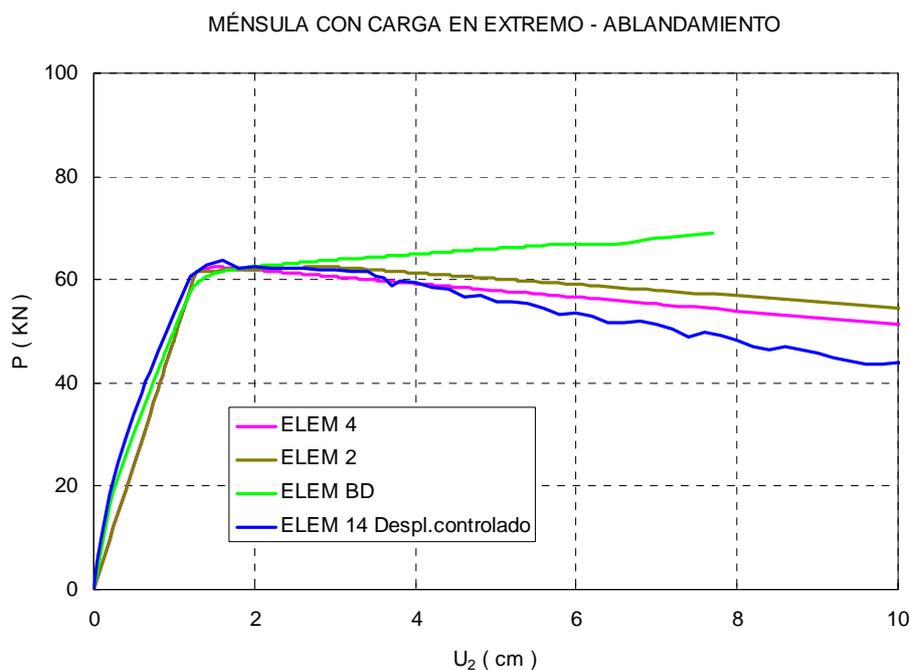


Figura 12: Resultados para la ménsula con ablandamiento

4.3 Pórtico sismorresistente de dos pisos

La estructura es un pórtico sismorresistente de dos pisos mostrado en la Figura 13, dimensionado para la acción sísmica de la zona 4, suelo II del INPRES-CIRSOC 103 (1991), utilizando un factor de reducción $R = 5$, y con una carga vertical total $W = 198 \text{ KN}$ repartida uniformemente entre los dos pisos.

La discretización en elementos de barra también se muestra en la Figura 13, utilizándose los modelos de elementos discretizados en fibras, ELEM tipo 14, y los compuestos por subelementos, ELEM tipo 4. Se analizaron dos tipos de acciones:

a) El pórtico es solicitado por las cargas verticales permanentes y el **acelerograma del sismo de Cauçete**, componente N-S, San Juan, 1977. Debido a que la aceleración máxima es sólo de $a_G = 0.193 \text{ g}$, el comportamiento del pórtico se encuentra en el campo elástico, con desplazamientos horizontales máximos en el segundo piso de $u_{max} = 1.98 \text{ cm}$ con ELEM 14, y $u_{max} = -3.35 \text{ cm}$ con ELEM 4. La variación en el tiempo de dicho desplazamiento se muestra en la Figura 14 con evidentes diferencias entre ambas modelizaciones debido a la diferente representación en la zona elástica como se explicó en los ejemplos anteriores, siendo más precisa la correspondiente al elemento de fibras ELEM 14.

