

PROPAGACIÓN DE FISURAS EN MATERIALES DAÑADOS: ESTUDIO UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS

T. Tech^a, R. Galiano^a, I. Iturrioz^a y A. Cisilino^b

^aUniversidade Federal do Rio Grande do Sul
Sarmiento Leite, 425, CEP90050-170, Porto Alegre, Brasil
e-mail: tomastech@ig.com.br
e-mail: rgalianobatista@yahoo.com
e-mail : ignacio@mecanica.ufrgs.br

^bUniversidad Nacional de Mar del Plata – CONICET
Av. Juan B. Justo 4302 (7600) Mar del Plata, Argentina
e-mail: cisilino@fi.mdp.edu.ar

Palabras llaves: Daño, Mecánica de la Fractura, Método de los Elementos Discretos.

Resumen. *Se estudia en este trabajo la influencia que sobre el comportamiento de una fisura principal tiene una zona de material dañado ubicada en las proximidades de su vértice. Se propone con este propósito utilizar el Método de los Elementos Discretos (MED).*

El MED está basada en discretizar el continuo utilizando un arreglo espacial de barras articuladas, cuyo comportamiento es equivalente al continuo que se desea representar. La formulación del MED utilizada en este trabajo contempla la nucleación de daño en el modelo, lo que se traduce en la desactivación de los elementos que agotaron su resistencia. Esta característica del método permite obtener una estimación cuantitativa de la evolución de la zona dañada alrededor del vértice de la fisura principal, y verificar observaciones sobre este tipo de fenómenos reportados en la bibliografía.

1 INTRODUCCIÓN

Resultados analíticos demuestran que en función de su posición relativa, forma, orientación y tamaño una zona de material dañado ubicada próxima al vértice de una fisura principal puede facilitar o retrasar la propagación de esta última (Hutchinson¹, 1987). Conocer el comportamiento de este fenómeno es de importancia para el estudio de los micromecanismos de propagación de fisuras por fatiga.

Se propone en este trabajo la utilización del Método de los Elementos Discretos, MED para el estudio del fenómeno antes mencionado. El MED fue ya empleado con éxito en el modelado de procesos donde se presenta fractura y fragmentación. La formulación del MED se basa en la discretización del continuo utilizando un arreglo de barras articuladas cuya rigidez es equivalente al continuo que se representa. La masa del sistema se concentra en los nodos. La ecuación de movimiento resultante de la discretización espacial se resuelve utilizando un esquema explícito de integración.

Una de las características salientes del método es su simplicidad para monitorear el balance energético durante la solución del problema estudiado. Asimismo, el MED contempla la nucleación del daño y la falla de una determinada región del modelo, la que se traduce en la desactivación de los elementos que agotaron su resistencia. En el caso de la aplicación, objeto de este trabajo, esta facilidad del método resulta especialmente adecuada para estudiar la evolución de la zona dañada alrededor del vértice de la fisura principal, y así verificar los mismos fenómenos reportados en la bibliografía por Hutchinson¹ (1987) y Tamuzs² (2000) entre otros.

Se estudia en este trabajo la influencia que sobre el comportamiento de una fisura tiene una zona de material dañado ubicada en las proximidades de su vértice. La comparación entre resultados obtenidos por diferentes vías (analíticas y numéricas) aporta evidencia para la mejor comprensión del fenómeno en estudio y muestra las ventajas relativas del MED para el análisis de este tipo de problemas.

2 EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS

Este método está basado en la representación espacial del continuo utilizando un arreglo espacial de barras con una rigidez equivalente al continuo que se desea representar. Las barras están dispuestas en el espacio según un arreglo cúbico (módulo cúbico) según se presenta en la Fig. 1. La longitud de las barras normales es L_c , mientras que las diagonales tienen una longitud $\sqrt{3}L_c/2$. El valor de rigidez de las barras para que estas representen un continuo isotrópico equivalente fue calculado por Hayashi³ (1982), y se presentan a continuación en las Eq. (1) e (2) para las barras normales y diagonales respectivamente:

$$EA_n = \frac{L_c^2 (9+8\delta)}{18+24\delta} \times E \quad (1)$$

$$EA_d = \frac{2\delta L_c^2 (9+8\delta)}{27+36\delta} \times E \quad (2)$$

donde

- EA_n e EA_d : las rigideces de las barras normales y diagonales respectivamente;
- E : módulo de Young;
- L_c : Longitud de las barras normales;
- δ : coeficiente que relaciona las propiedades unidireccionales en la dirección normal y diagonal.

Para esta distribución (Fig. 1) y utilizando las constantes elásticas convencionales (Hayashi³, 1982), se determino que:

$$\delta = \frac{9\nu}{(4-8\nu)} \quad (3)$$

Las masas están concentradas en los nodos donde se conectan las barras y las mismas dependen del volumen de influencia de cada nodo. Cada nodo posee tres grados de libertad (desplazamientos en las tres direcciones).

