

ANÁLISIS DE PLATEAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA, CON VIGAS INTERMEDIAS, MEDIANTE EL MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS

Claudio J. Orbanich*; Juan Carlos Paloto; Néstor F. Ortega

Departamento de Ingeniería
Universidad Nacional del Sur
Av. Alem 1253. 8000 Bahía Blanca, Argentina
e-mail: nfortega@criba.edu.ar

* Becario de la Comisión de Investigación Científica (CIC) de la Pcia. de Buenos Aires

Palabras clave: Hormigón armado, Platea de fundación, Vigas pretensadas.

Resumen: *En este trabajo se analiza el comportamiento mecánico de plateas rectangulares de fundaciones, con vigas intermedias. En estos análisis se definieron una serie de parámetros adimensionales, relacionados con la geometría de los elementos estudiados, con el fin de generalizar el planteamiento del problema se consideraron asentamientos iniciales. En la resolución se desarrolló un procedimiento numérico, que emplea el Método de las Diferencias Finitas, que tiene en cuenta la rigidez de la placa, de las vigas y el Modulo de Reacción del Terreno.*

Cabe acotar que se emplearon algoritmos iterativos que permitieron, para cada caso estudiado, hallar los desplazamientos y los porcentajes de reacciones que toma, la placa y las que se descargan directamente en la vinculación perimetral. Se desarrolló un método de integración numérica, para evaluar la resultante de la reacción del suelo y los desplazamientos originados en distinto puntos de la platea.

Por otra parte se estudió, la variación de las deformaciones de las plateas de fundación, con distintas inercias de las vigas intermedias, comparándose los resultados obtenidos con los hallados por el Método de los Elementos Finitos.

Con el fin de mejorar su comportamiento mecánico se pretensaron la vigas intermedias, comparando los resultados obtenidos con y sin pretensado. Este análisis se realizó considerando estados de carga constante, adoptando una reacción de la subrasante constante.

El método aquí desarrollado, también se lo podría aplicar a la resolución de losas con vigas intermedias pretensadas o sin pretensar, que soportan grandes cargas.

1. INTRODUCCIÓN

La evolución de los conocimientos vinculados con el análisis mecánico de las plateas de fundación, en los últimos veinte años, al igual que en otras ramas de la Ingeniería, están relacionados con el desarrollo de métodos numéricos apropiados que permiten evaluarlas.

Para la determinación de la capacidad de soporte de las estructuras de fundación, es necesario conocer los asentamientos previsibles según el tipo de suelo. En trabajos anteriores sobre plateas de fundaciones elásticas⁽¹⁻⁵⁾ se pudo determinar el asentamiento final y evaluar la distribución de la reacción del terreno.

En este trabajo se analizarán plateas de fundación elástica con vigas intermedias con y sin pretensar, determinándose los asentamientos finales y la distribución de la reacción del terreno, entre lo que absorbe la placa y las cargas que van directamente a los elementos de borde. La determinación de estos parámetros se realiza mediante un desarrollo basado en el Método de las Diferencias Finitas⁽⁶⁾. Parte de los resultados obtenidos se verificarán mediante un software que emplea el Método de los Elementos Finitos⁽⁷⁾.

Para el caso de presentarse un aumento del valor de las cargas o una redistribución de las mismas, que determinen la necesidad de contar con un dispositivo colaborante, surge la necesidad de recurrir a la aplicación de un pretensado⁽⁸⁻¹¹⁾. No obstante, como no existen muchos antecedentes en los que se apliquen métodos de cálculo a plateas de fundación pretensadas, se ha desarrollado un método que permite evaluar los esfuerzos de pretensado necesarios, con el fin de mejorar el comportamiento mecánico, permitiendo realizar un dimensionado óptimo de los elementos resistentes.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Resolución de plateas de fundación con vigas intermedias

En este caso se analizarán plateas de fundación apoyadas sobre una subrasante elástica⁽¹²⁾⁽¹³⁾, tal que sus deformaciones varían linealmente; la ecuación diferencial que permite explicar su comportamiento mecánico es:

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{1}{D} \times [q - k \times (w + w_0)] \quad (1)$$

donde:

$w(x,y)$: función de asentamientos o elástica

w_0 : asentamiento inicial

$q(x,y)$: carga distribuida aplicada

k : Módulo de Reacción del Terreno

D : rigidez a la flexión de la placa

$$D = \frac{E d^3}{12 \times (1 - \mu^2)} \quad (2)$$

Con el fin de resolver la Ecuación (1), en forma numérica, se plantea un desarrollo en Diferencias Finitas⁽⁶⁾, con una malla cuadrada de lado s (ver Figura 1), obteniéndose en los nudos de esta malla los valores w_i , de la función asentamiento $w(x,y)$.

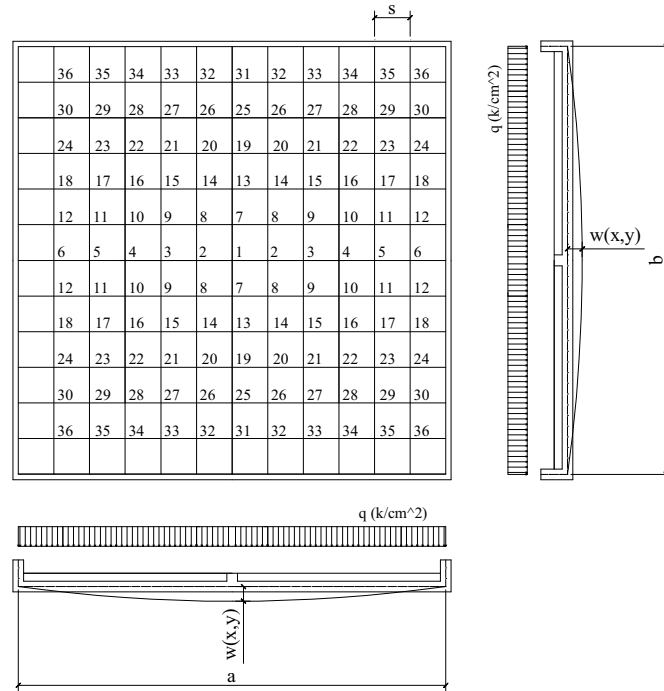


Figura 1. Esquema de la platea con vigas intermedias

Resolviendo la Ecuación (1) se tiene:

$$c_i \times w_i + \sum_{j=1}^n c_j \times w_j = \frac{1}{D} \times s^4 \times [q - k \times (w_i + w_0)] \quad (3)$$

Para la resolución de esta expresión se ha propuesto la definición de dos factores adimensionales, que permiten generalizar los resultados.

Imponiendo un valor uniforme del asentamiento final en los bordes, tal que el valor límite (w_0), esta dado por:

$$w_0 = \alpha \times \frac{q}{k} \quad (4)$$

con α factor de asentamiento inicial en el borde.

También resulta adimensional el factor de reacción relativa del terreno (N'), expresado como:

$$N' = k \times s^4 \quad (5)$$

En base a estas definiciones, la Ecuación (3) se convierte en:

$$c_i \times w_i + \sum_{j=1}^n c_j \times w_j = q \times \frac{s^4}{D} - \frac{N' \times w}{D} - k \times \frac{s^4}{D} \times \frac{\alpha \times q}{k} \quad (6)$$

Teniendo en cuenta la rigidez de las vigas se tiene:

$$D_1 \times c_i \times w_i + D_1 \times \sum_{j=1}^n c_j \times w_j = q \times s^4 - N' w_i - N' \alpha \times \frac{q}{k} \quad (7)$$

donde:

D_j : Rigidez de las vigas

D : Rigidez de la platea

Mediante sucesivas operaciones matemáticas, se llega a la siguiente ecuación:

$$d \times [(c_i + N) \times w_i + \sum_{j=1}^n c_j \times w_j] = \frac{q}{k} \times N \times (1 - \alpha) \quad (8)$$

De este sistema en Diferencias Finitas, se van a obtener como resultados los valores w_i , siendo estos los desplazamientos en cada punto i -ésimo de la platea.