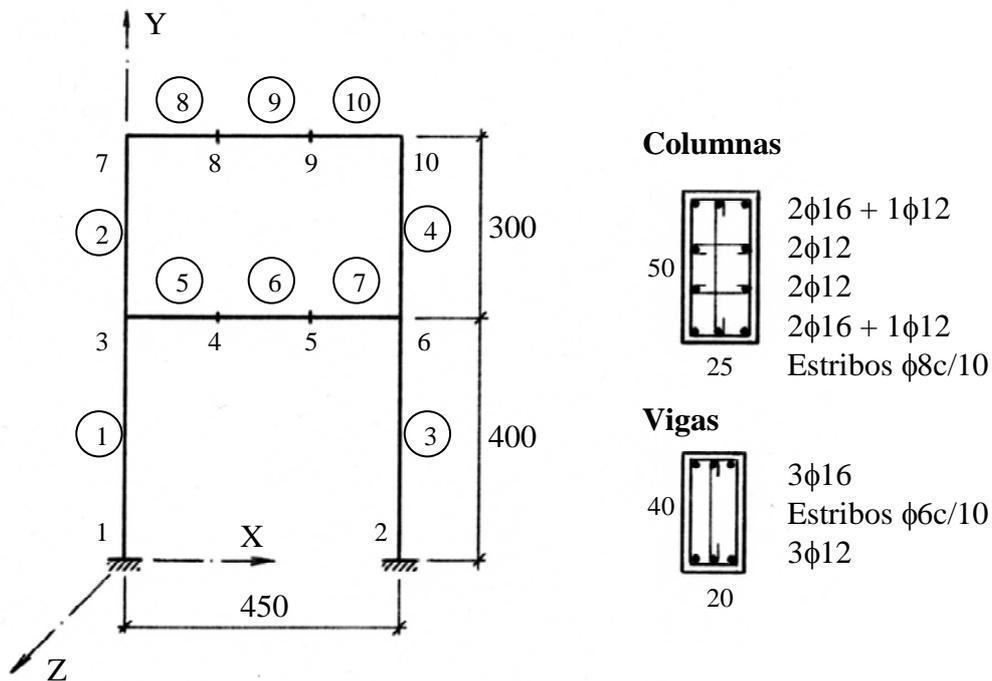


Figura 13: Datos del pórtico sismorresistente de dos pisos

b) Luego, y para lograr importantes incursiones en el campo no lineal, se aplica el *acelerograma de Cauçete aumentado cuatro veces*, es decir escalado a una aceleración máxima $a_G = 4 \times 0.193 \text{ g} = 0.772 \text{ g}$. Los resultados se presentan en la Figura 15 donde ahora se observa un aceptable acuerdo entre ambas modelizaciones debido a que predomina el comportamiento no lineal y la rigidez inicial tiene menor incidencia, obteniéndose desplazamientos máximos de $u_{max} = -13.2 \text{ cm}$ con ELEM 14, y $u_{max} = -11.5 \text{ cm}$ con ELEM 4.

