

ANÁLISIS DE LA RADIACIÓN TÉRMICA CON DISPERSIÓN ANISOTRÓPICA DE MIE EN CAVIDADES BIDIMENSIONALES MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS VOLÚMENES FINITOS

Daniel Rebollo

*Instituto de Mecánica Aplicada, Universidad Nacional de San Juan, Libertador 1109 Oeste, 5400,
San Juan, Argentina, drebollo@unsj.edu.ar*

Palabras claves: Radiación, Dispersión anisotrópica, Teoría de Mie, Volúmenes Finitos.

Resumen. En este trabajo se ha simulado numéricamente un proceso de transferencia de calor por radiación térmica en una cavidad cuadrada rellena con un medio de partículas que absorbe, emite y dispersa anisotrópicamente la radiación térmica. Se ha desarrollado un modelo y un código computacional basado en el acople del método de los volúmenes finitos y la teoría de la dispersión de Mie, para evaluar la función de dispersión. Se han utilizado cuatro funciones de dispersión, las cuales fueron calculadas resolviendo las ecuaciones de Mie. Los resultados fueron comparados con los únicos resultados disponibles, donde se analizaron varias situaciones radiantes utilizando el método de las ordenadas discretas para resolver la ecuación de la transferencia radiante y la expansión en serie de los polinomios de Legendre para calcular la función de dispersión. En este trabajo se estudian las mismas configuraciones, se analiza la influencia de los parámetros térmicos y de las diferentes funciones de dispersión en el flujo de calor y se efectúan las comparaciones respectivas.

1 INTRODUCCIÓN

En muchas aplicaciones prácticas de conversión de energía, la conducción y la convección de calor ocurren simultáneamente con una cantidad significativa de radiación térmica. Ejemplos concretos de estos sistemas son los motores de combustión interna, turbinas térmicas y hornos industriales. Por ejemplo, en hornos que queman combustibles fósiles, el dióxido de carbono y el vapor de agua, formados como productos de la combustión, absorben y emiten cantidades significativas de radiación térmica. La importancia de la radiación térmica también puede ser apreciable en las cámaras de combustión de los motores, en los hornos de fundición de vidrio, explosiones nucleares, propulsión de cohetes, fenómenos ambientales y procesos de enfriamiento en dispositivos electrónicos. En todos estos fenómenos la radiación térmica juega un rol muy importante por lo que existe un gran interés en desarrollar modelos de análisis que permitan obtener resultados en forma rápida, precisa y económica. Además de la absorción y la emisión, la dispersión también es importante en la radiación térmica, como en el caso de la luz solar absorbida por una nube de polvo o dispersada por la atmósfera, la dispersión de la luz de las estrellas por el polvo interestelar, la propagación de las ondas de radio en la atmósfera y como herramientas de diagnóstico de gases.

La transferencia radiante en un medio plano unidimensional ha sido frecuentemente considerada por los investigadores en el campo de la astronomía y las ciencias atmosféricas y muchas técnicas de solución han sido usadas para resolver este tipo de problema. Recientes publicaciones en el campo de la transferencia radiante incluyen dispersión anisotrópica de Mie. La mayoría de los nuevos esquemas de solución son testeados en una situación unidimensional antes de ser extendidos a situaciones de mayor dimensionalidad debido a que esta es mucho más simple y existen muchos resultados precisos. Debido a que el análisis unidimensional resulta la base para el análisis en otras geometrías más complejas, es importante conseguir un entendimiento claro del fenómeno analizado.

Existe una gran cantidad de trabajos relacionados al estudio de la radiación térmica en cavidades, la mayoría de ellos son simulaciones numéricas donde se aplica una gran variedad de métodos numéricos. Estos métodos se caracterizan por su capacidad de manejar geometrías multidimensionales de forma irregular; buena precisión para la mayoría de las condiciones físicas de medio participante, dispersión isotrópica o anisotrópica, medio gris o espectral, medio isotérmico o no isotérmico; facilidad de aplicación, de generalización y flexibilidad en la elección de los diferentes órdenes de aproximación; compatibilidad con métodos numéricos aplicados a la resolución de otros modos de transferencia de calor y facilidad de programación y bajo costo de computación. El método de los volúmenes finitos cumple con todas las condiciones detalladas anteriormente por lo que se ha transformado en uno de los métodos más usados y con mayor futuro. En el método de los volúmenes finitos la ecuación integral de conservación de la intensidad de radiación térmica se obtiene integrando la ecuación gobernante de la transferencia radiante sobre volúmenes de control y ángulos sólidos discretos. Se usan varios tipos de funciones de interpolación para la intensidad. La formulación captura la aproximación de difusión para medios fuertemente atenuantes y no esta tan afectada por el efecto de los rayos como el método de las ordenadas discretas. Este método es totalmente compatible con el método de los volúmenes finitos usado para resolver problemas de dinámica de fluidos computacional y transferencia de calor por conducción y convección.

El método de los volúmenes finitos fue desarrollado por Raithby y Chui (1990) aplicándolo a grillas ortogonales, Chui y Raithby (1993) lo extendieron a mallas no ortogonales. Chai et al. (1994 y 1995) presentaron una nueva versión del método de los

volúmenes finitos para grillas ortogonales e irregulares, Kim y Beak (1997) analizaron el método de los volúmenes finitos en cavidades cilíndricas con un medio con dispersión anisotrópica. Mathur y Murthy (1999) aplicaron el método de los volúmenes finitos a geometrías periódicas. Gonçalves y Coelho (1997) desarrollaron una versión paralelizada el método de los volúmenes finitos. En todos los trabajos citados anteriormente el método de los volúmenes finitos ha sido usado en problemas de absorción y emisión con dispersión isotrópica o funciones de dispersión anisotrópicas muy sencillas.

Los primeros trabajos donde se consideran funciones de dispersión mas complejas fueron publicados por Kim y Lee (1988) y por Kim (1990). Kim utilizo las funciones de dispersión F1, F2, B1 y B2 calculadas usando expansiones en serie de los polinomios de Legendre, utilizando el método de las ordenadas discretas y el método de las diferencias finitas. Recientemente Hao et al. (2003) utilizaron el método de los volúmenes finitos para estudiar la dispersión anisotrópica en cavidades bidimensionales utilizando las mismas funciones de dispersión, calculadas de la misma manera que Kim (1990). Byun et al. (2004) utilizaron una combinación del método de los volúmenes finitos - método de Monte Carlo para analizar la dispersión anisotrópica en cavidades bidimensionales de forma irregular. An et al. (2005) usaron el método de los elementos finitos para analizar la radiación difusa en una cavidad cuadrada con dispersión anisotrópica utilizando las mismas funciones de dispersión que en los trabajos anteriormente citados, calculadas de la misma manera.

Trivic (2004) utilizo el método de los volúmenes finitos con las mismas funciones de dispersión anisotrópicas utilizadas en los trabajos citados, pero obtenidas resolviendo las ecuaciones de Mie, con datos proporcionados por Kim (1988). Además, Trivic (2004) utilizo datos proporcionados por Modest (1993) y obtuvo funciones de dispersión para diferentes carbones y cenizas.

Existen varios códigos computacionales de acceso libre en Internet que permiten calcular las funciones de dispersión anisotrópicas con gran seguridad. Algunos de estos códigos pertenecen a Wiscombe (1980, 1996), Bohren y Huffman (1983) y Lentz quien modifico el código original de Dave (1969). Estos códigos de libre disponibilidad fueron usados para testear los resultados obtenidos con el código desarrollado en este trabajo.

Este trabajo muestra resultados de la transferencia radiante en un medio absorbente, emisor y dispersante siguiendo la teoría de Mie en una geometría plana unidimensional para emisión difusa desde las fronteras y emisión desde un medio isotérmico. Se han simulado las mismas configuraciones térmicas que estudio Kim (1990) en su Tesis Doctoral la cual dispone de gran cantidad de información que no ha sido utilizada por los trabajos publicados posteriormente.

2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

2.1 Ecuación de la transferencia radiante

La ecuación de la transferencia radiante para un medio gris absorbente, emisor y dispersante es (Modest, 1993; Siegel y Howell, 1992; Brewster, 1992; Kim, 1990; Chui, 1990; Chai, 1994)

$$\mathbf{s} \cdot \nabla i = -\beta i + S \quad (1)$$

donde i es la intensidad de radiación térmica, s es el vector de dirección, $\beta = \kappa + \sigma$ es el coeficiente de extinción y S el término fuente, dado por:

$$S = \kappa i_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\omega=0}^{4\pi} i\Phi d\omega \quad (3)$$

donde κ coeficiente de absorción, σ es el coeficiente de dispersión, i_b es la intensidad de radiación térmica perteneciente al cuerpo negro, Φ es la función de dispersión y ω es el ángulo sólido.

2.2 Función de dispersión

La función de dispersión, para una placa plana unidimensional, independiente del ángulo azimutal, expresada como una serie de polinomios de Legendre, es (Kim, 1990; Dombrosky, 1996; Modest, 1993)

$$\Phi(\theta^l, \theta^k) = 1 + \sum_{m=1}^M A_m P_m(\cos \theta^l) P_m(\cos \theta^k) \quad (4)$$

donde θ es el ángulo polar, k representa la dirección incidente, l representa la dirección emitida, A_m son los coeficientes de la serie de Legendre y P_m son los polinomios de Legendre.

