

ANÁLISIS DE DAÑOS LOCALIZADOS EN LA PLACA DE BASE DE TANQUES DE ALMACENAMIENTO DE PETRÓLEO

Rossana C. Jaca^a, Luis A. Godoy^b

^a *Grupo de Métodos Numérico Experimentales del Comahue (GMNE), Universidad Nacional del Comahue, Buenos Aires 1400, 8300 Neuquén, Argentina, rjaca@uncoma.edu.ar*

^b *CONICET y FCEfyN, Universidad Nacional de Córdoba, 5000 Córdoba, Argentina, lgodoy@com.uncor.edu*

Keywords: Daño, Tanques, Elementos Finitos, Imperfecciones Geométricas.

Abstract. Este trabajo analiza el daño localizado en la placa de fondo de tanques de almacenamiento de petróleo o derivados, originado por el encogimiento que se produce durante el proceso de soldadura. La placa de fondo de estos tanques se construye soldando chapas de acero generándose suaves ondulaciones por la retracción que provocan los cordones de soldadura, bajo la presión del fluido las deformaciones continúan progresando hasta tomar contacto con la fundación. Como resultado de este proceso resultan daños localizados en algunos sectores del fondo del tanque, que se encuentran en la primera inspección interna realizada al tanque. La modelación utiliza elementos finitos para discretizar la estructura perfecta y la técnica de perturbación para investigar la influencia del daño en la estructura original. La simulación se realiza mediante un código de propósitos específicos, elaborado en manipulador simbólico (MAPLE), en base a un modelo axilsimétrico de placa de pared delgada representando el daño como una imperfección de forma de la estructura original perfecta. Se evalúa la variación de esfuerzos en la placa como resultado de la desviación en la forma de la placa original para tanques con relación de aspecto altura-diámetro (L/D) variable, cubriendo las dimensiones de tanques más usualmente usados. Se realiza un análisis paramétrico de la respuesta, evaluando la influencia del espesor de la placa y la altura incremental del nivel del fluido. La respuesta hallada depende fundamentalmente del espesor de la placa y no de la altura del daño localizado, cuyo valor es limitado por la norma API 653.

1 INTRODUCCIÓN

El fondo de los tanques de almacenamiento de petróleo apoyado sobre la fundación se construye soldando chapas de acero en una cierta secuencia produciéndose suaves ondulaciones por el encogimiento generado en el proceso de soldaduras. Al llenarse el tanque, el fondo es sometido a la presión del líquido resultando deformaciones localizadas que se encuentran en la primera inspección. Bajo la presión del líquido esta deformación inicial continua deformándose desde el borde hacia la zona de mayores ordenadas, tomando contacto con el fondo en algunos sectores y formándose una comba localizada en otros. Esta deformación puede resultar extremadamente localizada y por la presión del fluido sufrir desplazamientos adicionales con aumento de tensiones y deformaciones. La norma API 653 (2003) establece que los tanques nuevos sean inspeccionados por primera vez una vez transcurridos 10 años del llenado inicial, período en el cual se puede producir un aumento del estado de tensiones y deformaciones. Yoshida (2002) estudió este proceso de deformación al aumentar el nivel del líquido y los esfuerzos generados, mediante un modelo de elementos finitos considerando un estado de deformación plana y grandes deformaciones elasto-plásticas. Allen Marr *et al.* (1982) analizaron un conjunto de criterios de evaluación de asentamiento diferencial considerando este tipo de daño localizado como correspondiente a una placa circular delgada con borde rígido o flexible, diferenciando el caso de daño próximo a la cáscara o alejado de la misma. D'Orazio y Duncan (1987) analizaron casos de asentamientos y daño en tanques estableciendo recomendaciones sobre tolerancias según la forma del perfil de asentamiento.

En este trabajo se estudia el mismo problema pero considerando un modelo axilsimétrico de placa de pared delgada representando esta deformación como una imperfección de forma de la estructura perfecta original usando elementos finitos y la técnica de perturbación. Para ello se utiliza un código de propósitos específicos elaborado en manipulador simbólico (MAPLE) por Godoy (1997). La técnica de perturbación acoplada con elementos finitos permite evaluar la variación en los esfuerzos debidos a la desviación de la forma desde la placa perfecta en función del parámetro de perturbación. En la Sección 2 se hace una revisión de las disposiciones reglamentarias relacionadas a depresiones y combas en el fondo de tanques de almacenamiento. La Sección 3 presenta la formulación teórica empleada considerando el daño localizado como una imperfección inicial y en la Sección 4 se describe el modelo implementado por elementos finitos. Los resultados numéricos obtenidos aplicando esta metodología son mostrados en la Sección 5, y en la Sección 6 se analizan tanques de almacenamiento de dimensiones generalmente usadas en la industria del petróleo. La Sección 7 presenta las conclusiones del trabajo.

2 DISPOSICIONES REGLAMENTARIAS

La norma API 653 (2003) establece que la aceptabilidad del daño en el fondo del tanque depende de las tensiones localizadas en la placa de fondo y la calidad de las soldaduras (de una sola o varias pasadas). El mecanismo de inspección relacionado con la evaluación del fondo del tanque indica que se deben evaluar potenciales fallas que puedan causar fugas de fluido. Una de las posibles causas de falla del tanques consideradas por la norma son los altos esfuerzos localizados producidos por asentamientos no uniformes que pueden afectar la integridad del tanque, motivo por el cual el monitoreo del asentamiento del tanque y deformaciones localizadas en la placa del fondo es una práctica reconocida. La Figura 1 muestra un fondo de tanque típico fabricado soldando chapas y el daño que puede producirse

como resultado de las ondulaciones en la placa de fondo producto del encogimiento generado durante el proceso de soldadura. La norma limita la altura máxima permisible (B) de la comba o depresión, considerando el daño caracterizado en planta por el radio (R) que corresponde al círculo inscrito en el mismo, como se muestra en la Figura 2.

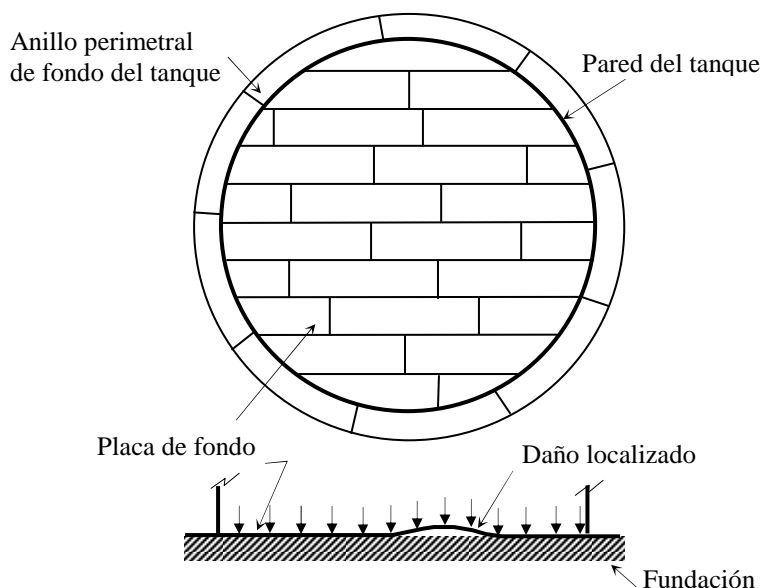


Figura 1: Placa de fondo típica de un tanque de almacenamiento de petróleo o derivados.