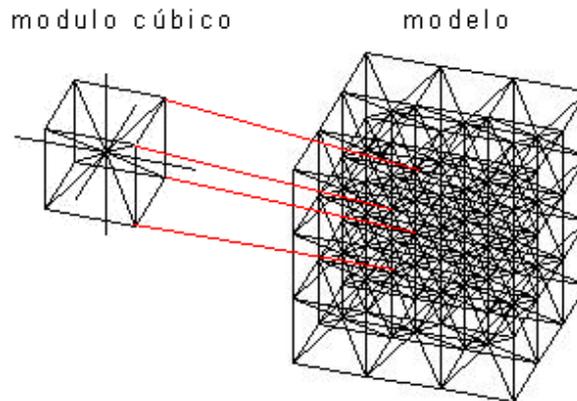


Figura 1 – Modelo de barras generado usando el Método de los Elementos Discretos y detalle de un módulo cúbico.

Las ecuaciones de movimiento resultantes de la discretización espacial resultan desacopladas (la matriz de masa es diagonal y el amortiguamiento es proporcional a la masa) y son integradas en el tiempo utilizando de un esquema de integración explícita (Método de las Diferencias Finitas Centrales, Bathe⁴ 1996). Cada ecuación desacoplada de movimiento es del tipo representado en la Eq. (4).

$$m \frac{d^2 u_i}{dt^2} + c \frac{du_i}{dt} = F_i \quad (4)$$

Donde:

- m: masa nodal;
- c: coeficiente de amortiguamiento proporcional a la masa;
- u_i : desplazamientos nodales correspondientes en las tres direcciones ortogonales de referencia;
- F_i : componentes de las fuerzas internas y externas.

La relación constitutiva de las barras utilizada en este trabajo corresponde a la propuesta por Rocha⁵ (1989), y responde al diagrama bilineal ilustrado en la Fig. 2. La misma está caracterizada por dos parámetros fundamentales: la deformación crítica de la barra (ϵ_p) y su energía específica de fractura (G_f). La relación entre ϵ_p y G_f queda establecida como criterio de falla a tracción y su deducción está fundamentada en la mecánica de fractura lineal elástica. Considerando la tensión crítica como el producto de E y ϵ_p , y vinculando este nivel de tensión aplicada con el factor de intensidad de tensiones y la energía específica de fractura, G_f , (Rocha⁵, 1989) presenta la relación (5) para determinar ϵ_p .

$$\epsilon_p = Rfc \cdot \sqrt{\frac{G_f}{E(1-\nu^2)}} \quad (5)$$

Donde: Rfc es el factor de falla y contiene información sobre el tamaño del defecto (d) sus características geométricas (Y). De esta forma es posible escribir:

$$Rfc = \frac{1}{Y\sqrt{d}} \quad (6)$$

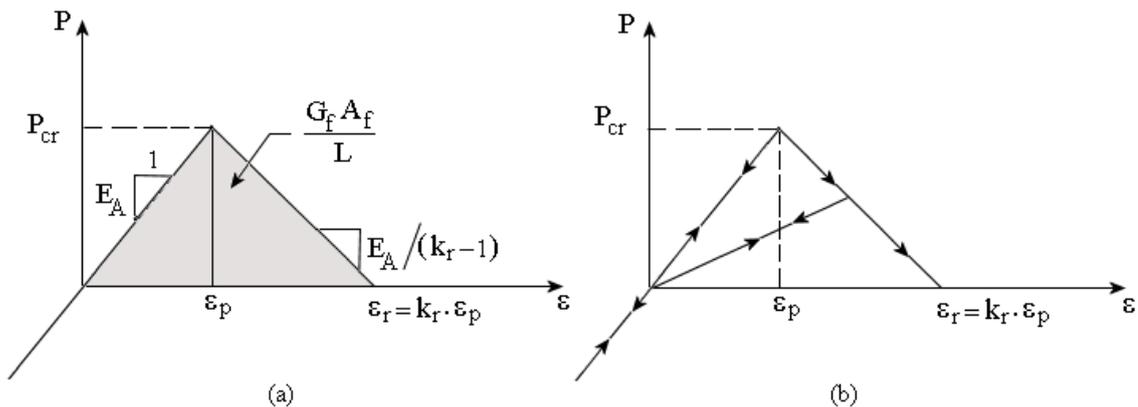


Figura 2 – Ley constitutiva bilineal atribuida a cada barra del modelo (a) parámetros involucrados en la ley constitutiva, (b) Comportamiento en tracción y compresión (Rocha⁵, 1989).

Finalmente, la relación entre G_f y el área debajo de la curva de la ley constitutiva presentada en la Fig. 2 esta dada por la relación (7) que se presenta a continuación:

$$\int_0^{\varepsilon_r} F(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{G_f A_f}{L_c} = \frac{K_r \varepsilon_p^2 E A_f}{2} \quad (7)$$

Donde: A_f es área de fractura de la barra, la que según los cálculos de Rocha⁵ (1989) $A_f=0.1385xL_c^2$.

Para que la relación constitutiva resulte estable se tiene que garantizar la condición de $K_r \geq 1$, siendo que K_r es función de las propiedades mecánicas del material y de la discretización adoptada (L).

Como puede ser observado en la Fig. 2, es considerado que las barras presentan un comportamiento elástico en compresión independiente de la carga aplicada, por lo tanto su falla ocurrirá siempre como consecuencia de un esfuerzo de tracción.

La formulación del DEM aquí presentada fue utilizada con éxito en estudios de hormigón, hormigón armado, suelos (Rocha⁵, 1989 e Riera & Iturrioz⁶, 1998) y fractura dinámica (Spellmeyer⁷, 2002). Aplicaciones en micromecánica fueron presentadas por Iturrioz⁸ et al (2001).

