

## OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL DE TORRES DE ALTA TENSIÓN

**M. Casteleiro, J. París, S. Martínez, F. Navarrina y I. Colominas**

*Grupo de Métodos Numéricos en Ingeniería, Universidade da Coruña, Campus de Elviña, 15071 A  
Coruña, España, jparis@udc.es, <http://caminos.udc.es/gmni>*

**Palabras Clave:** Torres de Alta tensión, optimización estructural, mínimo peso, variables discretas.

### **Resumen.**

Las técnicas de diseño óptimo no han sido empleadas de forma general en aplicaciones industriales hasta el momento ya que no existen herramientas de CAD que permitan definir y proponer procedimientos generales de optimización que se puedan aplicar a diferentes tipos de problemas. Es necesario, entonces, proponer algoritmos y modelos específicos para cada problema en concreto que se desee analizar.

En este trabajo los autores proponen una formulación general que permite optimizar la estructura de las torres de alta tensión. La formulación se basa en un planteamiento que minimiza el peso (o el coste) e incluye las restricciones de diseño que impone la normativa española vigente para este tipo de estructuras. Asimismo, el planteamiento propuesto analiza tanto variables de diseño discretas (asociadas generalmente a las secciones normalizadas de las barras forman la estructura) y variables continuas (asociadas generalmente a características geométricas).

Finalmente, se muestran algunos ejemplos de aplicación en los que se analizan torres de alta tensión reales con la finalidad de comprobar las mejoras en el diseño obtenidas con las técnicas propuestas.

## 1. INTRODUCCIÓN

La obtención de un diseño óptimo se puede plantear, en general, mediante la formulación de un problema de programación no-lineal con restricciones [Schmit \(1960\)](#), [Hernández \(1990\)](#), [Navarrina y Casteleiro \(1991\)](#). Para resolver este tipo de problemas se han propuesto numerosos algoritmos de programación matemática [Hernández \(1990\)](#), [Fletcher \(1987\)](#), [Gill et al. \(1981\)](#), [Vanderplaats \(1984\)](#), [Raj y Durrant \(1976\)](#) aunque ninguno de los algoritmos existentes en la actualidad es capaz de resolver satisfactoriamente un rango amplio de problemas diferentes [Navarrina et al. \(2001b\)](#).

En la mayor parte de los problemas de optimización en ingeniería es preciso realizar algún tipo de análisis (estructural, térmico, etc.) para evaluar la función objetivo y las restricciones. El elevado coste computacional del análisis subyacente es muy elevado, en general, lo que impide la utilización de algoritmos que requieran un número elevado de iteraciones para converger [Navarrina y Casteleiro \(1991\)](#), [Navarrina et al. \(2000\)](#), [Navarrina et al. \(2001a\)](#). Además, los programas comerciales no suelen incorporar técnicas de análisis de sensibilidad, y -en todo caso- el volumen de cálculo que requeriría un análisis de sensibilidad completo de orden superior sería inaceptable en la mayor parte de los problemas de aplicación, lo que dificulta la utilización de algoritmos de alto orden de convergencia.

Y, por otro lado, todavía no existen sistemas de CAD que permitan parametrizar cualquier objeto con suficiente flexibilidad.

Por estos motivos, todavía estamos lejos de poder desarrollar sistemas de diseño óptimo de propósito general y carácter universal que puedan ser aplicados a problemas de cualquier tipo. Sin embargo, es posible desarrollar sistemas de diseño óptimo de propósito particular para resolver familias determinadas de problemas reales de ingeniería [Valera \(1991\)](#). Para ello es preciso confeccionar un sistema de parametrización específico para cada familia de problemas, y es necesario contar con un algoritmo de programación matemática adaptado a las peculiaridades de cada caso. Como es evidente, el desarrollo de este tipo de sistemas de diseño óptimo sólo se justifica económicamente cuando el producto que se va a diseñar tiene un elevado coste de fabricación (como puede ser el caso de una gran obra de Ingeniería Civil) o cuando se va a producir un número importante de unidades del producto diseñado.

El diseño de torres de alta tensión encaja perfectamente en esta última categoría, por lo que no es de extrañar que se le haya prestado una especial atención (véase [Valera \(1991\)](#), [Sheppard y Palmer \(1972\)](#), [Hanssen \(1981\)](#), [Majid y Tang \(1984\)](#), [Saka \(1984\)](#), [Felix y Vanderplaats \(1987\)](#) y [Kocer y Arora \(2002\)](#) entre otros).

## 2. PARAMETRIZACIÓN

Fuerzas Eléctricas de Cataluña S.A. (FECSA) es una de las grandes empresas productoras y distribuidoras de electricidad que operaron en la zona nororiental de España durante la segunda mitad del siglo XX. En la actualidad, FECSA forma parte del Grupo Endesa, que es el principal suministrador de electricidad en España y una de las sociedades empresariales de cartera de servicios públicos más grandes del mundo.

A su vez, las torres del tipo GL-110 KV constituyen la familia de estructuras metálicas en celosía más frecuentemente utilizada por FECSA como soporte de sus líneas eléctricas de alta tensión.

## 2.1. Elementos estructurales

Las torres de la familia GL-110 KV se configuran básicamente mediante el ensamblaje de un determinado número de elementos estructurales de los siguientes tipos predefinidos:

- BLOQUE K (Fig. 1), con 12 nodos y 25 barras,
- BLOQUE X o SUPER X (Fig. 2), con 12 nodos y 25 barras,
- CRUCETA (Fig. 3), con 10 nodos y 32 barras,
- CRUZ (Fig. 4), with 8 nodos y 12 barras, y
- CABEZAL (Fig. 5), con 9 nodos y 16 barras.

Todos estos elementos estructurales, excepto el CABEZAL tienen un sistema secundario de barras de arriostamiento interno (que no se detallan en este trabajo) cuyo propósito principal es la prevención del pandeo local de las barras del sistema principal Valera (1991).

El sistema secundario de riostras no se tiene en cuenta en el análisis estructural por un doble motivo: en primer lugar, porque su contribución es insignificante desde el punto de vista resistente; y en segundo lugar, porque su inclusión complicaría notablemente el cálculo estructural, ya que al tener en cuenta estas nuevas barras aparecerían nuevos nodos intermedios y sería necesario dividir las barras afectadas del sistema principal en dos o más segmentos Valera (1991). Además, las uniones de las barras secundarias con las barras principales se comportarían esencialmente como articulaciones, mientras que las uniones entre segmentos consecutivos de las barras principales serían perfectamente rígidas. Sin embargo, es necesario considerar las riostras tanto al definir la acción del viento sobre la estructura como al establecer las restricciones correspondientes al tratamiento del pandeo.

De hecho, el previamente mencionado BLOQUE SUPER X no es más que una variante del BLOQUE X (Fig. 2) en la que se refuerza el sistema secundario de riostras cuando la altura del bloque es superior a 4 m.

Todos los elementos estructurales que conforman este tipo de torres se ensamblan con secciones angulares de acero laminado (también llamadas secciones en L) tomadas de la norma española que es de aplicación a este caso Ministerio de Vivienda (2007). Las juntas están atorilladas.

Debido a la simetría hay grupos de barras que, razonablemente, deben tener la misma sección. Además, por motivos prácticos y con el fin de evitar errores, conviene limitar el número de diferentes secciones usadas para ensamblar cada elemento estructural. Por ello, las barras de cada tipo de elemento se clasifican en grupos (A, B, etc.) de acuerdo con la naturaleza y con la importancia de su función estructural, de forma que finalmente se asigne una misma sección (a determinar) a todas las barras de cada grupo. Así, se sabe de antemano para cada barra de cada tipo de elemento si se trata de una sección de tipo A, o de una sección de tipo B, etc., dependiendo del grupo al que pertenece la barra en cuestión, aunque la sección que corresponderá específicamente a cada grupo de barras de cada elemento estructural no esté determinada hasta que se realice el dimensionamiento de la estructura completa.