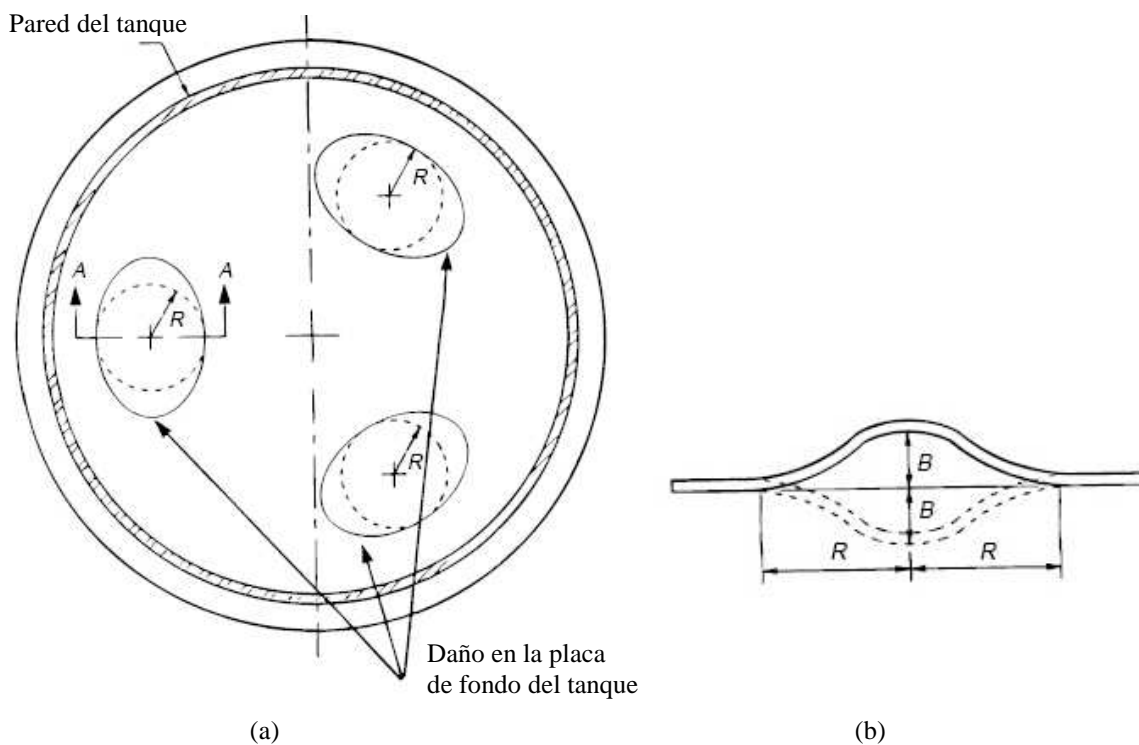


Figura 2: Daño localizado alejado de la pared del tanque: (a) Vista en planta, (b) Corte en sección A-A.

API 653-Apéndice B (2003) fija la relación permitida entre las dimensiones características del daño, que también puede ser un asentamiento localizado:

$$B \leq 0.031 R \quad (1)$$

donde B es la altura máxima de la comba o depresión localizada. Esta expresión está basada en las recomendaciones fijadas en el trabajo de Allen Marr *et al.* (1982), donde se presenta un resumen de los criterios utilizados para evaluar asentamientos de tanques. En ese trabajo se diferencian las deformaciones localizadas alejadas de la cáscara del tanque, donde las deformaciones de la placa de fondo se producen sin influencia de la pared del tanque, y los asentamientos localizados próximos a la cáscara, donde la flexibilidad de la cáscara afecta las tensiones en el fondo del tanque. En este último caso la flexibilidad de la pared del tanque relaja las tensiones inducidas en el fondo, razón por la cual se permiten alturas mayores en la deformación localizada. Para limitar las dimensiones del daño localizado se tiene en cuenta las tensiones correspondientes a una placa circular con grandes deformaciones uniformemente cargada (Timoshenko, 1955) con bordes rígidos o flexibles, para considerar daño localizado alejado o próximo a la cáscara respectivamente. El criterio recomendado para combas alejadas del borde de la placa de fondo se expresa a través de:

$$B \leq (2R) \sqrt{\frac{0.28 \sigma_f}{FS E}} \quad (2)$$

donde σ_f es la tensión última de las soldaduras en la placa del fondo, E es el módulo de elasticidad y FS es el factor de seguridad que se recomienda sea menor o igual a 4 ($FS \leq 4$) cuando la fluencia localizada es posible y menor o igual a 2 cuando la rotura o excesivas tensiones son posibles ($FS \leq 2$).

La norma API 653 considera esta expresión con un factor de seguridad unitario ($FS = 1$), correspondiente a suelo no erosionable (Allen Marr *et al.*, 1982) y tiene en cuenta la tensión última de fluencia para soldadura de filete de pasada simple ($\sigma_f=180.2$ MPa) y un módulo de elasticidad $E=206000$ MPa, resultando la expresión dada en la ecuación (1), ($B \leq 1/32 R$). Si se considera una soldadura de filete de múltiple pasada con $\sigma_f=280$ MPa la relación cambia a $B \leq 1/25 R$. Relaciones de aspecto de daño que no verifican estos límites hacen que sea necesario realizar análisis de tensiones más rigurosos para determinar si el estado es seguro para servicio o requiere reparaciones.

3 FORMULACIÓN

3.1 Ecuaciones básicas

La formulación utilizada es la presentada por Godoy (1996, 1997) que permite analizar estructuras con imperfecciones por medio de elementos finitos usando la técnica de perturbación. Se adopta un sistema coordenado cuyo origen coincide con el centro de la deformación según lo mostrado en la Figura 3 y la placa se modela según la hipótesis de Kirchhoff. Se asume que los desplazamientos varían en la dirección del espesor de la placa según:

$$\begin{aligned} u_1(x_3) &= u_1 + \beta_1 x_3 & , & & \beta_1 &= \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \\ u_2(x_3) &= u_2 + \beta_2 x_3 & , & & \beta_2 &= \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \\ u_3(x_3) &= u_3 \end{aligned} \quad (3)$$

donde β_1 y β_2 son las rotaciones de la normal a la superficie media y (u_1, u_2, u_3) los desplazamientos según los ejes coordenados. Además, considerando una placa axilsimétrica con carga axilsimétrica resultan las siguientes simplificaciones en los desplazamientos y las ecuaciones cinemáticas no lineales asociadas:

$$\begin{aligned}
 u_2 = \beta_2 = 0 \\
 \varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{1}{2}\beta_1^2 \quad , \quad \varepsilon_{22} = \frac{u_1}{x_1} \\
 \chi_{11} = \frac{\partial \beta_1}{\partial x_1} \quad , \quad \chi_{22} = \frac{\beta_1}{x_1} \\
 \varepsilon_{12} = \chi_{12} = 0
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Los esfuerzos se expresan a través de las siguientes ecuaciones constitutivas:

$$\begin{aligned}
 N_{11} = K_{11}\varepsilon_{11} + \nu K_{22}\varepsilon_{22} \quad \quad N_{22} = \nu K_{11}\varepsilon_{11} + K_{22}\varepsilon_{22} \\
 M_{11} = D_{11}\chi_{11} + \nu D_{22}\chi_{22} \quad \quad M_{22} = \nu D_{11}\chi_{11} + D_{22}\chi_{22}
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

con: $K_{11} = \frac{Et}{1-\nu^2}$, $K_{22} = (1-\tau)K_{11}$, $D_{11} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$, $D_{22} = (1-\tau)^3 D_{11}$

donde E es el módulo de elasticidad, ν es el módulo de Poisson, t es el espesor de la placa y τ es el parámetro de daño que afecta las ecuaciones constitutivas y representa cambios en los parámetros intrínsecos de las estructuras de láminas. El parámetro de daño puede interpretar una reducción de rigidez por fisuración, una reducción del espesor o bien cambios en el módulo de elasticidad producidos por envejecimiento o acción ambiental. En este trabajo se consideran solamente imperfecciones en los parámetros geométricos por lo que se adopta $\tau=0$.