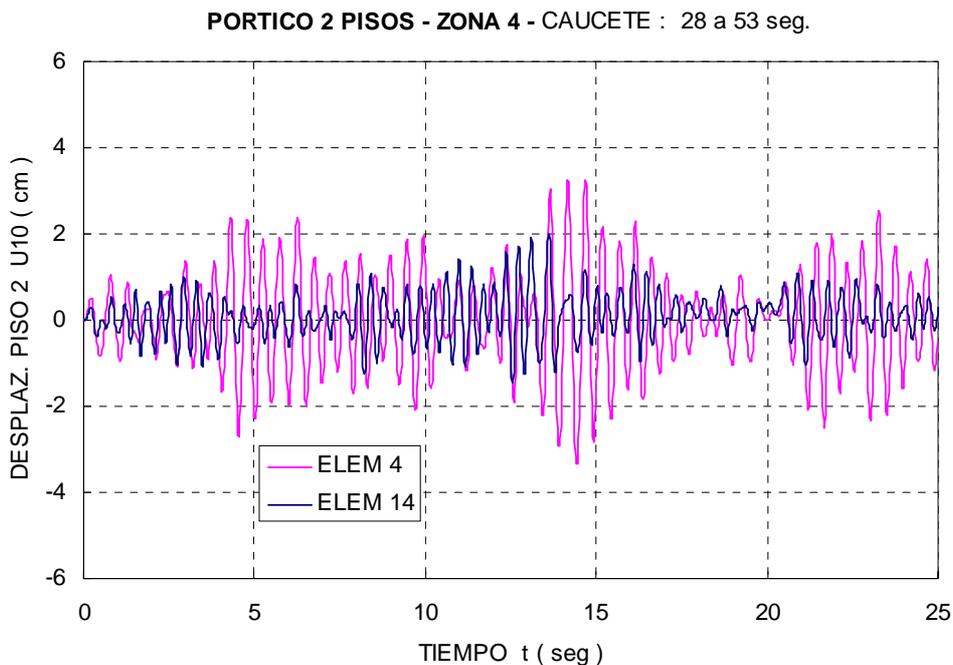


Figura 14: Resultados para el acelerograma de Cauçete 1977

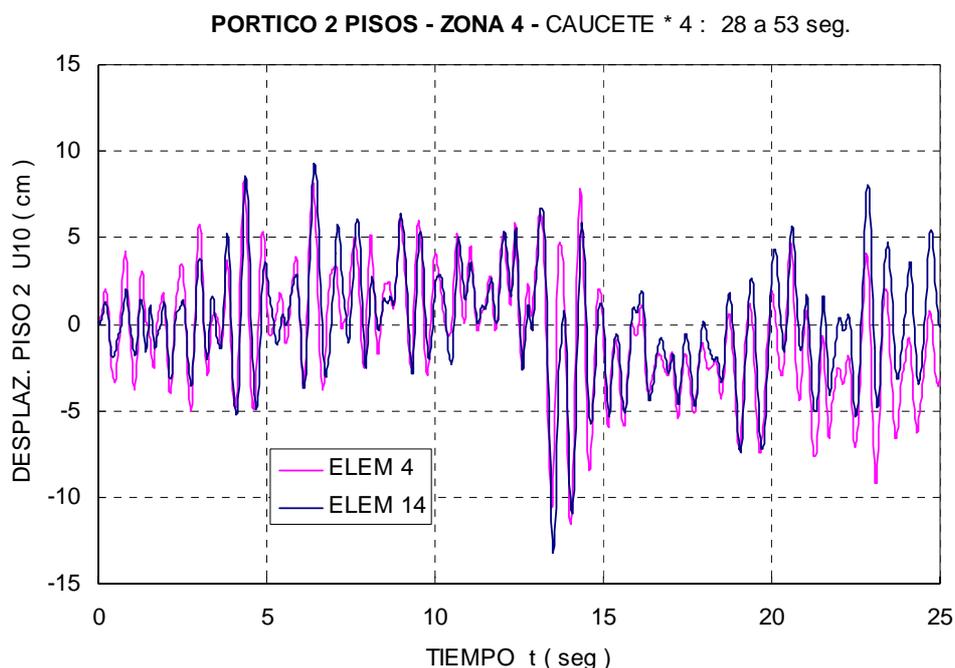


Figura 15: Resultados para el acelerograma de Caucete 1977 escalado a 0.77 g

4.4 Pórtico con resultados experimentales en mesa vibratoria

Clough y Gidwani (1976) ensayaron un pórtico de un vano y dos pisos, en escala 0.7, representativo de una construcción típica y dimensionado con los códigos UBC 1970 y ACI 1971. El pórtico con sus cargas permanentes fue solicitado, en la mesa vibratoria de la Universidad de California en Berkeley, al acelerograma de Taft, componente N69W, registrado durante el terremoto de Harbin – Tahachapi del 21/07/1952, escalado a 0.57 g.

El modelo de elementos de barra, que corresponde a un sólo pórtico, con las dimensiones y secciones transversales, se esquematiza en la Figura 16 en las unidades del S.I. Las masas se concentran en los nodos al igual que las cargas estáticas correspondientes.

El amortiguamiento se considera proporcional a la masa y a la rigidez inicial, de manera de obtener una relación de amortiguamiento $\xi = 5\%$ para los primeros dos modos de vibración, que según las mediciones experimentales tienen frecuencias $f_1 = 2.19\text{Hz}$ y $f_2 = 5.73\text{Hz}$.

