

## DETECCIÓN DE FALLAS EN PLATEAS DE FUNDACION ELASTICA

Claudio J. Orbanich <sup>a, b</sup>, Sandra I. Robles <sup>a</sup>, Néstor F. Ortega <sup>a</sup>

<sup>a</sup> *Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur, Av. Alem 1253,  
8000 Bahía Blanca, Argentina (nfortega@criba.edu.ar)*

<sup>b</sup> *Becario CONICET*

**Palabras Claves:** Plateas de Fundación, Detección de Fallas, Hormigón Armado.

**Resumen.** Las plateas de fundación de las estructuras cumplen un papel muy importante, que condiciona al comportamiento mecánico del resto de la construcción. A diferencia de lo que sucede con otros elementos estructurales, donde antes de producirse daños significativos, que comprometan su estabilidad, presentan deformaciones a simple vista o fisuración, que advierten sobre la necesidad de realizar una reparación; en el caso de las fundaciones, al no tener un acceso visual directo, la importancia de desarrollar métodos de detección de daño estructural es mucho mayor.

Una fundación puede deteriorarse por la aplicación de cargas que excedan a las de diseño, por estar expuestas a determinados ambientes agresivos, etc., apareciendo fisuras en el hormigón, que afectan a la rigidez estructural, originando cambios en el comportamiento estático y dinámico de la fundación afectada. En este trabajo se presenta una técnica para la detección de los daños en plateas apoyadas sobre un terreno cuyo comportamiento mecánico es elástico lineal, tipo Winkler, utilizando modelos numéricos, resueltos con el empleo del Método de las Diferencias Finitas, programados en ambiente Matlab. En este estudio se utilizará, para la detección de daño, como parámetro estático, el desplazamiento vertical, analizándose el comportamiento en distintos puntos de la platea sana y con daño.

Para la detección y localización del daño se presentarán tres técnicas. La primera está relacionada con la variación de los desplazamientos verticales de la platea dañada, tomando como referencia la estructura sin afectación. La segunda técnica se basa en el análisis de la curvatura de la elástica, la cual se obtiene mediante el Método de las Diferencias Finitas y la tercera, mediante la determinación de la variación de la curvatura de la elástica. Por otra parte, se estudió la distribución de la reacción del terreno, entre vigas de borde y platea, en función de la pérdida de rigidez de la zona afectada.

Es interesante destacar que los tipos de técnicas que se presentan en este trabajo, permiten de una forma práctica, hacer el seguimiento de estructuras de fundación mediante, ensayos no destructivos.

## 1 INTRODUCCION

Una estructura se puede dañar por diversas causas, sobrecargas accidentales que excedan aquellas para las cuales fue diseñada, por el cambio o deterioro de sus propiedades mecánicas en el transcurrir del tiempo, influenciadas por el ambiente, entre otras. Con el fin de realizar la detección temprana de los daños estructurales, al que está expuesta, muchos investigadores han desarrollado métodos de evaluación para conocer el estado en que se encuentran los elementos. La detección de daño, se puede efectuar mediante métodos de auscultación basados en ensayos destructivos y no destructivos.

Se ha encontrado un número importante de publicaciones que establecen el cambio de la respuesta dinámica de la estructura (Doebbling et al., 1998; Cawley and Adams, 1979; Kim et al., 2006; Chang and Chen, 2004; Kim et al., 2005; Yam et al., 2002). Comparativamente, son pocas las publicaciones encontradas sobre identificación de daño, basadas en el análisis de la respuesta estática de una estructura (Chou and Ghaboussi, 2001, Sain and Chandra Kishen, 2003, Choi et al., 2004, Maity and Saha, 2004, Caddemi and Morassi, 2005, Eun and Lee, 2007).

En este trabajo se detectan, localizan y cuantifican daños en plateas apoyadas sobre un terreno que tiene un comportamiento mecánico elástico, tipo Winkler. Desde el punto de vista práctico, en la construcción a estudiar se deberían realizar ensayos de cargas, donde se medirían los desplazamientos verticales en toda la extensión de la platea dañada. Debido a que para la realización de este trabajo, no se dispone de estas mediciones in situ, se procede a realizar una modelación numérica, tal que para la resolución del mismo se emplea el Método de las Diferencias Finitas, programado en ambiente Matlab (Matlab 7.0., 2004), obteniéndose los valores de los desplazamientos verticales en distintos puntos de la platea dañada.

En un ensayo in situ las cargas externas se pueden aplicar en forma similar, a las que se colocan en un ensayo de una losa, es decir las cargas se aplican empleando materiales a granel o depósitos conteniendo agua. Se debe tener la precaución que las cargas no tengan contacto con los elementos de medición de los desplazamientos (flexímetros o LVDT), esta situación debe tenerse en cuenta en el diseño de la malla de medición.

Para la detección y localización del daño se presentan tres técnicas. La primera está relacionada con la variación de los desplazamientos verticales de la platea dañada, tomando como referencia los desplazamientos producidos en la estructura sin afectación. Con respecto a los desplazamientos que se presentan en la estructura sin daño, en el caso de tener una o varias fundaciones idénticas, podría realizarse un ensayo de cargas en ellas y medir los desplazamientos. Esta situación no siempre es posible de realizar, por ello, en este trabajo también se debió simular numéricamente el comportamiento de la estructura sin daño, para obtener los desplazamientos verticales de la estructura sin daño. La segunda técnica se basa en la curvatura de la elástica y la tercera en la variación de la curvatura de la elástica. El estudio de la curvatura de la elástica tiene la ventaja de no ser necesaria información sobre la estructura sana, que como ya se indicó anteriormente, en muchas oportunidades no se la puede obtener directamente de la obra, debiéndose recurrir a la modelación numérica donde se deben inferir parte de la información relacionada con la estructura sin daño, siendo esta una posible fuente de errores. Cabe acotar que el daño se modela mediante una variación en su geometría, que modifica el Momento de Inercia de la zona afectada.

Los tipos de técnicas que se emplean en este trabajo permiten, de una forma práctica, hacer el seguimiento de estructuras de fundación mediante, ensayos no destructivos, para evaluar el grado de afectación.

## 2 CONCEPTOS TEÓRICOS

En este trabajo se presenta el análisis del comportamiento mecánico de plateas de fundación elástica, mediante el Método de las Diferencias Finitas, para ello se resuelve la Ecuación (1), que es la ecuación diferencial general del problema, mediante los operadores presentados en la Ecuación (2). Las plateas que se analizan tienen una relación de lados igual a uno.

$$\nabla^2 \nabla^2 w(x, y) = \frac{1}{D} [q(x, y) - k(w + w_0)] \tag{1}$$

Donde  $w(x, y)$  es el desplazamiento vertical,  $q(x, y)$  es la carga distribuida aplicada,  $k$  es el coeficiente de reacción del terreno y  $w_0$  es el desplazamiento vertical en los bordes de la platea.

$$c_i w_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j w_j = \frac{[q - k(w_i + w_0)]}{D} \tag{2}$$

Siendo  $i = 1$  el punto central, en este caso el punto 1, y  $c_i$  y  $c_j$  los operadores del sistema en Diferencias Finitas.

En la Figura 1 se puede ver una platea de fundación con una zona dañada en el centro, este deterioro se tuvo en cuenta reduciendo la rigidez en un entorno, de paso  $s$ , del nodo considerado.

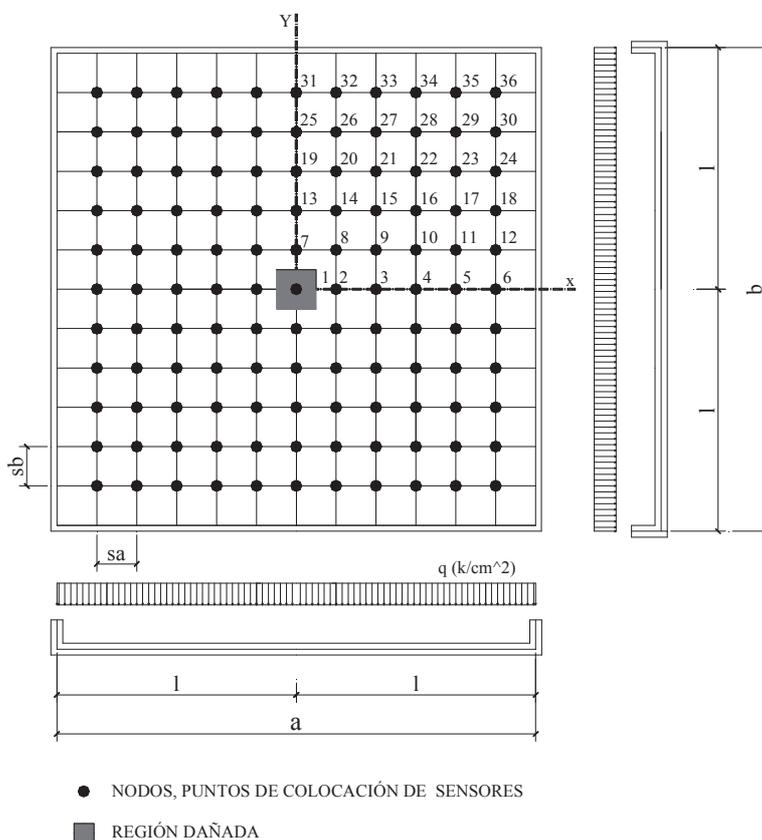


Figura 1: Modelo de una platea de fundación simulando una fisura en el centro.

