

FRECUENCIAS NATURALES DE VIGAS VIERENDEEL VIA SERIES DE POTENCIAS

C. P. Filipich^{1,2}, E. A. Bambill^{1,2}

⁽¹⁾ ⁽²⁾ Departamento de Ingeniería, Area Construcciones, Universidad Nacional del Sur

⁽¹⁾ ⁽²⁾ Departamento de Ingeniería Civil, Facultad Regional Bahía Blanca, Universidad Tecnológica Nacional
8000 Bahía Blanca, Argentina. (ebambill@criba.edu.ar)

Palabras clave: serie de potencias, frecuencias, barra, viga vierendeel.

Resumen. *El comportamiento de las llamadas vigas Vierendeel constituye una interesante opción dentro de la ingeniería estructural para ser estudiada por medio de una herramienta clásica como lo es la serie de potencias enteras. Dentro de la bibliografía que los autores manejan, esta solución sistemáticamente aplicada a problemas diferenciales de borde no es conocida. En trabajos anteriores se aplicó a sistemas estructurales unidimensionales abiertos. En este trabajo, se pasa a dominios unidimensionales de barras rectas pero múltiplemente conexos, lo que constituye el aporte analítico fundamental de la presente propuesta.*

Las vigas Vierendeel son de uso divulgado en la ingeniería estructural y entonces la aplicación de las series da lugar a una aplicación real. El objetivo de este estudio, es analizar las frecuencias naturales y las formas modales para los problemas de vibraciones naturales.

El uso sistemático de esta metodología, por medio de un algoritmo automático de recurrencia, permite resolver el sistema diferencial homogéneo con una notable reducción del número de incógnitas, con apreciables ventajas sobre otras metodologías.

Se destaca que si bien el uso de las series de potencias se conoce de vieja data, el trabajo constituye una revaloración del antiguo método, al aplicarlo eficientemente a situaciones que no habían sido anteriormente previstas, como son los esquemas estructurales aportados múltiplemente conexos.

Una aplicación completa el presente desarrollo.

Expositor: Eduardo A. Bambill

1 INTRODUCCIÓN

El principal aporte de este trabajo al ser presentado al ENIEF 2004, consiste en establecer una primera propuesta -en lo que a conocimiento bibliográfico de los autores se refiere- de la utilización de soluciones en series de potencias a problemas diferenciales de borde, dentro de ciertos problemas especiales de la ingeniería estructural. Esta herramienta clásica y muy conocida ha sido previamente empleada también para problemas de borde y de condiciones iniciales, aún fuertemente no lineales [1],[2],[3],[4], con resultados altamente satisfactorios. Al elegir el estudio de vigas Vierendeel, (ver Figura 1) se pretendió extender el alcance sistemático y automático de soluciones en series de potencias enteras a dominios unidimensionales de tramos rectos múltiplemente conexos. En las referencias citadas se abordan problemas de borde en dominios abiertos de barras rectas. Efectivamente en el ENIEF 2003, por ejemplo, los autores presentaron esta metodología aplicada a pórticos poligonales abiertos. En este caso, aún admitiendo como válida simplificación extrema de tomar cada barra como un “elemento finito”, los métodos de rigidez comerciales derivarían en un problema de orden $3*n$, siendo n el número de nudos intermedios. Para el mismo análisis, nuestra propuesta conduce invariablemente a un problema de orden 3. Bajo este aspecto, la reducción del número de incógnitas resulta sumamente apreciable, atento a la necesidad adicional de que en los métodos de rigidez se requiere la división del dominio en pequeños elementos, máxime cuando se presenta la situación de barras de inercia variable. Con esta metodología, se toma cada barra como elemento completo, sin introducir error por ello.