Se utilizan los siguientes tipos de elementos

a) *Elementos compuestos por subelementos (ELEM tipo 4)*

En la Tabla 1 se resumen los parámetros de las relaciones momento – curvatura de las secciones de columnas y vigas que caracterizan los subelementos elastoplásticos, y de las relaciones momento – rotación de los subelementos conexión.

Estos valores son los utilizados por Filippou et al. (1992) basados en principios básicos y en las mediciones experimentales realizadas por Clough y Gidwani.

Los resultados obtenidos se presentan en la Figura 17 para el desplazamiento horizontal del piso superior. Se observa un aceptable acuerdo con las mediciones experimentales hasta la mitad del evento, que incluye los máximos desplazamientos.

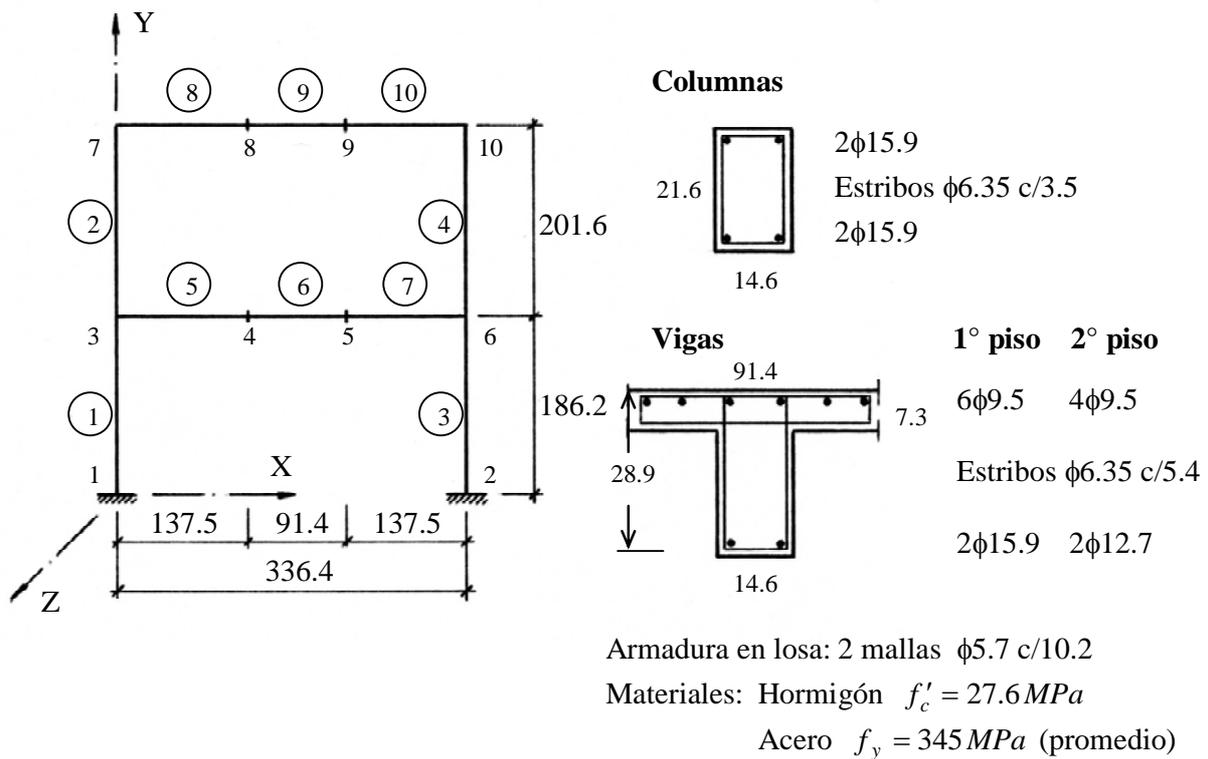


Figura 16: Modelo y datos del pórtico

Parámetro	Vigas 1° piso	Vigas 2° piso	Columnas 1° piso	Columnas 2° piso
$M_y^+ [KN cm]$	2623	2318	2352	2193
$M_y^- [KN cm]$	-8142	-7237	-2352	-2193
$EI^{+-} [KN cm^2]$	439.73×10^5	341.21×10^5	112.02×10^5	143.61×10^5
h^+ (elas-plas)	0.012	0.012	0.030	0.030
h^- (elas-plas)	0.020	0.020	0.030	0.030