Para la resolución de la platea fisurada se tiene en cuenta la diferencia de rigidez entre platea sana y platea dañada, desarrollando la Ecuación (1), mediante sucesivas operaciones matemáticas se llega a una ecuación que tiene en cuenta esta relación. Para ello, se define el parámetro  $N' = k s^4$ ,  $N = N'/D$  y  $d = DI/D$ , siendo  $DI$ : la rigidez a flexión de la platea en la zona dañada y  $D$ : la rigidez a flexión de la platea sin daño.

$$d \cdot [(c_i + N) \cdot w_i + \sum_{j=1}^n c_j \cdot w_j] = \frac{q}{k} \cdot N \cdot (1 - \alpha) \quad (3)$$

A partir del sistema en Diferencias Finitas, mostrado en la Ecuación (3), se obtienen como resultados los valores  $w_i$ , siendo estos los desplazamientos verticales en cada punto  $i$ -ésimo de la platea.

### 3 MODELO NUMÉRICO.

Como se muestra en la Figura 1, en este trabajo se analizó una platea con una región dañada, que se ubica en los distintos puntos de la malla, observándose que sucede con los indicadores que permiten realizar la detección de daño en la estructura afectada.

Las dimensiones del modelo son  $a = 12$  m,  $b = 12$  m y el espesor  $e = 0,30$  m. Los pasos de la malla  $s_a$  y  $s_b$ , son idénticos e igual a 1m. Desde el punto de vista numérico, se podría haber realizado una malla más densa, obteniéndose una mejor calidad de resultados, pero desde el punto de vista de la práctica en obra y para la platea estudiada, un paso de 1 m es una densidad de instrumentación bastante importante, por lo que no se consideró conveniente densificar la malla.

Se consideró al hormigón armado homogéneo, continuo e isótropo, las propiedades que se adoptaron fueron:  $E = 3,10 \times 10^{10}$  [N/m<sup>2</sup>];  $\nu = 0,15$  y  $\rho = 2351$  [Kg/m<sup>3</sup>]. Se utilizó una carga uniformemente distribuida  $q = 9,8 \times 10^4$  N/m<sup>2</sup> y el valor del coeficiente de reacción del terreno ( $k$ ) se lo considera igual a  $9,8 \times 10^6$  N/m<sup>3</sup>. Es interesante destacar que todos los datos descriptos son variables de entrada del programa en ambiente Matlab, permitiendo de este modo generalizar los resultados.

La zona dañada se materializó mediante una reducción de su rigidez, realizando una disminución del espesor de la platea, que se refleja en el parámetro  $d$ , que tiene un valor inferior a la unidad.

Dadas las condiciones de doble simetría de la platea a ser analizada, se trabajó con un cuarto de la platea, considerando una malla 36 puntos, tal como se puede observar en la Figura 1, separados por una distancia  $s_a$  y  $s_b$ , respectivamente. Es interesante mencionar que en la práctica se deberán medir los desplazamientos correspondientes a toda la platea, por lo que se deberá organizar una grilla de medición que cubra toda la superficie de la misma.

### 4 DETECCIÓN Y LOCALIZACIÓN

Como se mencionó en la introducción, una estructura dañada tiene una rigidez menor que la misma estructura sin daños. Esto se puede observar en su respuesta estática, es decir, a través de los desplazamientos, así como analizando las tensiones producidas por las cargas que actúan.

Los desplazamientos están relacionados con su geometría, las propiedades mecánicas del material y las cargas que actúan. El daño puede ser debido a un cambio en la geometría del diseño (aparición de fisuras) o una alteración en las propiedades mecánicas del material.

Se desarrollaron modelos numéricos representativos de una platea de hormigón armado con y sin daños. Una vez obtenidos los desplazamientos verticales, con el Método de las Diferencias Finitas y verificado mediante el Método de los Elementos Finitos, se realizaron los algoritmos para la detección de daño, en ambiente Matlab.

Debe tenerse en cuenta que los valores de los desplazamientos verticales pueden ser experimentalmente obtenidos, medidos en la propia estructura o en un modelo experimental a

escala, o utilizando un modelo numérico. Los resultados finales del modelo numérico dependen, entre otras cosas, de la calidad de la malla, las propiedades mecánicas del material, condiciones de borde, etc. En lo que respecta a las mediciones experimentales, la exactitud de la predicción de los daños depende de la incertidumbre relacionada con los errores de medición. Dado que las metodologías que se presentan tienen la intención de ser usados in situ, hay que tener en cuenta que las mediciones experimentales son sensibles a diversos factores, es decir, la temperatura, la humedad, el ruido vinculado a los equipamientos electrónicos, tipo de instrumentos utilizados en las mediciones, por ejemplo, LVDT (transformador diferencial variable lineal), medidores de desplazamiento mecánico, la disponibilidad de equipos está relacionada con la densidad de puntos de medición, etc. Si hay sospechas que un área en la estructura está dañada y la disponibilidad de equipos es limitada, la mayor parte del equipo se puede colocar en la zona donde se sospecha que existe daño, disminuyendo la densidad de mediciones en el resto de la estructura.

En un ensayo in situ las cargas externas se pueden aplicar en forma similar, a las que se colocan en un ensayo de una losa, es decir las cargas se aplican empleando materiales a granel o depósitos conteniendo agua. Se debe tener la precaución que las cargas no tengan contacto con los elementos de medición de los desplazamientos (flexímetros o LVDT), esta situación debe tenerse en cuenta en el diseño de la malla de medición.

En este trabajo se presentan tres métodos para la detección y localización de los daños, basándose en el análisis estático de su respuesta, estos son los siguientes:

- Variación de los desplazamientos verticales
- Curvatura de la elástica
- Variación de la curvatura de la elástica

#### 4.1 Método de la Variación de los Desplazamientos Verticales

Este método se basa en analizar la diferencia existente entre los desplazamientos verticales correspondientes a la estructura sin daño y los de la estructura afectada, en cada punto de la malla:

$$\delta_i = |w_{iCD} - w_{iSD}| \quad (4)$$

Donde  $w_{iCD}$  es el desplazamiento vertical del punto  $i$  en la estructura con daño, y  $w_{iSD}$  es el desplazamiento del mismo punto en la estructura sin daño.

Si se dispone de estos datos en varios puntos, la gráfica de los mismos permitirá detectar y estimar la localización del daño. Como es de suponer, cuanto menor sea el paso de la malla, más precisas serán estas determinaciones.

En la Figura 2 se presentó la variación de los desplazamientos verticales, correspondientes a la platea sin daño y los de la platea afectada, en función de las coordenadas de cada punto  $i$ , para una platea con daño en el punto central, (punto 1 de la malla,  $x/l = 0$  e  $y/l = 0$ ), con una relación de Rigideces  $d = 0,80$ . Se puede observar que la variación máxima de los desplazamientos verticales se produce en la zona afectada, como era de suponer.

Es interesante destacar que se varió el parámetro  $d$ , desde 0,99 hasta 0,30 y se pudo detectar y localizar el daño en todos los casos, por lo que se puede afirmar que cuando el daño se encuentra en el centro, este método se puede aplicar para detectar y localizar el daño.

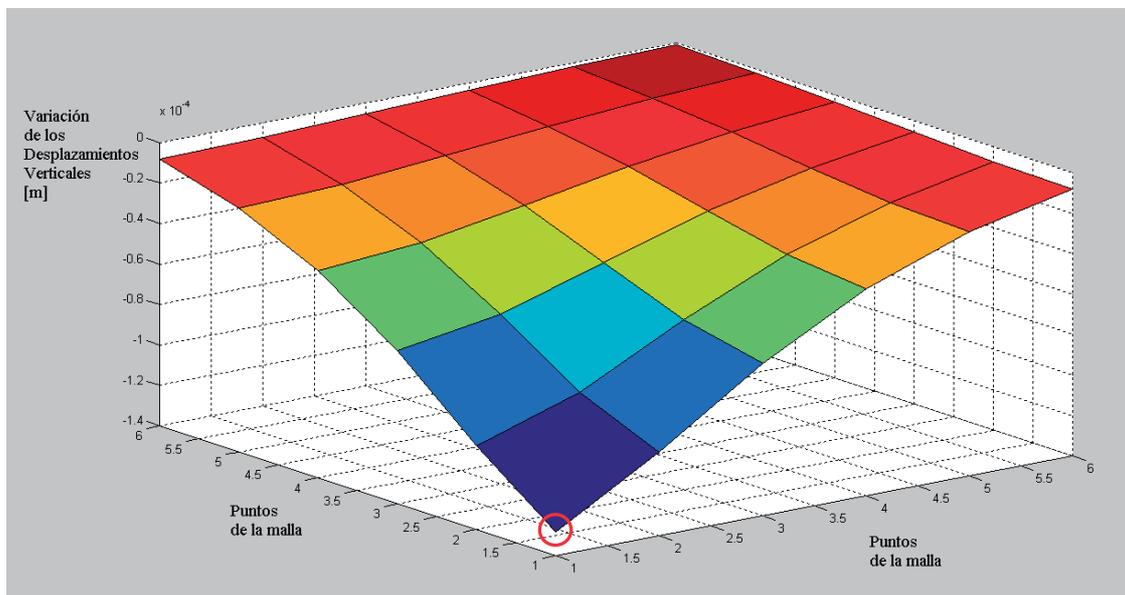


Figura 2: Variación de los desplazamientos verticales, con daño en el centro y  $d = 0,80$ .

La Figura 3 muestra la variación de los desplazamientos verticales cuando el daño se encuentra en el punto 21 de la malla ( $x/l = 0,33$ ,  $y/l = 0,50$ ) y con una relación  $d = 0,80$ . Se puede observar que la variación máxima de los desplazamientos verticales se produce en la zona afectada. Un comportamiento similar se observó cuando el daño se ubica en los puntos interiores de la platea, no cercanos al borde. Cabe acotar que se varió el valor de la relación  $d$  desde 0,99 hasta 0,30, pudiéndose ver que con este método se está en condiciones de detectar y localizar daños en estas zonas, para cualquier valor de la severidad.