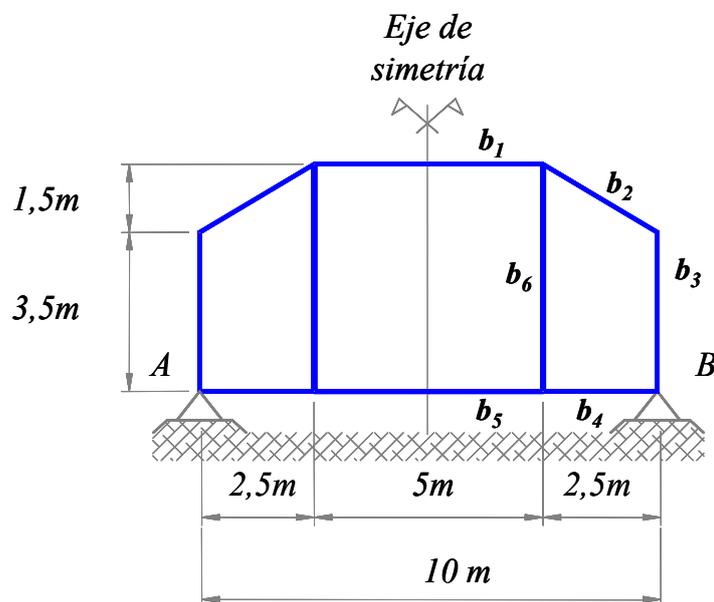


Figura 1 – Esquema estructural propuesto

En este trabajo, pensando en aplicaciones de ingeniería, se recurre a la metodología que nos ocupa, destacando desde ya que por supuesto existen códigos comerciales que resuelven a través de los denominados métodos de rigidez igual tipo de problemas. Sin embargo, al

alternativa presente -mas “económica”- para el problema especial de la Figura 1 debe resolver los autovalores de un sistema de 18 ecuaciones contra otro sistema que se deriva de los métodos de rigidez aludidos, donde la cantidad de incógnitas resulta significativamente mayor.

Por otro lado, la aplicación de series de potencias enteras, permite la consideración de las formas trascendentes, frente a las aproximaciones cúbicas del método de elementos finitos..

La viga Vierendeel de tres vanos analizada es simétrica, tal cual lo sugiere el esquema de la Figura 1. Las barras están diseñadas por perfiles metálicos de acero estructural, cuyas características son: módulo de elasticidad E de $2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ y densidad 7850 kg/m^3 .

Los perfiles que conforman el entramado del perímetro exterior, barras b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 y sus simétricas, poseen los siguientes datos geométricos: área $F_1 = 0,00192 \text{ m}^2$ e inercia flexional $J_1 = 0,0000193 \text{ m}^4$. A su vez, la barra vertical b_6 y su simétrica, poseen un área $F_6 = 0,0027868 \text{ m}^2$ y una inercia flexional $J_6 = 0,000027868 \text{ m}^4$.

2 DESCRIPCION DEL PROBLEMA.

Debido a la simetría de la estructura seleccionada y para disminuir el número de incógnitas calculamos los modos simétricos (Figura 2a) por un lado, y los modos asimétricos (Figura 2b) por el otro. En lugar de un sistema de 18 ecuaciones para una estructura general de 3 ventanas, abordamos dos sistemas de 11 ecuaciones.

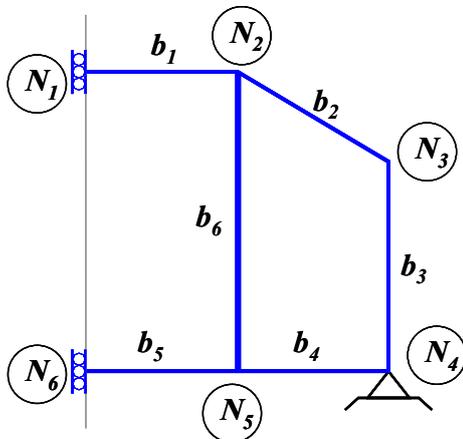


Figura 2a

Esquema para Formas Modales Simétricas

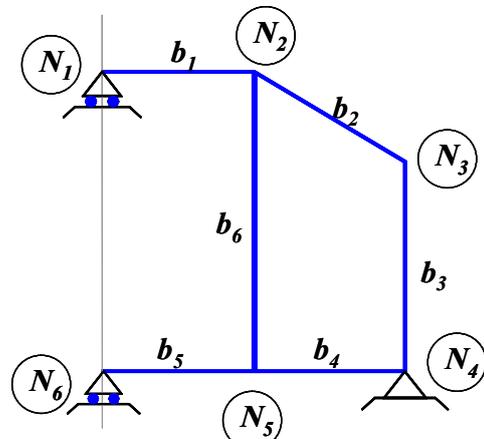
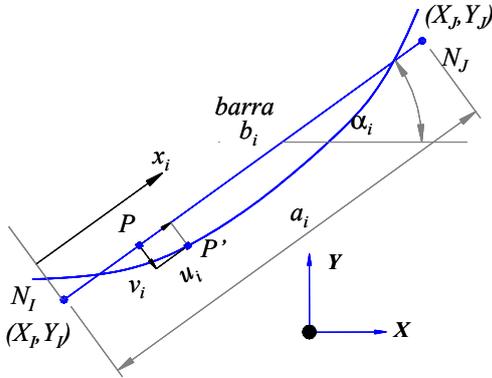