3 CALCULO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES

Se muestra en esta sección la metodología propuesta para el cálculo del factor de intensidad de tensiones con el MED. La misma se presenta a partir de un ejemplo.

A seguir se analiza el caso de una placa finita de dimensiones indicadas en la Fig. 3. Sobre la misma se aplican tensiones uniformes prescriptas en los bordes extremos (Fig. 3), considerando el problema en estado plano de deformaciones. Las propiedades del material son los especificados en la Tabla 1, mientras que los parámetros del modelo se presentan en la Tabla 2.

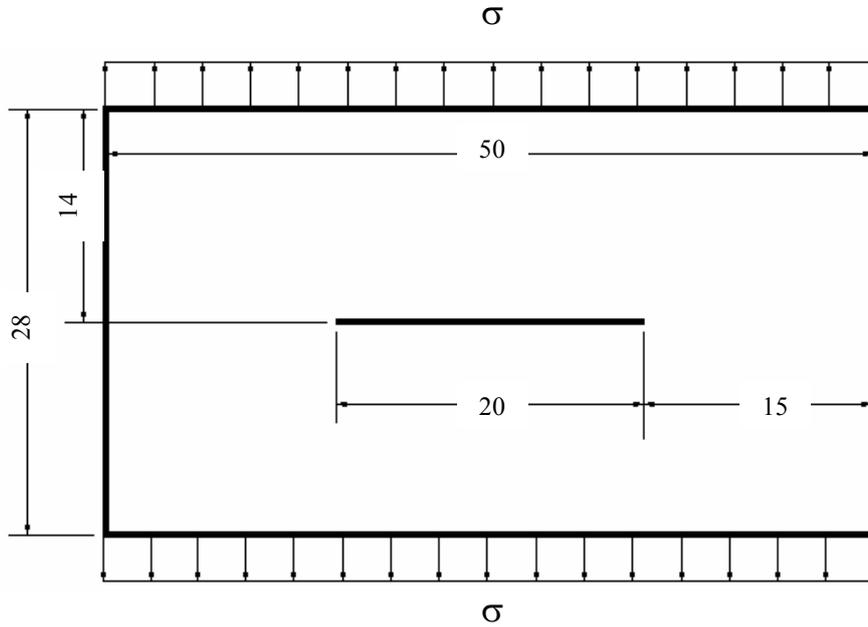


Figura 3 – Geometría de la placa estudiada, en mm.

Tabla 1. Propiedades del material para los ejemplos estudiados

E (Modulo de Elasticidad)	$2.1 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
ν (Coeficiente de Poisson)	0.25
ρ (densidad)	908 Kg/m^3
G_C (Tenacidad)	500 N/m

Tabla 2. Parámetros utilizados en la simulación

E (Módulo de Elasticidad)	$2.1 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
ν (Coeficiente de Poisson)	0.25
ρ (Densidad)	908 Kg/m^3
G_{Cdem} (Tenacidad)	500 N/m
Rfc (Factor de falla)	$50.3 \text{ m}^{-1/2}$
$\dot{\sigma}$ (velocidad de aplicación de la carga)	0.00025 Pa/s
Número de módulos en la dirección x	250
Número de módulos en la dirección y	140
Número de módulos en la dirección z	1
L_c (lado del módulo)	$2 \times 10^{-4} \text{ m}$

La discretización del modelo se ilustra en la Fig. 4, donde la fisura fue introducida debilitando elementos que se encuentran en la posición geométrica de la misma. A partir de los parámetros de entrada de la Tabla 2 y empleando las expresiones presentadas en la sección 2 de este trabajo, se llegan a las propiedades elementales presentadas en la Tabla 3 y la ley constitutiva para los elementos normales presentada en la Fig 5. Para representar la condición de estado plano de deformaciones fueron restringidos los desplazamientos en la dirección del espesor (z), en todos los nodos de la estructura.

Para el cálculo del factor de intensidad de tensiones K se propone un procedimiento basado en la determinación de la tasa de relajación de energía G. Para el caso más general este puede expresarse como (Anderson⁹, 1995):

$$G = dW/dA - dU/dA - dK/dA \quad (8)$$

Si se asegura que las cargas son aplicadas de forma suficientemente lenta tal que puedan ser despreciados los efectos dinámicos, el término dK/dA puede ser eliminado de la expresión (8). Al mismo tiempo, si sólo son aplicadas tensiones prescritas en los extremos de la placa, se demuestra utilizando el teorema de Clayperon que $dW/dA = 2 dU/dA$. De esta forma, substituyendo en (8) se obtiene:

$$G = dU/dA \quad (9)$$

Para la evaluación de G en forma numérica se propone calcular la energía elástica U para dos modelos que difieren en su longitud de fisura, obteniéndose de esta forma:

$$G(\sigma) = \frac{U_{(a+\Delta a)} - U_{(a)}}{\Delta a \times B} \quad (10)$$

Para el calculo de $U_{(a+\Delta a)}$ se aumenta la longitud de la fisura en un módulo Lc . Obtenido de esta forma el valor de $G(\sigma)$, y considerando estado plano de deformaciones es posible calcular el factor de intensidad de tensiones K utilizando la expresión $G=K^2/E$ (Anderson⁹, 1995). Finalmente, si se presenta el valor de K en forma normalizada K/K_0 , se obtiene:

$$\frac{K}{K_0} = \frac{\sqrt{GE}}{\sigma\sqrt{\pi a}} \quad (11)$$

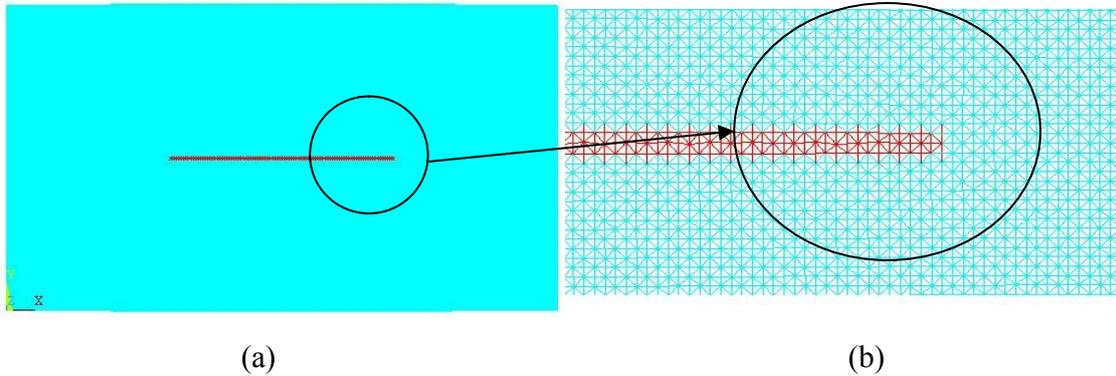


Figura 4 – Modelo utilizando o método dos elementos discretos de una placa finita con una fisura central. (a)vista general y (b) detalle.

Tabla 3. Parámetros que caracterizan las propiedades geométricas y mecánicas del modelo con ($Lc/a=50$)

δ	1.125
α	0.4
ϵ_p	0.02526
K_r	1.283
E_{normal} (rigidez de las barras normales)	33.6 N
$E_{diagonal}$ (rigidez de las barras diagonales)	58.051 N

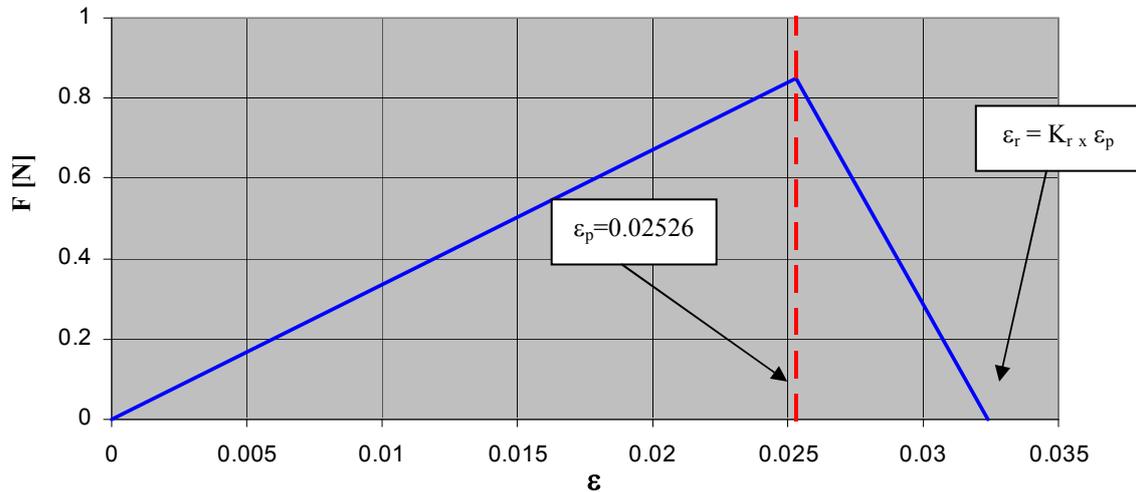


Figura 5 – Ley constitutiva elemental de las barras normales para los parámetros indicados en la tabla 3.

En la Fig. 6 se presentan los resultados de K/K_0 propuestos por Rooke & Cartwright¹⁰ (1976) para la geometría en estudio. En particular para las relaciones $a/b=0.4$ y $b/h=0.56$ el

valor del factor de tensiones es $K/K_0 = 1.56$. Según el estudio de convergencia presentado en otro trabajo de los autores (Tech¹¹ et al, 2004), la longitud de la fisura, $2a$, fue discretizada utilizando 100 elementos ($a/Lc=50$) para obtener resultados con error menor que 2%.