$K^{+-} [KN cm]$	22.616×10^5	22.616×10^5	5.654×10^5	6.785×10^5
h^{+-} (conexión)	0.04	0.04	0.04	0.04

Tabla 1: Parámetros de los subelementos

En la segunda mitad del evento los resultados experimentales presentan desplazamientos mayores y menor frecuencia que los numéricos, que podría deberse a algún cedimiento del anclaje u otro deterioro producido durante el ensayo experimental no capturado por la simulación numérica.

Similares comentarios pueden hacerse sobre los otros parámetros de respuesta. Se destaca también la importancia del subelemento conexión, que representa la rotación concentrada en extremos de barra por deslizamiento de armaduras ancladas en el nudo, especialmente en la base de las columnas.

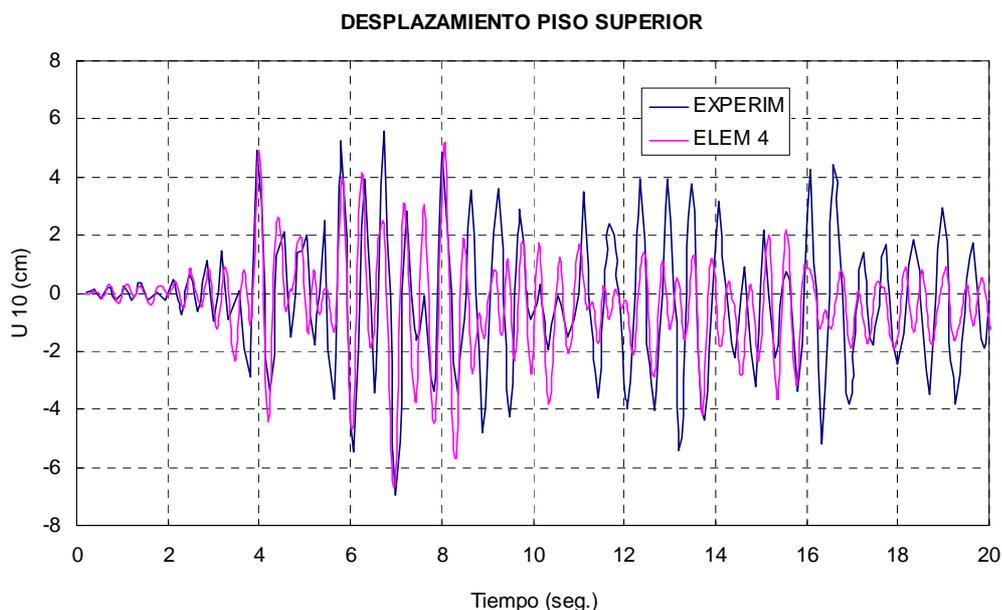


Figura 17: Desplazamientos horizontales del 2° piso con ELEM 4 y experimentales

En la Tabla 2 se comparan los valores numéricos máximos y mínimos de varios parámetros de respuesta, entre los resultados experimentales y numéricos. Para este modelo con elementos compuestos por subelementos (ELEM 4), el acuerdo es satisfactorio.