Para poder calcular la función de dispersión es necesario conocer los coeficientes A_m , los cuales están relacionados a los coeficientes de dispersión de Mie a_n y b_n por medio de un conjunto de ecuaciones (Modest, 1993), y se encuentran tabulados en los trabajos de Kim (1990); An et al. (2005); Byun et al. (2004); Hao et al. (2003).

Según la teoría de Mie, la función de dispersión en una dirección dada, para una esfera simple, definida por el ángulo de dispersión Θ , esta dada por (Modest, 1993; Brewster, 1992; Trivic, 2004)

$$\Phi(\Theta) = 2 \frac{i_1 + i_2}{x^2 Q_{sca}} \quad (5)$$

las cantidades i_1 y i_2 son las intensidades polarizadas adimensionales, calculadas como

$$i_1(x, m, \Theta) = |S_1(\Theta)|^2 \quad i_2(x, m, \Theta) = |S_2(\Theta)|^2 \quad (6)$$

los S_1 y S_2 son las funciones de amplitud complejas, expresadas como

$$S_1(\Theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n(\cos \Theta) + b_n \tau_n(\cos \Theta)] \quad (7)$$

$$S_2(\Theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [b_n \pi_n(\cos \Theta) + a_n \tau_n(\cos \Theta)] \quad (8)$$

Las funciones dependientes de la dirección, también llamadas funciones angulares, π_n y τ_n están relacionados a los polinomios de Legendre $P_n(\cos \Theta)$ como

$$\pi_n(\cos \Theta) = \frac{dP_n(\cos \Theta)}{d(\cos \Theta)} \quad (9)$$

$$\tau_n(\cos \Theta) = \cos \Theta \pi_n(\cos \Theta) - \sin^2 \Theta \frac{d\pi_n(\cos \Theta)}{d(\cos \Theta)} \quad (10)$$

los coeficientes de dispersión de Mie a_n y b_n son funciones complejas de x y z

$$a_n = \frac{\psi'_n(z)\psi_n(x) - m\psi_n(z)\psi'_n(x)}{\psi'_n(z)\xi_n(x) - m\psi_n(z)\xi'_n(x)} \quad (11)$$

$$b_n = \frac{m\psi'_n(z)\psi_n(x) - \psi_n(z)\psi'_n(x)}{m\psi'_n(z)\xi_n(x) - \psi_n(z)\xi'_n(x)} \quad (12)$$

En la que $m = n - ik$ es el índice de refracción complejo, $x = 2\pi r/\lambda$ es el parámetro de tamaño de la partícula y $z = mx$, además

$$\psi'_n(z) = \frac{d\psi_n(z)}{dz} \quad (13)$$

$$\xi'_n(z) = \frac{d\xi_n(z)}{dz} \quad (14)$$

donde las funciones ψ_n y ξ_n son las funciones de Ricatti-Bessel y Ricatti-Hankel respectivamente. Ellas se pueden escribir como

$$\psi_n(z) = zj_n(z) \quad (15)$$

$$\xi_n(x) = zj_n(z) - iy_n(z) \quad (16)$$

En la que j_n y y_n son las funciones esféricas de Bessel de primera y segunda clase respectivamente. Los factores de eficiencia para la extinción, dispersión y absorción Q_{ext} , Q_{sca} y Q_{abs} están dados por

$$Q_{ext} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re}\{a_n + b_n\} \quad (17)$$

$$Q_{sca} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad (18)$$

$$Q_{abs} = Q_{ext} - Q_{sca} \quad (19)$$

El programa de computadora desarrollado en este estudio calcula todas las cantidades para partículas esféricas dado el radio de la partícula r , el índice de refracción complejo del material de la partícula m y el valor de la longitud de onda de la radiación incidente λ .

2.3 Divergencia de la energía radiante

El flujo de calor en la dirección \mathbf{s} se relaciona con la intensidad i de la siguiente manera (Brewster, 1992; Chai, 1994; Chui, 1990; Kim, 1990; Modest, 1993; Siegel y Howell, 1992)

$$\mathbf{q}_r = \int_{\omega=0}^{4\pi} i \mathbf{s} d\omega \quad (20)$$

así, la divergencia de la energía radiante se puede escribir como

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_r = \kappa \left(4\gamma T^4 - \int_{\omega=0}^{4\pi} i d\omega \right) \quad (21)$$

donde γ es la constante de Stefan–Boltzmann y T es la temperatura absoluta.

2.4 Discretización de la ecuación de la transferencia radiante

La ecuación de la transferencia radiante (1) se debe integrar tanto en el volumen espacial como en el angular (Chai, 1994; Chui, 1990), es decir:

$$\int_{V_p} \int_{\omega^l} (\mathbf{s}^l \cdot \nabla i_p^l) d\omega dV = \int_{V_p} \int_{\omega^l} (-\beta i_p^l + S_p^l) d\omega dV \quad (22)$$

aplicando el teorema de Gauss se obtiene:

$$\int_S \int_{\omega^l} i_S^l (\mathbf{s}^l \cdot d\mathbf{S}) d\omega = \int_{V_p} \int_{\omega^l} (-\beta i_p^l + S_p^l) d\omega dV \quad (23)$$

El lado izquierdo de la ecuación (23) se puede reemplazar por una sumatoria de integrales a lo largo de las caras del volumen de control P . El lado derecho de la ecuación (23) corresponde a una doble integral de una función escalar, por lo que se puede escribir que:

$$\sum_f \int_f \int_{\omega^l} i_f^l (\mathbf{s}^l \cdot d\mathbf{S}_f) d\omega = (-\beta i_p^l + S_p^l) \omega^l V_p \quad (24)$$

Recordando que el valor de i_f^l prevalece a lo largo de toda la cara del volumen de control, se puede escribir que:

$$\sum_f i_f^l \int_{\omega^l} (\mathbf{s}^l \cdot \mathbf{S}_f) d\omega = (-\beta i_p^l + S_p^l) \omega^l V_p \quad (25)$$

donde la función fuente se calcula como

$$S_p^l = \kappa i_{b,p} + \frac{\sigma}{4\pi} \sum_{k=1}^{n_d} i_p^k \bar{\Phi}^{lk} \omega^k \quad (26)$$

donde $\bar{\Phi}^{lk}$ es la energía promedio dispersada desde el ángulo de control k hacia el ángulo de control l , la cual se calcula como:

$$\bar{\Phi}^{lk} = \frac{\int_{\omega_k} \int_{\omega_l} \Phi(\mathbf{s}^k, \mathbf{s}^l) d\omega^k d\omega^l}{\omega^k \omega^l} \quad (27)$$

Llamando a la integral sobre el ángulo sólido de la ecuación (25) como:

$$\int_{\omega^l} (\mathbf{s}^l \cdot \mathbf{S}_f) d\omega = D_f^l A_f \quad (28)$$

donde A_f es el valor del área de la cara y D_f^l es la integral en el ángulo sólido del producto escalar entre la dirección del haz y la normal unitaria exterior a la cara. Finalmente, se obtiene la ecuación discreta de la transferencia radiante:

$$\sum_f i_f^l D_f^l A_f = (-\beta i_p^l + S_p^l) \omega^l V_p \quad (29)$$

Para resolver la vinculación entre los valores de la intensidad radiante en el centro del volumen de control i_p^l y sus valores en las caras del volumen de control i_f^l se utiliza el esquema Step, idéntico al esquema UpWind usado en convección. Para la determinación de la intensidad en la cara del volumen de control es necesario analizar el producto escalar entre la dirección del haz y la normal exterior a la cara, el cual está representado por el coeficiente D_f^l , resultando:

$$i_f^l = \begin{cases} = i_p^l & \text{para } D_f^l \geq 0 \\ = i_N^l & \text{para } D_f^l < 0 \end{cases} \quad (30)$$

este será el esquema de diferenciación usado en este trabajo.

Finalmente, se obtiene un sistema de ecuaciones algebraicas para cada dirección, que al ser resuelta, proporciona el campo de intensidades de radiación:

$$a_p^l i_p^l + \sum_N a_N^l i_N^l = R_p^l \quad (31)$$

2.5 Condición de frontera radiante

En este trabajo solo se consideran superficies radiantes sólidas, grises, opacas, difusas e isotérmicas. La condición de borde para esta situación se puede escribir como (Chai, 1994; Chui, 1990; Kim, 1990):

$$i_w^l = \varepsilon_w i_{bw} + \frac{\rho_w H_w}{\pi} \quad (32)$$

donde el subíndice w representa la pared, ε es la emisividad, ρ la reflectividad, i_b es la intensidad de radiación del cuerpo negro, la cual depende de la cuarta potencia de la temperatura absoluta de la pared, y H es la irradiación hemisférica, es decir, el flujo de calor radiante incidente en la pared. Estos últimos se calculan como:

$$i_{bw} = \frac{\gamma T_w^4}{\pi} \quad (33)$$

$$H_w = \int_{\mathbf{s}^k \cdot \mathbf{n}_w < 0} i_w^k |\mathbf{s}^k \cdot \mathbf{n}_w| d\omega^k \quad (34)$$

donde n es la normal unitaria a la pared. Esta ecuación muestra que la radiación que abandona la superficie radiante tiene dos componentes, la emisión debida al estado térmico de la superficie y la parte reflejada de la intensidad incidente sobre la superficie.