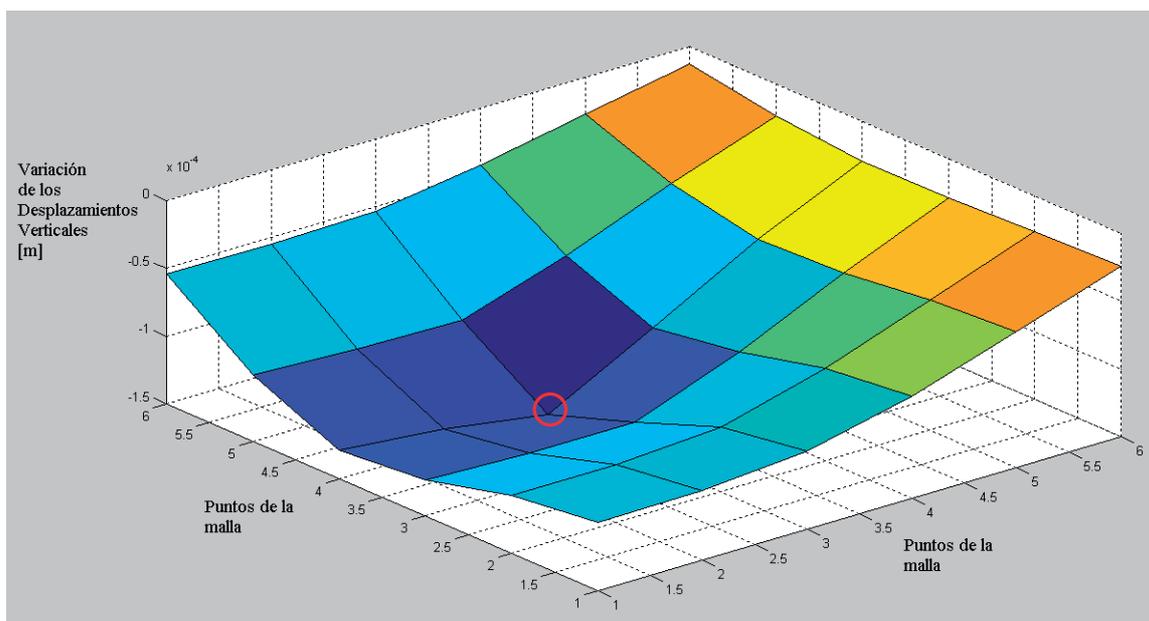


Figura 3: Variación de los desplazamientos verticales, con daño en el punto 21 de la malla y  $d = 0,80$ .

En la Figura 4 se muestra la variación de los desplazamientos, cuando el daño se encuentra en el punto 12 de la malla ( $x/l = 0,83$ ,  $y/l = 0,17$ ) y con una relación  $d = 0,80$ . Es interesante observar que cuando el daño está en cercanías del borde, la variación de los desplazamientos verticales sirve para detectar que hay un daño en esa zona, pero no es posible localizarlo. Lo mismo sucedió con todos los puntos que se encuentren sobre la línea  $x/l = 0,83$  (para todo valor de  $y$ ). Como es de suponer, también para los puntos que se encuentren sobre la línea  $y/l = 0,83$  (para todo  $x$ ) y por una cuestión de simetría.

Con el fin de constatar si la técnica presentada puede ser utilizada cuando hay más de una zona dañada se consideró el daño en el punto 9 ( $x/l = 0,33$ ,  $y/l = 0,17$ ) y en el punto 29 ( $x/l = 0,67$ ,  $y/l = 0,67$ ) de la malla, con una relación de rigideces entre zona dañada y sana de 0,80. En la Figura 5 se observó que es posible detectar los daños en esos puntos, mediante este método.

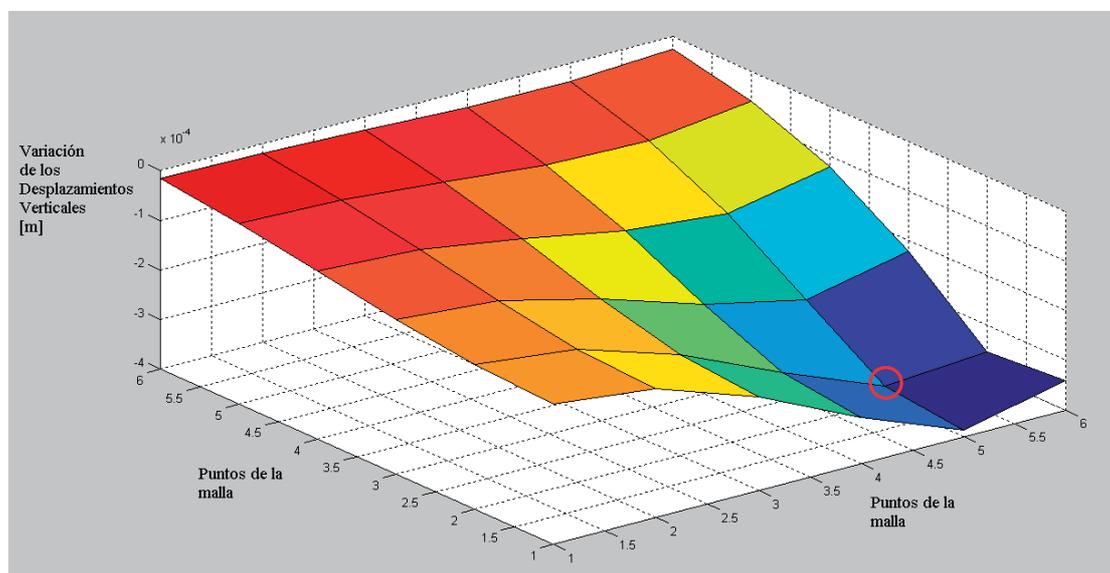


Figura 4: Variación de los desplazamientos verticales, con daño en el punto 12 de la malla y  $d = 0,80$ .

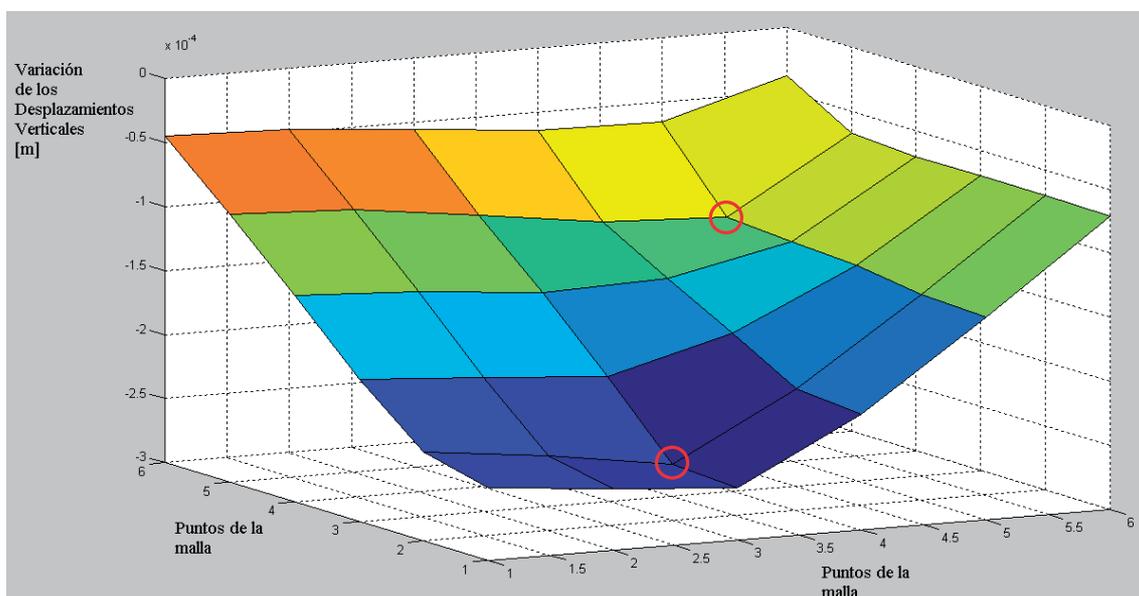


Figura 5: Variación de los desplazamientos verticales, con daño en los puntos 9 y 29 de la malla y  $d = 0,80$ .

De los resultados analizados anteriormente se puede concluir que, el método de la variación de los desplazamientos verticales, en el caso de plateas de fundaciones elásticas, puede ser utilizado para la detección de daños en toda la platea, con buenos resultados. Mientras que para la localización de daños, no probó ser un buen índice, debido a que la sensibilidad de este parámetro depende en gran medida de la localización del daño.

#### 4.2 Método de la Curvatura de la Elástica

Los valores de los desplazamientos verticales obtenidos, en determinados puntos de la estructura, ya sean establecidas mediante mediciones experimentales, o como en este caso, desarrollando una simulación numérica, se pueden utilizar para obtener la curvatura de la estructura deformada, mediante una aproximación por Diferencias Finitas Centrales (Lu et al., 2002.). De esta manera, la curvatura está dada por:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{w_{i+1} - 2w + w_{i-1}}{s^2} \quad (5)$$

$$i = 2, \dots, n-1$$

Donde  $s$  es la distancia entre dos puntos adyacentes (paso de la malla), mientras que  $w$  es el desplazamiento en un punto determinado y  $n$  es el número de puntos disponibles en la malla.

Es importante mencionar que, este método no depende de la información de la estructura sin daño, siendo esto una importante ventaja cuando no se dispone de la misma.

Para una estructura sin daño, el gráfico de la curvatura presenta una forma suave. Mientras que la aparición de un pico o una discontinuidad en su forma, indican una variación anormal de la rigidez en esa ubicación, la que es producida por el daño. De esta manera, una zona o zonas dañadas pueden ser localizadas usando estas mediciones. A continuación se presenta la localización de daño para una platea en la cual se varió la localización de la zona dañada y también la severidad del daño, obteniéndose resultados muy interesantes.