Parámetro		Experimental	ELEM tipo 4	ELEM tipo 14
Desplazamiento 1° piso	$u_{6\max}$ (cm)	3.36	3.47	3.94
	$u_{6\min}$ (cm)	-4.97	-4.65	-4.96
Desplazamiento 2° piso	$u_{10\max}$ (cm)	5.55	5.20	4.58
	$u_{10\min}$ (cm)	-6.97	-6.71	-5.64
Distorsión 2° piso	$(u_{10} - u_6)_{\max}$ (cm)	2.22	1.83	0.689
	$(u_{10} - u_6)_{\min}$ (cm)	-2.30	-2.05	-0.687
Corte 1° piso	$V_{0\max}$ (KN)	64.94	72.20	47.7
	$V_{0\min}$ (KN)	-65.57	-74.40	-46.5
Corte 2° piso	V_{\max} (KN)	35.67	35.00	21.9
	V_{\min} (KN)	-37.08	-33.90	-24.4

Tabla 2: Resumen de resultados

b) Elementos discretizados en fibras (ELEM tipo 14)

Para cada elemento de columna se consideran 4 secciones de control (puntos de integración), y cada sección se discretiza con 30 fibras de hormigón. Los elementos de vigas tienen 3 secciones de control cada elemento, el nervio se discretiza con 30 fibras, y el ala superior con 25 fibras, haciendo un total de 55 fibras de hormigón. Se completa con las

armaduras, ver Figura 16, agregando también la contribución de la armadura de las losas.

Los parámetros del hormigón y del acero son los reportados de los ensayos de los materiales $f'_c = 27.6 \text{ MPa}$, $f_y = 286.5 \text{ MPa}$ para armadura de columnas y vigas del primer piso, y $f_y = 345 \text{ MPa}$ para vigas del segundo piso, es decir la información disponible antes de realizar el ensayo.

Los resultados máximos y mínimos de los parámetros de respuesta se presentan también en la Tabla 2, siendo significativamente menores que los experimentales. La historia del desplazamiento del 2° piso se muestra en la Figura 18 donde se observa una respuesta con menores desplazamientos y mayor frecuencia de vibración, es decir mayor rigidez. Uno de los motivos es que este tipo de elemento todavía no tiene implementado un resorte no lineal en los extremos para representar la rotación concentrada por el deslizamiento de las armaduras ancladas en el nudo.

De todas maneras el modelo de fibras procesó este complejo problema de dinámica no lineal adecuadamente en cuanto a la convergencia de los diferentes niveles iterativos según se expuso en la sección 3.4.

Comparando finalmente los resultados de ELEM 4 y ELEM 14 es evidente que con ELEM 4 se obtiene en este caso una mejor aproximación a los resultados experimentales, lo que puede atribuirse a:

- Tiene incorporado el subelemento conexión que permite representar la rotación concentrada por deslizamiento de armaduras, responsable de una fracción significativa de los desplazamientos totales.
- Los parámetros de las relaciones momento-curvatura y momento-rotación de los subelementos fueron obtenidos a partir de principios básicos y ajustados con mediciones durante el ensayo.