En todos los problemas analizados en este trabajo, se supone que las superficies de la cavidad son opacas, grises y difusas. La rugosidad de la superficie y la deposición de productos de la combustión hacen que esta suposición sea válida en muchas aplicaciones de la ingeniería.

3 DETALLES NUMÉRICOS

Kim (1990) utilizó el método de las ordenadas discretas y el método de las diferencias finitas para resolver la ecuación de la transferencia radiante (1). Utilizó una cuadratura de Lobatto de 42 direcciones y una grilla espacial irregular de 26 puntos. En este trabajo, para la grilla angular, se utilizó la misma cantidad de direcciones que las utilizadas por Kim pero

distribuidas uniformemente en el rango de 0 a π . Con respecto a la grilla espacial, se usaron 100 volúmenes de control en cada una de las direcciones.

El proceso iterativo de cálculo de la intensidad radiante se detiene cuando se alcanza un error absoluto menor a 10^{-6} en todas las direcciones angulares y en todos los volúmenes de control. Para terminar el cálculo de las series infinitas se ha utilizado el criterio dado por Wiscombe (1980):

$$n_{\max} = \begin{cases} x + 4x^{1/3} + 1 & 0.02 \leq x \leq 8 \\ x + 4.05x^{1/3} + 2 & 8 \leq x \leq 4200 \\ x + 4x^{1/3} + 2 & 4200 \leq x \leq 20000 \end{cases} \quad (35)$$

Para el cálculo de las funciones de dispersión utilizando la teoría de Mie se han usado los valores del parámetro de tamaño de la partícula y el índice de refracción dados por Trivic (2004).

4 CONFIGURACIONES TÉRMICAS ESTUDIADAS

Se estudian dos cavidades, una cavidad unidimensional de placas planas infinitas separadas una longitud Lx y una cavidad cuadrada de dimensiones $Lx = Ly$. Ambas cavidades están rellenas con un medio gris absorbente, emisor y anisotrópicamente dispersante. Las superficies de las cavidades son opacas, grises y difusas. Se ha tomado una coordenada local en la dirección normal a las caras, para el caso unidimensional, y a lo largo de las caras, en el caso bidimensional, la cual está adimensionalizada con la longitud de la cavidad Lx o Ly .

Se consideran dos casos de emisión para ambas configuraciones geométricas, desde la frontera y desde un medio isotérmico. En la emisión desde la frontera, en la cavidad unidimensional, la pared oeste ($x = 0.0$) esta caliente y la pared este ($x = Lx$) y el medio están fríos, en la cavidad bidimensional la pared sur ($y = 0.0$) está caliente y las restantes paredes y el medio están fríos. Para la emisión desde el medio isotérmico, el medio está caliente y todas las paredes frías.

Todas las magnitudes usadas están expresadas en el sistema internacional de medidas. Los resultados correspondientes al flujo de calor han sido adimensionalizados con el poder emisor de la placa caliente o del medio emisor isotérmico para facilitar la comparación con los resultados de Kim (1990). La descripción detallada de las configuraciones estudiadas y reproducidas en este trabajo se puede encontrar en el trabajo de Kim (1990).

5 RESULTADOS Y DISCUSIONES

Se estudian los efectos de la anisotropía de la función de dispersión, el albedo de dispersión, la reflectividad de las paredes y las dimensiones de la cavidad sobre la distribución del flujo de calor entre las placas.

En primer lugar se presentan los resultados de las funciones de dispersión consideradas en este trabajo. Estas fueron calculadas en el rango de 0° a 180° variando cada 1° resolviendo las ecuaciones de Mie. En la figura 1 se pueden observar las cuatro funciones de dispersión anisotrópicas consideradas en este estudio. Las funciones de dispersión F1 y F2 corresponden a una dispersión hacia adelante, mientras que B1 y B2 representan dispersión hacia atrás. Comparando con el caso de dispersión isotrópica, las funciones de dispersión F1 y F2 toman sus valores máximos para 0° y se mantienen mayores que uno hasta los 37° y 68° respectivamente, siendo menores que uno para ángulos mayores. Se comprueba que los mayores valores se encuentran para un ángulo de dispersión de 0° y los menores próximos a

180°. Para las funciones B1 y B2 ocurre lo contrario, son menores que uno hasta los 100° y mayores que uno para ángulos mayores, alcanzando sus máximos en la proximidad de los 180°. Además, se puede advertir que F1 toma valores mayores que F2 hasta un ángulo de dispersión de 28°, mientras que B2 es menor que B1 hasta los 100° invirtiéndose para ángulos mayores.

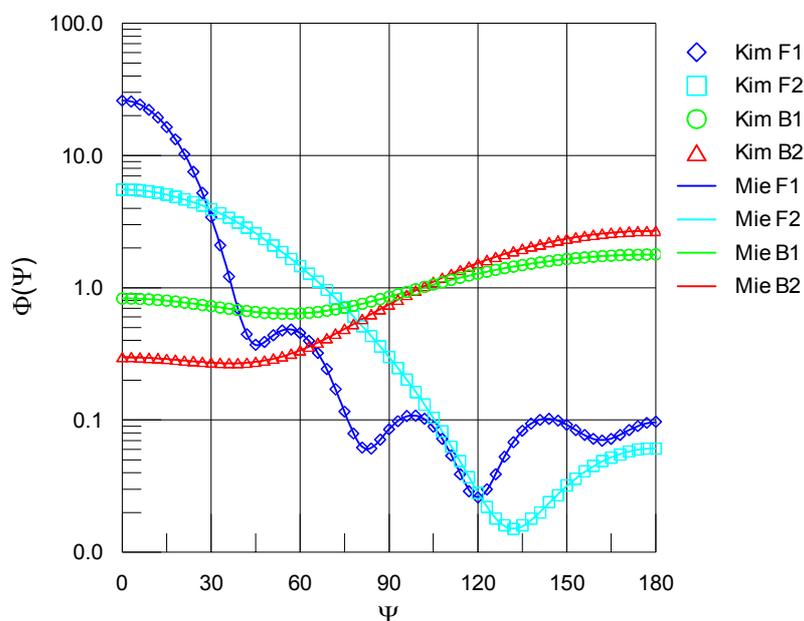


Figura 1: Función de dispersión en función del ángulo de dispersión.

5.1 Cavidad unidimensional

La figura 2 muestra la influencia de la anisotropía en la distribución de los flujos de calor neto adimensional entre las placas para las diferentes funciones de dispersión. Se puede comprobar los efectos de la anisotropía comparando los flujos de calor de cada función de dispersión. Se observa como el flujo de calor disminuye desde la función F1 hasta la función B1 en cada una de las coordenadas espaciales. Además, el flujo de calor disminuye con la coordenada espacial, como es de esperar, debido a que la única fuente de emisión radiante se encuentra en la coordenada $l = 0$. Se observa que el mayor error corresponde a la función B2, y el menor error corresponde a F1.

La figura 3 muestra la distribución del flujo de calor neto adimensional entre las placas paralelas negras ($\rho = 0.0$) separadas una distancia $Lx = 1.0$ y rellenas de un medio con una función de dispersión F2, para diferentes albedo de dispersión ω . Un albedo de dispersión $\omega = 1$, representan un medio puramente dispersante, y $\omega = 0$, un medio puramente absorbente. Para $\omega = 1$ el flujo neto debería ser constante a lo largo de la coordenada l . Al disminuir el albedo de dispersión, disminuye la componente de dispersión y aumenta la componente de absorción, aumentando el flujo en la coordenada $l = 0$ y disminuyendo en la coordenada $l = 1$. Se advierte como los errores absolutos crecen con el incremento del albedo de dispersión. Con la disminución del albedo de dispersión se reducen los efectos de la dispersión anisotrópica, en el caso del medio puramente absorbente $\omega = 0$, los errores se reducen notablemente.

La figura 4 muestra la distribución del flujo de calor neto adimensional para la función de dispersión F2, paredes negras ($\rho = 0.0$), un albedo de dispersión $\omega = 0.5$ y diferentes

distancias entre placas Lx . Se puede observar como se reduce el flujo de calor con la coordenada l , siendo mayor esta reducción a medida que aumente la distancia entre las placas. Para $Lx = 1$ el medio absorbe solo un 10 % de la radiación emitida desde la pared caliente. Para $Lx = 10$ el medio absorbe prácticamente toda la radiación emitida desde la pared caliente.