En la Figura 6 se muestra la curvatura de la elástica de la platea, con daño en el centro de la misma, con una relación  $d = 0,80$ . Se puede observar que no es posible detectar ni localizar el daño, dado que los cambios en la curvatura son muy suaves.

Es interesante destacar que se varió la relación  $d$  entre 0,99 y 0,30, llegando a la conclusión que el Método de la Curvatura de la Elástica puede localizar un daño en la parte central de una platea, a partir que la relación  $d$ , sea igual o inferior a 0,70. En la Figura 7, donde la relación  $d = 0,50$ , se puede observó como se produce el cambio brusco en la curvatura en el punto central de la platea.

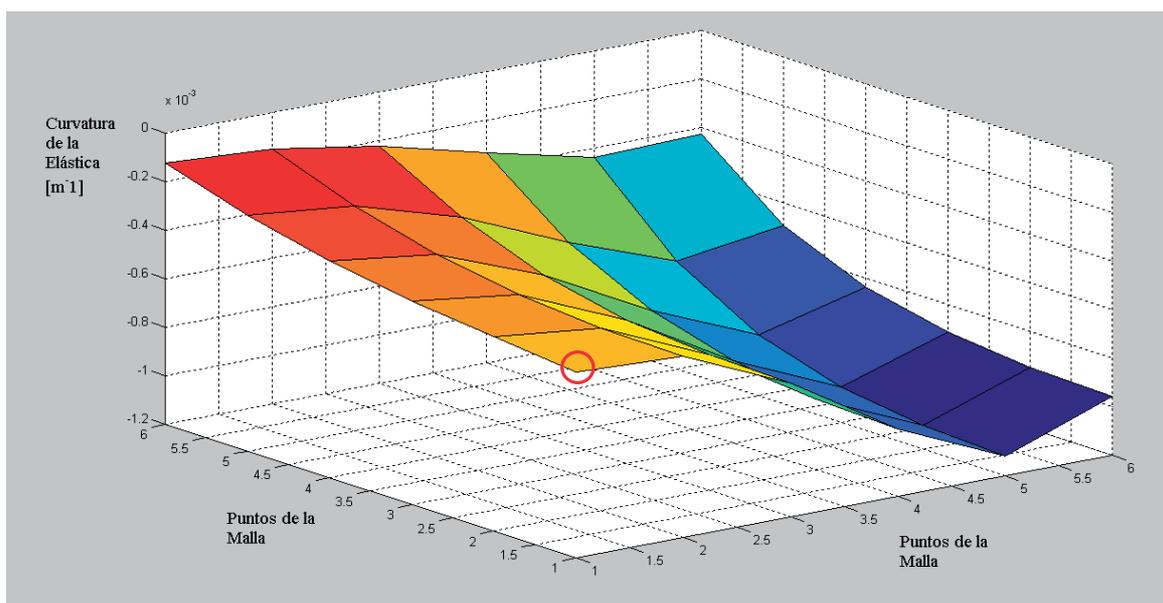


Figura 6: Curvatura de la elástica de una platea, con daño el centro de la misma y  $d = 0,80$ .

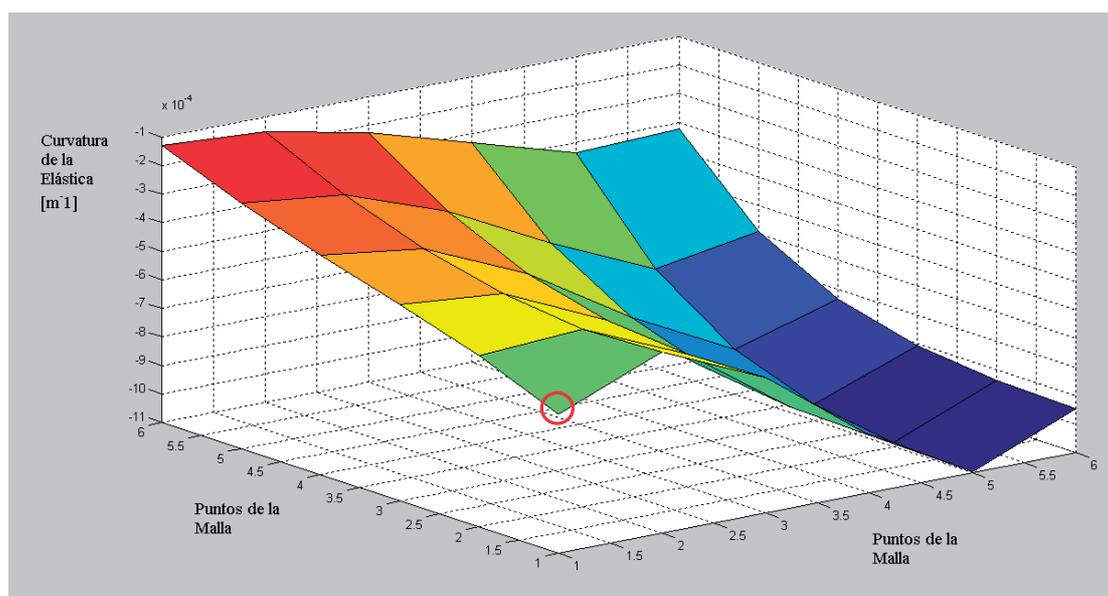


Figura 7: Curvatura de la elástica de una platea, con daño el centro de la misma y  $d = 0,50$ .

También se estudió la curvatura de la elástica cuando el daño se encuentra en el punto 21 de la malla ( $x/l = 0,33$ ,  $y/l = 0,50$ ) y con una relación  $d$  que varía entre 0,99 y 0,30. En la Figura 8 se puede observar que para una relación  $d = 0,80$  no es posible detectar ni localizar ningún daño, mientras que en la Figura 9 se puede ver como se produce un pico en ese punto, que dá un indicio de que esa es la zona dañada.

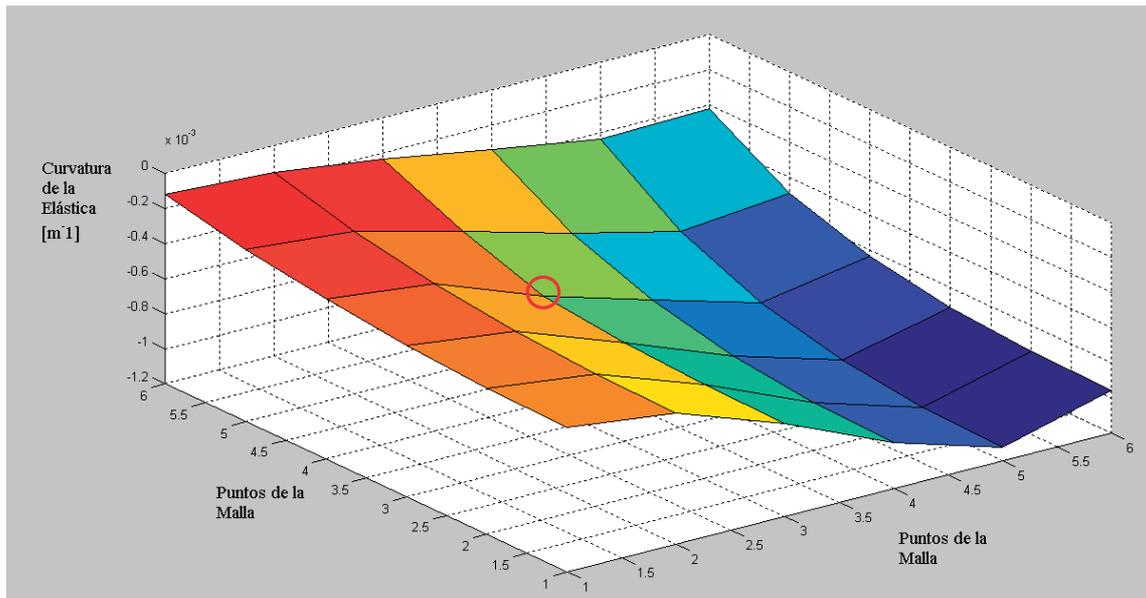


Figura 8: Curvatura de la elástica de una platea, con daño en el punto 21 y  $d = 0,80$ .

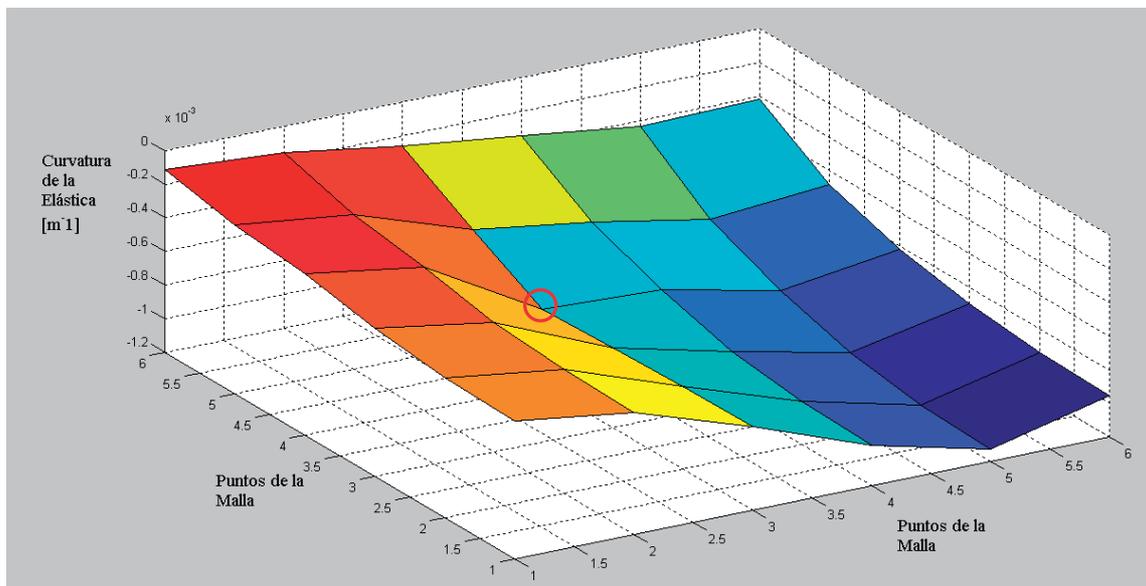


Figura 9: Curvatura de la elástica de una platea, con daño en el punto 21 y  $d = 0,50$ .