Figura 2b

Esquema para Formas Modales Asimétricas

Para fijar conceptos, ubicamos una barra i -ésima genérica en un sistema global XY , (ver Figura 3) entre los nudos I y J , cuyas coordenadas $X_I; X_J; Y_I$ e Y_J son conocidas. La coordenada x_i , $0 \leq x_i \leq l$, es la coordenada local; a_i es la longitud del tramo, de sección uniforme, donde también son datos la densidad del material de la barra, E_i el módulo de elasticidad, J_i y F_i el momento de inercia y el área de la sección transversal respectivamente. Denominamos como α_i al ángulo medido en sentido antihorario entre el eje X y el eje x_i de

cada barra. Tendremos entonces.



$$\cos \alpha_i \equiv \frac{X_J - X_I}{a_i} \quad (1)$$

$$\operatorname{sen} \alpha_i \equiv \frac{Y_J - Y_I}{a_i} \quad (2)$$

donde:

$$a_i = \sqrt{(X_J - X_I)^2 + (Y_J - Y_I)^2} \quad (3)$$

Figura 3 – barra i-ésima

Imponemos para cada tramo

$$v_i = v_i(x_i) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{i,n} x_i^n \quad (4)$$

$$u_i = u_i(x_i) = \sum_{n=0}^{\infty} B_{i,n} x_i^n \quad (5)$$

Para este problema de vibraciones naturales, las ecuaciones que deben verificarse son $\left[(\bullet) \equiv \frac{d(\bullet)}{dx_i} \right]$:

$$v_i'''' - \Omega_i^2 v_i = 0; \quad (6)$$

$$u_i'' + \left(\frac{\Omega_i}{\lambda_i} \right)^2 u_i = 0 \quad (7)$$

donde hemos definido como:

$$\Omega_i^2 = \frac{\rho_i A_i \omega^2 a_i^4}{E_i J_i} \quad (8)$$

$$\lambda_i^2 = \frac{a_i^2 F_i}{J_i} \quad (9)$$

ω son las frecuencias circulares en *rad/seg*, autovalores buscados y finalidad del trabajo.

Las ecuaciones diferenciales (6) y (7) conducen a las siguientes recurrencias al igualar potencias *n-ésimas* de cada x_i .

$$A_{i,(n+4)} = \frac{\Omega_i^2 A_{i,n}}{(i+1)(i+2)(i+3)(i+4)} \quad (10)$$

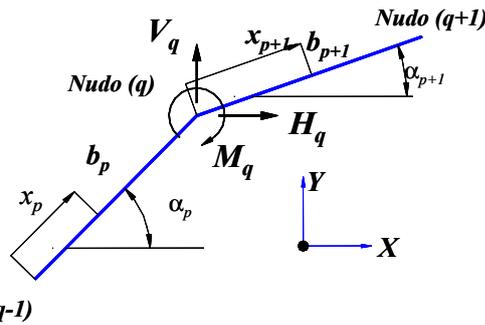
$$B_{i,(n+2)} = -\left(\frac{\Omega_i}{\lambda_i}\right)^2 \frac{B_{i,n}}{(i+1)(i+2)} \quad (11)$$

La descripción de las series de potencias, su automatización y las condiciones geométricas y de equilibrio entre barras conectadas puede encontrarse en [1],[2],[3].

3 CONTINUIDAD ENTRE DOS BARRAS CONSECUTIVAS

Admitimos la posibilidad de que pudieran existir cargas aplicadas en el nudo que conecta ambas barras consecutivas. Para un problema general de equilibrio (no de vibraciones naturales) M_q, H_q y V_q podrán ser cargas aplicadas; sin embargo en el presente trabajo dependerán del autovalor y deberán cancelarse de alguna manera, ya que no pueden existir nudos cargados. Los items 5 y 6 aclaran esto.

En la figura 4, se indican las cargas con sentido positivo.



Nudo (q-1)
Figura 4 – Fuerzas nodales en barras consecutivas.

Introducimos

$$\Delta\alpha = \alpha_p - \alpha_{p+1} \quad (12)$$

y definimos

$$CC \equiv C_{(p,p+1)} \equiv \cos \Delta\alpha \quad (13)$$

$$SS \equiv S_{(p,p+1)} \equiv \sin \Delta\alpha \quad (14)$$

De esta manera las condiciones geométricas de continuidad valen:

$$v_{p+1}(0) = v_p(1) CC - u_p(1) SS \quad (15)$$

$$u_{p+1}(0) = v_p(1) SS + u_p(1) CC \quad (16)$$

$$L_p v'_{p+1}(0) = L_{p+1} v'_p(1) \quad (17)$$

Las condiciones de equilibrio (continuidad estática) a su vez son:

$$\left(\frac{EJ}{L^2}\right)_{p+1} v''_{p+1}(0) = \left(\frac{EJ}{L^2}\right)_p v''_p(1) - M_q \quad (18)$$