Otro de los parámetros buscados, para el estudio del problema, es el porcentaje de reacción de soporte que toma la platea y las reacciones del terreno que descargan directamente en los elementos de borde.

Una vez obtenidos los valores w_i de la platea, se procede a evaluar la reacción de soporte que descarga sobre la platea R_p , evaluándola mediante la siguiente ecuación:

$$R_p = \int_0^a \int_0^b k \times (w_i) \times dx \times dy \quad (9)$$

Cabe acotar que en el caso donde k sea constante, la integral de la Ecuación (9) implica determinar el volumen de los asentamientos.

Una vez hallado R_p , se pueden expresar porcentajes con respecto al total de la carga aplicada y por diferencia obtener el porcentaje de reacción R_v , que toman las vigas de borde, para ello, se deben resolver el sistema (8) y la Ecuación (9). En este caso la resolución de estos sistemas matriciales, se realizaron con programas en Ambiente MATLAB⁽¹⁴⁾.

2.2 Resolución de plateas, con vigas intermedias pretensadas

Se estudió una platea de fundación elástica, con la misma geometría que la platea mostrada en la Figura 1, en este caso con las vigas intermedias pretensadas.

El análisis de estas vigas pretensadas se realiza mediante un procedimiento que hemos denominado Método de las Parábolas. El mismo permite hallar distintas fuerzas de pretensado, que originan diversos desplazamientos de la platea, inclusive las fuerzas que

corresponden a los desplazamientos nulos en las plateas, caso en el que la totalidad de las reacciones del terreno se descargan directamente sobre los elementos de borde. Esta última situación es ventajosa, desde el punto de vista de la durabilidad de la fundación; en particular si se encuentra en contacto con un suelo o napa freática, que posean, por ejemplo, cloruros que atacan a las armaduras metálicas empleando como vías de ingreso a las fisuras.

Al pretensar las vigas intermedias de la platea de fundación, se genera un desplazamiento de ésta, contrario al producido por la carga $q(x, y)$, compensado parcialmente por la reacción del terreno.

Para determinar los desplazamientos, es importante recordar que solo en el punto central de la platea es posible aplicar la superposición, debido a que el desplazamiento resultante, es la suma de los desplazamientos que generan las cargas de pretensado en las dos direcciones; mientras que fuera del centro, la superposición no es válida, por el efecto producido por las vigas de borde, aquí la suma de los desplazamientos generados por las fuerzas de pretensado no representan el desplazamiento real de la placa.

El Método de la Parábola aquí aplicado consiste en representar la elástica real, que genera el pretensado, mediante cables parabólicos que se han determinando: conociendo el valor de la elástica, que genera el pretensado, en el punto central y en los dos bordes. Luego se traza en esta dirección, la parábola central por estos puntos, que es única, luego se halla la ecuación de la misma, mediante un análisis de regresión, a los efectos de calcular los desplazamientos $w_1, w_7, w_{13}, w_{19}, w_{25}, y w_{31}$.

La platea de fundación con vigas intermedias analizada posee una relación de lados 1, y el trazado del cable para pretensado sigue una directriz parabólica. En tales condiciones para cada esfuerzo de pretensado, se debe calcular la carga equivalente, que en este caso se la considera uniformemente distribuida, mediante:

$$q_{eq} = \frac{8 \times V_e \times e}{a^2} \quad (10)$$

siendo:

e : excentricidad del cable parabólico, en el centro de la placa

V_e : Esfuerzo de pretensado

a : lado de la placa

Luego el desplazamiento central buscado se lo determinará:

$$\delta_1 = \frac{5 \times q_{eq} \times a^4}{384 \times E \times I} \quad (11)$$

donde:

E : Módulo de Elasticidad del Hormigón

I : Inercia de la viga intermedia, considerando el aporte de la placa, de acuerdo a lo permitido por el CIRSOC 201⁽¹⁵⁾.