En general, las barras que componen los montantes verticales (o casi verticales) de la torre (y por tanto de cada uno de sus elementos) serán las barras más solicitadas, y aquellas que soportarán principalmente los esfuerzos debidos a las cargas muertas (peso propio de la torre y peso de los cables conductores) y que canalizarán estas fuerzas hacia la cimentación. Por estos motivos, todas las barras principales verticales (o casi verticales) de cada uno de los elementos

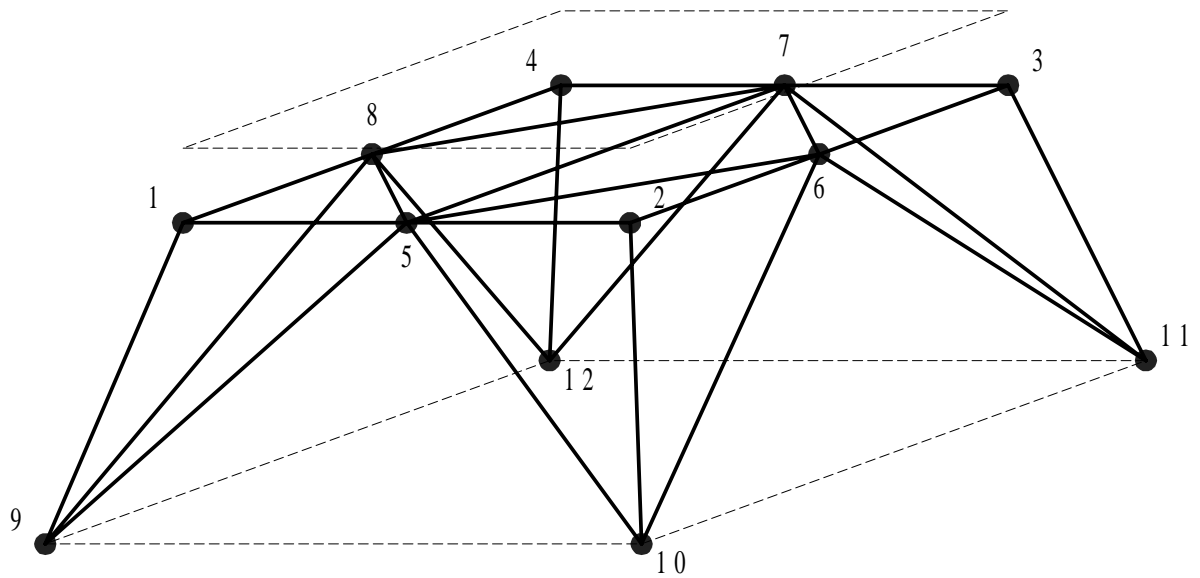


Figura 1: BLOQUE K para torres FECSA/GL-110KV(12 nodos y 25 barras de 4 secciones diferentes).

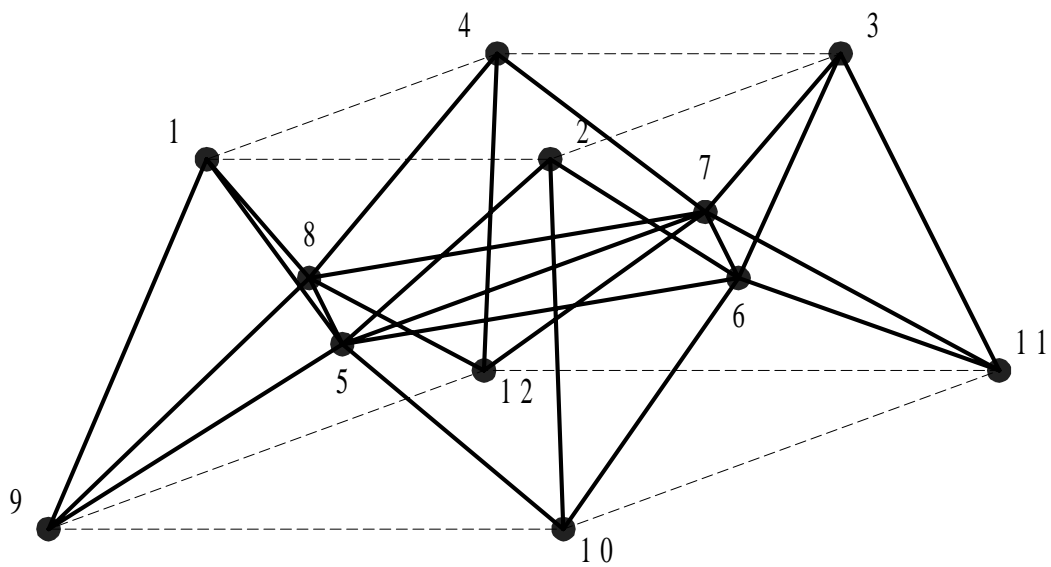


Figura 2: BLOQUE X para torres FECSA/GL-110KV(12 nodos y 25 barras de 4 secciones diferentes).

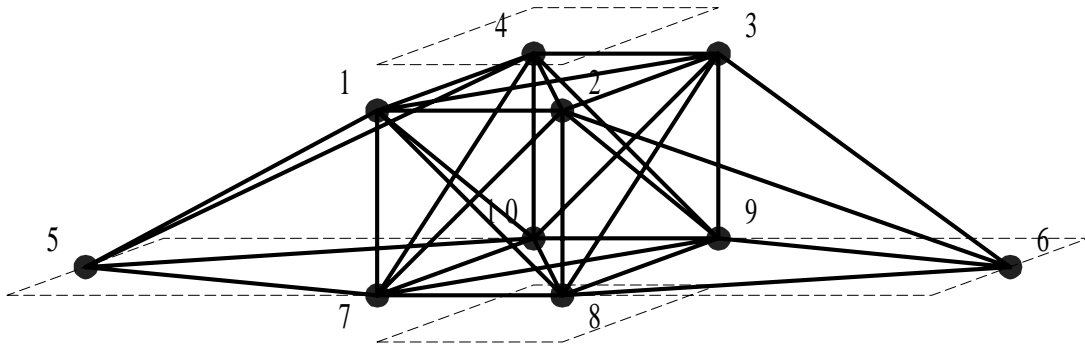


Figura 3: CRUCETA para torres FECSA/GL-110KV(10 nodos y 32 barras de 5 secciones diferentes).

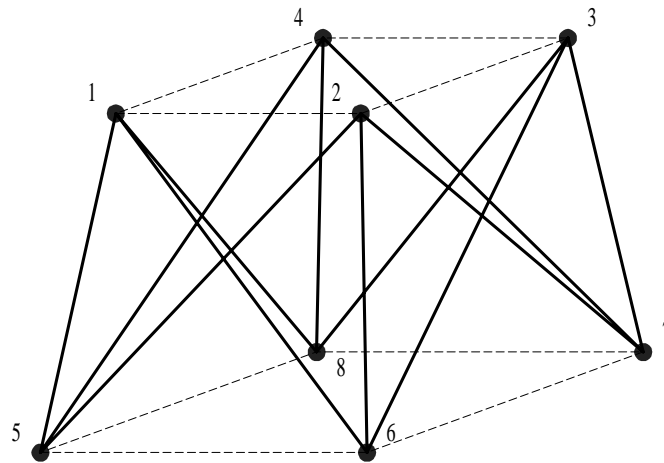


Figura 4: CRUZ para torres FECSA/GL-110KV(8 nodos y 12 barras de 3 secciones diferentes).

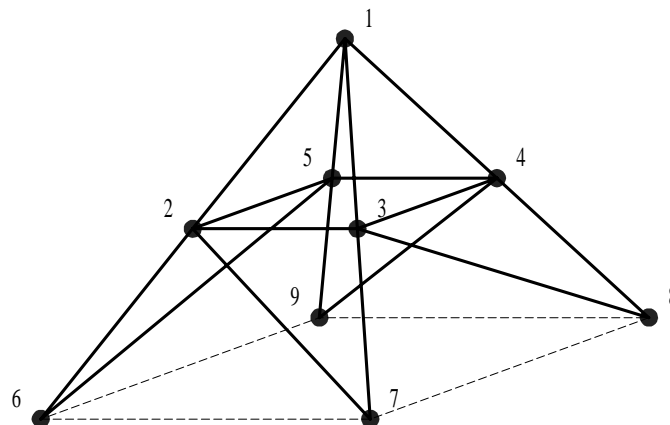


Figura 5: CABEZAL para torres FECSA/GL-110KV(9 nodos y 16 barras de 2 secciones diferentes).

que componen la torre tendrán la misma sección, que se dirá de tipo A. Obviamente, las secciones de tipo A (o de cualquier otro tipo) de elementos diferentes serán también diferentes como regla general, puesto que los perfiles que se usarán para ensamblar cada uno de los elementos se elegirán de acuerdo con el estado tensional de las correspondientes barras (entre los perfiles estandarizados que proponen las normas), y los estados tensionales de las barras de elementos diferentes serán también, lógicamente, diferentes.