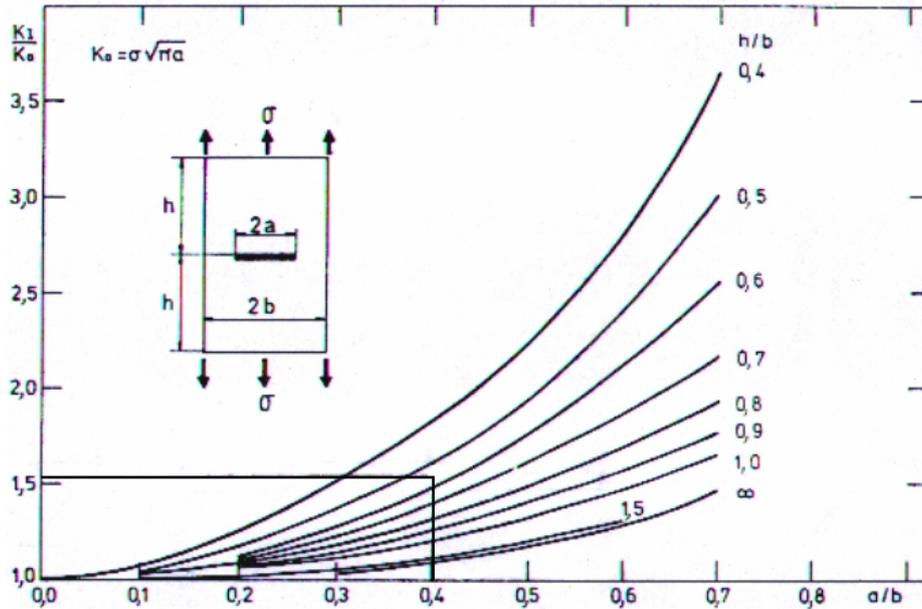


Figura 6 – Factor de intensidad de tensiones para el caso analizado según solución propuesta por Rooke & Cartwright¹⁰ (1976); ($K/K_0=1.56$).

En la Fig. 7 se presenta la variación de la energía específica de fractura G con la tensión remota aplicada obtenida en el caso de un modelo con $a/Lc=50$. Tomando los valores de la Tabla 2 y sustituyendo en la expresión (11), el valor de G por la tenacidad introducida como parámetro del modelo $G_f=500N/m$, E e ν por los valores indicados e igualando a $K/K_0 = 1.56$ se obtiene el valor de la tensión aplicada que producirá la propagación inestable de la fisura. Este valor resulta $\sigma_{crit} = 3.8 \times 10^6 Pa$, el que coincide con el nivel de carga en el cual se inicia la propagación de la fisura en el modelo (Fig. 7).

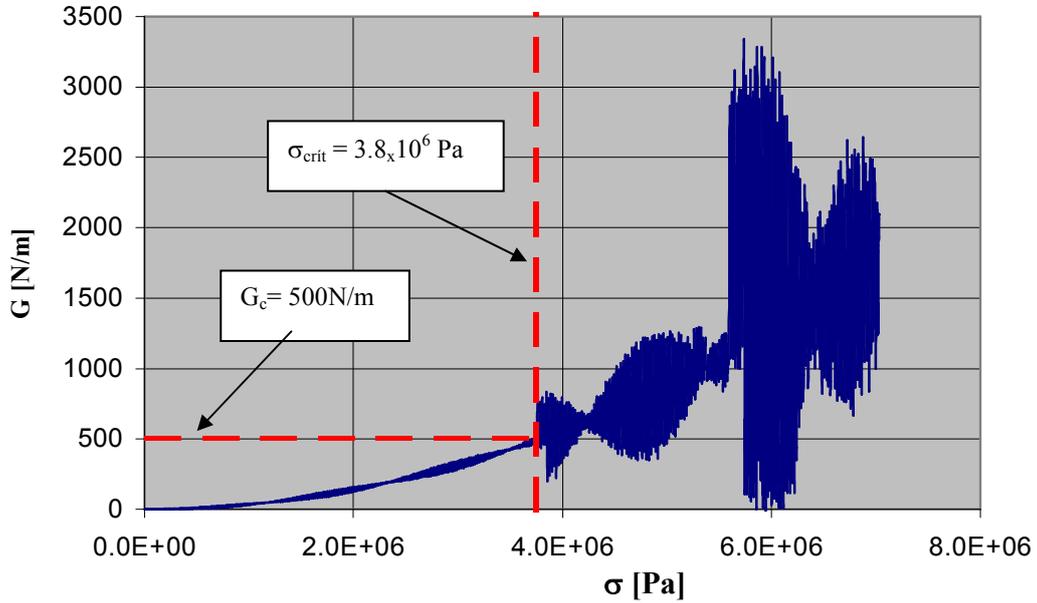


Figura 7 – Variación de la energía específica de fractura G con la tensión remota aplicada para el caso de una placa de dimensiones finitas con una fisura central sometida a una tensión prescrita.

En la Fig. 8 se presenta el balance energético durante el proceso en análisis, donde es posible observar la variación de la energía cinética K (que se mantiene en valores bajos hasta la fisura propagar en forma inestable), la energía elástica U y la energía consumida R durante la propagación de la fisura. La magnitud de energía R se presenta multiplicada por 75 con el objetivo de facilitar la visualización en el mismo gráfico.