De igual manera que en el caso anterior, en la dirección normal, se tiene:

$$\delta_2 = \frac{5 \times q_{eq} \times b^4}{384 \times E \times I} \quad (12)$$

Aplicando el principio de superposición y considerando una placa cuadrada ($a = b$), se obtiene el desplazamiento máximo en el centro de la platea como:

$$\delta_{m\acute{a}x} = \delta_1 + \delta_2 = \frac{5 \times q_{eq} \times a^4}{192 \times E \times I} \quad (13)$$

Este desplazamiento máximo ($\delta_{m\acute{a}x}$) es el que se produce en el punto central, tal que, en las direcciones 1 y 2, estos desplazamientos varían parabólicamente.

Con estos desplazamientos se trazan las parábolas cuyos vértices son los Puntos 1, 2, 3, 4, 5 y 6, en dirección normal a la parábola central, hallándose los desplazamientos restantes.

3 CASOS DESARROLLADOS

3.1 Aplicación del método a una losa

Se aplicó el Método aquí desarrollado a una losa cuadrada, apoyada en sus cuatro bordes, con una altura de 20 cm y una carga $q = 9,8 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$.

La densidad de la malla se varió, a los efectos de analizar la convergencia, analizándose los desplazamientos del punto central con mallas de 6 x 6 y 12 x 12.

Tabla 1: Desplazamientos de la losa en el punto central, de acuerdo al tipo de malla adoptado

<i>Malla</i>	<i>Desplazamiento central (m)</i>
6 x 6	0.0512
12 x 12	0.0513

Realizando la verificación con el Método de los Elementos Finito, empleando una malla de 24x24, se observó que el desplazamiento del punto central es de 0.0511m.

Realizando la verificación con la Formula de Timoshenko⁽¹²⁾, se obtuvo el desplazamiento real, siendo este igual a 0.0513m.

Mediante el análisis de estos resultados se pudo observar una buena convergencia, con el método aquí presentado, aplicado al caso de una losa.

3.2 Aplicación del método a una platea con vigas intermedias

Para estudiar la convergencia del método, aplicado a plateas de fundaciones elásticas con vigas intermedias, se compararon modelos realizados con el Método de las Diferencias Finitas, con otros modelos similares, resuelto con un software comercial que emplea el

Método de los Elementos Finitas, Programa ALGOR⁽¹⁶⁾, arrojando los resultados que se muestran en los puntos siguientes.

3.2.1 Platea de fundación resuelta con el Método de las Diferencias Finitas

En este caso, se estudio una platea de fundación con dos vigas intermedias cruzadas de 0.32 m 0.60 m, donde se varió la densidad de la malla, a los efectos de establecer una máxima densidad de malla, a partir del cual se tiene una buena aproximación a los resultados obtenidos, con modelos que e resolvieron con el Método de los Elementos Finitos. El modelo desarrollado tiene las siguientes características:

$$q = 9.8 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$$

$$k = 9.8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^3,$$

$$d = Dv/Dp = 24.57$$

$$\alpha = 0$$

Aplicando el Método de las Diferencias Finitas para cada malla propuesta, se obtuvo el desplazamiento central de la platea, que se pueden apreciar en Tabla 2.

Tabla 2: Desplazamientos de la platea en el punto central.

<i>Malla</i>	<i>N</i>	<i>Desplazamiento Central (m)</i>
6 x 6	0.975	0.0048
8 x 8	0.308	0.0059
12 x 12	0.061	0.0079

3.2.2 Platea de fundación resuelta con el Método de los Elementos Finitos

Modelando con el Método de los Elementos Finitos una placa de fundación, que se la materializó mediante elementos PLATE, con dos vigas intermedias cruzadas, que se materializaron mediante elementos BEEN, aplicando la función OFSSET para desplazar los ejes baricéntricos de la platea y de la viga. El terreno se modeló mediante elementos TRUSS, colocados en cada nodo, con el fin de simular la reacción del terreno se hizo la siguiente analogía:

$$k_w \times \delta_s = \frac{F}{Sup} \quad (14)$$

donde:

k_w : Modulo de reacción del terreno k .

δ_s : Desplazamiento de la superficie.

F : Fuerza equivalente actuante en el elemento Truss

Sup : Superficie de influencia del nodo

$$F = k_w \times \delta_s \times Sup \quad (15)$$

donde:

k_t : Rigidez del elemento truss (EA/L).

$$F = k_t \times \delta_n \quad (16)$$

donde:

δ_n : Desplazamiento del nodo.