El BLOQUE K (Fig. 1) es topológicamente equivalente al BLOQUE X (Fig. 2). De hecho, la geometría del BLOQUE K se puede obtener a partir de la de un BLOQUE X elevando la cota de los nodos 5, 6, 7 y 8 hasta el mismo nivel de los nodos 1,2,3, y 4. Consecuentemente, las barras se agrupan de la misma forma en estos dos tipos de bloques.

En cada elemento tipo BLOQUE X (o tipo BLOQUE SUPER X) (Fig. 2), todas las diagonales superiores de las cuatro cruces de San Andrés (las dos laterales, la frontal y la dorsal) tendrán la misma sección, que se dirá de tipo B del elemento en cuestión. Las correspondientes diagonales inferiores tendrán también la misma sección, que se dirá de tipo C del elemento en cuestión. Finalmente, las cinco barras horizontales situadas en el plano intermedio tendrán la misma sección, que se dirá de tipo D del elemento en cuestión.

En cada elemento tipo CRUCETA (Fig. 3), todas las barras del cordón inferior (excepto las de la cruz de San Andrés inferior, situada en el núcleo de la torre) estarán solicitadas principalmente a compresión, debido al peso de los cables conductores suspendidos en los extremos. Por ello, se utilizará la misma sección para todas estas barras, que se dirá de tipo B del elemento en cuestión. Las diagonales de las dos cruces de San Andrés laterales y las dos barras laterales del cordón superior tendrán la misma sección, que se dirá de tipo C del elemento en cuestión. La función estructural de las diagonales de las otras cuatro cruces de San Andrés (la superior, la inferior, la frontal y la dorsal) consiste principalmente en mantener los nodos del elemento estructural en posición correcta, por lo que están relativamente poco solicitadas en la práctica. Por ello, se utilizará la misma sección para todas estas barras, que se dirá de tipo D del elemento en cuestión. Finalmente, las seis barras restantes están solicitadas principalmente a tracción, debido al peso de los conductores, por lo que se utilizará la misma sección para todas estas barras, que se dirá de tipo E del elemento en cuestión.

En cada elemento tipo CRUZ (Fig. 4), las diagonales de las dos cruces de San Andrés laterales tendrán la misma sección, que se dirá de tipo B del elemento en cuestión. Finalmente, las diagonales de las dos restantes cruces de San Andrés (la frontal y la dorsal) tendrán la misma sección, que se dirá de tipo C del elemento en cuestión.

En el elemento de tipo CABEZAL (Fig. 5), que será único para cada torre, las barras de los cuatro montantes principales soportarán esencialmente el peso del conductor de tierra (apoyado en la punta de la torre). Por ello, se utilizará la misma sección para todas estas barras, que se dirá de tipo A del elemento en cuestión (como es el caso de todas las barras que forman los cuatro montantes verticales de la torre). Las barras restantes estarán poco solicitadas, por lo que se utilizará para todas ellas la misma sección, que se dirá de tipo B del elemento en cuestión.

Las barras que componen el sistema secundario de riostras se dimensionarán separadamente al final del proceso de optimización, una vez se haya definido completamente la geometría final de la torre y se hayan dimensionado adecuadamente los grupos de barras del sistema principal de cada uno de los elementos estructurales.

La base de todos los elementos es siempre cuadrada (véase el polígono inferior representado con línea discontinua en las Figs. 1–5). Puesto que los cinco tipos de elementos estructurales fueron diseñados para ser montados verticalmente (cada uno encima del anterior), la parte superior de cada elemento (excepto en el caso del CABEZAL, en el que la discusión no tiene sentido)

es también cuadrada (véase el polígono superior representado con línea discontinua en las Figs. 1–4). Por tanto, la geometría básica de cada elemento queda perfectamente determinada si se indica la altura del elemento, la longitud del lado de su base inferior y la longitud del lado de su parte superior (cuando existe). Para definir completamente la geometría de los elementos de tipo CRUCETA (Fig. 3) es necesario indicar también cuál es la longitud del vuelo de las dos ménsulas laterales que soportan los cables conductores.

## 2.2. Definición de una torre

En función de los cinco tipos de elementos estructurales previamente definidos, la topología de una torre del tipo FECSA/GL-110 KV queda perfectamente determinada mediante la secuencia de tipos de elemento que se montan consecutivamente en vertical (cada uno sobre el anterior).

El sistema de diseño óptimo conecta automáticamente la base cuadrada de cada elemento estructural con la parte superior, también cuadrada, del elemento precedente en la secuencia de montaje.

En la Fig. 6 se representa el frente y el perfil de un ejemplo de torre del tipo FECSA/GL-110 KV. La torre de la figura, en particular, se ha formado montando consecutivamente (empezando por la parte de abajo y hacia arriba) tres elementos tipo BLOQUE K, tres elementos tipo BLOQUE X, siete elementos tipo CRUZ, un elemento tipo CRUCETA, tres elementos tipo CRUZ, un elemento tipo CRUCETA, tres elementos tipo CRUZ, un elemento tipo CRUCETA y el elemento tipo CABEZAL.

La geometría de la torre se define indicando las alturas y las longitudes de los lados de las bases (inferior y superior, cuando procede esta última) de todos los elementos, así como las longitudes de los vuelos de las ménsulas laterales de los elementos tipo CRUCETA.

Obviamente, la longitud del lado de la parte superior de cada elemento debe ser igual a la longitud del lado de la base del elemento siguiente en la secuencia de montaje, lo que reduce el número de parámetros que pueden ser definidos independientemente.

Por otro lado, las propiedades mecánicas de las barras se definen indicando los códigos de los perfiles estandarizados de acero laminado (de sección angular) que se usarán para cada grupo (A, B, etc.) de barras de cada elemento estructural, así como los correspondientes valores del módulo de Young  $E$ , del límite elástico  $\sigma^e$  y del peso específico  $\rho$  del acero empleado en su fabricación.

En la actualidad, se están incorporando nuevos tipos de bloques estructurales (Figuras 7-9) que permiten definir y estudiar otras familias de torres de alta tensión. Así, la metodología de diseño que se propone en este trabajo se generaliza para este tipo de estructuras y permite analizar de forma sencilla y versátil un mayor número de configuraciones tanto desde un punto de vista estructural (la geometría, los bloques y las secciones de los elementos resistentes) como eléctrico (el número de cables y la disposición de los mismos entre otros).

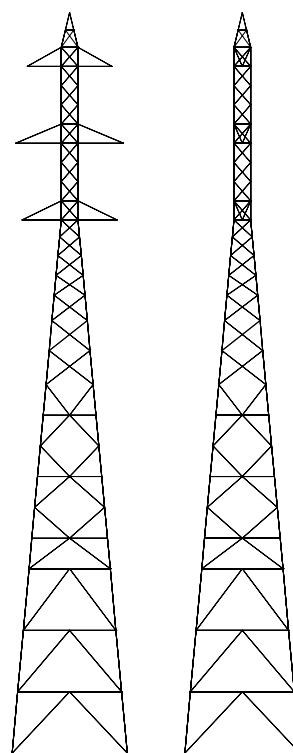
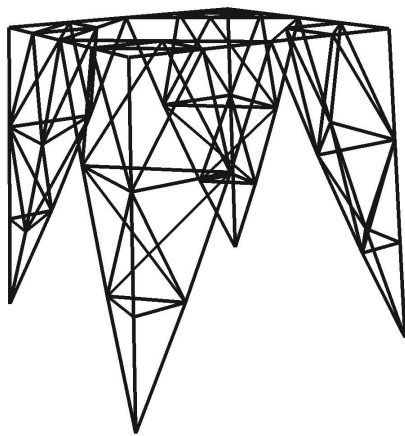
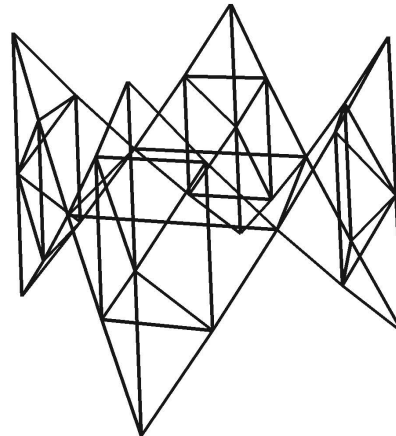


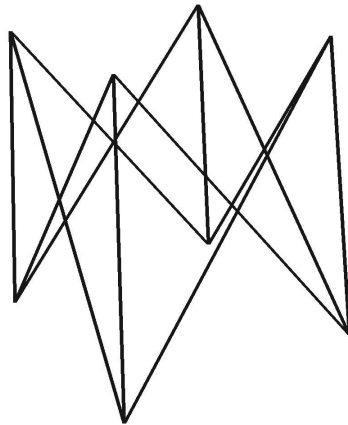
Figura 6: Torre de alta tensión tipo FECSA/GL-110KV (frente y perfil).