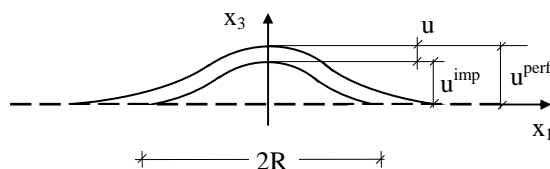


Figura 3: Geometría de la placa con imperfección.

3.2 Daño como desplazamiento inicial

El vector \mathbf{u} representa el campo de desplazamientos para problemas axilsimétricos

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad ; \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \chi_{11} \\ \chi_{22} \end{bmatrix}
 \tag{6}$$

y $\boldsymbol{\varepsilon}$ es el vector deformaciones asociado al problema planteado. Las ecuaciones cinemáticas y constitutivas son presentadas en forma matricial en función del vector desplazamiento según lo expresado en la ecuación (7), donde \mathbf{L} es un operador que contiene la parte lineal de las ecuaciones cinemáticas y \mathbf{L}_1 incluye la parte no lineal expresada en función de los desplazamientos y sus derivadas.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \chi_{11} \\ \chi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dx_1} & 0 \\ \frac{1}{x_1} & 0 \\ 0 & \frac{d^2}{dx_1^2} \\ 0 & \frac{1}{x_1} \frac{d}{dx_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{du_3}{dx_1} \right) \frac{d}{dx_1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix} = \mathbf{L} \mathbf{u} + \mathbf{L}_1(\mathbf{u}) \mathbf{u} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ M_{11} \\ M_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \nu \mathbf{K}_{22} & 0 & 0 \\ \nu \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{D}_{11} & \nu \mathbf{D}_{22} \\ 0 & 0 & \nu \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \chi_{11} \\ \chi_{22} \end{bmatrix}$$

Considerando la imperfección como un desplazamiento inicial (Donnell, 1976, Godoy, 1996), según lo mostrado en la Figura 3, el desplazamiento debido a las cargas (\mathbf{u}) se expresa en función del desplazamiento inicial debido a la imperfección (\mathbf{u}^i) y el desplazamiento debido medido respecto a la estructura perfecta (\mathbf{u}^p), resultando:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^p - \mathbf{u}^i \quad (8)$$

Los desplazamientos \mathbf{u} afectan toda la superficie pero \mathbf{u}^i están definidos solamente en la zona de la imperfección. Las deformaciones resultan:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \boldsymbol{\varepsilon}^p - \boldsymbol{\varepsilon}^i = (\mathbf{L} + \mathbf{L}_{1(\mathbf{u}^p)}) \mathbf{u}^p - (\mathbf{L} + \mathbf{L}_{1(\mathbf{u}^i)}) \mathbf{u}^i = (\mathbf{L} + \mathbf{L}_{1(\mathbf{u} + \mathbf{u}^i)}) (\mathbf{u} + \mathbf{u}^i) - (\mathbf{L} + \mathbf{L}_{1(\mathbf{u}^i)}) \mathbf{u}^i = \\ &= \mathbf{L} \mathbf{u} + \mathbf{L}_{1(\mathbf{u} + \mathbf{u}^i)} \mathbf{u} + \mathbf{L}_{1(\mathbf{u} + \mathbf{u}^i)} \mathbf{u}^i - \mathbf{L}_{1(\mathbf{u}^i)} \mathbf{u}^i \end{aligned} \quad (9)$$

Por propiedad de transformación lineal $\mathbf{L}_{1(\mathbf{u} + \mathbf{u}^i)} \mathbf{u} = \mathbf{L}_{1(\mathbf{u})} (\mathbf{u} + \mathbf{u}^i)$ y $\mathbf{L}_{1(\mathbf{u} + \mathbf{u}^i)} \mathbf{u}^i = \mathbf{L}_{1(\mathbf{u}^i)} (\mathbf{u} + \mathbf{u}^i)$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{L} \mathbf{u} + \mathbf{L}_{1(\mathbf{u})} (\mathbf{u} + \mathbf{u}^i) + \mathbf{L}_{1(\mathbf{u}^i)} (\mathbf{u} + \mathbf{u}^i) - \mathbf{L}_{1(\mathbf{u}^i)} \mathbf{u}^i \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{L} \mathbf{u} + \mathbf{L}_{1(\mathbf{u})} \mathbf{u} + 2 \mathbf{L}_{1(\mathbf{u}^i)} \mathbf{u} \end{aligned} \quad (10)$$

Comparando con ecuación (7) se observa que los dos primeros términos son iguales y en el tercero se presenta el acoplamiento entre las imperfecciones y los desplazamientos. Para pequeñas rotaciones, el vector deformaciones resulta:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \mathbf{u} + 2 \mathbf{L}_{1(\mathbf{u}^i)} \mathbf{u} \quad (11)$$

Esta versión linealizada de las ecuaciones cinemáticas, dada por la ecuación (11), es la que se usa en el resto del trabajo.

3.3 Formulación por Elementos Finitos

En la formulación por elementos finitos se utiliza un elemento de dos nodos con tres incógnitas por nodos (u_1, u_3, β_1), como se muestra en la Figura 4. Se consideran funciones de interpolación lineal para el desplazamiento en el plano (u_1) y cúbica para el desplazamiento

fuera del plano (u_3), de manera que el campo de desplazamientos queda definido por el vector desplazamientos nodales (\mathbf{a}) y la matriz de interpolación \mathbf{N} :

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{a} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 \\ 0 & N_2 & N_3 & 0 & N_5 & N_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^i \\ u_3^i \\ \beta_1^i \\ u_1^j \\ u_3^j \\ \beta_1^j \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \frac{x-x_0}{l} & N_4 &= \frac{x-x_0}{l} \\ N_2 &= \frac{1}{l^3} [2(x-x_0)^3 - 3l(x-x_0)^2 + l^3] & N_5 &= \frac{1}{l^3} [-2(x-x_0)^3 + 3l(x-x_0)^2] \\ N_3 &= \frac{1}{l^3} [l(x-x_0)^3 - 2l^2(x-x_0)^2 + l^3(x-x_0)] & N_6 &= \frac{1}{l^3} [l(x-x_0)^3 - l^2(x-x_0)^2] \end{aligned} \quad (13)$$

donde l es la longitud del elemento y x_0 es la coordenada inicial del elemento.

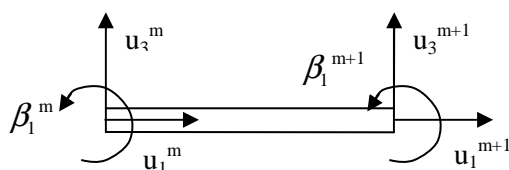


Figura 4: Elemento finito para cáscara axilsimétrica.