L : Longitud del elemento Truss.

Como $\delta_s = \delta_n$ y considerando que el desplazamiento en el nodo es igual al desplazamiento de los elementos Truss, se tiene:

$$k_w \times \delta_n \times Sup = k_t \times \delta_n = \frac{E \times A}{L} \times \delta_n \quad (17)$$

donde:

L : Longitud del elemento Truss.

Despejando L se tiene

$$L = \frac{E \times A}{k_w \times Sup} \quad (18)$$

En esta investigación se realizaron cuatro modelos, con las mismas características que las citadas en el Punto 3.2.1, variando la densidad de las mallas, con el fin de probar la convergencia. Los desplazamientos obtenidos en el centro de la placa se incluyeron en la Tabla 3.

Tabla 3: Desplazamientos de la platea en el punto central.

<i>Malla</i>	<i>Desplazamiento Central (m)</i>
6 x 6	0.0067
12 x 12	0.0070
24 x 24	0.0078
50 x 50	0.0078

Comparando la convergencia de los modelos, resueltos con el Método de las Diferencia Finitas (Tabla 2) y el Método de los Elementos Finitos (Tabla 3) se observa que, con el Método de los Elementos Finitos se deberá usar una malla de al menos 24 x 24. En la Tabla 2 se aprecia que con el Método de las Diferencia Finitas, se obtiene una precisión similar a la anterior con una malla de 12 x 12; por ende, se puede afirmar que la convergencia es más rápida con el Método de las Diferencia Finitas.

3.3 Platea de fundación con diferentes alturas de sus vigas intermedias

Empleando uno de los modelos usados en 3.2.1, tal que la platea de fundación con vigas intermedias, posee una malla de 12 x 12, resolviéndola con el Método de las Diferencias Finitas, variando en cada caso la altura de las vigas intermedias, con el fin de hallar el porcentaje de reacción del terreno, que es absorbido por la placa y por los elementos de borde (Tabla 4).

Tabla 4: Porcentaje de reacción tomado por la placa.

<i>Altura de la viga (cm)</i>	<i>Porcentaje que toma la placa con las vigas intermedias</i>
0	51.67
30	43.66
40	41.42
60	40.27
80	39.96

3.4 Plateas de Fundación con vigas intermedias pretensadas

En este caso se emplearon vigas intermedias pretensadas, en platea de fundación de 6 x 6 m, las cuales, se fueron variando la altura de las vigas intermedias y para cada altura elegida, se varió el esfuerzo de pretensado, hasta obtener un esfuerzo de pretensado óptimo. Este esfuerzo es aquel que, contrarresta las deformaciones producidas por la carga.

Las características del modelo analizado son las siguientes:

$$a = b = 6 \text{ m}, k = 1 \text{ k/cm}^3 = 9.8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^3$$

$$q = 98000 \text{ N/m}^2, E = 1.4 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

donde:

a y b : lados de la platea

k : Coeficiente de Reacción del Terreno

q : Carga aplicada a la platea

E : Módulo de Elasticidad del Hormigón

El primer caso que se desarrolló fue una platea con vigas intermedia de 30 cm de altura, la cual se la pretensó con cargas que varían entre 15 t hasta 56 t, con una excentricidad máxima de 0.05 m.

En la Tabla 5 se pueden observar los desplazamientos del punto central debido al pretensado aplicado en las vigas intermedias.

Tabla 5: Desplazamientos centrales producidos para cada carga de pretensado

V (t)	Long (m)	e (m)	q_{eq} (N/m)	E (N/m ²)	I (m ⁴)	Desplazamiento Máximo Central (m)
15	6	0.05	1633	$1.4 \cdot 10^{10}$	0.001677	0.00240
30	6	0.05	3266	$1.4 \cdot 10^{10}$	0.001677	0.00479
40	6	0.05	4355	$1.4 \cdot 10^{10}$	0.001677	0.00639
50	6	0.05	5444	$1.4 \cdot 10^{10}$	0.001677	0.00799
56	6	0.05	6097	$1.4 \cdot 10^{10}$	0.001677	0.00894

Aplicando el principio de superposición de los desplazamientos, producidos por el pretensado, con los de la carga y mediante un programa realizado en el Ambiente MATLAB, se pueden obtener los porcentaje de reacción que toman las plateas con vigas intermedias, para cada una de las cargas de pretensado, como se puede observar en la Tabla 6.