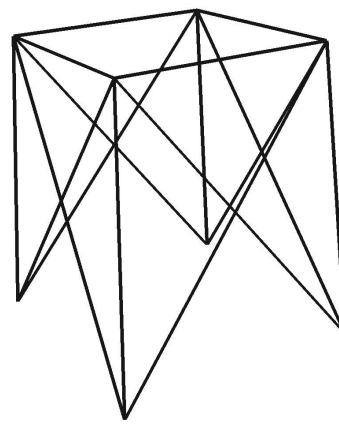
Bloque-K reforzado



Bloque Super-K



Bloque cruz



Bloque super-cruz

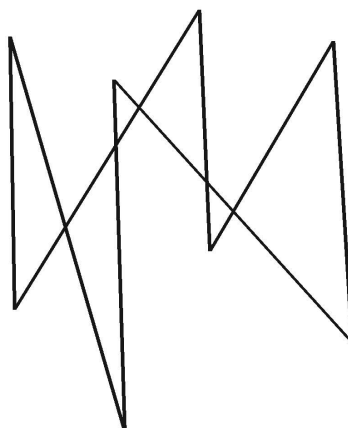
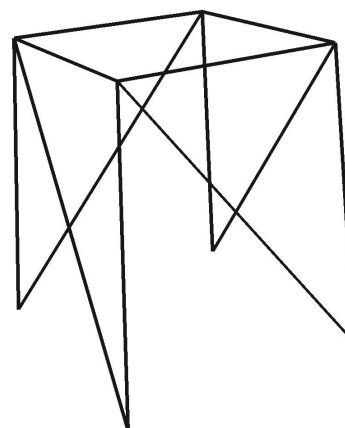
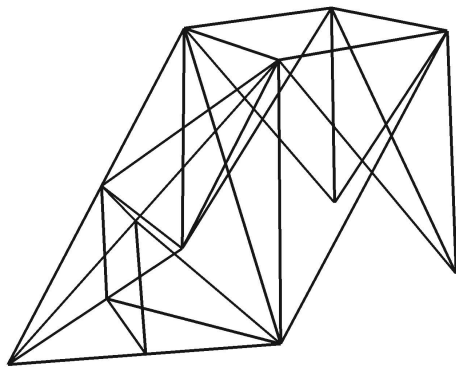
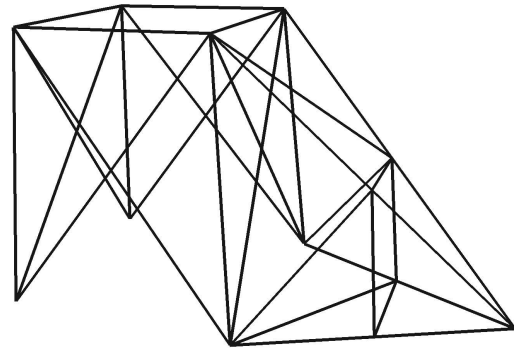
Bloque  $\lambda$ Bloque super- $\lambda$ 

Figura 7: Bloques estructurales para definición de torres de alta tensión.

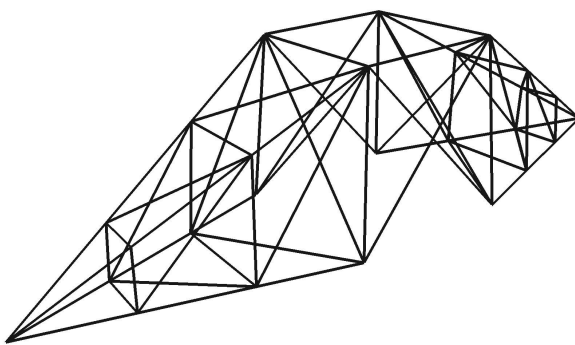




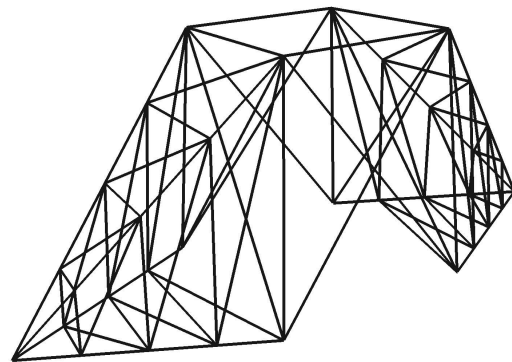
Bloque cruceta izquierda



Bloque cruceta derecha.

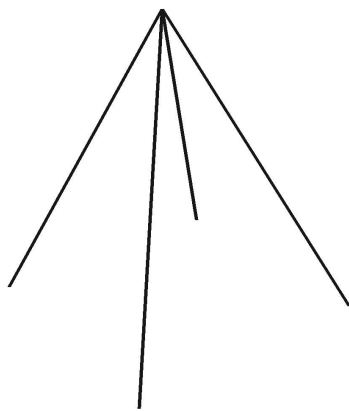


Bloque doble cruceta

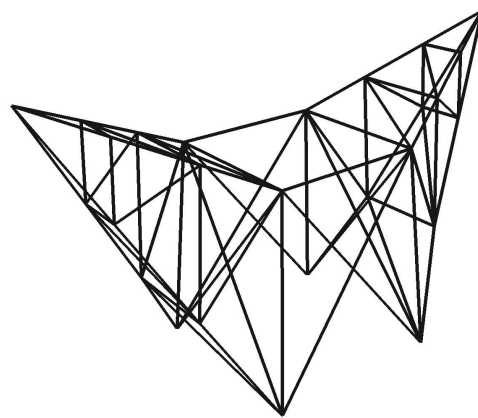


Bloque super doble cruceta

Figura 8: Bloques encargados de soportar los conductores en torres de alta tensión.



Bloque Cúpula



Bloque Cúpula doble línea

Figura 9: Bloques cúpula de torre encargados de soportar los conductores auxiliares.

Con estos nuevos elementos estructurales se pueden definir una mayor variedad de problemas estructurales y bajo diferentes configuraciones (véanse los modelos propuestos en la figura 10 por ejemplo).