$$\left(\frac{EJ}{L^3}\right)_{p+1} v'''_{p+1}(0) = CC \left(\frac{EJ}{L^3}\right)_p v'''_p(1) + SS \left(\frac{EF}{L}\right)_p u'_p(1) - V_q \cos \alpha_p + H_q \sin \alpha_p \quad (19)$$

$$\left(\frac{EJ}{L}\right)_{p+1} u'_{p+1}(0) = -SS \left(\frac{EJ}{L^3}\right)_p v'''_p(1) + CC \left(\frac{EF}{L}\right)_p u'_p(1) - V_q \text{sen} \alpha_{p+1} - H_q \text{cos} \alpha_{p+1} \quad (20)$$

A continuación escribimos estas seis (6) condiciones de continuidad en función de los coeficientes de las series de potencias:

$$A_{(p+1)0} = CC \sum_{i0} A_{pi} - SS \sum_{i0} B_{pi} \quad (21)$$

$$B_{(p+1)0} = SS \sum_{i0} A_{pi} + CC \sum_{i0} B_{pi} \quad (22)$$

$$L_p A_{(p+1)1} = L_{p+1} \sum_{i0} (i+1) A_{p,(i+1)} \quad (23)$$

$$2 \left(\frac{EJ}{L^2}\right)_{p+1} A_{(p+1),2} = \left(\frac{EJ}{L^2}\right)_p \sum_{i0} (i+1)(i+2) A_{p,(i+2)} - M_q \quad (24)$$

$$6 \left(\frac{EJ}{L^3}\right)_{p+1} A_{(p+1),3} = CC \left(\frac{EJ}{L^3}\right)_p \sum_{i0} (i+1)(i+2)(i+3) A_{p,(i+3)} + \dots \quad (25)$$

$$\dots + SS \left(\frac{EF}{L}\right)_p \sum_{i0} (i+1) B_{p,(i+1)} - V_q \text{cos} \alpha_{p+1} + H_q \text{sen} \alpha_{p+1}$$

$$\left(\frac{EF}{L}\right)_{p+1} B_{(p+1),1} = -SS \left(\frac{EJ}{L^3}\right)_p \sum_{i0} (i+1)(i+2)(i+3) A_{p,(i+3)} + \dots \quad (26)$$

$$\dots + CC \left(\frac{EF}{L}\right)_p \sum_{i0} (i+1) B_{p,(i+1)} - V_q \text{sen} \alpha_{p+1} - H_q \text{cos} \alpha_{p+1}$$

4 EQUILIBRIO DE BARRAS CON ESFUERZOS EXTREMOS

Nuevamente, para el problema que nos ocupa, M, H y V deberán ser frecuencia-dependientes, y se cancelarán con otras iguales y contrarias, que se presentarán en el mismo nudo de otra subestructura.

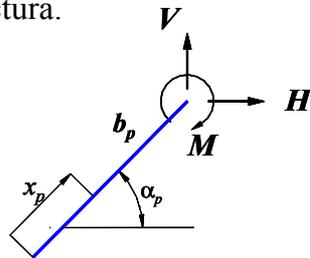


Figura 5a

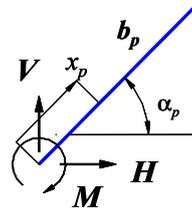


Figura 5b

Para el caso de la Figura 5a, debe verificarse que

$$\left(\frac{EJ}{L^2}\right)_p v_p''(1) - M = 0 \quad (27)$$

$$\left(\frac{EJ}{L^3}\right)_p v_p'''(1) - V \cos \alpha_p + H \operatorname{sen} \alpha_p = 0 \quad (28)$$

$$\left(\frac{EF}{L}\right)_p u_p'(1) - V \operatorname{sen} \alpha_p - H \cos \alpha_p = 0 \quad (29)$$

o bien,

$$\left(\frac{EJ}{L^3}\right)_p \sum_{i0} (i+1)(1+2)A_{p,(i+2)} - M = 0 \quad (30)$$

$$\left(\frac{EJ}{L^3}\right)_p \sum_{i0} (i+1)(1+2)(i+3)A_{p,(i+3)} - V \cos \alpha_p + H \operatorname{sen} \alpha_p = 0 \quad (31)$$

$$\left(\frac{EJ}{L}\right)_p \sum_{i0} (i+1)B_{p,(i+1)} - V \operatorname{sen} \alpha_p - H \cos \alpha_p = 0 \quad (32)$$