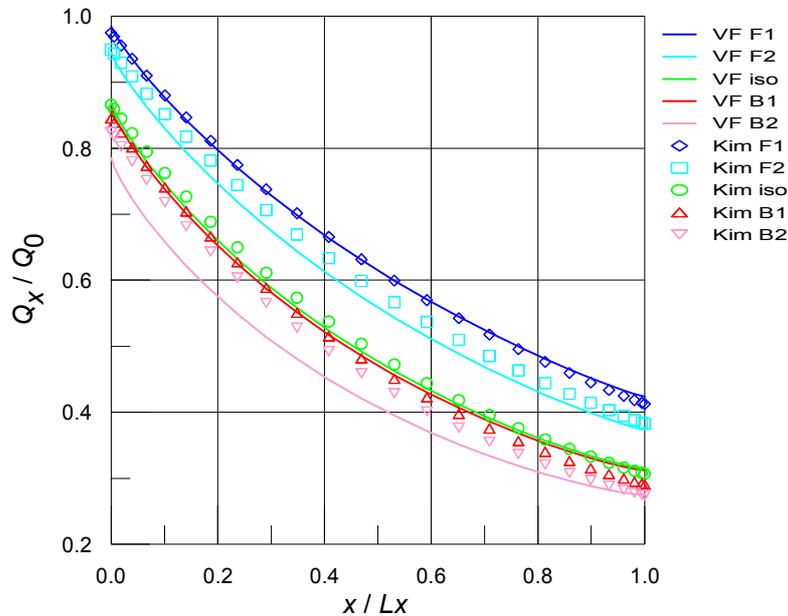


Figura 2: Efecto de la función de dispersión en el flujo de calor neto ($\rho = 0.0$, $\omega = 0.5$, $Lx = 1.0$ m).

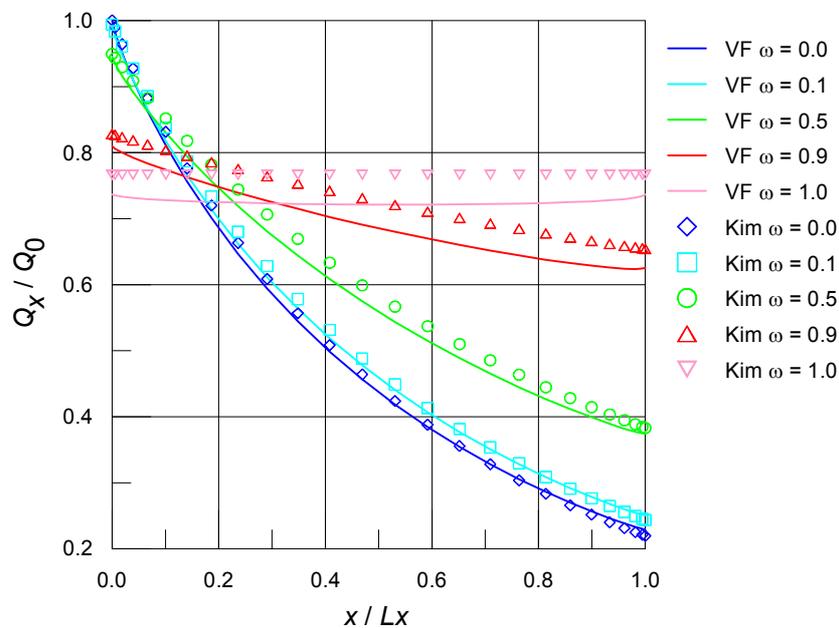


Figura 3: Efecto del albedo de dispersión en el flujo de calor neto (F2, $\rho = 0.0$, $Lx = 1.0$ m).

La figura 5 muestra la distribución del flujo de calor neto adimensional para la función de dispersión F2, un albedo de dispersión $\omega = 0.5$ y diferentes reflectividades en las paredes de la cavidad. Se puede observar como se reduce el flujo de calor con la coordenada l , siendo mayor esta reducción a medida que aumente la reflectividad en las paredes.

La figura 6 muestra la influencia de la anisotropía en la distribución del flujo de calor neto para un medio isotérmico en dos tamaños diferentes de cavidades con dos funciones de dispersión, F2 y B2, paredes negras ($\rho = 0.0$) y un albedo de dispersión $\omega = 0.5$.

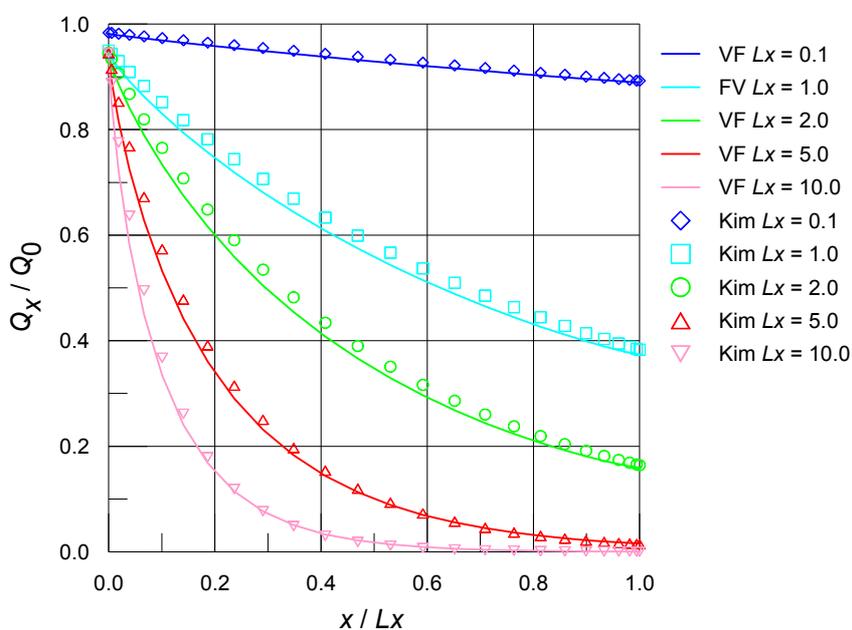


Figura 4: Efecto de las dimensiones de la cavidad en el flujo de calor neto (F2, $\rho = 0.0$ y $\omega = 0.5$).

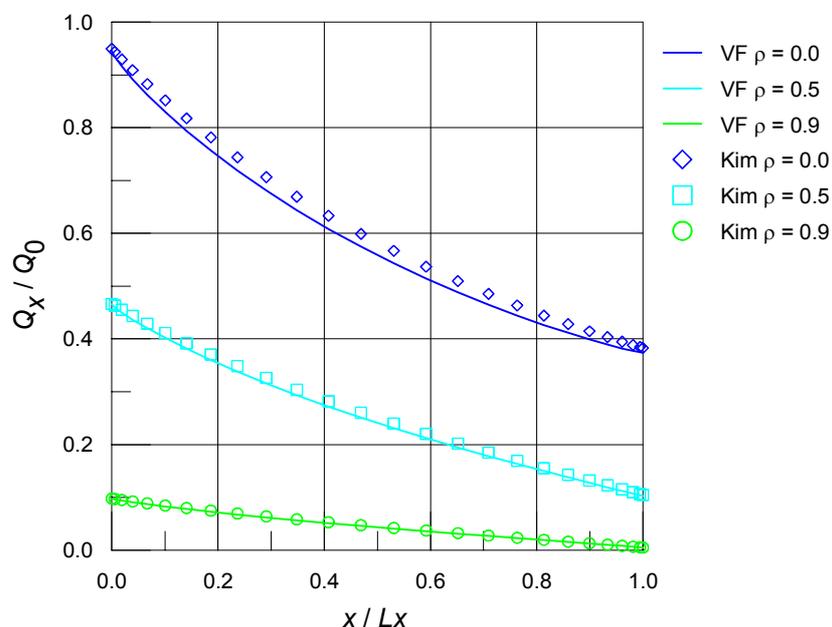


Figura 5: Efecto de la reflectividad de la pared en el flujo de calor neto (F2, $\omega = 0.5$ y $L_x = 1.0$ m).

En este caso el medio participante está caliente y las paredes frías, no hay emisión desde las paredes y la única fuente de energía entrante está uniformemente distribuida en el medio. Se advierte la distribución con simetría polar en el centro de la cavidad y que los flujos de calor en las paredes de la cavidad de dimensiones $L_x = 5.0$ resultan el doble de los correspondientes a $L_x = 1.0$. Debido a esta simetría se puede observar que, para $L_x = 1$, los

valores del flujo de calor son muy próximos para las dos funciones de dispersión consideradas. Con el incremento de Lx se advierten diferencias entre los flujos de calor para las diferentes funciones de dispersión consideradas. Esto es consecuencia de la disminución del efecto de simetría. Se advierte como los errores crecen con el incremento de la distancia entre las placas Lx para cada una de las funciones de dispersión anisotrópica consideradas.