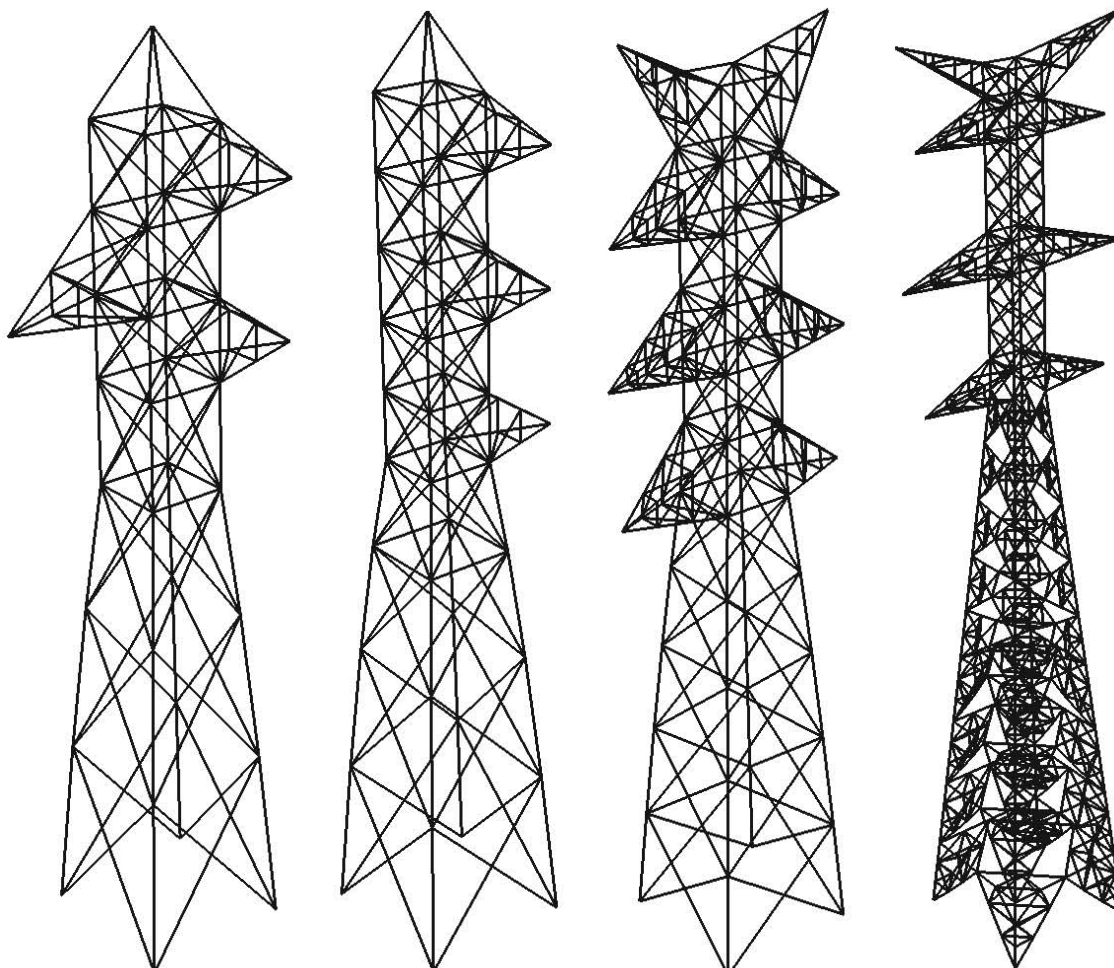


Figura 10: Ejemplos de posibles configuraciones eléctricas y resistentes de torres de alta tensión

### 3. ANÁLISIS ESTRUCTURAL

#### 3.1. Casos de Carga

Cada torre de alta tensión del tipo FECSA/GL-110 KV se considera un “apoyo de alineación en zona B”, de acuerdo con la norma española que es de aplicación [Ministerio de Industria y Energía \(2008\)](#). Para este tipo de estructuras, esta norma obliga a que se tengan en cuenta las cuatro hipótesis de carga tipificadas siguientes (Fig. 11):

- S1) **carga de viento** (sobre la estructura y sobre los conductores).
- S2) **carga de hielo** (sobre los conductores).
- F1) **desequilibrio de tracciones** con carga de hielo.
- F2) **rotura de un cable conductor** con carga de hielo.

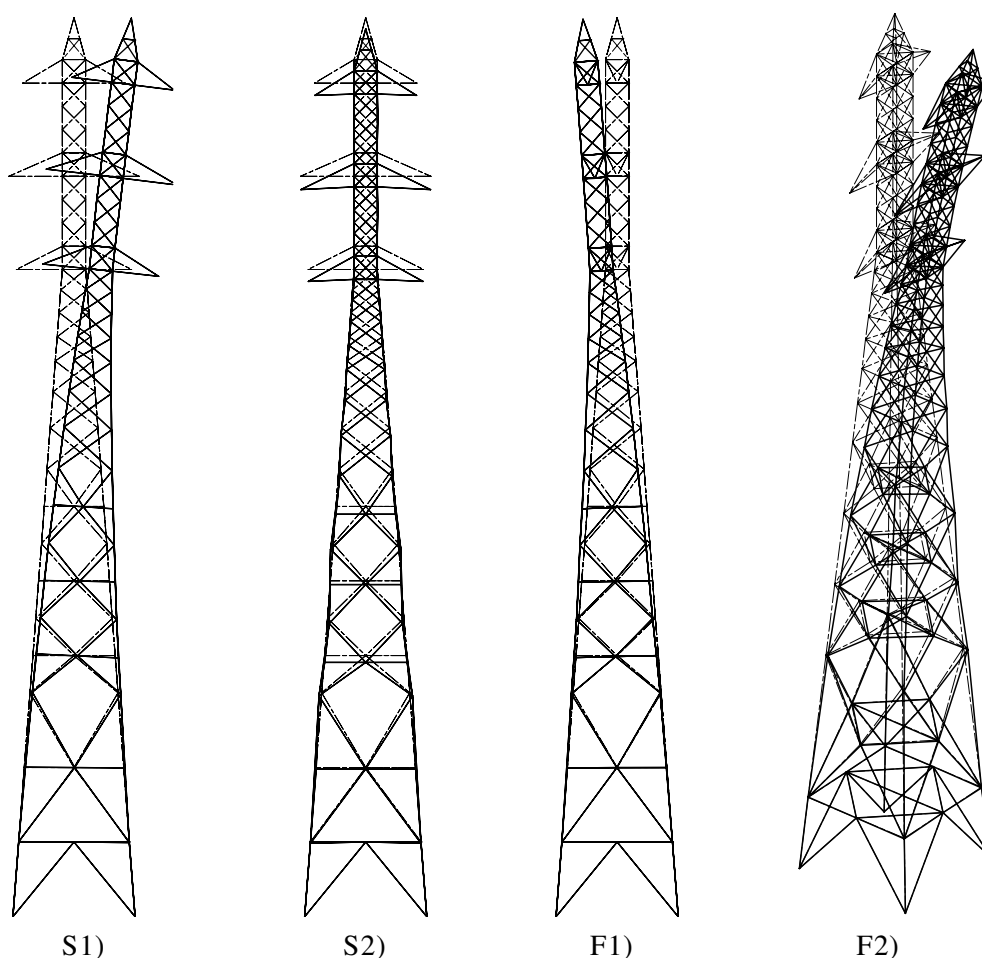


Figura 11: Hipótesis de carga tipificadas (de izquierda a derecha): S1) carga de viento; S2) carga de hielo; F1) desequilibrio de tracciones; F2) rotura de un cable conductor.

Además de las acciones específicas que dan nombre a cada una de las hipótesis anteriores, en todos los casos de carga considerados es obligado incluir (como cargas normales) el peso propio de la torre, así como el peso propio de los cables conductores y los efectos producidos por su dilatación térmica. Las hipótesis de carga tipificadas S1 y S2 corresponden a condiciones de servicio, mientras que las hipótesis de carga tipificadas F1 y F2 corresponden a condiciones de fallo.

En la práctica, el número de casos de carga que es necesario tener en cuenta es mayor que cuatro. Por ejemplo, la hipótesis de carga tipificada F2 da lugar en nuestro caso a cuatro hipótesis de carga diferentes, puesto que hay que considerar la posible rotura del cable conductor de tierra (que está apoyado en el vértice superior del cabezal de la torre) y la posible rotura de uno de los dos cables conductores suspendidos del extremo de cada una de las tres crucetas (por simetría es indiferente en cuál de los dos cables de cada cruceta se produce el fallo).

Los detalles específicos sobre el planteamiento de todos los casos de carga que hay que considerar pueden encontrarse en [Valera \(1991\)](#), [Ministerio de Industria y Energía \(2008\)](#).

### 3.2. Modelo de análisis estructural

En general podemos asumir que este tipo de torres de alta tensión se comportan, desde un punto de vista resistente, como estructuras articuladas tridimensionales. Además (salvo que el

diseño estructural sea inadecuado o que se produzcan condiciones de fallo no previstas) no se registrarán grandes desplazamientos ni grandes gradientes de desplazamientos, y la tensión máxima no superará el valor del límite elástico del material Valera (1991), Zopetti (1968). Consecuentemente, es posible realizar el análisis estructural de las torres de alta tensión del tipo FECSA/GL-110KV mediante una formulación matricial estándar de elasticidad lineal para estructuras articuladas tridimensionales Valera (1991).