Por otro lado, para el caso de la Figura 5b, el equilibrio en el extremo cargado conduce a

$$\left(\frac{EJ}{L^2}\right)_p v_p''(0) + M = 0 \quad (33)$$

$$\left(\frac{EJ}{L^3}\right)_p v_p'''(0) + V \cos \alpha_p - H \operatorname{sen} \alpha_p = 0 \quad (34)$$

$$\left(\frac{EF}{L}\right)_p u_p'(0) + V \operatorname{sen} \alpha_p + H \cos \alpha_p = 0 \quad (35)$$

o bien,

$$2\left(\frac{EJ}{L^2}\right)_p A_{p,2} + M = 0 \quad (36)$$

$$6\left(\frac{EJ}{L^3}\right)_p A_{p,3} + V \cos \alpha_p - H \operatorname{sen} \alpha_p = 0 \quad (37)$$

$$\left(\frac{EF}{L}\right)_p B_{p,1} + V \operatorname{sen} \alpha_p + H \cos \alpha_p = 0 \quad (38)$$

5 PLANTEO DEL CASO SIMÉTRICO

El esquema mostrado en la Figura 2a lo abordamos dividiendo la estructura como se detalla en la Figura 6.

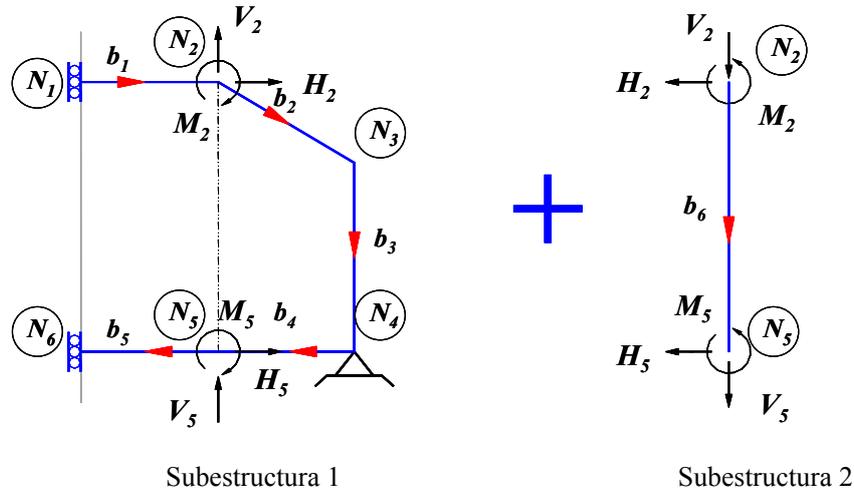


Figura 6 – Esquema estructural para formas modales simétricas

Definiendo las coordenadas locales x_i de acuerdo a las flechas indicadas sobre cada barra, deducimos que en el nudo (1) (nulidad del desplazamiento horizontal, giro nulo y resultante nula vertical)

$$u_1(0) \cos \alpha_1 + v_1(0) \operatorname{sen} \alpha_1 = 0 \quad (39)$$

$$v'_1(0) = 0 \quad (40)$$

$$\left(\frac{EJ}{a^3} \right)_1 v_1'''(0) \cos \alpha_1 + \left(\frac{EF}{a} \right)_1 u_1'(0) \operatorname{sen} \alpha_1 = 0 \quad (41)$$

y a su vez para la barra b_4 (nulidad de los desplazamientos por el apoyo doble, continuidad del giro y del momento flector):

$$u_4(0) = 0 \quad (42)$$

$$v_4(0) = 0 \quad (43)$$

$$\frac{v_4'(0)}{a_4} = \frac{v_3'(1)}{a_3} \quad (44)$$

$$\left(\frac{EJ}{a^2} \right)_4 v_4''(0) = \left(\frac{EF}{a^2} \right)_3 v_3''(1) \quad (45)$$

Esto nos deja tres (3) incógnitas en la barra b_1 , por ejemplo A_{10} , A_{12} y B_{11} (podría haber otra selección: B_{10} , A_{12} y A_{13}). El resto de las A_{1n} y B_{1n} surge del cumplimiento de las ecuaciones diferenciales por recurrencia, en función de las tres elegidas. A su vez, en la barra b_4 nos quedan dos (2) incógnitas que son A_{43} y B_{41} . El resto de las A_{4n} y B_{4n} surge por recurrencia, al imponer las ecuaciones diferenciales.

Son incógnitas también los seis (6) esfuerzos aplicados en los nudos N_2 y N_5 , que al tomarlos iguales y contrarios para cada subestructura, verifican el equilibrio nodal.