Se pudo ver que este método sirve para detectar y localizar daños en los puntos interiores de la

platea, para valores de  $d$  menores a 0,70; por lo que se puede concluir que no es un buen parámetro para localizar daños en plateas, tal como se puede observar en las Figuras 8 y 9.

Si se ubica el daño en el punto 12 (cerca de la viga de borde) y haciendo variar  $d$ , entre 0,99 y 0,30 observó que para daños que se encuentren en cercanías del borde de la platea, solo es posible la detección para valores de  $d$  menores a 0,70. Mientras que no es posible localizar daños dado que no se producen saltos en la curvatura que sean detectables, tal como se puede apreciar en la Figura 10, donde el daño está en el punto 12 de la malla ( $x/l = 0,83$ ,  $y/l = 0,17$ ) y con una relación  $d = 0,50$ , cabe acotar que esta severidad es muy grande, dado que estaría afectando al 50 % del espesor de la platea en la zona dañada.

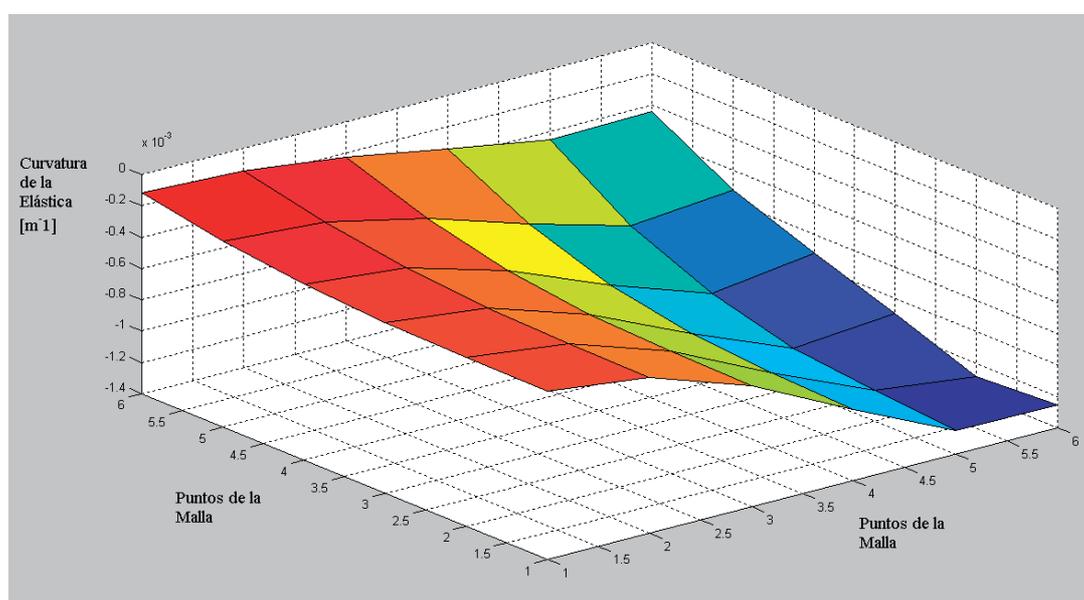


Figura 10: Curvatura de la elástica de una platea, con daño en el punto 12 y  $d = 0,50$ .

En la Figura 11 se puede observar a una platea de fundación con daño en dos zonas, en este caso el punto 9 ( $x/l = 0,33$ ,  $y/l = 0,17$ ) y el punto 29 ( $x/l = 0,67$ ,  $y/l = 0,67$ ) de la malla, con una relación de rigidez entre zona dañada y sana de 0,50. Se observó que es posible detectar los daños en esos puntos, mediante la curvatura de la elástica. Es interesante volver a mencionar que para valores de  $d$  mayores a 0,70, este método no detectará ninguna zona dañada. Un comportamiento similar se observó con cualquier combinación de puntos de la platea.

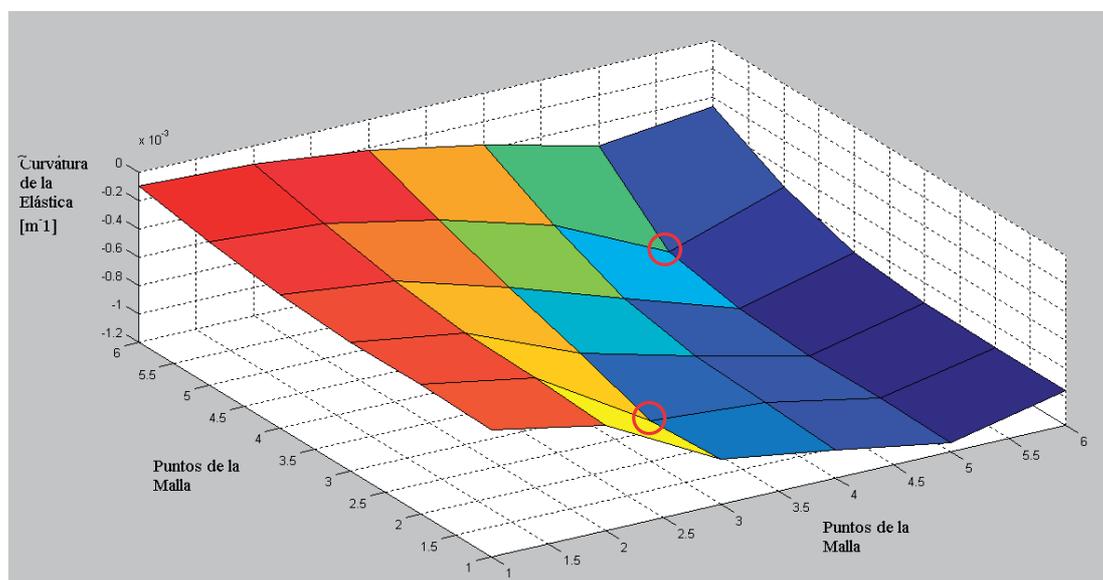


Figura 11: Curvatura de la elástica de una platea, con daño en el punto 9 y en el punto 29 con  $d=0,50$ .

### 3.3 Método de la Variación de la Curvatura de la Elástica

El método de la variación de la curvatura de la elástica consiste en determinar, en todos los puntos de la malla, la diferencia existente entre la curvatura de la platea dañada y la estructura sana, tal como se puede apreciar en la Ecuación (6) y que se puede utilizar, tanto para la detección, como para la localización de daños.

$$VCE = \left( \frac{d^2 w}{dx} V_i \right)_{dañada} - \left( \frac{d^2 w}{dx} V_i \right)_{sana} \quad (6)$$

Es importante mencionar que si bien este método depende de la información de la estructura sin daño, presenta una mayor sensibilidad para la localización de los daños independientemente de la posición y severidad del mismo, como se podrá observar en las siguientes figuras.

En la Figura 12 se muestra la variación de la curvatura de la elástica, aplicada a la detección y localización de daño. Se observó como se produce una marcada variación en la curvatura en el punto central de la platea, donde se encuentra el daño. Es interesante destacar que se varió la severidad del daño desde 0,99 hasta 0,30 y se obtuvieron resultados similares, en todos los casos estudiados.

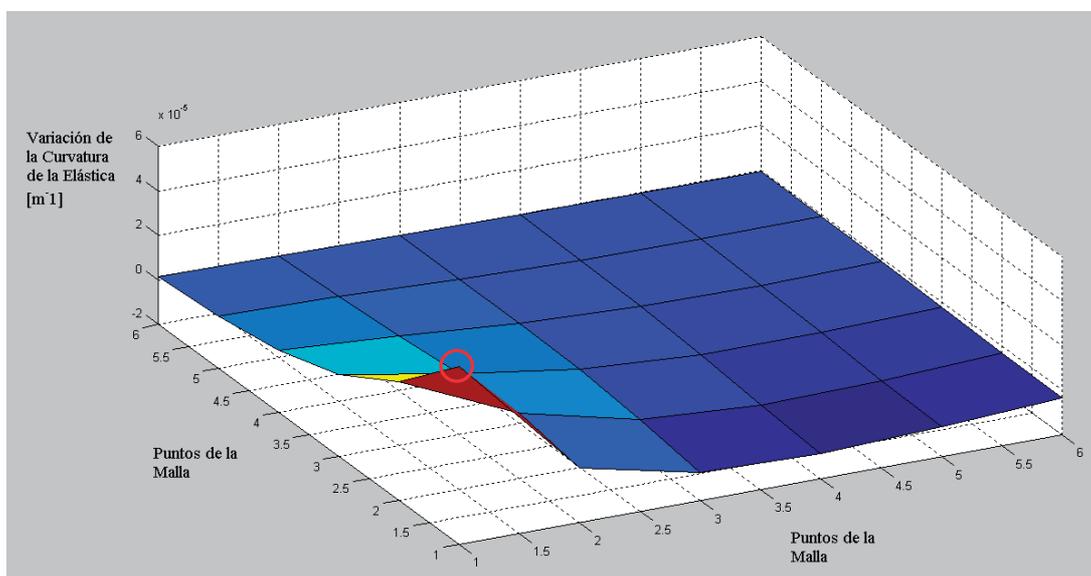


Figura 12: Variación de la curvatura de la elástica con daño en el centro y  $d = 0,80$ .