Por tanto, el análisis estructural consistirá, en esencia, en plantear y resolver un conjunto de sistemas de ecuaciones lineales del tipo

$$\mathbf{K}\mathbf{u}_\ell = \mathbf{f}_\ell, \quad (1)$$

para cada uno de los casos de carga considerados ( $\ell$ ). En la ecuación anterior  $\mathbf{K}$  es la denominada matriz de rigidez global, que depende de la topología de la celosía, de la posición de los nodos (uniones articuladas entre barras) y de las propiedades mecánicas de las barras. A su vez,  $\mathbf{f}_\ell$  es el denominado vector global de fuerzas, que depende de las fuerzas nodales equivalentes a las fuerzas externas correspondientes a cada caso de carga. Finalmente,  $\mathbf{u}_\ell$  es el denominado vector global de desplazamientos. El sistema lineal (1) también incluye algunas correcciones, requeridas por el tratamiento de los desplazamientos prescritos en los apoyos Valera (1991).

Una vez resuelto el sistema anterior, para cada barra  $i$  es posible calcular su correspondiente esfuerzo axil  $N_{i\ell}$  para cada uno de los casos de carga  $\ell$  como

$$N_{i\ell} = \mathbf{S}_i\mathbf{u}_\ell, \quad (2)$$

siendo  $\mathbf{S}_i$  la denominada matriz de tensiones de la barra.

Suponemos que el lector está familiarizado con los fundamentos teóricos del cálculo matricial de estructuras, por lo que no profundizaremos en los detalles de la formulación. Una explicación más detallada puede encontrarse en Valera (1991).

## 4. EL PROBLEMA DE DISEÑO ÓPTIMO

### 4.1. Función objetivo y restricciones

En estos términos, el problema de diseño óptimo se plantea como

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & W = \sum_i \rho_i A_i L_i, \\ \text{verificando} \quad & N_{i\ell} \varphi_\ell - \sigma_i^e A_i \leq 0 \quad \forall i, \forall \ell, \\ & -N_{i\ell} \varphi_\ell - \frac{\sigma_i^e A_i}{\kappa_i} \leq 0 \quad \forall i, \forall \ell, \end{aligned} \quad (3)$$

donde (para cada barra  $i$ )  $\rho_i$  y  $\sigma_i^e$  son el peso específico y el límite elástico del acero, respectivamente,  $A_i$  es el área de la sección transversal del perfil,  $L_i$  es la longitud de la barra, y  $\kappa_i$  es el coeficiente de pandeo de la barra Valera (1991), Ministerio de Vivienda (2007), y (para cada caso de carga  $\ell$ )  $\varphi_\ell$  es el coeficiente de seguridad que corresponde al caso de carga. El coeficiente de pandeo  $\kappa_i$  de cada barra es calculado automáticamente por el sistema de diseño óptimo, teniendo en cuenta la disposición del sistema secundario de riostras del elemento estructural en cuestión Valera (1991).

Se observa claramente que la función objetivo (a minimizar) es el peso total de la estructura. A su vez, las restricciones en desigualdad limitan la tensión máxima en cada barra, tanto a tracción (para evitar la rotura de cada pieza) como a compresión (para evitar que se produzca

su pandeo local). Estas restricciones se imponen específicamente de acuerdo con las normas españolas [Ministerio de Vivienda \(2007\)](#), [Ministerio de Industria y Energía \(2008\)](#).

La norma española obliga también a considerar otras restricciones de tipo geométrico, con el fin de evitar la excesiva proximidad entre los cables conductores y el cuerpo metálico de la torre. Estas restricciones se cumplen automáticamente para el tipo de diseños que se consideran en este trabajo. En caso contrario, sería necesario incluirlas en la formulación del problema (3), lo que no reviste una especial dificultad.

## 4.2. Variables de diseño

En general, algunos de los parámetros que definen la geometría de la torre serán considerados constantes de diseño, por lo que se les asignará un determinado valor (fijo).

Los restantes parámetros serán considerados variables de diseño. Para distintos valores de estas variables de diseño se obtendrán distintas geometrías estructurales. Algunas de las posibles geometrías estructurales pueden ser consideradas inadecuadas, o incluso pueden carecer de sentido. Por este motivo será necesario incluir en la formulación del problema (3) algunas restricciones adicionales (sencillas) que limiten el valor de estas variables de diseño, lo que tampoco reviste una especial dificultad [Navarrina y Casteleiro \(1991\)](#). Por ejemplo, la altura  $h$  de un cierto elemento tipo BLOQUE X (en el caso de que la altura de este elemento sea considerada variable de diseño) podría estar limitada por la restricción lateral adicional  $2 m \leq h \leq 3 m$ , que evitaría que la altura del elemento fuese tanto excesivamente pequeña como excesivamente grande.

Más frecuentemente, se preferirá definir como varían estos parámetros en función de un grupo relativamente pequeño de variables de diseño que controlarán la forma de la torre.

En los ejemplos presentados en este trabajo, las alturas de los elementos que componen la torre se mantienen constantes, mientras que la forma de la torre está controlada por dos variables de diseño: la longitud ( $x_1$ ) del lado de la base del elemento inferior tipo BLOQUE K, y la longitud ( $x_2$ ) del lado de la base del elemento superior tipo CABEZAL. Las longitudes de los lados de las bases de los elementos de la parte inferior de la torre (desde la cimentación hasta el primer elemento tipo CRUCETA) varían linealmente entre  $x_1$  y  $x_2$ , dependiendo de la altura sobre el plano de la base de la torre. Es evidente que también en este caso será necesario incluir en la formulación del problema (3) algunas restricciones adicionales que limiten el valor de estas variables de diseño, por las razones previamente expuestas.

En cualquier caso, y puesto que las variables de diseño que hemos considerado hasta este momento tienen un rango de variación continuo, el correspondiente problema de optimización de formas (3) constituirá un problema de optimización continua [Navarrina y Casteleiro \(1991\)](#), [Navarrina et al. \(2001b\)](#).

Sin embargo, un sistema de diseño óptimo desarrollado específicamente para este tipo de problemas debería ser capaz de asignar también, automáticamente, el perfil óptimo para cada grupo de barras de cada elemento estructural. Y, en tal caso, la selección de los perfiles debe realizarse entre las secciones de acero laminado disponibles (angulares considerados por las normas españolas, en nuestro caso). Puesto que el rango de variación de estas variables de diseño es discreto, el correspondiente problema de optimización de formas y dimensiones (3) será ahora un problema híbrido (mucho más complicado que el anterior) de optimización continua y de optimización discreta. En efecto, la existencia de un rango discreto de variación para el caso de algunas variables de diseño impide resolver el problema completo de optimización mediante los algoritmos habituales de programación matemática [Navarrina y Casteleiro \(1991\)](#), [Navarrina et al. \(2001b\)](#). Y, por otro lado, el análisis y la comprobación de todos los diseños



posibles (que se obtienen al considerar todas las variaciones de las variables de diseño discretas) resulta imposible en la práctica debido a su elevado número (lo que se conoce por “explosión combinatoria”).

## 5. EL SISTEMA DE DISEÑO ÓPTIMO

Se ha desarrollado un sistema de diseño asistido óptimo específico para la familia de torres de alta tensión tipo FECSA/GL-110 KV. El sistema está estructurado de acuerdo con la metodología general propuesta previamente por los autores [Navarrina y Casteleiro \(1991\)](#). El sistema incorpora técnicas analíticas de análisis de sensibilidad hasta segundo orden, y utiliza un algoritmo de programación lineal secuencial con búsqueda unidireccional cuadrática (SLP-QLS o *Sequential Linear Programming with Quadratic Line Search*) desarrollado previamente por los autores [Navarrina y Casteleiro \(1991\)](#), [Navarrina et al. \(2001b\)](#).

El algoritmo SLP-QLS puede describirse como un método clásico de descenso.

Básicamente, en cada iteración se plantea un problema lineal aproximado con restricciones laterales adicionales (*move limits*), que se resuelve mediante un algoritmo de programación lineal (Simplex). Para ello, es preciso realizar un análisis de sensibilidad completo de primer orden en cada iteración. La solución del problema lineal determina cuál será la dirección de búsqueda (o de avance) en la correspondiente iteración.