El resto de las constantes de las otras barras A_{in} y B_{in} se hallan por continuidad geométrica y estática de las conexiones e imponiendo la verificación de las ecuaciones diferenciales, siempre en función de estas once (11) incógnitas. Conviene aclarar que en el nudo N_2 se plantean las seis (6) condiciones de continuidad de las barras b_1 y b_2 , tal como se describió en la sección 3. Pero también tenemos las tres (3) condiciones geométricas de continuidad entre barras b_1 y b_6 , (por ejemplo) y las tres (3) condiciones de equilibrio de la barra b_6 , como vimos en la sección 4, lo que junto a la recurrencia determina la totalidad de los coeficientes de la barra b_6 .

Veamos por otro lado, cuales son las once (11) ecuaciones homogéneas que dan lugar al determinante característico del cual hallamos las frecuencias naturales ω buscadas.

En el nudo N_6 de la subestructura 1, se obtienen tres (3) ecuaciones. Efectivamente, por nulidad del desplazamiento horizontal, giro nulo y resultante vertical nula se obtienen

$$u_5(1)\cos\alpha_5 + v_5(1)\operatorname{sen}\alpha_5 = 0 \quad (46)$$

$$v'_5(1) = 0 \quad (47)$$

$$\left(\frac{EJ}{a^3}\right)_5 v_5'''(1)\cos\alpha_5 + \left(\frac{EF}{a}\right)_5 u'_5(1)\operatorname{sen}\alpha_5 = 0 \quad (48)$$

En el nudo N_4 de la subestructura 1, se obtienen dos (2) ecuaciones, ambas por nulidad del desplazamiento total debido a la articulación doble. es decir

$$v_3(1) = 0 \quad (49)$$

$$u_3(1) = 0 \quad (50)$$

En el nudo N_5 , por continuidad de las dos subestructuras, se obtienen tres (3) ecuaciones

$$\frac{v_5'(0)}{a_5} = \frac{v_6'(1)}{a_6} \quad (51)$$

$$u_5(0)\cos\alpha_5 + v_5(0)\operatorname{sen}\alpha_5 = u_6(1)\cos\alpha_6 + v_6(1)\operatorname{sen}\alpha_6 \quad (52)$$

$$u_5(0)\operatorname{sen}\alpha_5 - v_5(0)\cos\alpha_5 = u_6(1)\operatorname{sen}\alpha_6 + v_6(1)\cos\alpha_6 \quad (53)$$

y finalmente, tres (3) ecuaciones en el nudo N_5 de la subestructura 2, igualando los esfuerzos internos a tres externos.

$$\left(\frac{EJ}{a^2}\right)_6 v_6''(1) + M_5 = 0 \quad (54)$$

$$\left(\frac{EJ}{a^3}\right)_6 v_6'''(1) + V_5\cos\alpha_6 - H_5\operatorname{sen}\alpha_6 = 0 \quad (55)$$

$$\left(\frac{EF}{a}\right)_6 u_6'(1) + V_5 \text{sen} \alpha_6 + H_5 \text{cos} \alpha_6 = 0 \quad (56)$$

En la sección de resultados geométricos se hallan las tres primeras frecuencias correspondientes al modo simétrico, con sus correspondientes formas modales

6 PLANTEO DEL CASO ASIMÉTRICO

Se resuelve este modo, de acuerdo al esquema estructural que se observa en la Figura 7

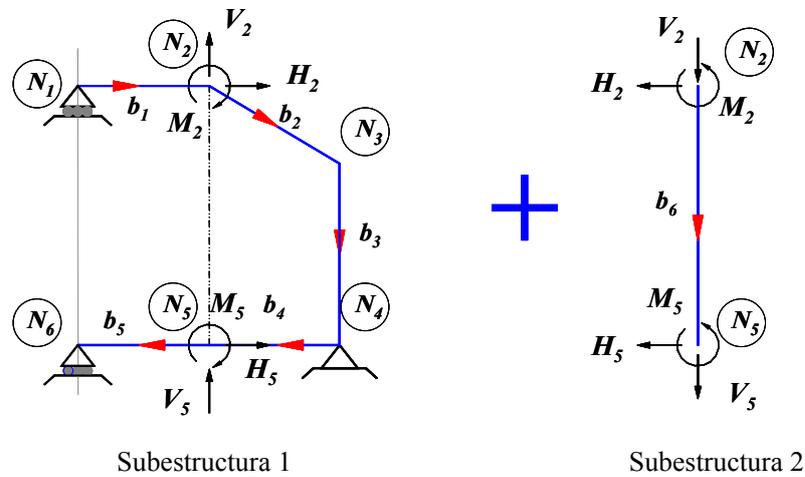


Figura 7– Esquema estructural para formas modales asimétricas

Por supuesto, se realiza un estudio similar al caso simétrico, modificando sólo las (39), (40) y (41) en el nudo N_1 , por las siguientes (nulidad del desplazamiento vertical, esfuerzo horizontal nulo y momento flector nulo):