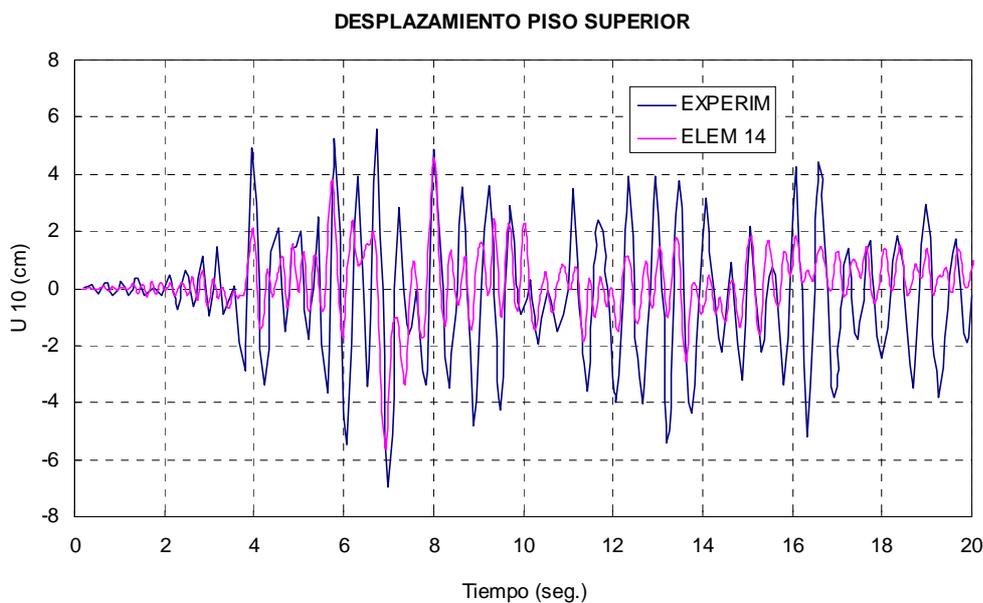


Figura 18: Desplazamientos horizontales del 2° piso con ELEM 14 y experimentales

5 CONCLUSIONES

- Se ha presentado un elemento de barra con secciones de control discretizadas en fibras, que satisface condiciones de equilibrio y compatibilidad a lo largo de la barra. Las relaciones constitutivas se expresan a nivel tensión-deformación de los materiales, lo que permite capturar naturalmente la interacción entre los momentos flectores y el esfuerzo normal.
- El proceso iterativo interno para determinar el estado del elemento, en cada iteración de Newton-Raphson para ajustar el equilibrio a nivel de la estructura en cada paso de tiempo o escalón de carga, resultó ser satisfactorio y efectivo, tanto en problemas estáticos cíclicos, ejemplo 4.1, como para problemas dinámicos con múltiples reversiones y recargas, ejemplos 4.3 y 4.4.
- La implementación del avance con desplazamiento controlado permite representar adecuadamente problemas con ablandamiento global, ejemplo 4.2.
- La comparación del desempeño numérico del elemento discretizado en fibras ELEM 14 con el elemento compuesto por subelementos ELEM 4, muestra las siguientes ventajas y limitaciones
 - Tiene una mejor aproximación cuando el comportamiento estructural es esencialmente elástico, por ejemplo cuando se analizan niveles de desempeño operacional de estructuras sismorresistentes, porque representa mejor el estado I (no fisurado) del hormigón y su pasaje al estado II (fisurado en tracción).
 - Tiene la posibilidad de representar mejor la interacción de momentos flectores y esfuerzo normal variable durante el proceso de carga, mientras que los parámetros del ELEM 4 se obtiene para esfuerzo normal constante.
 - Como limitación, a ser mejorada, se señala la necesidad de incorporar resortes no lineales concentrados en los extremos para representar la rotación localizada en las uniones barra-nudo, responsable de desplazamientos significativos en pórticos solicitado por acelerogramas.

REFERENCIAS

- Clough, R.W., Benuska, K.L., Wilson, E.L., Inelastic earthquake response of tall buildings. *Proceedings, Third World Conference on Earthquake Engineering*, New Zealand, Vol.II, pp.68-69, New Zealand National Committee on Earthquake Engineering, 1965.
- Clough, R.W. and Gidwani, J., Reinforced concrete frame 2: Testing and analytical correlation. *Earthquake Engineering Research Center*, Report N° EERC 76-15, University of California, Berkeley, 1976.
- D'Ambrisi, A. and Filippou, F.C., Correlation studies on an RC frame shaking table specimen. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.26, N° 10, pp. 1021-1040, 1997.
- FEMA 356, Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings. *Federal Emergency Management Agency*, Washington D.C, USA, 2000.
- Filippou, F.C. and Issa, A., Nonlinear analysis of reinforced concrete frames under cyclic load reversals. *Earthquake Engineering Research Center*, Report N° EERC 88-12, University of California, Berkeley, 1988.
- Filippou, F.C., D'Ambrisi, A. and Issa, A., Nonlinear static and dynamic analysis of reinforced concrete subassemblages. *Earthquake Engineering Research Center*, Report N° EERC 92-08, University of California, Berkeley, 1992.
- Fronteddu, L.F. Response of reinforced concrete to reverse cyclic loading. *Thesis of Ms. of Applied Science, University of British Columbia*, Canadá, 1992.
- Giberson, M. The response of non linear multi-story structures subjected to earthquake excitations.