De esta manera, para la forma standard de la formulación de elementos finitos, resultan las matrices $\mathbf{B}=\mathbf{L}(\mathbf{N})$, $\mathbf{B}_L=\mathbf{L}_1(\mathbf{N}\mathbf{u}^{imp})$ donde \mathbf{u}^{imp} es el vector desplazamiento inicial según la forma de imperfección:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{dN_1}{dx_1} & 0 & 0 & \frac{dN_4}{dx_1} & 0 & 0 \\ \frac{N_1}{x_1} & 0 & 0 & \frac{N_4}{x_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{d^2N_2}{dx_1^2} & -\frac{d^2N_3}{dx_1^2} & 0 & -\frac{d^2N_5}{dx_1^2} & -\frac{d^2N_6}{dx_1^2} \\ 0 & -\frac{1}{x_1} \frac{dN_2}{dx_1} & -\frac{1}{x_1} \frac{dN_3}{dx_1} & 0 & -\frac{1}{x_1} \frac{dN_5}{dx_1} & -\frac{1}{x_1} \frac{dN_6}{dx_1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{B}_L = -\frac{1}{2} \frac{du_3^{imp}}{dx_1} \begin{bmatrix} 0 & \frac{dN_2}{dx_1} & \frac{dN_3}{dx_1} & 0 & \frac{dN_5}{dx_1} & \frac{dN_6}{dx_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Considerando el vector de desplazamientos iniciales \mathbf{u}^{imp} con una forma de función coseno,

resulta:

$$\mathbf{u}^{\text{imp}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{u}_3^{\text{imp}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{u}_3^{\text{imp}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \xi \left[1 + \cos\left(\frac{\pi x}{R}\right) \right] & \text{si } 0 \leq x \leq R \\ 0 & \text{si } x \geq R \end{cases} \quad (17)$$

donde R es la longitud de la imperfección y ξ es la amplitud máxima. En la formulación de elementos finitos, la energía potencial total (V^e) resulta expresada por:

$$\begin{aligned} V^e &= \frac{1}{2} \int \mathbf{a}^T (\mathbf{B} + 2\mathbf{B}_L(\mathbf{a}^i))^T \mathbf{D} (\mathbf{B} + 2\mathbf{B}_L(\mathbf{a}^i)) \mathbf{a} \, dv - \mathbf{a}^T \mathbf{f} = \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{a}^T \int (\mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} + 2\mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L(\mathbf{a}^i) + 2\mathbf{B}_L(\mathbf{a}^i)^T \mathbf{D} \mathbf{B} + 4\mathbf{B}_L(\mathbf{a}^i)^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L(\mathbf{a}^i)) \mathbf{a} \, dv - \mathbf{a}^T \mathbf{f} = \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{a}^T (\mathbf{K}_0^e + 2\xi \mathbf{K}_1^e + 4\xi^2 \mathbf{K}_2^e) \mathbf{a} - \mathbf{a}^T \mathbf{f} \end{aligned} \quad (18)$$

Considerando la ecuación cinemática dada por (11), la condición de estacionariedad de la energía potencial total conduce a la ecuación de equilibrio:

$$(\mathbf{K}_0^e + 2\xi \mathbf{K}_1^e + 4\xi^2 \mathbf{K}_2^e) \mathbf{a} - \mathbf{f} = 0 \quad (19)$$

donde \mathbf{f} es el vector de cargas y :

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0^e &= \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dx_1 \, dx_3 ; \quad \mathbf{K}_1^e = \int (\mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L + \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}) \, dx_1 \, dx_3 \\ \mathbf{K}_2^e &= \int \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L \, dx_1 \, dx_3 \end{aligned} \quad (20)$$

\mathbf{K}_0 se calcula en base a la geometría de la configuración perfecta y la influencia de la imperfección se presenta en las matrices \mathbf{K}_1 y \mathbf{K}_2 que representan la contribución lineal y cuadrática del parámetro de imperfección. El problema es no lineal para un determinado estado de cargas ya que los desplazamientos \mathbf{a} son una función no lineal de la amplitud de la forma de la imperfección.

Expandiendo la solución mediante la técnica de perturbación (Godoy, 1996) en función del parámetro de perturbación elegido como la máxima amplitud de la imperfección (ξ), resulta:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \xi \mathbf{a}_1 + \xi^2 \mathbf{a}_2 + \xi^3 \mathbf{a}_3 + \dots \quad (21)$$

donde los coeficientes de la serie se obtienen planteando las derivadas del vector de coordenadas \mathbf{a} con respecto al parámetro de perturbación. Al sustituir la ecuación (21) en la (19), resulta:

$$(\mathbf{K}_0 \mathbf{a}_0 - \mathbf{f}) + \xi (\mathbf{K}_0 \mathbf{a}_1 + 2 \mathbf{K}_1 \mathbf{a}_0) + \xi^2 (\mathbf{K}_0 \mathbf{a}_2 + 2 \mathbf{K}_1 \mathbf{a}_1 + 4 \mathbf{K}_2 \mathbf{a}_0) + \dots = 0 \quad (22)$$

Derivando con respecto al parámetro de perturbación se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{a}} \right) = (\mathbf{K}_0 \mathbf{a}_1 + 2 \mathbf{K}_1 \mathbf{a}_0) + 2\xi (\mathbf{K}_0 \mathbf{a}_2 + 2 \mathbf{K}_1 \mathbf{a}_1 + 4 \mathbf{K}_2 \mathbf{a}_0) + \dots = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{a}} \right) = 2 (\mathbf{K}_0 \mathbf{a}_2 + 2 \mathbf{K}_1 \mathbf{a}_1 + 4 \mathbf{K}_2 \mathbf{a}_0) + \dots = 0$$
(23)

Al evaluar estas expresiones en $\xi=0$ se obtienen las ecuaciones de perturbación de primer orden, segundo orden y así sucesivamente, de donde se deducen los coeficientes de la ecuación que aproxima los desplazamientos globales:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0 \mathbf{a}_0 - \mathbf{f} &= 0 & \rightarrow & \mathbf{a}_0 = \mathbf{K}_0^{-1} \mathbf{f} \\ \mathbf{K}_0 \mathbf{a}_1 + 2 \mathbf{K}_1 \mathbf{a}_0 &= 0 & \rightarrow & \mathbf{a}_1 = -2 \mathbf{K}_0^{-1} \mathbf{K}_1 \mathbf{a}_0 \\ \mathbf{K}_0 \mathbf{a}_2 + 2 \mathbf{K}_1 \mathbf{a}_1 + 4 \mathbf{K}_2 \mathbf{a}_0 &= 0 & \rightarrow & \mathbf{a}_2 = -\mathbf{K}_0^{-1} (2 \mathbf{K}_1 \mathbf{a}_1 + 4 \mathbf{K}_2 \mathbf{a}_0) \\ \mathbf{K}_0 \mathbf{a}_n + 2 \mathbf{K}_1 \mathbf{a}_{n-1} + 4 \mathbf{K}_2 \mathbf{a}_{n-2} &= 0 & \rightarrow & \mathbf{a}_n = -\mathbf{K}_0^{-1} (2 \mathbf{K}_1 \mathbf{a}_{n-1} + 4 \mathbf{K}_2 \mathbf{a}_{n-2}) \end{aligned}$$
(24)

Reemplazando en la ecuación (21) se obtiene el campo de desplazamientos \mathbf{a} para un rango de valores de ξ y posteriormente se pueden hallar los esfuerzos como:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} (\mathbf{B} + \mathbf{B}_L) (\mathbf{a}_0 + \xi \mathbf{a}_1 + \xi^2 \mathbf{a}_2 + \xi^3 \mathbf{a}_3 + \dots)$$
(25)

4 MODELO NUMÉRICO

El modelo analizado corresponde a una placa circular con una deformación localizada en el centro apoyada sobre la fundación y sometida a la presión del líquido, como se muestra en la Figura 5 (a). Al considerar un modelo axilsimétrico se consideran los ejes coincidentes con el centro de la placa con simetría respecto al eje x_3 y x_1 definido a lo largo de la superficie de fundación, tal como se muestra en la Figura 5 (b).