$$u_1(0) \text{sen} \alpha_1 - v_1(0) \text{cos} \alpha_1 = 0 \quad (57)$$

$$\left(\frac{EJ}{a^3}\right)_1 v_1'''(0) \text{sen} \alpha_1 - \left(\frac{EF}{a}\right)_1 u_1'(0) \text{sen} \alpha_1 = 0 \quad (58)$$

$$v_1''(0) = 0 \quad (59)$$

dando lugar a las siguientes tres (3) incógnitas A_{11} , A_{13} y B_{10} (podría haber otra selección: A_{10} , A_{11} y B_{11}). La restante modificación son las condiciones en el nudo N_6 , que son las mismas que el nudo N_1 , es decir, se reemplazan las ecuaciones (46), (47) y (48) por las siguientes:

$$u_5(1) \text{sen} \alpha_5 - v_5(1) \text{cos} \alpha_5 = 0 \quad (60)$$

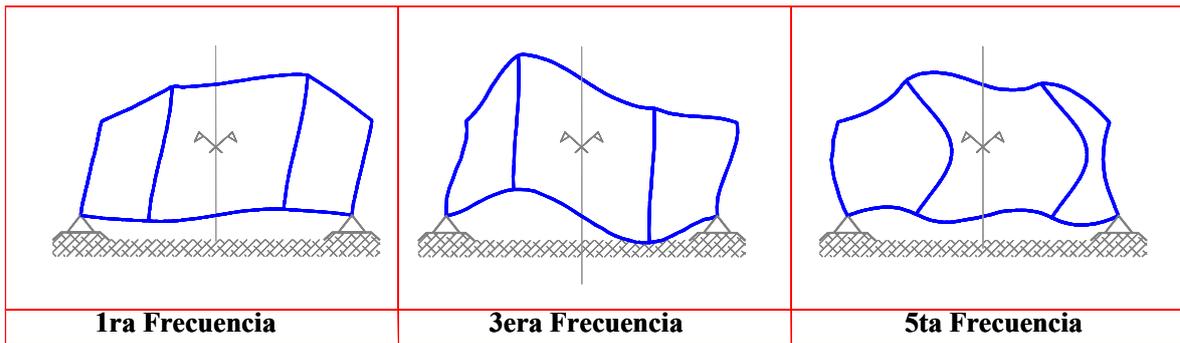
$$\left(\frac{EJ}{a^3}\right)_5 v_5'''(1) \text{sen} \alpha_5 - \left(\frac{EF}{a}\right)_5 u_5'(1) \text{sen} \alpha_5 = 0 \quad (61)$$

$$v_5''(1) = 0 \quad (62)$$

7 RESULTADOS

A continuación, se indican las primeras seis frecuencias para la viga Vierendeel del esquema estructural propuesto en la Figura 1.

FORMAS MODALES ASIMETRICAS – VIGA VIERENDEEL



FORMAS MODALES SIMETRICAS – VIGA VIERENDEEL

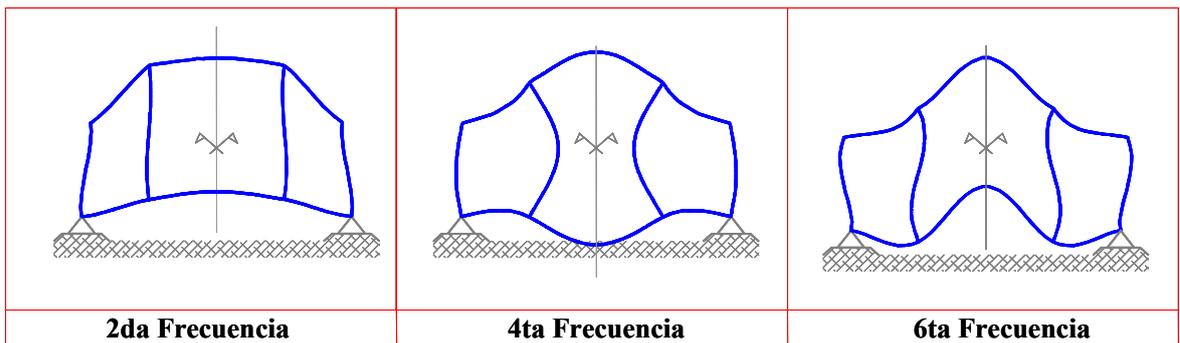


Figura 8 – Formas modales para las seis primeras frecuencias

Tabla 1 – Valores de la frecuencia ω

Frecuencia		V A L O R E S			
ω	S/A	SERIES ENTERAS		ALGOR	
		rad/sec	Hertz	rad/sec	Hertz
ω_1	A	66,8258	10,6357	66,804	10,632
ω_2	S	120,9253	19,2459	120, 93	19,246
ω_3	A	187,0141	49,7642	187,03	29,767
ω_4	S	267,9791	42,6502	267,99	42,652
ω_5	A	361,6943	57,5654	361,41	57,520
ω_6	S	449,1661	71,4870	449,22	71,496