Tabla 6: Porcentaje de carga tomado por la placa, en función del Esfuerzo de Pretensado

V (t)	% de placa
0	43.66
15	31.95
30	21.32
40	14.56
50	7.40
56	3.33

En las Figuras 2 y 3 se graficaron la variación del porcentaje de Reacción tomado por la Placa, en función del esfuerzo de pretensado aplicado a las vigas intermedias.

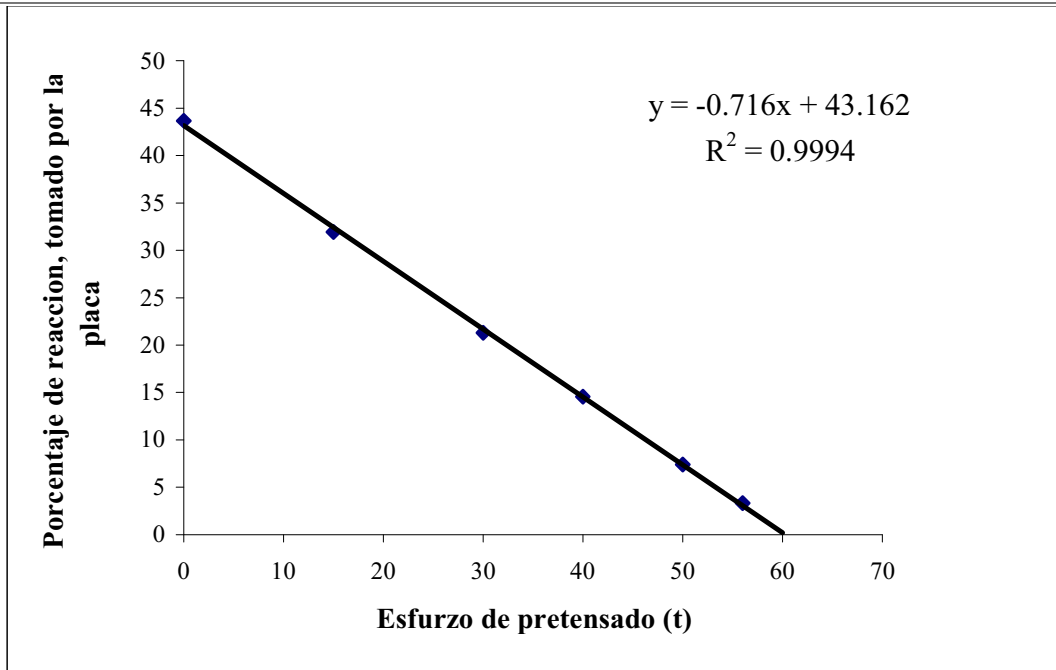


Figura 2: Reacción tomada por la placa, en función del pretensado aplicado, para 30 cm de altura de viga intermedia