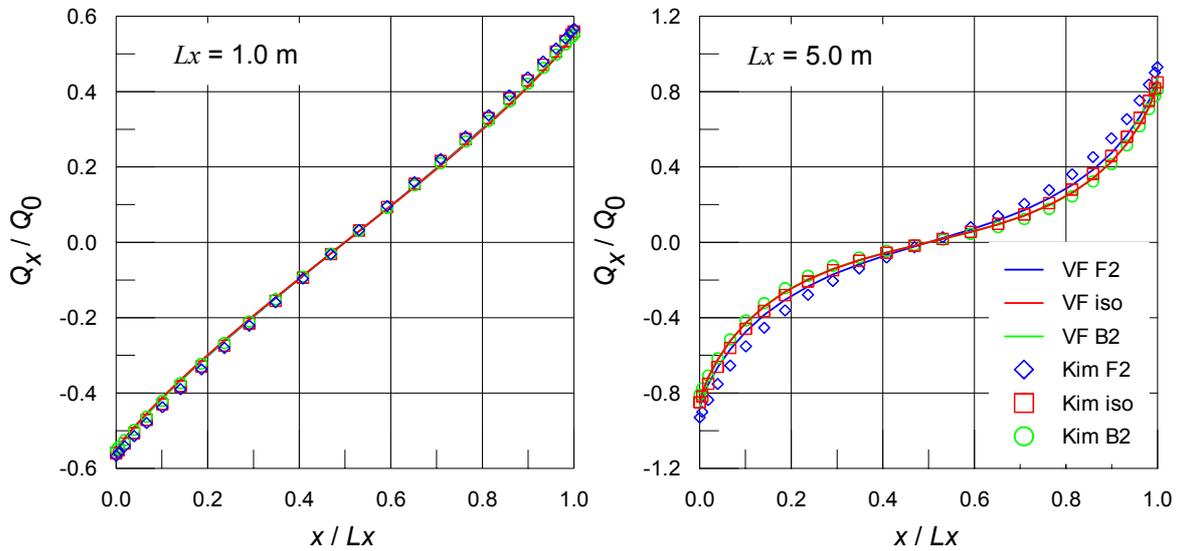


Figura 6: Efecto de la función de dispersión sobre el flujo de calor neto en un medio isotérmico ($\rho = 0.0$ y $\omega = 0.5$).

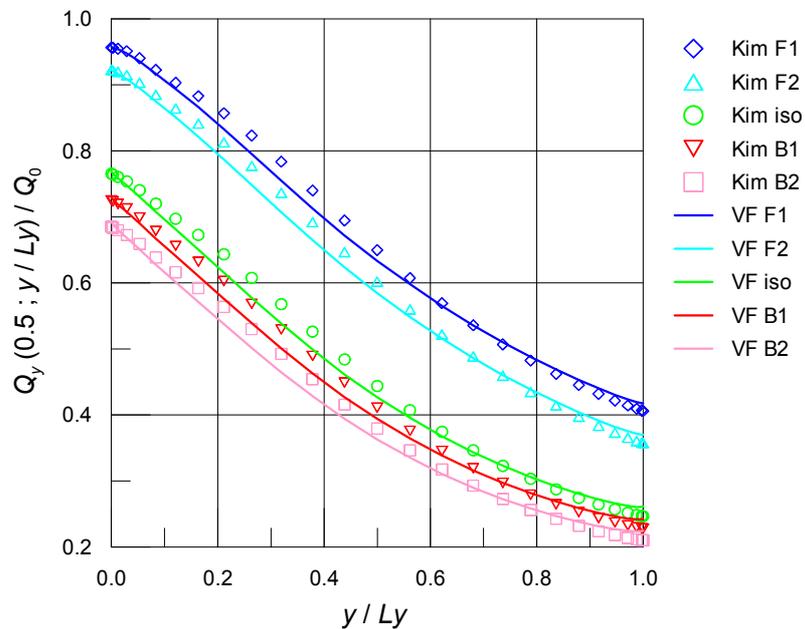


Figura 7: Efecto de la función de dispersión en el flujo de calor neto en la línea vertical central de la cavidad ($\rho = 0.0$, $\omega = 1$ y $Lx = Ly = 1$ m).

5.2 Cavity bidimensional

En la cavidad cuadrada, para emisión difusa desde la frontera, la pared sur ($y = 0.0$) está caliente, es la única fuente de calor radiante, y las otras paredes y el medio están fríos.

En la figura 7 se muestra el efecto de la función de dispersión en el flujo de calor neto en la línea central vertical de la cavidad con paredes negras ($\rho = 0.0$), medio puramente dispersante ($\omega = 1$) y dimensiones $L_x = L_y = 1$ m.

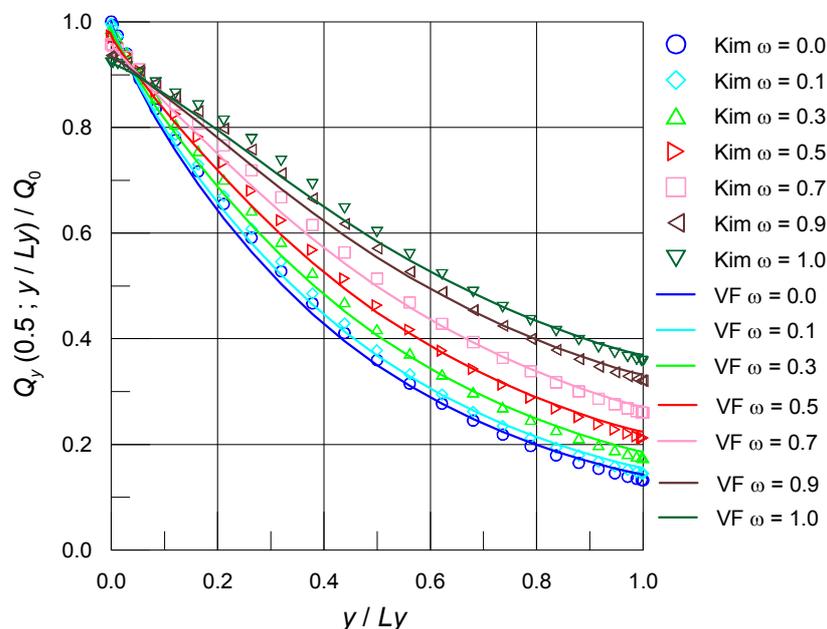


Figura 8: Efecto del albedo de dispersión en el flujo de calor neto en la línea vertical central de la cavidad (F_2 , $\rho = 0.0$ y $L_x = L_y = 1$ m).

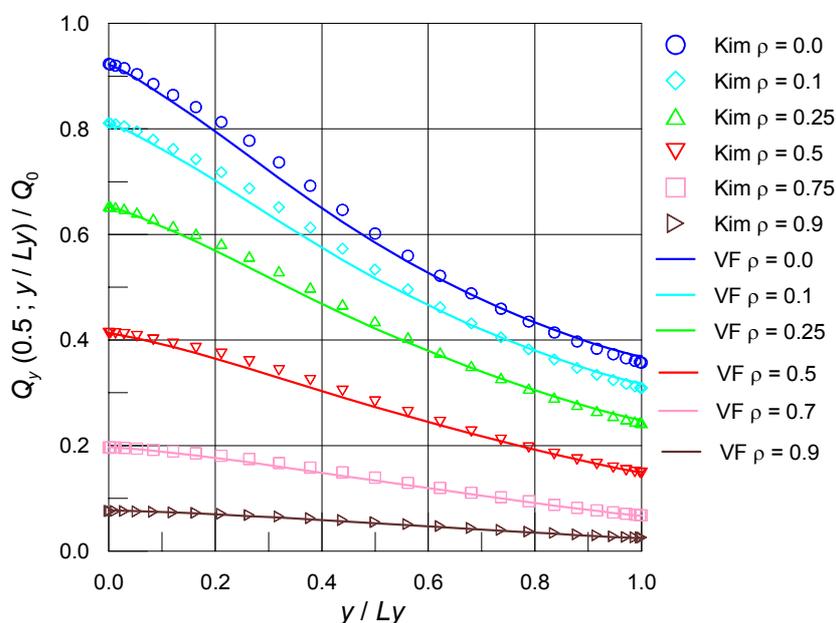


Figura 9: Efecto de la reflectividad de la pared en el flujo de calor neto en la línea vertical central de la cavidad (F_2 , $\omega = 1$ y $L_x = L_y = 1$ m).

Se observa como la transferencia radiante se va reduciendo a medida que se aleja de la pared sur, única fuente emisora de radiación térmica, para todas las funciones de dispersión consideradas. Además, se aprecia como las funciones de dispersión hacia adelante (F1 y F2) transfieren más radiación que la dispersión isotrópica y como las funciones de dispersión

hacia atrás (B1 y B2) transfieren menos radiación que la isotrópica.

En la figura 8 se muestra el efecto del albedo de dispersión en el flujo de calor neto en la línea central vertical de la cavidad para la función de dispersión F2, paredes negras ($\rho = 0.0$) y dimensiones $Lx = Ly = 1$ m.

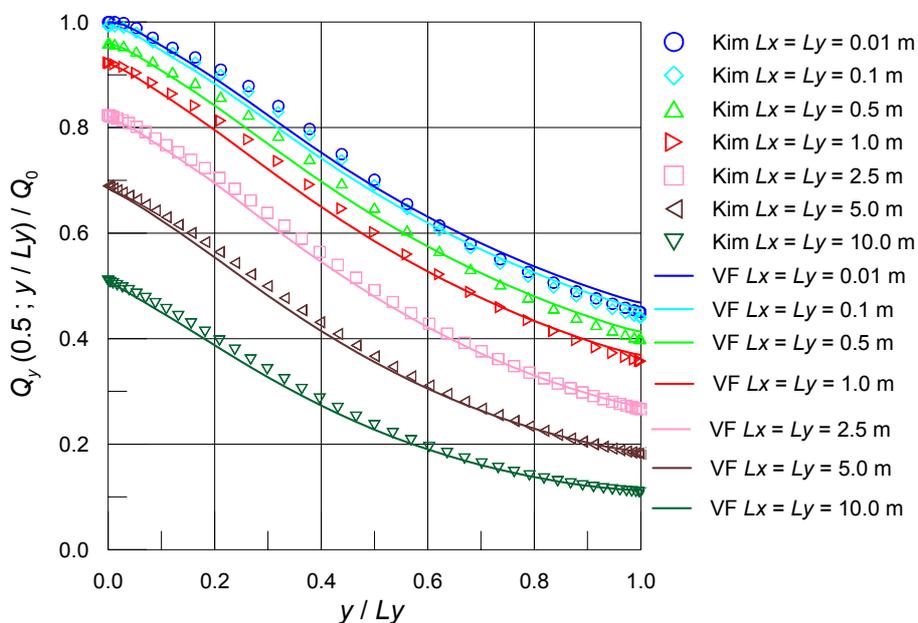


Figura 10: Efecto de las dimensiones de la cavidad en el flujo de calor neto en la línea vertical central de la cavidad (F2, $\rho = 0.0$ y $\omega = 1$).