S: Forma modal Simétrica – A: Forma modal Asimétrica

8 CONCLUSIONES Y COMENTARIOS FINALES

En la metodología que aquí se ha descrito, resulta muy interesante la potencialidad de la herramienta para resolver problemas de valores propios y formas modales. Como ya se había avizorado en trabajos anteriores, con aplicación de las series de potencias enteras a dominios simplemente conexos, la extrapolación de su uso a los dominios múltiplemente conexos, sigue brindando una reducción considerable en el número de incógnitas a resolver cuando resulta necesario discretizar el dominio.

Para el caso de la viga Vierendeel aquí analizado, la sistematización del método permitió reducir el problema a la determinación de 18 incógnitas, frente a una alternativa más o menos buena de elementos finitos, que plantea un número de incógnitas significativamente superior. Admitiendo aún sección constante, todo buen usuario de cualquier código comercial de elementos finitos, sabe de la exigencia de dividir cada barra en un número suficiente de subelementos. Ni que pensar cuando se trata de una pieza de sección continuamente variable, atento a que las aproximaciones que utilizan esos programas son en general polinomios cúbicos. A diferencia de lo anterior, y aún considerando la situación de inercia variable, la propuesta de este trabajo toma siempre la barra como elemento completo, sin requerir división alguna, y sin introducir por ello ningún error por aproximación. En todo momento, se desarrollan las formas trascendentes automáticamente en serie de potencias enteras, tanto para desplazamientos flexionales como axiales, para cada tramo i -ésimo de longitud a_i y sin discretizarlo.

Es de destacar que la metodología propuesta en series de potencias, converge siempre a la solución exacta con precisión arbitraria, donde el grado de convergencia con los resultados exactos queda limitado al truncado de la serie infinita. Si bien en cada caso el número de términos es variable, se obtienen por lo general excelentes resultados con no demasiados términos. Todo esto, además, resulta de fácil implementación en cualquier ordenador doméstico, disminuyendo con ello los requerimientos computacionales de un equipo sofisticado y caro.

La alternativa planteada aquí abre la posibilidad de incursionar en el estudio de los entramados, a fin de lograr una mayor sistematización y generalización del método.

Se destaca de nuevo y finalmente que una herramienta clásica, desarrollada fundamentalmente para su aplicación en problemas de condiciones iniciales, puede con una automatización apropiada, permitir afrontar problemas de condiciones de borde con enormes ventajas frente a otras metodologías. La extensión a problemas de borde no lineales es elementalmente natural. Nuestro grupo de investigación está logrando avances en resolución de problemas de condiciones iniciales y de borde en dos dimensiones y no lineales..

9 REFERENCIAS

- [1] C. P. Filipich, M. R. Escalante, M. B. Rosales, *Series de potencias: una ventajosa alternativa aplicada a vibraciones libres de pórticos*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 908-920.
- [2] C. P. Filipich, E. A. Bambill, M. B. Rosales, *Pandeo de pórticos planos. Uso sistemático*

- de series de potencias*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 454-468.
- [3] C. P. Filipich, P. M. Bellés, M. B. Rosales, *Dinámica de anillos y arcos circunferenciales gruesos*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 863-876.
- [4] C. P. Filipich, E. A. Bambill, *Frecuencias naturales de piezas empresiladas via serie de potencias*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 877-891
- [5] C. P. Filipich, M. B. Rosales, F. S. Buezas, *Vibración libre de arcos simétricos de directriz arbitraria resueltos por medio de series de potencias*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 892-907.
- [6] H. D. Menecozzi, C. P. Filipich, M. B. Rosales, *Un método variacional no clásico aplicado al problema de vibraciones naturales de arcos gruesos circunferenciales*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 982-996.
- [7] M. B. Rosales, C. P. Filipich, M. R. Escalante, *Dinámica de una estructura flotante amarrada: modelado de la no linealidad mediante recurrencias algebraicas*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 1051-1063.
- [8] C. P. Filipich, M. R. Escalante, M. B. Rosales, *Sincronización de dos atractores de Lorenz mediante el uso de series de potencias*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 1165-1172.