Si el centro de la zona dañada es el punto 21 de la malla ( $x/l = 0,33$ ,  $y/l = 0,50$ ), como se puede apreciar en la Figura 13, donde la severidad del daño es  $d = 0,80$ . Se observó que se produce una brusca variación de la curvatura, en ese punto, permitiendo detectar y localizar el daño. Cabe acotar que se hallaron resultados similares para puntos interiores de la platea, con una severidad que varía entre 0,99 y 0,30.

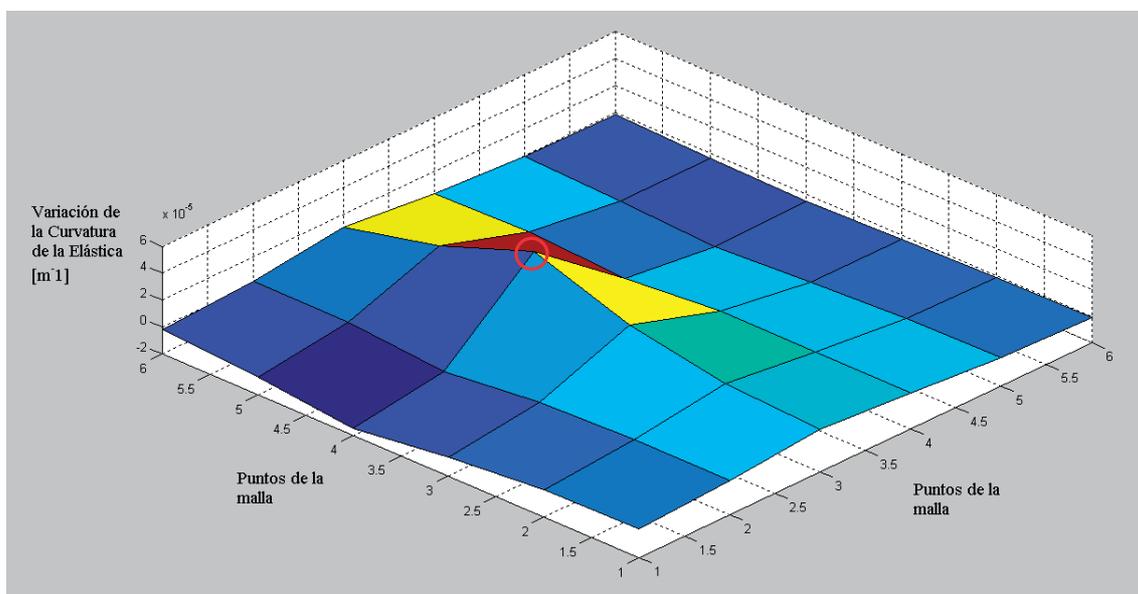


Figura 13: Variación de la curvatura de la elástica, con daño en el punto 21 entre el centro y el borde y  $d = 0,80$ .

En la Figura 14 se muestra una platea con daño en el punto 12 de la malla, ( $x/l = 0,83$ ,  $y/l = 0,17$ ) y con una severidad del daño  $d = 0,80$ , en la cual se puede ver que se produce un brusco

incremento de la variación de la curvatura de la elástica, en ese punto. Cabe acotar que se hallaron resultados similares con el daño ubicado en diferentes puntos cercanos al borde de la platea y con una severidad que varía entre 0,99 y 0,30. Por ello, se puede asegurar que este método sirve para detectar y localizar daños.

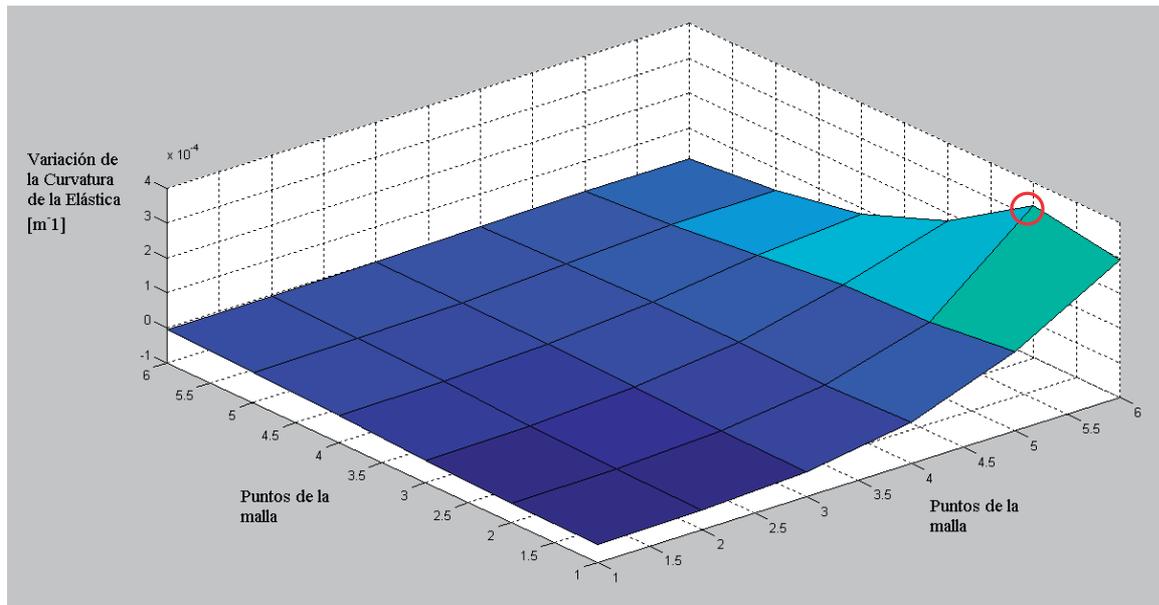


Figura 14: Variación de la Curvatura de la elástica con daño en el punto 12 en cercanías del borde y  $d = 0,80$ .

Si el centro de la zona dañada se ubica en el punto 9 ( $x/l = 0,33$ ,  $y/l = 0,17$ ) y en el punto 29 ( $x/l = 0,67$ ,  $y/l = 0,67$ ) de la malla, con una relación de rigidez entre zona dañada y sana de 0,80. En la Figura 15 se puede observar, como se ponen en evidencia la existencia de los daños en esos puntos, mediante el parámetro, variación de la curvatura de la elástica. Cabe acotar que se obtuvieron resultados similares, con daño en diferentes puntos de la malla y distintas severidades. Es interesante destacar que en todos los casos se pudo detectar y localizar daños, con una adecuada precisión.

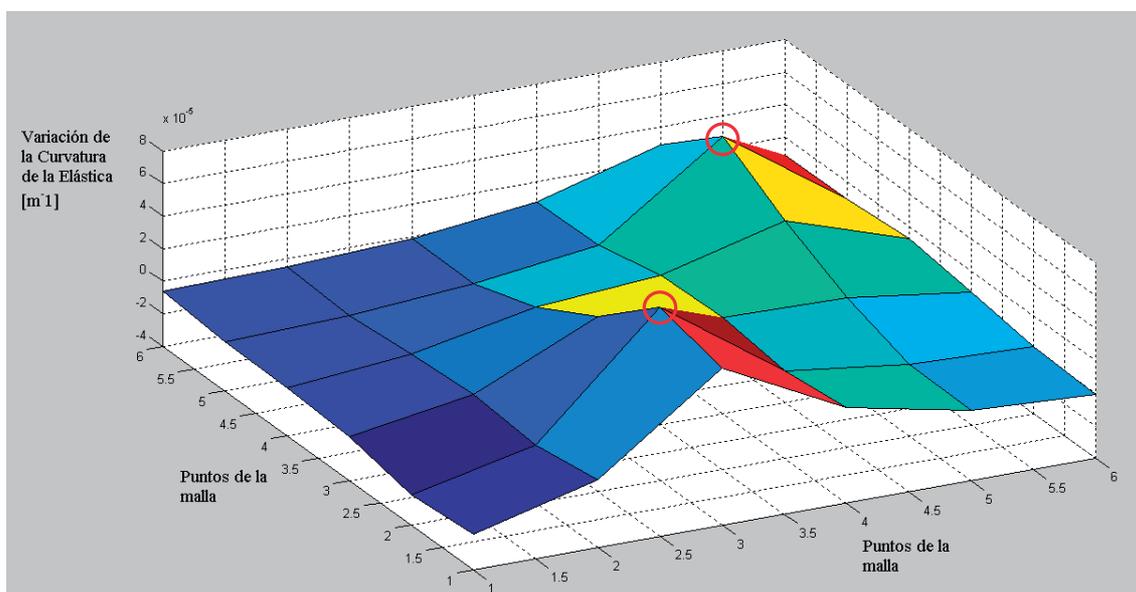


Figura 15: Variación de la Curvatura de la elástica con daño en el punto 9 y 29 y  $d = 0,80$ .

De los resultados analizados anteriormente se puede concluir que el método de la variación de la curvatura de la elástica aplicado a plateas de fundaciones elásticas, puede ser utilizado para realizar la detección y la localización de daños, en toda la platea, con muy buenos resultados, con el daño ubicado en cualquier punto de la platea y para cualquier valor de la severidad del mismo.

## 5 CUANTIFICACIÓN DE DAÑO

Una vez localizado el daño, mediante alguna de las técnicas anteriormente descritas, la siguiente etapa es establecer la magnitud del mismo. Debido a que, aunque se pudiera visualizar externamente la zona afectada, existe incertidumbre sobre la magnitud de la afectación, en especial, si las fisuras atraviesan toda la parte interna del elemento. Para ello, se debe realizar un modelo numérico de la estructura, con el daño simulado, en la ubicación determinada visualmente o con la aplicación de algunas de las técnicas presentadas en los puntos anteriores o con el empleo de alguna otra técnica experimental (por ejemplo, ultrasonidos).