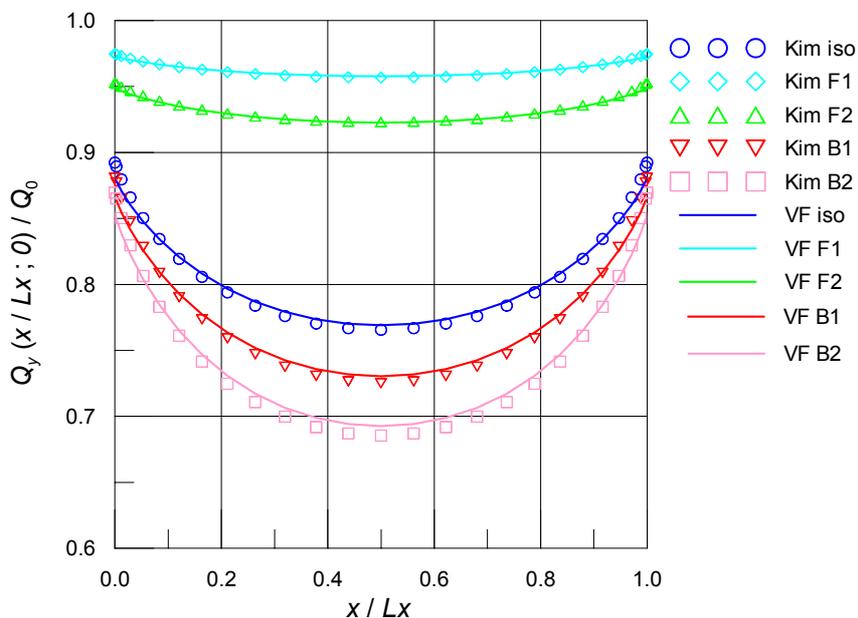


Figura 11: Efecto de la función de dispersión en el flujo de calor neto en la superficie caliente ($\rho = 0.0$, $\omega = 1$ y $Lx = Ly = 1$ m).

Se observa como la energía radiante desde la pared sur, caliente, va siendo absorbida por el medio que rellena la cavidad reduciéndose a un valor mínimo en la pared norte opuesta. Se advierte que los valores mínimos de transferencia radiante corresponden al caso de radiación

puramente absorbente ($\omega = 0$) donde los efectos de la dispersión hacia adelante de la función F2 no están presentes. A medida que crece el albedo de dispersión va creciendo la transferencia radiante transmitida gracias a la contribución de la dispersión anisotrópica generada por la función de dispersión F2, llegando al valor máximo correspondiente al caso de radiación puramente dispersante ($\omega = 1$).

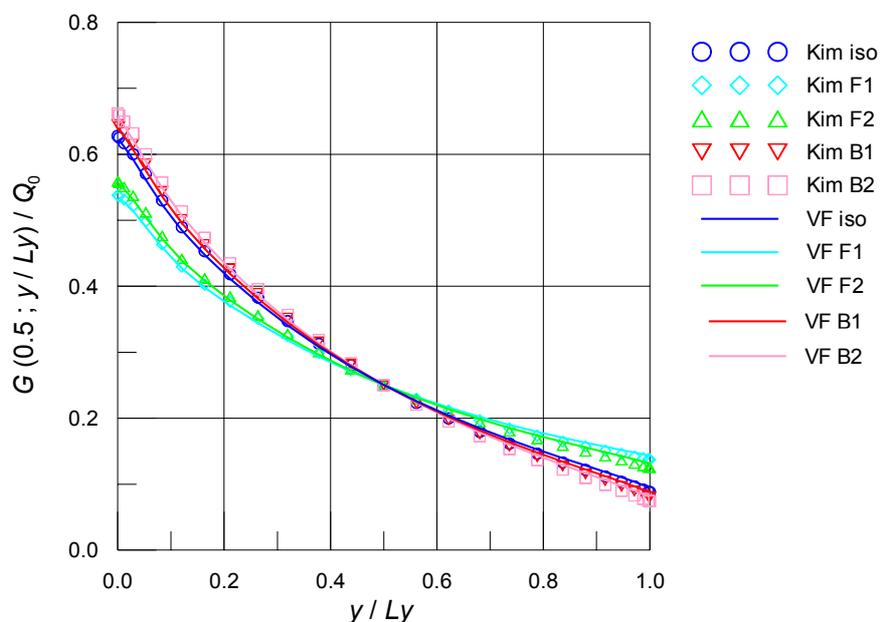


Figura 12: Efecto de la función de dispersión en la radiación incidente en la línea vertical central ($\rho = 0.0$, $\omega = 1$ y $Lx = Ly = 1$ m).

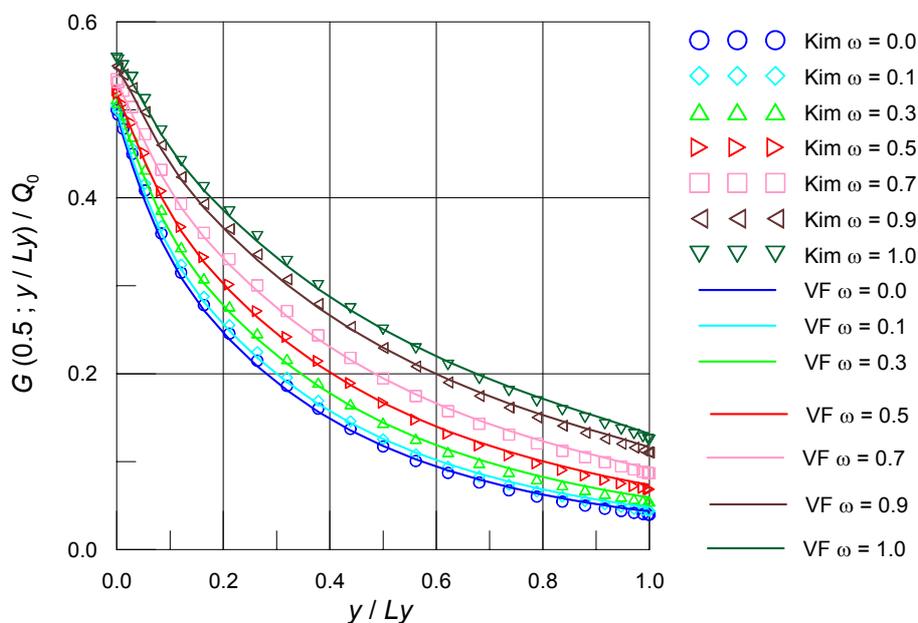


Figura 13: Efecto del albedo de dispersión sobre la radiación incidente en la línea vertical central (F2, $\rho = 0.0$ y $Lx = Ly = 1$ m).

También se nota que a medida que crece el albedo de dispersión, una pequeña porción de dispersión anisotrópica es devuelta por el medio hacia la superficie sur, única fuente emisora,

generando una reducción del flujo de calor neto en la pared caliente.

En la figura 9 se muestra el efecto de la reflectividad de la pared en el flujo de calor neto en la línea central vertical de la cavidad para la función de dispersión F2, medio puramente dispersante ($\omega = 1$) y dimensiones $Lx = Ly = 1$ m.

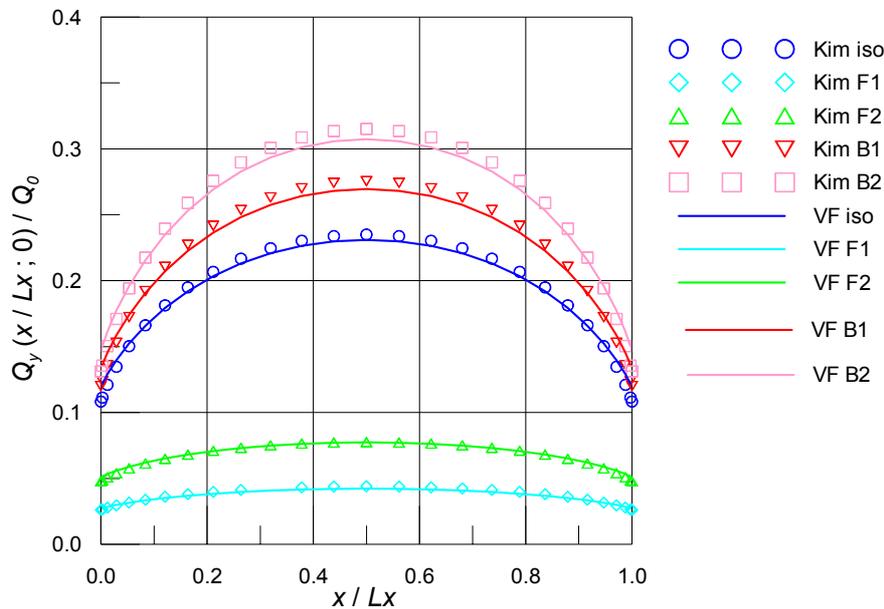


Figura 14: Efecto de la función de dispersión sobre el flujo de calor recibido en la pared sur caliente ($\rho = 0.0$, $\omega = 1$ y $Lx = Ly = 1$ m).