A continuación se calcula la aproximación cuadrática de la función objetivo y de las restricciones en la dirección determinada, lo que permite realizar una búsqueda unidireccional (*line-search*) aproximada con relativa sencillez. Por tanto, en cada iteración es necesario realizar un análisis de sensibilidad direccional de segundo orden en la dirección de avance. La solución del problema cuadrático determina cuál será el valor de las variables de diseño en la siguiente iteración. El planteamiento y la resolución del problema cuadrático aproximado mejora sustancialmente el rendimiento del algoritmo de programación lineal secuencial, mientras que los requerimientos computacionales adicionales son relativamente pequeños [Navarrina et al. \(2001b\)](#).

Nótese que este tipo de algoritmos, por su propia naturaleza, no pueden aplicarse a problemas de optimización discreta. Por tanto, el algoritmo propuesto no puede utilizarse para elegir los perfiles óptimos de los grupos de barras de cada elemento estructural.

Aparentemente, la elección de los perfiles óptimos es una etapa de importancia secundaria en el proceso de optimización del diseño estructural, mientras que lo verdaderamente importante (y difícil) es la optimización de la forma de la estructura. Cabe pensar, por ejemplo, que lo lógico es alternar la optimización de la forma estructural con el dimensionamiento de las secciones. Así, el algoritmo de optimización no modificaría la asignación de perfiles a los grupos de barras, sino solamente los valores de las variables que controlan la forma de la estructura. Después de cada iteración del algoritmo de optimización, se realizaría la elección del perfil que corresponde a cada grupo de barras de cada elemento estructural en función de los esfuerzos axiales recién calculados, y a la vista de las tablas de propiedades mecánicas de las secciones de acero laminado disponibles (angulares considerados por las normas españolas, en nuestro caso). Los esfuerzos axiales se podrían recalcular (una vez elegidos los nuevos perfiles) y la elección de perfiles se podría revisar tantas veces como fuese necesario hasta lograr la convergencia del proceso, antes de realizar una nueva iteración del algoritmo de optimización de la geometría.

De hecho, esta forma de proceder es la habitual en los procesos de diseño estructural convencionales, en los que se realiza en primer lugar el diseño de la forma de la estructura, en segundo lugar un predimensionamiento heurístico de las piezas, en tercer lugar el cálculo estructural y en cuarto lugar el dimensionamiento final de las piezas, realizándose finalmente varios ciclos

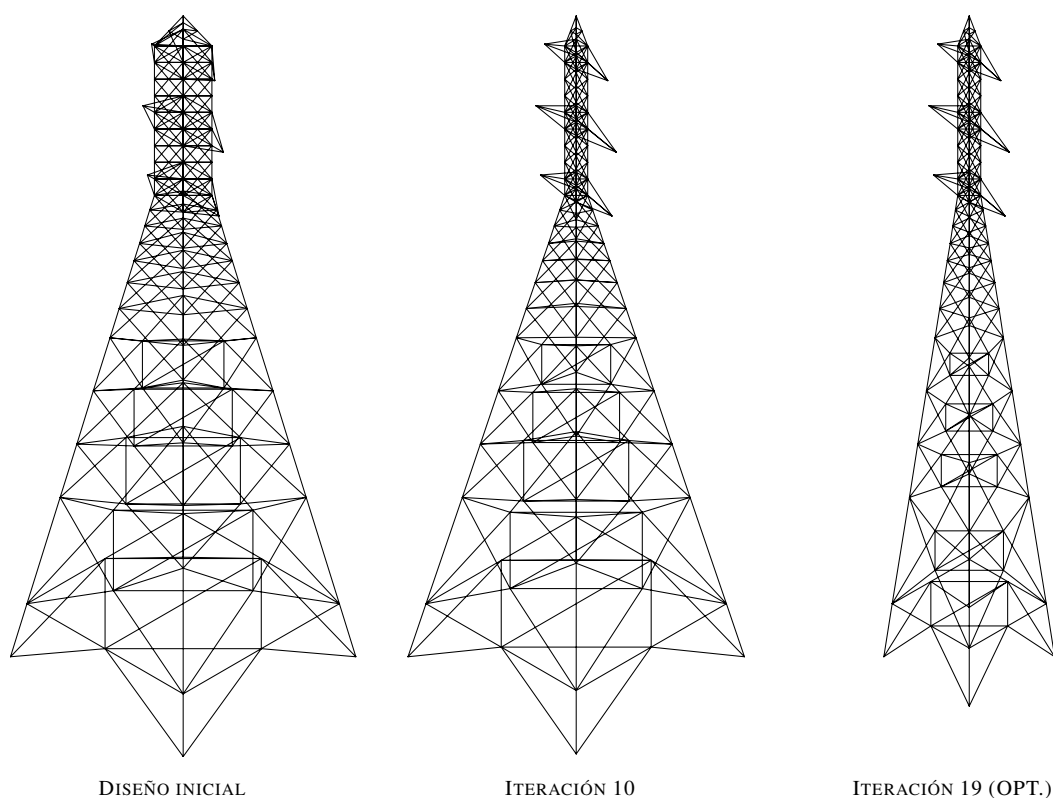


Figura 12: Ejemplo S1. Evolución del diseño estructural

de recálculo y redimensionamiento si son necesarios.

Sin embargo, el planteamiento anterior es incorrecto cuando se aplica a este tipo de problemas de optimización. En el límite (si el rango de secciones disponibles fuese cada vez más extenso hasta que se convirtiese en continuo) este procedimiento podría bloquear el proceso de optimización inmediatamente después de cada iteración, ya que las barras se dimensionarían a tensión máxima y cualquier modificación subsiguiente de la forma de la estructura podría incrementar el peso o aumentar la tensión por encima del máximo admisible, lo que impediría el avance hacia el diseño óptimo. En la práctica, el rango de perfiles disponibles no es continuo, lo que proporciona una cierta holgura. De este modo, se pueden realizar un número de pasos de optimización de la geometría de la estructura obteniendo soluciones estructurales mejoradas. Pero aún así, el procedimiento anterior tiene una marcada tendencia a bloquear el proceso de optimización antes de que sea posible alcanzar el óptimo.

En el sistema desarrollado por los autores, la asignación de perfiles a los grupos de barras se mantiene invariable durante todo el proceso de optimización de la forma estructural, que se realiza aplicando el algoritmo SLP-QLS [Navarrina et al. \(2001b\)](#). Una vez finalizado el proceso de optimización de formas, se asignan los nuevos perfiles que corresponden a cada grupo de barras de cada elemento estructural en función de los esfuerzos axiales recién calculados, y a la vista de las tablas de propiedades mecánicas de las secciones de acero laminado disponibles. Si es necesario se recalcula y se redimensiona la estructura tantas veces como sea necesario. Finalmente, todo el proceso puede repetirse tantas veces como sea necesario, hasta que converja. Este planteamiento no puede garantizar que se alcance el óptimo, puesto que las variables de diseño continuas y discretas se modifican separadamente, pero ha demostrado ser bastante efectivo y capaz -en cualquier caso- de mejorar diseños preexistentes, como se demuestra en los siguientes ejemplos.