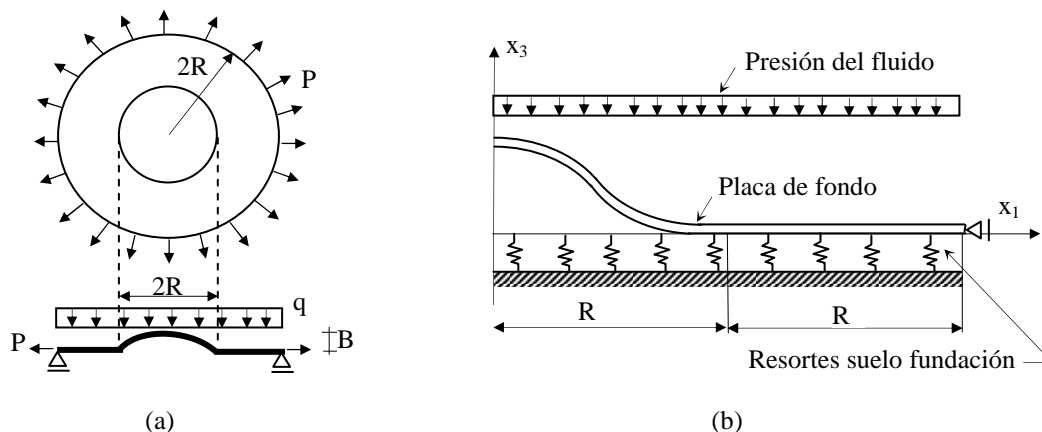


Figura 5: Deformación localizada: (a) Placa circular uniformemente cargada, (b) Modelo axilsimétrico sobre fundación elástica.

La función adoptada para definir la forma de la imperfección es una función cosenoidal expresada en función de la magnitud máxima de la imperfección (ξ), esta expresión verifica las condiciones de borde correspondientes al problema: $dx_3/dx_1 = 0$, $x_3 = \xi$ en $x_1 = 0$ y $dx_3/dx_1 = 0$, $x_3 = 0$ en $x_1 = R$. Yoshida (2002) utilizó una expresión polinómica que también verifica las condiciones de borde y difiere muy poco de la cosenoidal, como se muestra en la Figura 6.

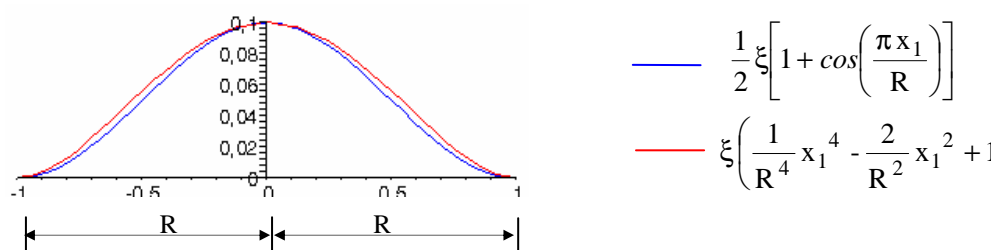


Figura 6: Formas de la imperfección.

En la discretización se incluye la zona correspondiente a la deformación localizada de longitud R , junto una zona de la placa no deformada de longitud R . El material constitutivo de la placa es acero representando su comportamiento por medio del módulo de elasticidad (E) de $2.06 \cdot 10^8$ kPa y el módulo de Poisson (ν) de 0.3. El apoyo de la placa sobre el suelo se representa de dos maneras diferentes: mediante apoyos que impiden el desplazamiento vertical o a través de apoyos elásticos modelados con resortes de rigidez proporcional al coeficiente de balasto del suelo (S_p) de valor 0.3 N/mm/mm^2 .

El perfil del daño localizado se toma considerando la imperfección como un desplazamiento inicial expresado a través de la función cosenoidal mostrada en la Figura 6 con una amplitud máxima de deformación dada por ξ . Este perfil se considera como estado inicial, de manera que al aumentar el nivel de fluido se evalúan los desplazamientos u_3 en cada nodo considerado en la discretización. Si estos desplazamientos resultan menores que cero se incluyen nuevos puntos de contacto de la placa de fondo con la fundación, como apoyo fijo o elástico.

La elasticidad de la fundación se incluye considerando resortes en los puntos de contacto cuya constante de rigidez está dada por el coeficiente de balasto (S_p) del suelo de apoyo por unidad de área de la fundación. De esta manera se define un vector que incluye la acción de los resortes para las correspondientes áreas de apoyo entre nodos de la discretización y que se superpone a los términos de la diagonal principal de la matriz \mathbf{K}_0 dada por la ecuación (20) que se utiliza en la ecuación de equilibrio dada por (19).

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

Se considera una amplitud máxima de la deformación localizada (ξ) de valor 0.1 m, una longitud de imperfección (R) de 1 m y se analizan espesores variables $t=6$ a 12 mm, ya que el espesor mínimo de la placa de fondo definido en la norma API 650 (2003) es de 6 mm. La carga aplicada es la presión del líquido variable, tomado valores desde 1000 mmAq (9.8 kPa) a 15000 mmAq (147.1 kPa) para simular el proceso de llenado del tanque. La Figura 7 muestra el desplazamiento producido en el centro de la deformación localizada para el rango de niveles de líquido estudiado, considerando el suelo como indeformable o con apoyos elásticos. Se observa que los desplazamientos son mayores en el caso de considerar el suelo deformable y que, en el caso de los espesores menores, el desplazamiento en el centro iguala o supera la amplitud de la imperfección para presiones mayores a 9000 mmAq con fundación elástica ($t=6-8$ mm) o 4000 mmAq con suelo rígido ($t=6$ mm). Los valores obtenidos son algo mayores que los presentados en el problema de Yoshida, comparando con aquellos obtenidos en el rango elástico del material. El modelo usado en el citado trabajo incluye comportamiento elastoplástico.

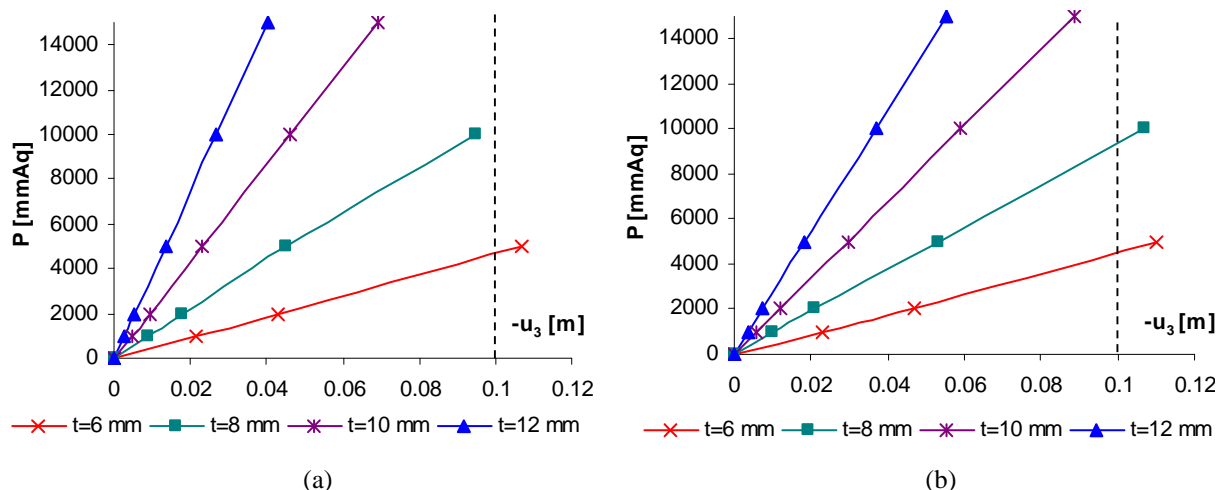


Figura 7: Desplazamientos del centro de la deformación localizada: (a) Suelo rígido, (b) Suelo elástico.