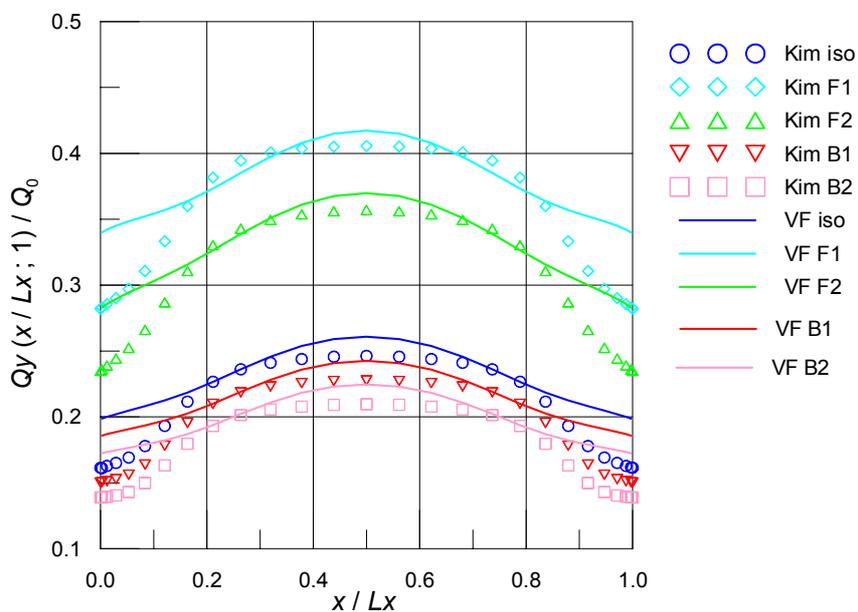


Figura 15: Efecto de la función de dispersión sobre el flujo de calor recibido en la pared norte fría ($\rho = 0.0$, $\omega = 1$ y $Lx = Ly = 1$ m).

La reflectividad de la pared es un parámetro importante en el análisis de la emisión desde la frontera, como puede verse en la ecuación (32). Para el caso de paredes negras ($\rho = 0.0$) toda la emisión radiante desde la frontera corresponde a su estado térmico y no hay ninguna componente proveniente del medio que sea reflejada por la pared. Para el caso de pared

especular ($\rho = 1.0$) toda la emisión radiante desde la frontera es la reflejada por la pared, proveniente desde el medio, y la pared emite independientemente de su estado térmico. Se observa que la mayor transferencia radiante corresponde al caso de pared negra, emisor y absorbedor ideal, y a medida que crece la reflectividad el flujo radiante neto va disminuyendo alcanzando su mínimo en el caso donde las paredes absorben y emiten solo el 10% de la radiación fronteriza y reflejan el 90%.

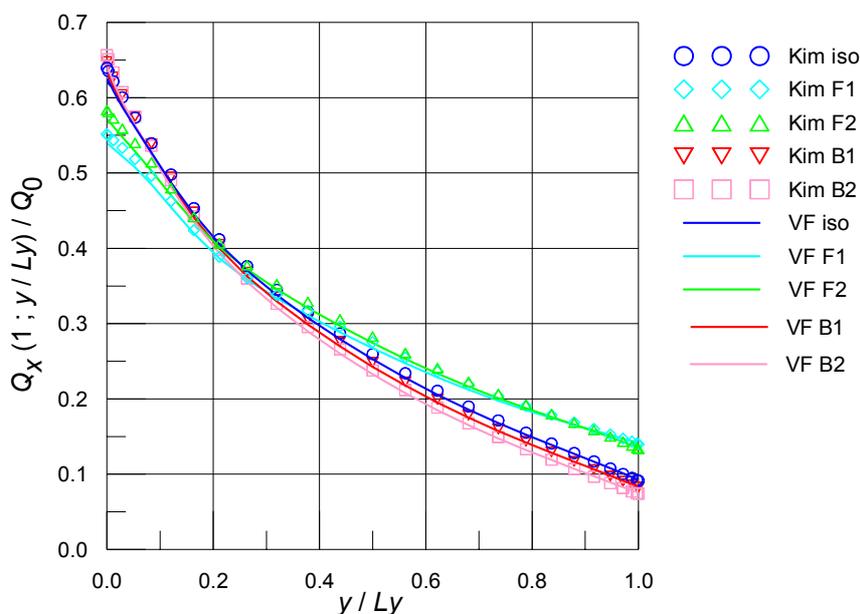


Figura 16: Efecto de la función de dispersión sobre la pérdida de calor en las paredes verticales ($\rho = 0.0$, $\omega = 1$ y $L_x = L_y = 1$ m).

En la figura 10 se muestra el efecto de las dimensiones de la cavidad en el flujo de calor neto en la línea central vertical de la cavidad para la función de dispersión F2, paredes negras ($\rho = 0.0$) y medio puramente dispersante ($\omega = 1$). Se observa que la transferencia radiante es máxima para el caso de la cavidad más pequeña ($L_x = L_y = 0.01$ m), esto se debe a que opone la menor resistencia al pasaje de la radiación térmica. A medida que crece el tamaño de la cavidad se incrementa la absorción de radiación térmica por parte del medio y se reduce la porción transmitida hacia la pared norte. Es importante destacar que el flujo de calor neto también disminuye en la pared emisora a pesar de que la función de dispersión anisotrópica F2 esta redireccionando una porción importante de radiación térmica en la dirección de avance, sin embargo al ser el tamaño de la cavidad tan grande, el medio que la rellena devuelve una parte considerable de la radiación emitida debido a la componente isotrópica de la función de dispersión.

En la figura 11 se muestra el efecto de la función de dispersión en el flujo de calor neto en la superficie caliente ($y = 0.0$) con paredes negras ($\rho = 0.0$), medio puramente dispersante ($\omega = 1$) y dimensiones $L_x = L_y = 1$ m. Se observa que las funciones de dispersión hacia delante (F1 y F2) transfieren mayores cantidades de energía radiante que en el caso isotrópico, y las funciones de dispersión hacia atrás transfieren menores cantidades de energía radiante que el caso isotrópico. También se aprecia la distribución simétrica del flujo de calor neto respecto al centro de la cara sur.

En la figura 12 se muestra el efecto de la función de dispersión en la radiación incidente G en la línea central vertical de la cavidad con paredes negras ($\rho = 0.0$), medio puramente dispersante ($\omega = 1$) y dimensiones $L_x = L_y = 1$ m. Se observa que la distribución

correspondiente a las funciones de dispersión hacia delante (F1 y F2) son más horizontales y con menores valores en $x = 0$ y mayores valores en $x = 1$ si se las compara con el caso isotrópico. Para las funciones de dispersión hacia atrás, por el contrario, son más empinadas que la correspondiente al caso isotrópico y con valores superiores en $x = 0$ e inferiores en $x = 1$. Esto se debe a que para las funciones de dispersión hacia delante, la radiación es redirigida en la dirección de avance de la coordenada espacial, por lo tanto, la componente que se aleja de la línea central vertical es menor. Finalmente, como el medio está frío y la única fuente de emisión de energía radiante es la pared sur, la radiación incidente es la única contribución a la divergencia radiante, ecuación (21), por lo que son proporcionales.

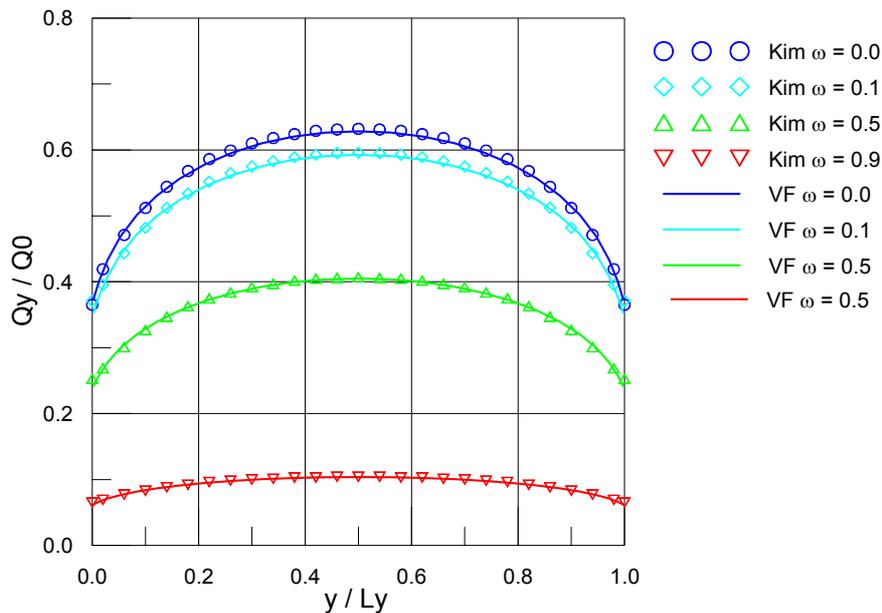


Figura 17: Efecto del albedo de dispersión sobre el flujo de calor neto en la pared para un medio emisor isotérmico (F2, $\rho = 0.0$ y $Lx = Ly = 1$ m).