- Earthquake Engineering Research Laboratory*, Pasadena, U.S.A, 1967.
- Giberson, M. Two nonlinear beams with definition of ductility. *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.65 (ST2), pp.137-157, 1969.
- Kent, D.C. and Park, R. Flexural members with confined concrete. *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.97 (ST7), pp.1969-1990, 1971.
- Mander, J.B., Priestley, M.J.N. and Park, R., Seismic design of bridge piers, *Research Report 84-2, Department of Civil Engineering*, University of Canterbury, New Zealand, 1984.
- Mander, J.B., Priestley, M.J.N. and Park, R., Theoretical stress strain model for confined concrete, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 114(ST8), pp1804-1826, 1988.
- Martinelli, P. and Filippou, F.C., Numerical simulation of the shaking table test of a seven story RC shear wall structure. *ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamic and Earthquake Engineering*, Crete, Greece, June, 2007
- Menegotto, M., Pinto, P.E. Method of analysis for cyclically loaded reinforced concrete plane frames including changes in geometry and nonelastic behavior of elements under combined normal force and bending. *Proceedings IABSE Symp. of Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads*, Lisbon, pp.15-22, 1973.
- Möller, O., Rubinstein, M., Etse, J.G. Formulación elastoplástica para el análisis computacional de pórticos planos de hormigón armado. *Mecánica Computacional*, Vol. XVII, pág. 351-360, AMCA, 1996.
- Möller, O., Etse, G., Giuliano, A.P., Rubinstein, M. Computational analysis of non linear dynamic behavior of reinforced concrete frames. *Computational Mechanics: New Trends and Applications, Part II: Solid and Structural Mechanics, Section 5: Nonlinear Dynamics, Title 9*, CD, IACM, 1998.
- Möller, O., Metodología para evaluación de la probabilidad de falla de estructuras sismorresistentes y calibración de códigos, *Tesis de Doctorado en Ingeniería*, Universidad Nacional de Rosario, 2001.
- Möller, O., Rubinstein, M. Modelos numéricos simplificados para análisis dinámico no lineal de planos sismorresistentes. *Mecánica Computacional*, Vol. XXI, pág. 2074-2093, AMCA, 2002.
- Park, Y.J., Ang, A.H-S, Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.111 (ST4), pp.722-739, 1985.
- Scott, B.D., Park, R., and Priestley, M.J.N. Stress-strain relationship for confined concrete. *Research Report 80-6, Department of Civil Engineering, University of Canterbury*, New Zealand, 1980.
- SEAOC Vision 2000 Committee. Performance based seismic engineering of buildings. *Structural Engineers Association of California*, Sacramento, California, U.S.A., 1995.
- Spacone, E., Filippou, F.C. and Taucer, F.F., Fibre beam-column model for non-linear analysis of R/C frames: Part I: formulation and Part II: applications. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.25, N° 7, pp.711-742, 1996.
- Taucer, F.F., Spacone, E. and Filippou, F.C., A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures. *Earthquake Engineering Research Center*, Report N° EERC 91-17, University of California, Berkeley, 1991.
- Taylor, R.L., Filippou, F.C., Saritas, A. and Auricchio, F., A mixed finite element method for beam and frame problems. *Computational Mechanics* 31, 192-203, 2003.
- Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L. *El Método de los Elementos Finitos. Vol I: Formulación Básica y Problemas Lineales, Vol II: Mecánica de Sólidos y Fluidos. Dinámica y No Linealidad*. Mc Graw Hill – CIMNE – 4° Ed. – Madrid, 1994.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado con los aportes de los Proyectos de Investigación “Confiabilidad de sistemas estructurales bajo solicitaciones dinámicas” IING 142 (19/I202) de la Universidad Nacional de Rosario, Argentina, y “Neural networks for reliability and performance-based design in earthquake engineering” Natural Science Engineering Research Council: RGPIN 5882-04, University of British Columbia, Vancouver, Canada.