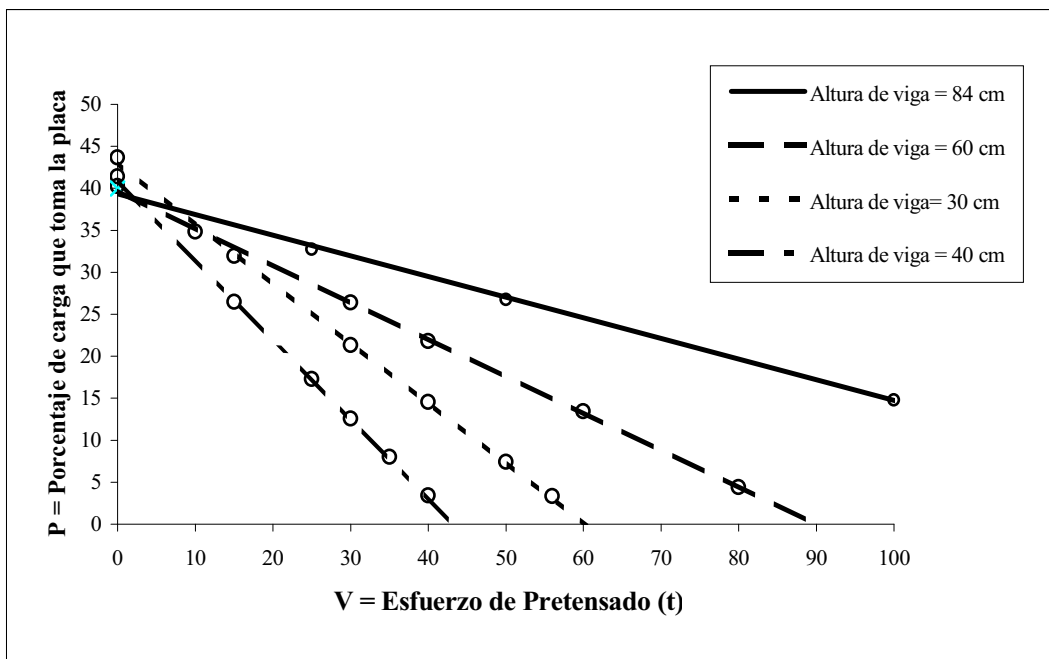


Figura 3: Reacción tomada por la placa en función del valor del pretensado, para distintas alturas de vigas intermedias

Con el fin de cuantificar las correlaciones mostradas en la Figura 3, se determinaron las ecuaciones de las rectas que mejor aproximan, mediante un Análisis de Regresión (Tabla N° 7) para las distintas alturas de las vigas intermedias.

Tabla N° 7: Ecuaciones de la variación del porcentaje tomado por la placa, en función del pretensado, para las distintas alturas de la viga

<i>Altura de la viga (cm)</i>	<i>Ecuación de la recta</i>
30	$P = - 0.716 V + 43.162$
40	$P = - 0.949 V + 41.113$
60	$P = - 0.442 V + 39.772$
84	$P = - 0.246 V + 39.360$

Resulta interesante observar que para vigas mayores a 40 cm de altura, se puede variar la excentricidad obteniendo los mismo desplazamientos verticales, variando el esfuerzo de pretensado, tal como se puede ver en la Figura 4, que corresponde a una viga cuya altura es de 84 cm.

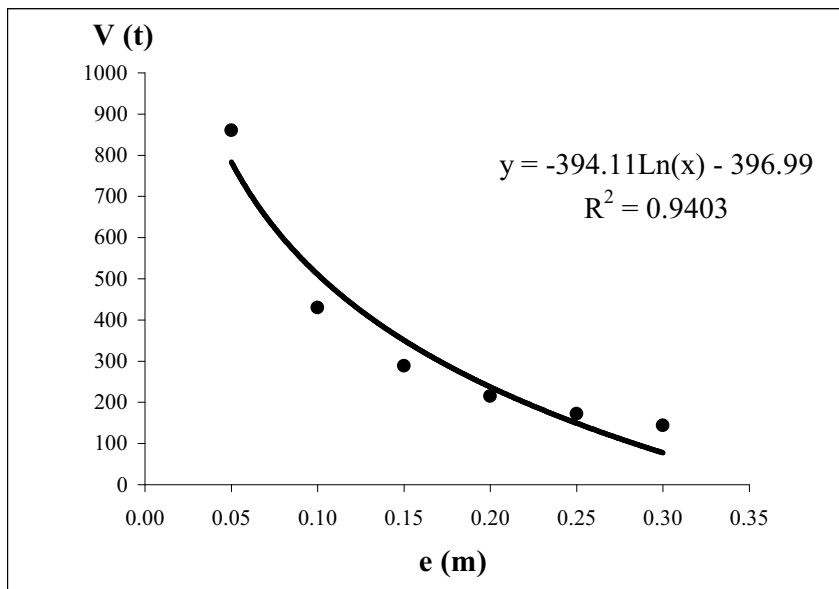


Figura 4: Esfuerzo de pretensado que se debe aplicar a las vigas intermedias para diferentes valores de la excentricidad, en vigas con una altura de 84cm