Las figuras 8 y 9 muestran la deformación producida para los diferentes niveles de líquido considerando una lámina de espesor $t=8$ mm. La Figura 8 presenta el caso de suelo indeformable, se observa que para una presión correspondiente a 10000 mm de columna de agua algunos puntos de la deformación localizada presentan desplazamientos negativos indicando que la placa de fondo penetra en el suelo. Para corregir esa situación se consideraron nuevos puntos de apoyo sucesivamente, obteniéndose un perfil con menores deformaciones para los casos de 10000 mmAq y 15000 mmAq respectivamente, como se muestra en la Figura 8(b).

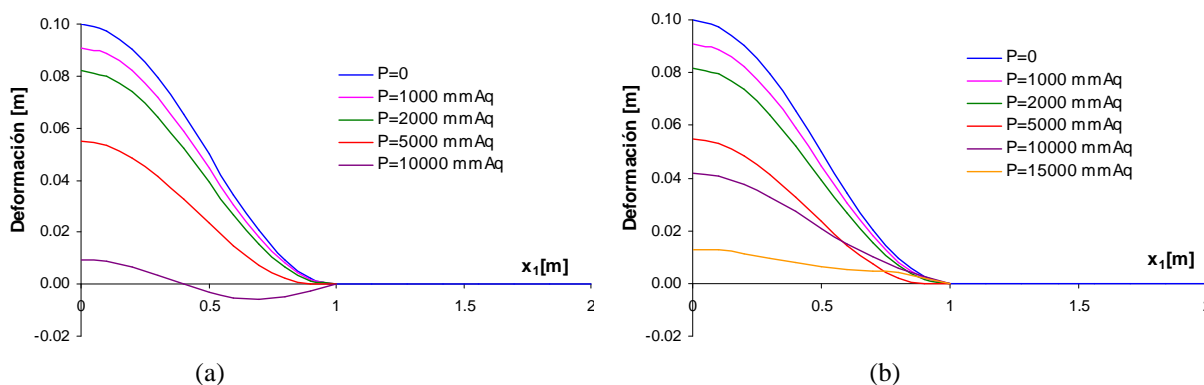


Figura 8: Desplazamientos de la placa considerando suelo rígido ($R=1m$, $\xi=0.1m$ y $t=8$ mm):
(a) Zona de apoyo original, (b) Zona de apoyo extendida según deformación.

En la Figura 9 se presenta el perfil obtenido si el suelo es representado a través de resortes. Los desplazamientos producidos en este caso son mayores que al considerar el suelo indeformable y para una columna de agua de 5000mm aparecen puntos con desplazamientos por debajo del nivel del suelo, como lo indicado en la Figura 9(a). Nuevamente se agregan más resortes para considerar la zona de la placa que hace contacto con la fundación, obteniéndose un nuevo perfil de deformación corregido.

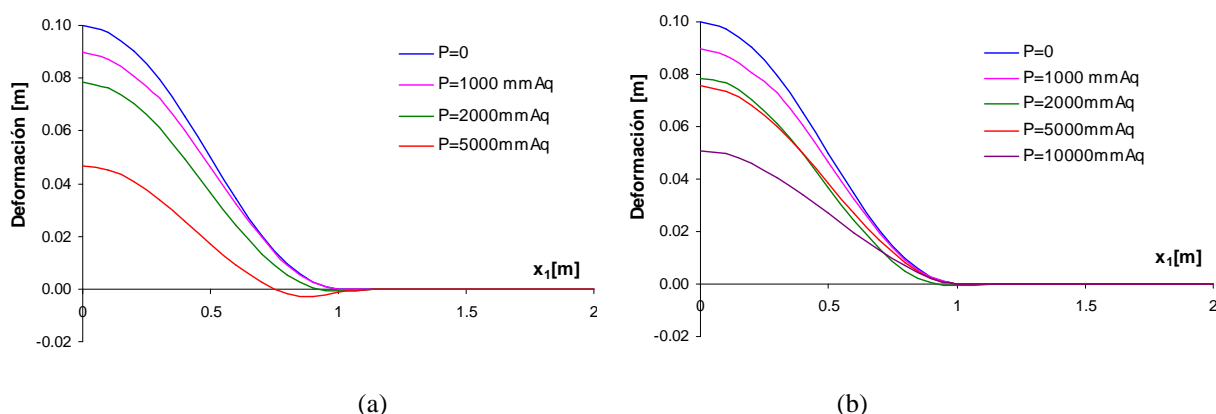


Figura 9: Desplazamientos de la placa considerando apoyo elástico ($R=1$ m, $\xi=0.1$ m y $t=8$ mm):
(a) Zona de apoyo original, (b) Zona de apoyo extendida según deformación.

La Figura 10 muestra la distribución de los momentos flectores longitudinales en la placa para las dos diferentes formas de considerar el apoyo en el suelo. En ambos casos, las curvas presentan una forma similar con tres picos en $x_1=0$, en la proximidad de $x_1=R/2$ y en $x_1=R$, aunque para el apoyo elástico se obtiene valores algo superiores.

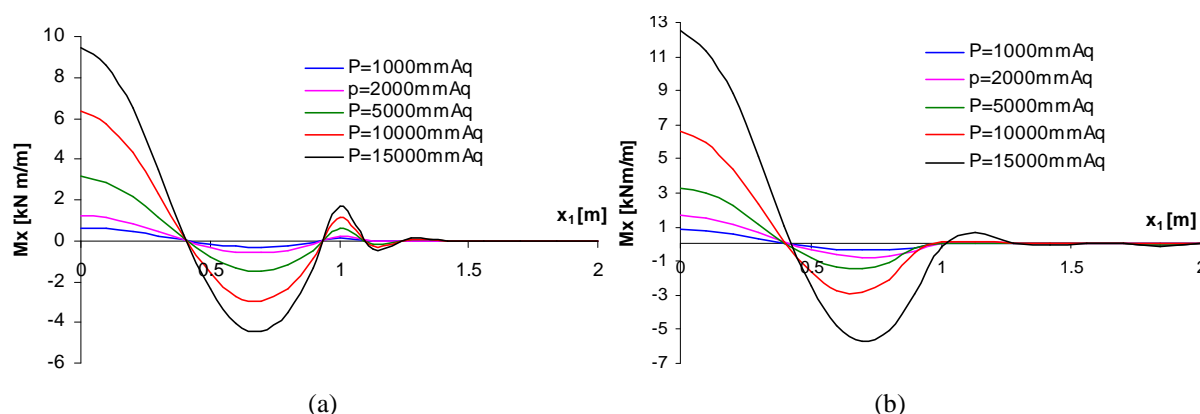


Figura 10: Momento flector longitudinal, para $R=1$ m, $\xi=0.1$ m y $t=8$ mm:
(a) Suelo rígido, (b) Suelo elástico.

Comparando los resultados obtenidos con los presentados en el trabajo de Yoshida se observa un perfil de deformaciones en la zona de daño similar aunque con mayores desplazamientos, principalmente para las cargas de fluido de mayor valor. La Figura 11 presenta gráficos comparativos entre los dos modelos. Los modelos usados en ambos trabajos son diferentes: un modelo de estado plano incluyendo comportamiento elastoplástico en el trabajo de referencia y un modelo axilsimétrico de placa circular elástico en esta investigación. A pesar de ello, se observa que para niveles de agua bajos, la aproximación obtenida para los momentos en el modelo axilsimétrico y el de estado plano son muy similares. Para niveles de agua superiores a 5000mmAq ambos modelos exhiben diferencias en valores y distribución.