Con el fin de cuantificar el daño se analizaron numéricamente modelos con distintas ubicaciones y severidades de daño, obteniéndose gráficas en 3 dimensiones, para cada relación  $y/l$ , se varió la ubicación del daño en la otra coordenada ( $x/l$ ), la severidad de daño, medida en este caso mediante la relación de rigidez entre la zona dañada y la zona sin daño ( $d = DI/D$ ) y un tercer parámetro, vinculado con el comportamiento mecánico de la estructura dañada, por ejemplo desplazamientos verticales, deformaciones o desplazamientos volumétricos (Robles and Ortega, 2001; Ortega and Arias, 1998) o variación de la curvatura de la elástica volumétrica. Luego se ingresa a estas figuras de tres dimensiones, con la ubicación del daño  $x/l$  para un  $y/l$  dado, y con la variación de la curvatura de la elástica volumétrica, obteniéndose el valor de  $d = DI/D$  (severidad del daño).

En los análisis realizados en este trabajo se utilizó como parámetro mecánico a la variación de la

curvatura de la elástica volumétrica, debido a que es posible localizar un daño en cualquier punto de la platea y con cualquier valor de severidad. Este parámetro está definido como la sumatoria de la diferencia entre el producto de la variación de la curvatura de la elástica en cada punto, por el volumen de influencia del punto analizado, con y sin daño, tal como lo muestra la Ecuación (7):

$$VCEV = \sum_{i=1}^n \left| \left( \frac{d^2 w}{dx^2} V_i \right)_{dañada} - \left( \frac{d^2 w}{dx^2} V_i \right)_{sana} \right| \quad (7)$$

El uso de este parámetro presenta la ventaja de tener en cuenta un mayor volumen de información, tal que si se produce un error en alguna de las mediciones, el mismo tendría un menor impacto en el resultado final. Además, permite considerar adecuadamente la posibilidad que la platea tenga un espesor variable.

En las Figuras 16 y 18 se pueden observar los gráficos en 3 dimensiones, con sus correspondientes ábacos, Figuras 17 y 19 respectivamente, con las curvas de nivel que representan la variación de la curvatura de la elástica volumétrica y que permiten determinar en forma directa la severidad del daño para cualquier punto de la malla adoptado. Es decir, dada una platea cuadrada con los datos similares a la desarrollada en este trabajo, se puede localizar el daño con cualquiera de los métodos descritos en los puntos anteriores y eligiendo el ábaco correspondiente con la relación  $y/l$ , e ingresando al mismo con la relación  $x/l$ , se corta a la curva de la variación de la curvatura de la elástica volumétrica mediante una horizontal y descendiendo paralelamente al eje  $x/l$ , se obtiene la severidad del daño ( $DI/D$ ). Es interesante destacar que dadas las similitudes de las figuras, solo se presentarán los gráficos correspondientes a las rectas  $y/l = 0$  e  $y/l = 0,83$  para todos los valores de  $x/l$ .

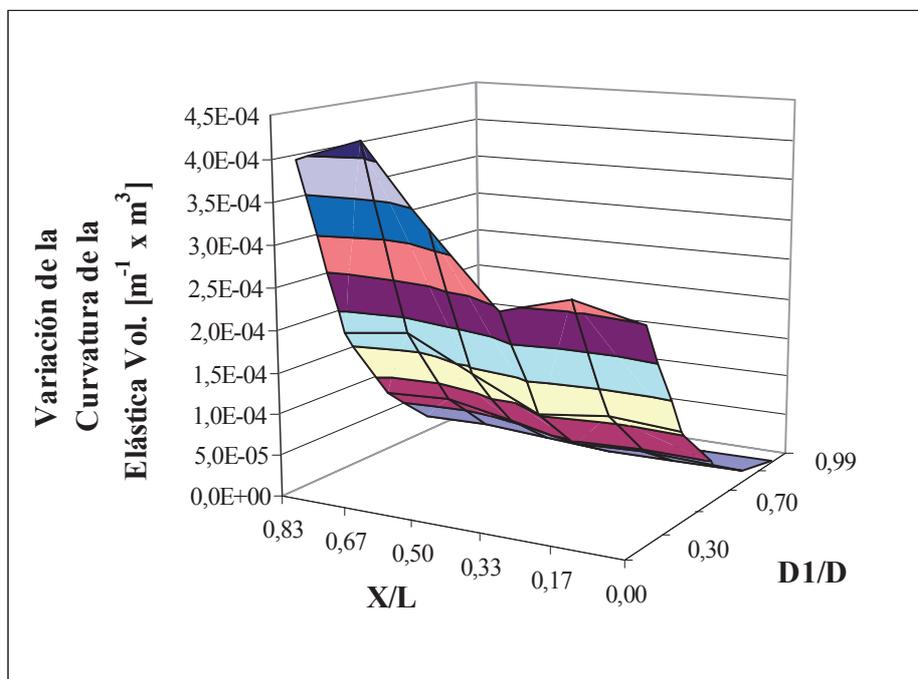


Figura 16: Detección de daño para  $y/l = 0$ .

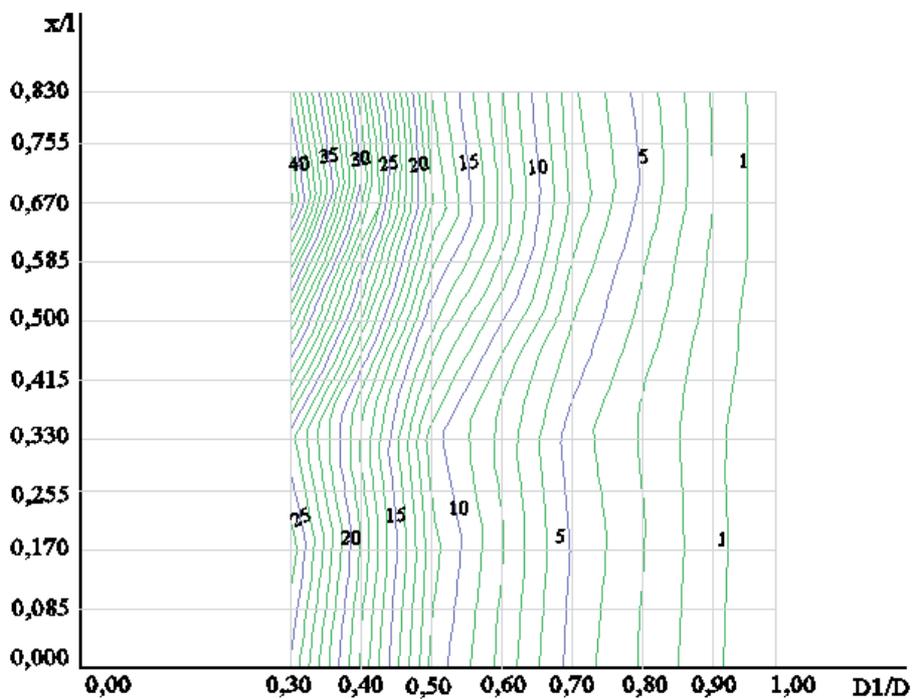


Figura 17 Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica [ $\times 10^{-5} \text{ m}^{-1} \text{ m}^3$ ] para  $y/l = 0$

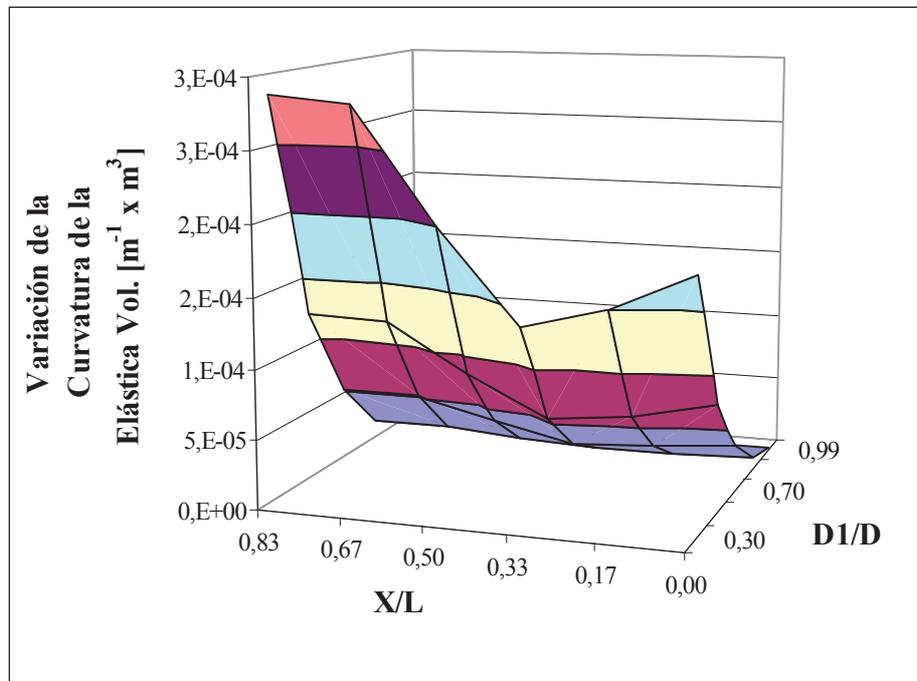


Figura 18: Detección de daño para  $y/l = 0,83$ .