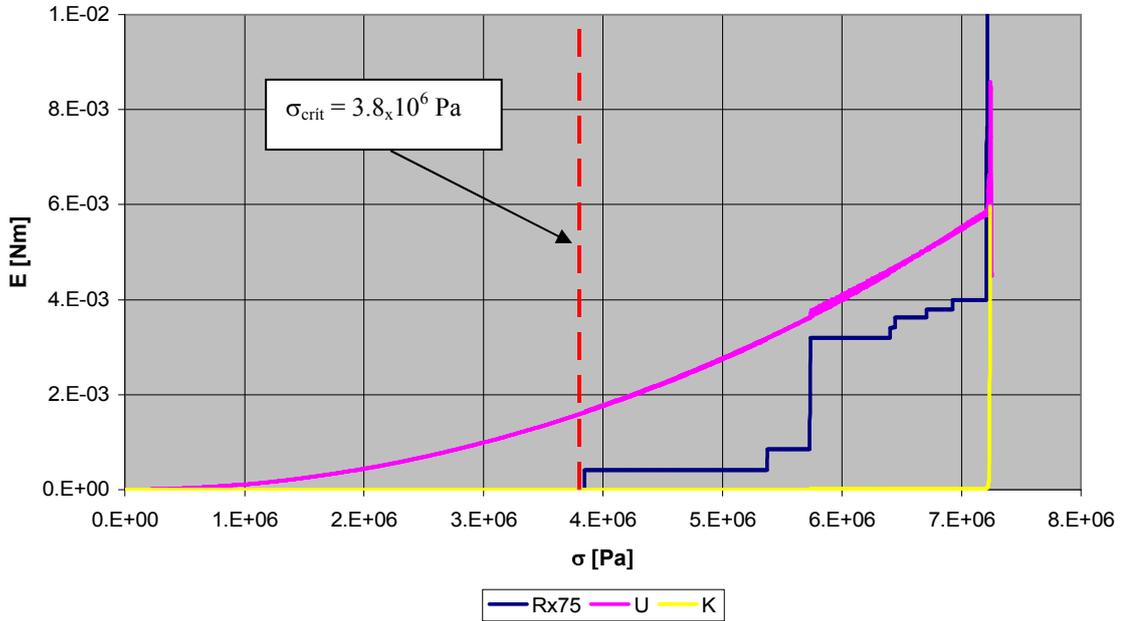


Figura 8 – Balance energético durante el proceso de rotura de una placa finita con fisura central con tensión prescrita, *R*: energía disipada en la fractura, *U*: energía elástica y *K*: energía cinética.

4 CASO DE ESTUDIO

Un micromecanismo de falla que se presenta con frecuencia en los materiales compuestos está dado por la propagación de una macrofisura en un medio microporoso. Tal es el caso de los polímeros con porosidad inducida por evaporación de solventes (CIPS) (Kiefer¹², 1997), o modelos simplificados para hierro fundido nodular (Berdin¹³ et al, 2001). Otro mecanismo similar consiste en la propagación de la macrofisura con una región dañada continua en la zona vecina a su vértice. Este daño es inducido por el mismo campo de tensiones generado por el vértice de la fisura durante su propagación. Este último micromecanismo se presenta en ciertos tipos de materiales cerámicos multifásicos donde hay anisotropía térmica Anderson⁹ (1995). En este contexto se presentan a continuación la interacción entre un arreglo regular de poros y una trinca principal.

4.1. Fisura en medio poroso

Muchos resultados referidos a la interacción entre macrofisuras y arreglos de microdefectos (microfisuras, porosidad) fueron obtenidos utilizando ecuaciones integrales y otros métodos numéricos. Se propone en este ejemplo ilustrar el caso de la interacción entre una macrofisura y un arreglo de poros, según se presenta en la Fig. 9. Una geometría similar fue estudiada por Tamuzs² (2000).

El modelo de la Fig. 9 fue solicitado aplicando desplazamiento prescrito en sus extremos,

y se procedió al cálculo del factor de intensidad de tensiones para distintas longitudes de la macrofisura siguiendo el procedimiento presentado en la sección anterior. En todos los casos el problema fue analizado con la presencia de los poros y en ausencia de los mismos con el objeto de analizar su efecto sobre la macrofisura. Con el propósito de verificar la precisión del cálculo, los resultados obtenidos para una de las geometrías fueron contrastados con modelos de FEM (ANSYS¹⁴, 2000), resultando un error menor al 2%. Detalles sobre esta validación pueden encontrarse en Tech¹¹ et al (2004).

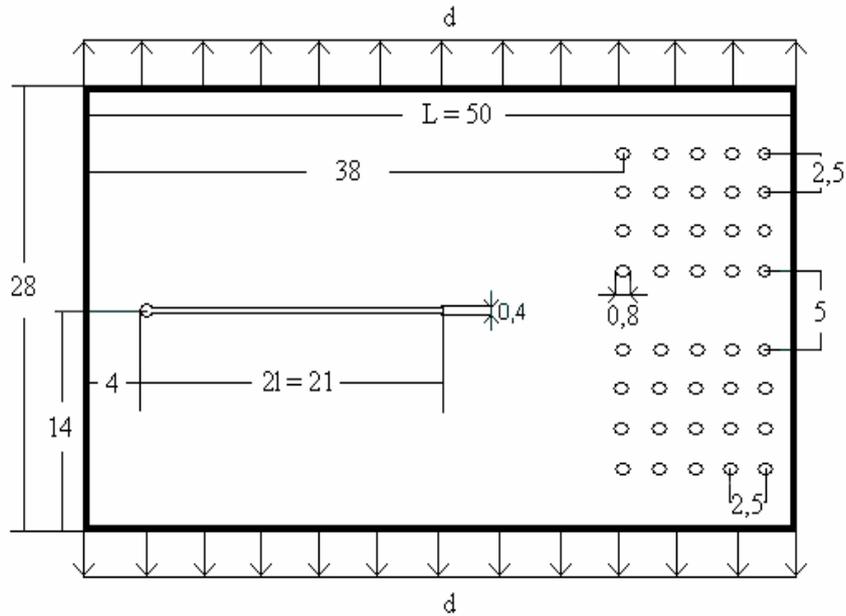


Figura 9 – Esquema de la geometría estudiada con el MED, dimensiones en mm.