Las diferencias entre los dos modelos analizados pueden ser la fuente de los diferentes resultados hallados. En el trabajo de referencia el caso es estudiado con un modelo de deformación plana mientras que en este trabajo se estudia como un problema axilsimétrico. Además en el trabajo anterior se incluye en el modelo una relación constitutiva elasto-plástica con una regla de endurecimiento isotrópica y aquí se considera un comportamiento elástico

del material. Esto último puede generar las diferencias en los diagramas de momentos flectores para las cargas de mayor valor, tanto en la forma como en los valores hallados.

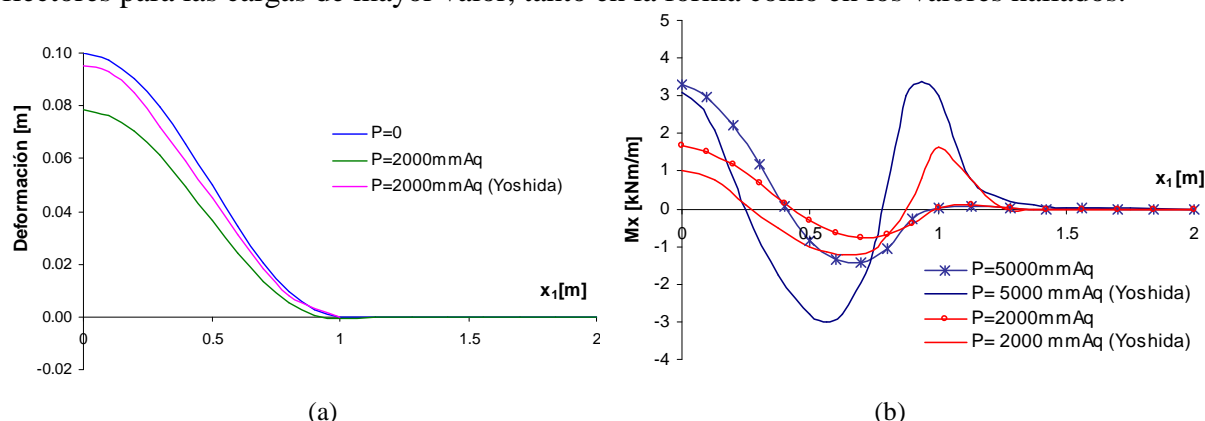


Figura 11: Comparación entre diferentes metodologías (R=1m, $\xi=0.1m$ y $t=8$ mm):
 (a) Desplazamientos en zona de daño, (b) Momento flector longitudinal.

6 ANÁLISIS PARAMETRICO DE TANQUES

Las relaciones de aspecto de los tanques de almacenamiento de grandes dimensiones varían entre $0.3 \leq L/r \leq 2.4$ y $1000 \leq r/t_e \leq 3000$ aproximadamente, donde L es la altura de la cáscara cilíndrica, r es el radio del tanque y t_e es el espesor de la envolvente. La Tabla 1 muestra las características geométricas de conjunto de tanques que cubren en gran medida la variedad de tanques destinados a este uso. La Figura 12 muestra una representación de los modelos estudiados. Además, se presenta el parámetro de Bartdorf (Z) para cada cáscara que indica una medida de la esbeltez de la cáscara al relacionar las dimensiones características de la misma mediante la expresión:

$$Z = \frac{L^2}{r t_e} \sqrt{1 - \nu^2} \quad (26)$$

Modelo	Relaciones adimensionales		
	L/r	r/ t_e	Z
M1	0.33	2000	212
M2	0.5	1750	417
M3	1	1500	1431
M4	2	1250	4770

Tabla 1: Propiedades geométricas de tanques estudiados.

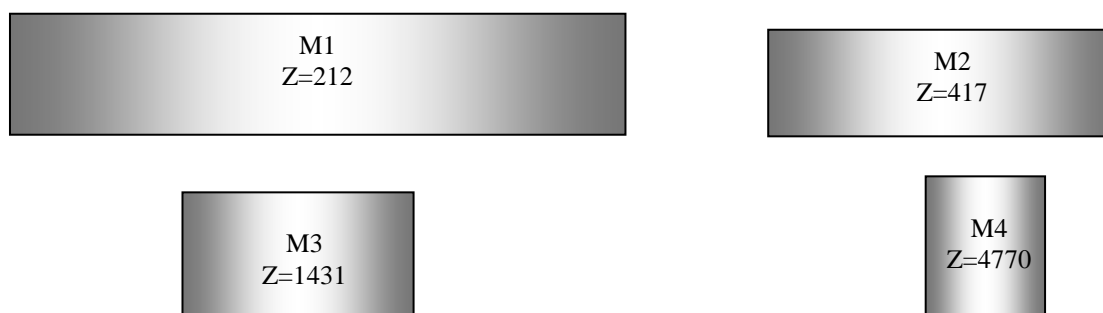


Figura 12: Comparación entre modelos de tanques estudiados.

Los fondos de tanques de almacenamiento cilíndricos verticales son generalmente fabricados con un espesor menor al usado en el cuerpo del tanque, ya que se considera que el fondo está apoyado en una base de hormigón, arena o asfalto que soportan el peso de la columna de fluido. En este caso se asume que cada tanque tiene en el fondo igual espesor que la cáscara cilíndrica y se plantea para cada modelo una variación de los espesores del fondo entre 6 y 12 mm, ya que Yoshida concluyó en su estudio que el espesor del fondo del tanque tiene un efecto significativo en la deformación del daño localizado.

Para cada modelo de tanque se plantea una variación de los espesores del fondo y de la cáscara cilíndrica considerándose una presión de fluido correspondiente al tanque lleno, de manera de verificar el comportamiento en la zona del daño para la máxima altura posible de fluido. Se considera que el tanque está apoyado sobre una fundación elástica con un coeficiente de balasto igual al usado en los casos antes estudiados. El perfil de desplazamientos obtenidos en cada caso es similar a los hallados anteriormente para un daño localizado como el evaluado precedentemente ($R=1$ m, $\xi=0.1$ mm). A medida que el tanque tiene mayor relación L/r la presión en el fondo es mayor y los desplazamientos en la zona de la comba son mayores. La Figura 13 muestra el perfil de deformaciones hallado para el modelo caracterizado como M3 al variar los espesores del fondo. La respuesta de todos los modelos es similar a la presentada en la Figura 13. El modelo M4, que tiene la mayor relación L/r , es el único de los casos analizados en el que se verifica que todo el perfil toca el fondo del tanque para el menor de los espesores estudiados ($t=6$ mm).

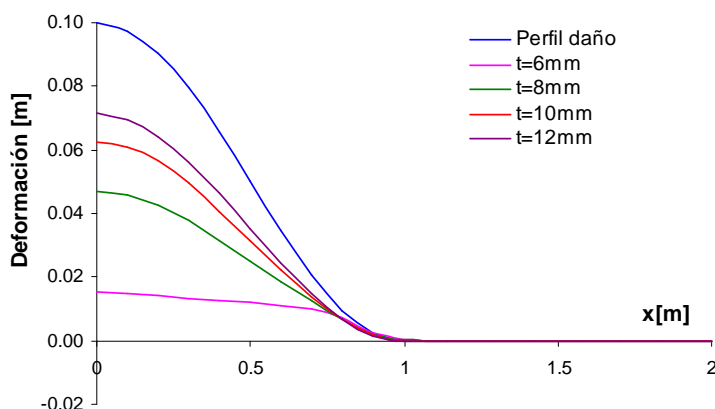


Figura 13: Desplazamientos de la placa para modelo M3 ($L/r=1$ y $r/t=1500$).