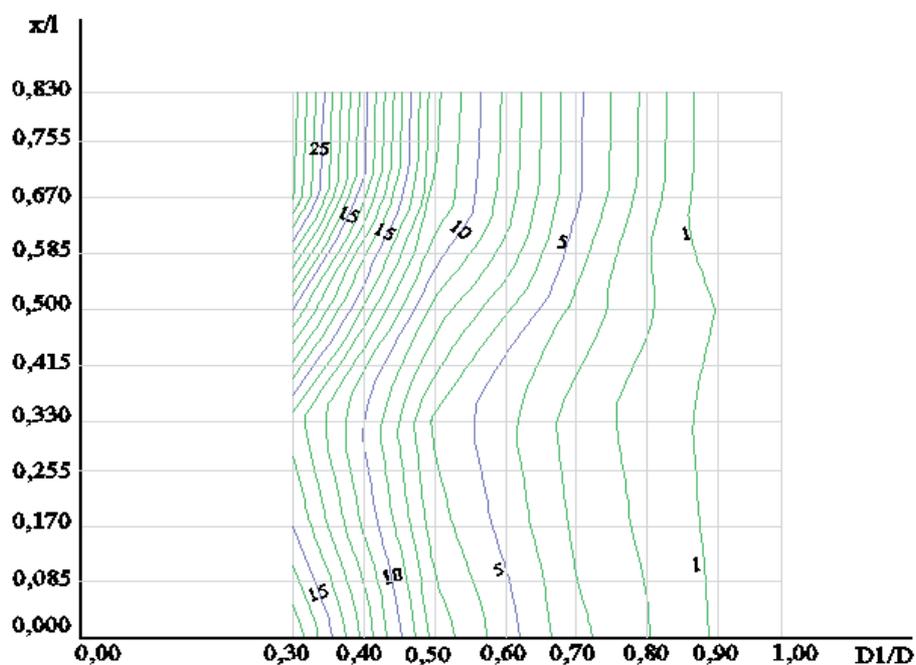


Figura 19 Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica [ $\times 10^{-5} \text{ m}^{-1} \text{ m}^3$ ] para  $y/l = 0,83$

## 6 DISTRIBUCIÓN DE CARGAS ENTRE LA PLATEA DAÑADA Y LAS VIGAS PERIMETRALES

Para evaluar el porcentaje de carga que toma la platea dañada ( $R_p$ ), teniendo en cuenta el desplazamiento vertical total  $w_{i0} = w_i + w_0$ , como valor final con respecto a una cota inicial de referencia, se debe resolver la expresión:

$$R_p = \int_0^a \int_0^b k(w_{i0}) dx dy \quad (8)$$

Cabe acotar que la resolución de la Ecuación (8), considerando que  $k$  es constante, implica determinar el volumen del diagrama de los desplazamientos verticales.

Una vez obtenido  $R_p$  se pueden expresar porcentajes con respecto al total de carga aplicado y por diferencia, obtener el porcentaje de reacción  $R_v$  que deben tomar directamente las vigas, sin que previamente hayan sido absorbidas por la platea y luego transmitidas a la viga de borde.

Mediante el uso de programas en Ambiente Matlab, se consigue la solución de las ecuaciones diferenciales intervinientes planteadas en este trabajo, para la relación de dimensiones de la platea propuesta, en base a consideraciones matriciales.

En la Figura 20 se muestra la variación del porcentaje de carga que toma la platea de fundación, en función de la variación de la relación de rigideces ( $d$ ), entre la platea sana y la platea fisurada, para un valor constante de la rigidez de la platea sana. En dicha figura, se observa que a medida que la platea se fisura, es decir, con  $n$  disminuyendo, las vigas de borde deben absorber mayor porcentaje de carga, aumentando la tendencia a fisurarse y disminuyendo su vida útil, pese a que la superficie de la zona afectada es solo el 2 % de la superficie total de la platea.

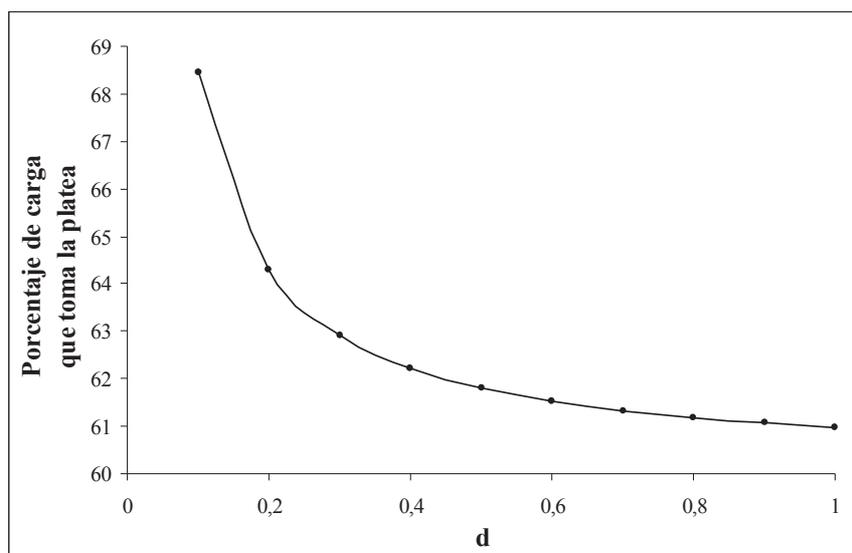


Figura 20: Variación del porcentaje cargas que toma la platea, en función de  $d$  para  $N = 0,1373$ .

## 7 CONCLUSIONES

De los resultados presentados en este trabajo, se obtienen las siguientes conclusiones:

- Se ha desarrollado un método que permite detectar, localizar y cuantificar daños en plateas de fundación elástica;
- Cuando el daño está en cercanías del borde, la variación de los desplazamientos verticales sirve para detectar daño, pero no es posible localizarlo; lo mismo sucede con todos los puntos que se encuentren sobre la línea  $x/l = 0,83$  (para todo valor  $y$ ), y los que se encuentren sobre la línea  $y/l = 0,83$  (para todo valor  $x$ ).
- El método de la variación de los desplazamientos verticales, en el caso de plateas de fundaciones elásticas, puede ser utilizado para detección de daños en toda la platea con muy buena sensibilidad. Mientras que para la localización de daño no es un buen indicador, debido a que su sensibilidad depende en gran medida de la localización de la afectación. Se pudo ver que este método sirve para detectar y localizar daños en los puntos interiores de la platea, para valores de  $d = DI/D$  menores a 0,70, por ello se puede concluir que no es un buen parámetro para localizar daño en plateas, tal como se pudo observar en las Figuras 8 y 9;
- El método de la curvatura de la elástica solo sirve para detectar y localizar daños en los puntos interiores de la platea, para valores de  $d$  menores a 0,70; por lo que se puede concluir que no es un buen parámetro para localizar daños en plateas.
- El método de la variación de la curvatura de la elástica, puede ser utilizado para la detección y la localización de daño en toda la platea, con muy buenos resultados, con el daño ubicado en cualquier punto de la platea y para cualquier valor de la severidad de daño;
- La distribución de cargas entre platea y vigas perimetrales es bastante sensible a las variaciones de rigidez que se producen por la fisuración de la zona afectada, pese a que la misma es de solo el 2% de la superficie total.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento al Departamento de Ingeniería y a la Secretaría General de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional del Sur, por el apoyo brindado para el desarrollo de estas investigaciones.

## REFERENCIAS

- Doebling, S.W., Farrar, C.R. and Prime, M.B., A summary review of vibration-based damage identification methods. *The Shock and Vibration Digest*, 30(2):91-105, 1998.
- Cawley, P. and Adams, A.D., The location of defects in structures from measurements of natural frequencies. *Journal of Strain Analysis*, 14 (2): 49-57, 1979.
- Kim, B.H., Kim, H. and Park, T., Nondestructive damage evaluation of plates using the multi-resolution analysis of two-dimensional Haar wavelet, *Journal of Sound and Vibration*, 292: 82-104, 2006.
- Chang, C.C. and Chen, L.W., Damage detection of a rectangular plate by spatial wavelet based approach, *Applied Acoustics*, 65:819-832, 2004
- Kim, B.H., Stubbs, N. and Park, T., Flexural damage index equation of a plate, *Journal of Sound and Vibration*, 283, 341-368, 2005.
- Yam, L.H., Li, Y.Y., Wong, W.O., Sensitivity studies of parameters for damage detection of plate

- like structures using static and dynamic approaches, *Engineering Structures*, 24: 1465-1475, 2002.
- Chou, J. and Ghaboussi, J. “Genetic algorithm in structural damage detection”, *Computers & Structures*, Vol. 79: 1335-1353, 2001.
- Choi, Y., Lee, J.S., Choi, E. and Cho, H.N. “Development of elastic damage load theorem for damage detection in statically determinate beam”, *Computers & Structures*, Vol. 82, pp. 2483-2492, 2004.
- Maity, D. and Saha, A., “Damage assessment in structures from changes in static parameter using neural networks”, *Sadhana*, 29, No. 3: 315-327, 2004.
- Caddemi, A. and Morassi, A. “A procedure for multiple damage identification in elastic beams”, *Proceedings of 6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, J. Herskovits, S. Matorche and A. Canelas ed., Río de Janeiro, Brazil, May, 10 pp., 2005.
- Matlab 7.0, for Microsoft Windows, The MathWorks, Inc. 2004.
- Lu, Q., Ren, G., Zhao., Y., Multiple damage location with flexibility curvature and relative frequency change for beam structure. *Journal of Sound and Vibration*, 253(5):1101-1114, 2002.
- Robles, S.I. and Ortega, N.F., Study of Volumetric Displacements of Shells, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 42(137):139-147, 2001.
- Ortega, N.F and Arias, J.V., Comparison of Mechanical Efficiency Between an Hyperbolic Paraboloid and a Experimental Model, *Proceeding IV World Congress on Computational Mechanics*, Buenos Aires, 1998.
- Sain, T. and Chandra Kishen, J.M., Damage and residual life assessment of structures using fracture mechanics, *Proceedings of the 16<sup>th</sup> ASCE Engineering Mechanics Conference (EM03 Electronic Proceedings)*, G. Turkiyyah ed., University of Washington, Seattle, July, 13 pp., 2003.
- Eun, H.C. and Lee, E.T., Damage Detection of Flexural Member by Estimated Moment Diagram, *The Open Construction & Building Technology Journal*, Vol. 1, 1-7, 2007.