En la Figura 10 se presenta la variación del factor de intensidad de tensiones normalizado con poros $\Phi = K/K_0$, y sin poros $\Phi_0 = K/K_0$, en función de la longitud de la fisura normalizada $\Delta = 2l/L$. En todos los casos, los resultados de K y la longitud de fisura se expresan en forma normalizada. Los resultados de la Figura 10 permiten observar que la presencia de los poros disminuye el valor de K aplicado sobre la fisura principal. Al mismo tiempo este fenómeno puede asimilarse a una “tenanización” del material (aumento aparente de su tenacidad material debido a la disminución del K aplicado) provocada por el arreglo de poros próximo a la punta de la fisura. Este efecto es reportado Anderson⁹ (1995) entre otros.

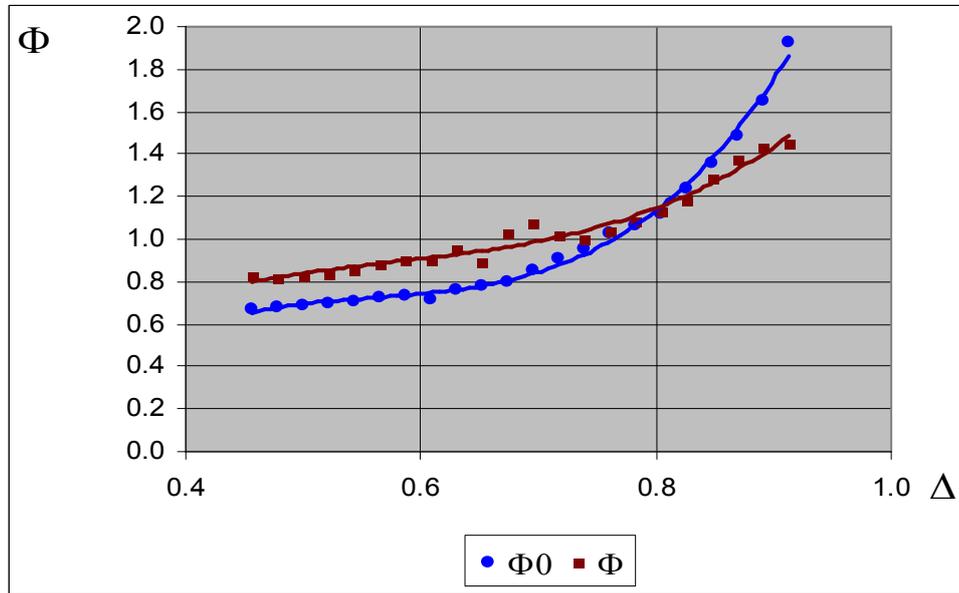


Figura 10 – Evaluación realizada con el MED de la interacción entre una fisura principal y un arreglo regular de poros: factor de intensidad de tensiones normalizados (K/K_0) con (Φ) y sin el arreglo regular de poros (Φ_0) en función de la longitud de fisura normalizada $\Delta=2l/L$.

Se presentan en las Fig. 11 y 12 las configuraciones finales de dos de los casos estudiados con el MED ($\Delta=0.456$ y $\Delta=0.915$) donde se aprecia la capacidad del método en modelar la propagación inestable de la fisura.

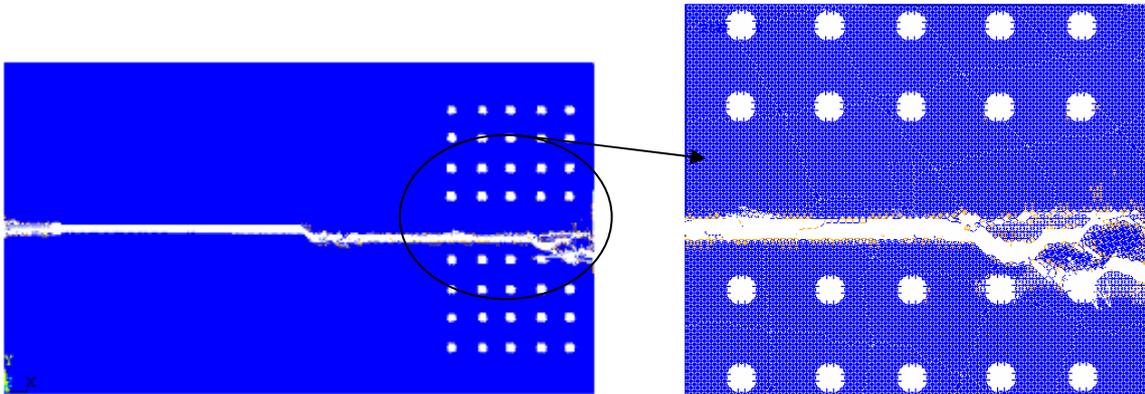


Figura 11 – Configuraciones finales obtenidas con el MED para ($\Delta = 0.457$).