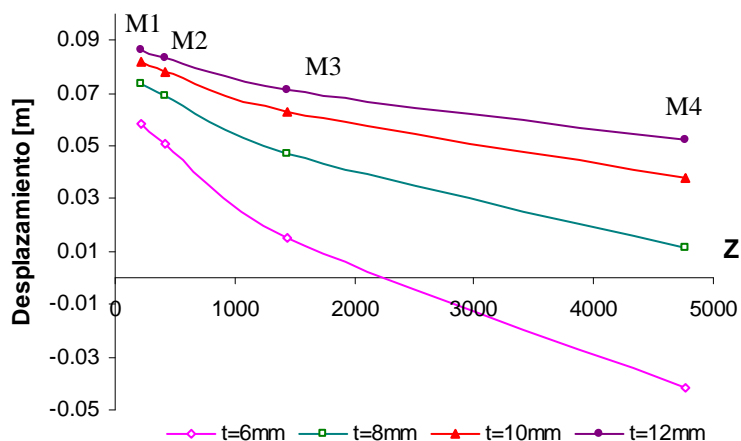


Figura 14: Máximos desplazamientos en el centro del daño.

La Figura 14 muestra los desplazamientos máximos obtenidos en el centro de la zona deformada para cada modelo variando los espesores del fondo. A pesar que esta metodología predice desplazamientos mayores que el modelo empleado por Yoshida, solamente la comba toca el fondo para el modelo M4 considerando el menor espesor que es el mínimo admitido por la norma API 650.

Al evaluar la variación de los momentos flectores en la zona de daño localizado se encuentran distribuciones similares a las halladas anteriormente. La Figura 15 muestra los valores correspondientes al modelo M1 al variar los espesores de la placa de fondo, se observa que los valores máximos obtenidos disminuyen al aumentar el espesor de la placa con máximos en el centro del daño y a una distancia de centro de las dos terceras partes de la zona dañada aproximadamente. El modelo de mayor espesor muestra un cambio en la respuesta en cuanto al signo de los momentos máximos y un desplazamiento de las coordenadas en las que se producen esos valores máximos. Este comportamiento se repite en todos los casos. La Figura 16 presenta los momentos máximos hallados en el centro del daño para todos los modelos estudiados observándose que los valores hallados para el menor espesor estipulado por la norma son muy superiores a los obtenidos con un aumento del espesor de la placa, sobre todo al considerar tanques con mayor relación de aspecto altura- radio (L/r).

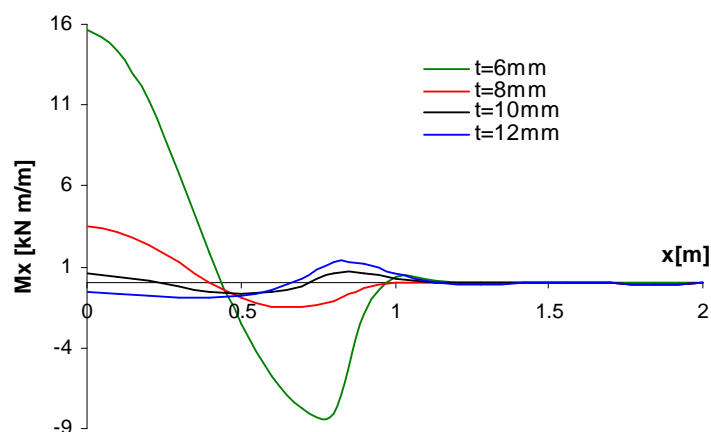


Figura 15: Momento flector longitudinal para modelo M1 ($L/r=0.33$ y $r/t=2000$).

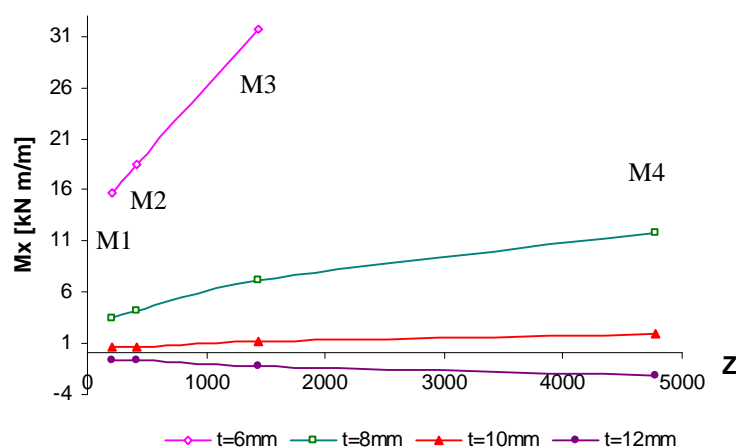


Figura 16: Momento flector en el centro del daño.

Las zonas donde se encuentran los mayores momentos flectores, en el centro del daño y en la zona más próxima al sector donde la comba disminuye, son sectores donde es posible que aparezca un comportamiento plástico. En esas zonas es necesario evaluar el comportamiento de las soldaduras entre las chapas y considerar un modelo elastoplástico para un mejor evaluación de la respuesta.

7 CONCLUSIONES

En este trabajo se modeló el problema tensional de deformaciones localizadas en el fondo de tanques de almacenamiento de líquidos. Para ello se utilizó un código desarrollado en el manipulador simbólico MAPLE que permite analizar placas con imperfecciones de forma mediante la técnica de perturbaciones. Se incluyó en el análisis la consideración de la deformabilidad del suelo mediante la incorporación de resortes que modelan un comportamiento elástico del suelo.

A pesar de las discrepancias entre los dos modelos comparados, los resultados obtenidos con esta formulación están dentro del orden de los presentados en el trabajo de referencia. La variación obtenida se debe fundamentalmente a la diferencia del modelo de representación del material ya que para menores valores de carga el comportamiento es similar y las diferencias aparecen al aumentar la misma, lo que genera que en el modelo elástico la respuesta continúe de manera similar mientras que en material elastoplástico aparece un comportamiento diferente.

El análisis de tanques con relaciones de aspecto más comúnmente usadas para tanques de almacenamiento de fluidos, indica que las geometrías con mayores relaciones de aspecto altura-radio y menores espesores en la placa de fondo son las que se encuentran más comprometidas en cuanto a la posibilidad de que el daño localizado pueda conducir a fisuraciones y posibles derrames.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue posible gracias a subsidios de la Universidad Nacional del Comahue (Grupo de Métodos Numéricos y Experimentales) y de la Universidad Nacional de Córdoba (SECYT-UNC).

REFERENCIAS

- Aller Marr, W., Ramos, J.A. and Lambe, W., Criteria for Settlement of Tanks, *ASCE Geotech. Eng. Div.*, 108: 1017-1039, 1982.
- API Standard 650, *Welded steel tanks for oil storage*, American Petroleum Institute, Washington, D.C., 2003.
- API Standard 653, *Tank Inspection, Repair, Alteration, and Reconstruction*, American Petroleum Institute, Washington, D.C., 2003.
- Donnell, L.H., *Beams, Plates and Shells*, McGraw-Hill, New York, 1976.
- D'Orazio, T.B. and Duncan, J.M., Differential Settlements in Steel Tanks, *J. Geotech. Eng. Div.*, 113: 967-983, 1987.
- Godoy, L.A., Finite element/perturbation analysis of plates and shells with geometric damage using a symbolic manipulator, *Journal of Pressure Vessel & Piping*, 73:249-257, 1997.
- Godoy, L.A., *Thin Walled Structures with Structural Imperfections: Analysis and Behaviour*, Elsevier, Oxford, 1996.
- Timoshenko, S., *Theory of Plates and Shells*, McGraw-Hill, New York, 1955.

Yoshida, S., Behaviour of Localized Bottom Bulge in Aboveground Oil Storage Tanks under Liquid Pressure, *Journal of Pressure Vessel Technology*, ASME, 124:59-65, 2002.