En la figura 13 se muestra el efecto del albedo de dispersión sobre la radiación incidente en la línea central vertical de la cavidad con una función de dispersión F2, paredes negras ($\rho = 0.0$) y dimensiones $Lx = Ly = 1$ m. Se observa que los menores valores de transferencia radiante corresponde al medio puramente absorbente ($\omega = 0$), y las mayores, al medio puramente dispersante ($\omega = 1$), por lo que la transferencia radiante crece con el albedo de dispersión.

En la figura 14 se muestra el efecto de la función de dispersión sobre el flujo de calor recibido en la pared sur caliente ($y = 0.0$) de la cavidad, con paredes negras ($\rho = 0.0$), medio puramente dispersante ($\omega = 1$) y dimensiones $Lx = Ly = 1$ m. Se observa que los menores valores de transferencia radiante recibidos en la pared emisora corresponden a las funciones de dispersión hacia delante (F1 y F2) y los mayores corresponden a las funciones de dispersión hacia atrás. Esto se debe a que las funciones de dispersión hacia delante redirigen la mayor porción de radiación en la dirección de avance la coordenada y , en cambio, las funciones de dispersión hacia atrás redirigen la mayor porción de radiación térmica en la dirección contraria al avance de la coordenada y . Se destaca la simetría respecto al centro de la cara.

En la figura 15 se muestra el efecto de la función de dispersión sobre el flujo de calor

recibido en la pared norte fría ($y = Ly$) con paredes negras ($\rho = 0.0$), medio puramente dispersante ($\omega = 1$) y dimensiones $Lx = Ly = 1$ m. Como es de esperar, las mayores transferencias de radiación térmica corresponden a las funciones de dispersión hacia delante, y las menores a las funciones de dispersión hacia atrás, debido a que las funciones de dispersión hacia delante redirigen la mayor porción de radiación térmica en la dirección de avance de la coordenada y , y las funciones de dispersión hacia atrás lo hacen en la dirección contraria a la de avance de la coordenada y . Se destaca la simetría respecto al centro de la pared. Es notable la diferencia entre los valores obtenidos en este trabajo y los de Kim, siendo este el único caso de todos los analizados donde se observan diferencias tan importantes. Estas diferencias son más importantes en los extremos de la pared que en el centro de la pared, la distribución obtenida en este trabajo es más suave que la de Kim y probablemente la explicación se encuentre en la discretización angular ya que Kim utilizó las cuadraturas de Lobatto que tienen una distribución de direcciones menos uniforme que la empleada en este trabajo.

En la figura 16 se muestra el efecto de la función de dispersión sobre la pérdida de calor en cualquiera de las paredes verticales ($x = 0.0$ o $x = Lx$) con paredes negras ($\rho = 0.0$), medio puramente dispersante ($\omega = 1$) y dimensiones $Lx = Ly = 1$ m. Se advierte que la transferencia radiante disminuye al alejarse de la pared sur caliente, única fuente emisora de radiación térmica. Se observa que en las cercanías de la pared sur las pérdidas radiantes son menores para las funciones de dispersión hacia delante respecto del caso isotrópico, y mayores en las cercanías de la pared norte. Lo contrario ocurre para las funciones de dispersión hacia atrás.

En la figura 17 se muestra el efecto del albedo de dispersión en el flujo de calor neto en cualquiera de las paredes para un medio caliente, emisor e isotérmico para la función de dispersión F2, con paredes negras ($\rho = 0.0$) y dimensiones $Lx = Ly = 1$ m. Se advierte que la mayor transferencia radiante se consigue con un medio puramente absorbente y las pérdidas se reducen con el incremento del albedo de dispersión. El caso puramente dispersante ($\omega = 1$) correspondería a un coeficiente de absorción $\kappa = 0$ y el flujo de calor neto sería nulo ya que no habría ninguna fuente emisora de radiación térmica, ecuación (21).

6 CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo matemático y un código computacional para radiación térmica con dispersión anisotrópica entre placas planas infinitas paralelas y una cavidad cuadrada, acoplado el método de los volúmenes finitos y la teoría de Mie. Se han discutido las características del modelo matemático y del método numérico.

Se han analizado una gran cantidad de resultados donde se han evaluado la influencia de los parámetros radiantes más importantes.

Los resultados obtenidos fueron comparados con los únicos resultados existentes en la literatura, donde se ha usado un método numérico diferente para resolver la ecuación de la transferencia radiante y generar las funciones de dispersión anisotrópica.

De esta comparación se puede concluir que los resultados obtenidos en este trabajo son muy buenos.

Se ha verificado la precisión del método de los volúmenes finitos para resolver problemas de radiación térmica. El método de los volúmenes finitos, extensivamente usado en dinámica de fluidos computacional, se ha mostrado totalmente confiable y seguro para resolver las configuraciones térmicas analizadas en este trabajo.

7 REFERENCIAS

- An W., Ruan L. M., Qi H., Liu L. H., Finite element method for radiative heat transfer in absorbing and anisotropic scattering media, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 96, 409-422, 2005.
- Bohren C., Huffman D., Absorption and scattering of light by small particles, Wiley, New York, 1983.
- Brewster M. Q., Thermal radiative transfer and properties, John Wiley & Sons, 1992.
- Byun D., Lee C., Beak S. W., Radiative heat transfer in discretely heated irregular geometry with an absorbing, emitting, and anisotropically scattering medium using combined Monte-Carlo and finite volume method, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 47, 4195-4203, 2004.
- Chai J. C. K., A finite volume method for radiation heat transfer, PhD Thesis, 1994.
- Chai J. C., Lee H. S., Patankar S. V., Finite Volume Method for Radiation Heat Transfer, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 8, no. 3, pp. 419-425, 1994.
- Chai J. C., Parthasarathy G., Lee H. S., Patankar S. V., Finite Volume Radiative Heat Transfer Procedure for Irregular Geometries, *Journal of Thermophysics and Heat Mass Transfer*, vol. 9, no. 3, pp. 410-415, 1995.
- Chui E. H. K., Modeling of radiative heat transfer in participating media by the finite volume method, PhD Thesis, 1990.
- Chui E. H., Raithby G. D., Computation of radiant heat transfer on a non-orthogonal mesh using the finite-volume method, *Numerical Heat Transfer, Part B*, vol. 23, no. 3, pp. 269-288, 1993.
- Dave J. V., Scattering of electromagnetic radiation by a large, absorbing sphere, IBM Scientific center, Palo Alto, California, 1969.
- Dombrovsky L. A., Radiation heat transfer in disperse system, Begell House, 1996.
- Gonçalves J., Coelho P., Parallelization of the finite volume method, Second international symposium on radiation transfer, Turkey, 1997.
- Hao J., Ruan L., Tan H., Effect of anisotropic scattering on radiative heat transfer in two-dimensional rectangular media, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 78, 151-161, 2003.
- Kim M. Y., Beak S. W., Analysis of radiative transfer in cylindrical enclosures using the finite volume method, *Journal of Thermophysics and heat transfer*, vol. 11, No. 2, pp. 246-252, 1997.
- Kim T. K., Lee H., Effect of anisotropic scattering on radiative heat transfer in two-dimensional enclosures, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.31, no. 8, pp. 1711-1721, 1988.
- Kim T. K., Radiation and combined mode heat transfer analysis in absorbing, emitting, and Mie-anisotropic scattering media using the s-n discrete ordinates method, Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1990.
- Mathur S. R., Murthy J. Y., Radiative Heat Transfer in Periodic Geometries Using a Finite Volume Scheme, *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 121, n. 2, pp. 357-364, 1999.
- Modest M. F., Radiative heat transfer, Mc Graw-Hill, 1993.
- Raithby G. D., Chui E. H., A Finite-Volume Method for Predicting Radiant Heat Transfer in Enclosures with Participating Media, *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 112, no. 2, pp. 415-423, 1990.
- Siegel R., Howell J. R., Thermal Radiation Heat Transfer, Taylor & Francis, 1992.
- Trivc D. N., O'Brien T. J., Amon C. H., Modeling the radiation of anisotropically scattering media by coupling Mie theory with finite volume method, *Int. Journal of Heat and Mass*

- Transfer, 47, 5765-5780, 2004.
- Wiscombe W. J., Improved Mie scattering algorithms, Applied optics, vol. 9, pp. 1505-1509, 1980.
- Wiscombe W. J., Mie scattering calculations: advances in technique and fast, vector-speed computer codes, NCAR technical note, National center for atmospheric research, 1979 (edited/revised 1996).