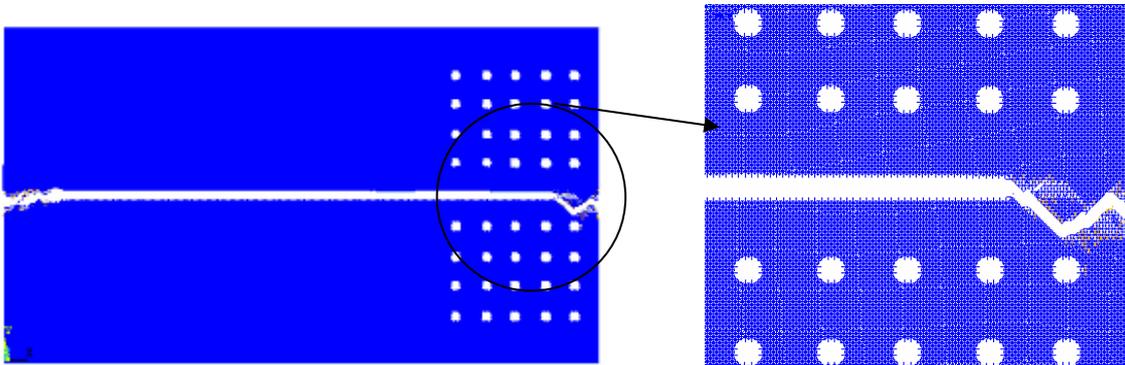


Figura 12 – Configuraciones finales obtenidas con el MED para ($\Delta = 0,913$).

5 CONCLUSIONES

Se presentaron en este trabajo resultados preliminares sobre la aplicación del Método de los Elementos Discretos (MED) para el estudio de propagación de fisuras en materiales dañados. El trabajo reportado permite obtener las siguientes conclusiones:

- El método de los elementos discretos (MED) resulta apto para el cálculo de factor de intensidad de tensiones. El empleo de aproximadamente 200 elementos para la discretización de la longitud de fisura es suficiente para obtener valores de K con un error de alrededor de 2%.

- Fue posible determinar la tensión crítica a partir de la cual la fisura propaga en forma inestable, demostrando la capacidad del método en modelar situaciones en las cuales ocurre este tipo de fenómeno.

- Se utilizó el MED como una herramienta para verificar la interacción entre una fisura principal y un arreglo regular de poros, siendo posible observar el fenómeno de “tenanización”.

Agradecimientos

Este trabajo se desarrollo en el marco del proyecto CAPES/SECYT 048/03. “Modelado Numérico de los Micromecanismos de Falla de Materiales Compuestos”. Los tres primeros autores desean agradecer el soporte financiero de la CAPES.

6 REFERENCIAS

- [1] J.W. Hutchinson, *Crack tip shielding by micro-cracking in brittle solids*, Acta Metallurgica, 35(7), 1605-1619, (1987).
- [2] V. Tamuzs; N. Romalis & V. Petrova, *Fracture of Solids with Microdefects*, Nova Science Publishers, Inc., (2000).
- [3] Y. Hayashi, *Sobre um modelo de discretização de estruturas tridimensionais aplicado em*

- dinâmica não linear*. Porto Alegre. Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, (1982).
- [4] K.J. Bathe, *Finite Element Procedures*, Prentice Hall – Englewood Cliffs, New Jersey, (1996).
- [5] M.M. Rocha, *Ruptura e efeitos de escala em materiais não homogêneos*, Dissertação de Mestrado, CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, (1989).
- [6] J.D. Riera & I. Iturrioz, *Discrete Element Model for Evaluating Impact and Impulsive Response of Reinforced Concrete Plates and Shells Subjected to Impulsive Loading*, Nuclear Engineering and Design, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, Vol.179, pp.135-144, (1998).
- [7] T. Spellmeyer; R.B. Dambra & I. Iturrioz, *Simulación numérica de la propagación de fisuras en sólidos utilizando el método de los elementos discretos*, ENIEF2001, Córdoba Argentina, Nov, (2001).
- [8] I. Iturrioz; J. Ortiz & A. Cisilino, *Numerical Modelling of Crack-Microcrack Interaction and Coalescence Using the Discrete Element Method*, COMAT, Congresso sobre materiais Compostos do INTEMA, Mar del Plata, represented. In: COMAT, MAR DEL PLATA, (2001).
- [9] T.L. Anderson, “Fracture Mechanics - Fundamentals and Applications”, Second Edition. CRC Press USA, (1995).
- [10] D.P. Rooke & D.J. Cartwright, *Compendium of Stress Intensity Factors*, Her majesty’s Stationery Office, (1976).
- [11] T.W. Tech; R.G. Batista; I. Iturrioz & A. Cisilino, *Aplicação do Método dos Elementos Discretos em Mecânica de Fratura Estática e Dinâmica*, a ser apresentado en el CILAMCE 2004, Recife Brasil, (2004).
- [12] J. Kiefer, *Macroporous Thermosets via Chemically Induced Phase Separation*. Thesis de Doctorado, École Polytechnique Federale de Lausanne, (1997).
- [13] C. Berdin; M. Dong & J.C. Prioul, “Local Approach of Damage and Fracture toughness for Nodular Cast Iron”, *Engineering Fracture mechanics* 68(2001)1107 1117, Elsevier, (2001).
- [14] ANSYS, 2000. *User Manual*. www.ansys.com, (2000).