4 CONCLUSIONES

En función de los resultados obtenidos en este trabajo, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Se ha desarrollado un método numérico que permite determinar la distribución de las reacciones del terreno, en fundaciones con vigas intermedias;
- Se comprobó la exactitud del método desarrollado, mediante comparaciones con otros métodos, tales como el Método de los Elementos Finitos; y
- Se observó el mejoramiento que existe en el porcentaje de reacción del terreno, a medida que se incrementa la carga de pretensado en las vigas intermedias, hasta llegar a conocer la carga de pretensado óptima, entendiéndose por esta, la que hace nulas las deformaciones de la platea.

5 REFERENCIAS

- [1] J.C. Paloto, R.D.Santos, “Estudio de plateas de fundación mediante métodos numéricos”, *X ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Bariloche, Argentina, 415–420, (1997).
- [2] J.C. Paloto, R.D. Santos.; “Distribución de las reacciones en plateas de fundación bajo carga variable”, *MECOM '99*, AMCA, 107, Mendoza, Argentina, (1999).
- [3] J.C. Paloto, R.D. Santos, “Sobre la capacidad de soporte en fundaciones según el tipo de reacción del suelo”, *XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, Punta del Este, Uruguay, Vol. I, 147, en CDRom, Trabajo N° 1.10.3, (2000).
- [4] J.C. Paloto, J.C., R.D. Santos, C.Orbanich; “Procedimiento Mejorado para Determinar la Repartición de Reacciones de Fundación”, *XII ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Córdoba, Argentina, 306-312, (2001).
- [5] J.C. Paloto, R.D. Santos, P. Dominguez, “Predeterminación de la repartición de las reacciones en un dispositivo de platea de fundación”. *Congreso de Ingeniería 2000*, Bs.As., en CDRom, Trabajo N° 49, (2002).
- [6] A. Gusman, C. Luisoni, G. Ventura; *Curso de Elasticidad Aplicada*, Cuaderno II; Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas, Universidad Nacional, Tucumán, (1961).
- [7] O.C.Zienkiewicz, R.L.Taylor; *El Método de los Elementos Finitos. Formulación básica y problemas lineales*, McGraw-Hill; CIMNE; Volumen 1; Barcelona, (1994).
- [8] F. Leonhardt; *Hormigón pretensado*, Instituto E. Torroja de la Construcción y del Cemento, Madrid, (1977).
- [9] L.J.Lima; *Aproximación a la idea del hormigón pretensado*, CEILP, La Plata, Argentina, (1969).
- [10] N. Tombesi, A. H. Pirchio, M. Mezquita; “Método para la verificación del diseño y Trazado del cable con fuerza mínima, en vigas hiperestáticas”, *XII Congreso Argentino de Vialidad*, Bahía Blanca, Argentina, (1974).
- [11] J.C. Paloto, N.F. Ortega; “Design for prestressing tendons layout in stiffening walls via an experimental technique”, *Strain, Journal of the British Society of Strain Measurement*, Volume 36, Nr. 1, 19-23, London, (2000).

- [12] S. Timoshenko, S. Woinowsky Krieger; *Theory of Plate and Shells*, Mc Graw Hill, Kogakusha, Japan, (1959).
- [13] S. Tanvir Wati; “A simple finite element for beams on elastic foundations ”, *Strain, Journal of the British Society of Strain Measurement*, Volume 31, Nr. 4, Nov., 135–142, (1995).
- [14] Matlab 4.0 and Simulink (TM) Versión 1.2c, for Microsoft Windows (C) Copyright, The MathWorks, Inc, (1998).
- [15] Reglamento CIRSOC 201. *Proyecto, Cálculo y Ejecución de Estructuras de Hormigón Armado y Pretensado*, INTI, Argentina, (1982).
- [16] ALGOR 12 Profesional Mech/VE, Linear Stress and Dynamics Reference División. Pittsburg, Pennsylvania, EEUU, Algor Inc., (2000).