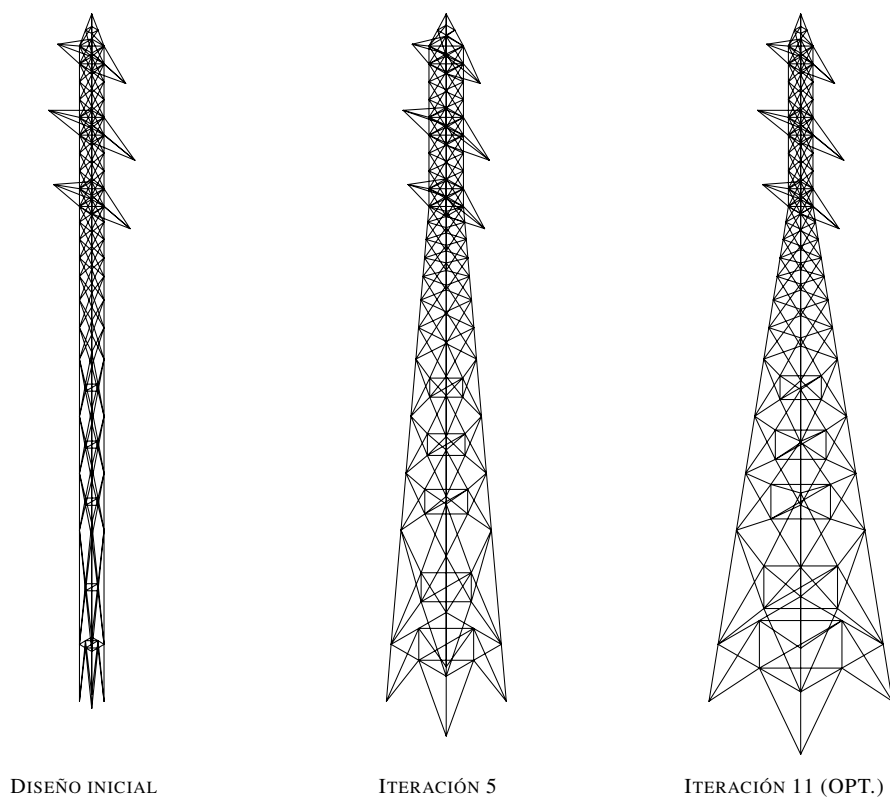


Figura 13: Ejemplo S2. Evolución del diseño estructural

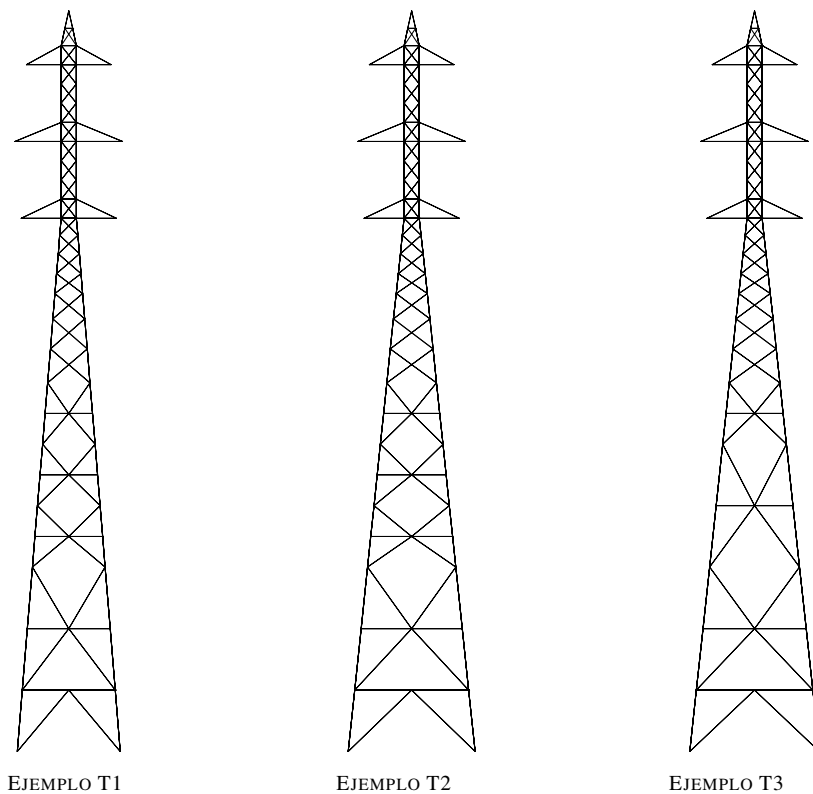


Figura 14: Ejemplos T1, T2 y T3. Comparación entre los diseños finales obtenidos.



## 6. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

La torre de alta tensión que se utiliza en estos ejemplos es una reproducción de una torre real. Su secuencia de montaje es la siguiente: un elemento tipo BLOQUE K, un elemento tipo BLOQUE SUPER X, tres elementos tipo BLOQUE X, siete elementos tipo CRUZ, un elemento tipo CRUCETA, tres elementos tipo CRUZ, un elemento tipo CRUCETA, tres elementos tipo CRUZ, un elemento tipo CRUCETA y el elemento tipo CABEZAL. La geometría de la torre original (realmente construida) corresponde a los valores de las variables de diseño  $x_1 = 6,55 \text{ m}$  y  $x_2 = 1,25 \text{ m}$ . El peso de la torre real es  $W = 4349,93 \text{ Kp}$ .

Los ejemplos S1 y S2 se presentan con el fin de mostrar la fiabilidad, robustez y eficiencia del algoritmo SLP-QLS para resolver problemas de optimización de formas. Por este motivo, los perfiles asignados a todos los grupos de barras están predeterminados y se mantienen invariables. Todas las barras tienen la misma sección, correspondiente al perfil normalizado L100.8. Mientras que el diseño inicial del ejemplo S1 (Fig. 12) está claramente sobredimensionado ( $x_1 = 15,00 \text{ m}$ ,  $x_2 = 2,50 \text{ m}$ ), el diseño inicial del ejemplo S2 (Fig. 13) incumple fuertemente las restricciones de diseño ( $x_1 = 1,00 \text{ m}$ ,  $x_2 = 1,00 \text{ m}$ ). Las Figuras 12 y 13 muestran la evolución del diseño estructural para estos dos diseños iniciales, que son significativamente distintos. Sin embargo, en los dos casos se alcanza la misma solución ( $x_1 = 7,43 \text{ m}$ ,  $x_2 = 1,00 \text{ m}$ ) en un número relativamente pequeño de iteraciones.

Los ejemplos T1, T2 y T3 se presentan con el fin de mostrar como se comporta el algoritmo SLP-QLS en combinación con la estrategia propuesta para el dimensionamiento de las secciones. Por tanto, la asignación de perfiles no es ahora invariable.

El diseño inicial del ejemplo T1 es la solución final hallada en los ejemplos S1 y S2. El diseño final ( $x_1 = 6,71 \text{ m}$ ,  $x_2 = 1,00 \text{ m}$ ) se obtiene después de algunos ciclos de optimización de formas y dimensionamiento, siendo el peso final  $W = 3892,79 \text{ Kp}$  (10,5% menos que la torre original).

En el ejemplo T2 usamos la misma geometría inicial, pero partimos de una asignación inicial de perfiles ligeramente diferente. Todas las barras siguen teniendo la misma sección inicial, pero ahora son perfiles L100.7 en lugar de perfiles L100.8. El diseño final ( $x_1 = 8,25 \text{ m}$ ,  $x_2 = 1,00 \text{ m}$ ) se obtiene después de algunos ciclos de optimización de formas y dimensionamiento, siendo el peso final  $W = 3753,91 \text{ Kp}$  (13,7% menos que la torre original). Nótese que la solución final es diferente a la obtenida en el ejemplo anterior.

Finalmente, en el ejemplo T3 se utiliza una torre modificada, en la que se han sustituido los dos elementos inferiores tipo BLOQUE X por un sólo elemento tipo BLOQUE SUPER X. La geometría del diseño inicial está definida por los valores de las variables de diseño  $x_1 = 9,30 \text{ m}$  y  $x_2 = 1,00 \text{ m}$ , y a todos los grupos de barras se les asignan inicialmente perfiles L100.7, como en el caso anterior. El diseño final ( $x_1 = 8,43 \text{ m}$ ,  $x_2 = 1,00 \text{ m}$ ) se obtiene después de varios ciclos de optimización de formas y dimensionamiento, siendo el peso final  $W = 3611,41 \text{ Kp}$  (17,0% menos que la torre original).

Los diseños finales obtenidos en estos tres ejemplos se comparan en la Figura 14.

## 7. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un sistema de diseño óptimo desarrollado específicamente para un determinado tipo de torres de alta tensión (FECSA/GL-110KV). El diseño estructural se realiza de acuerdo con las normas españolas que son de aplicación. La topología de una torre cualquiera de este tipo se puede establecer de forma sencilla, indicando la secuencia de montaje de una serie de elementos estructurales predefinidos. La optimización de la forma estructural se

realiza mediante un algoritmo de programación lineal secuencial con búsqueda unidireccional cuadrática (SLP-QLS). La elección del perfil que corresponde a cada grupo de barras de cada elemento estructural se realiza posteriormente, en función de los esfuerzos axiales recién calculados, y a la vista de las tablas de propiedades mecánicas de las secciones de acero laminado disponibles (angulares considerados por las normas españolas, en nuestro caso).

Se han presentado varios ejemplos de aplicación. Estos ejemplos muestran la fiabilidad, robustez y eficiencia del algoritmo SLP-QLS para resolver problemas de optimización de formas. Los ejemplos muestran también que las técnicas propuestas son capaces de reducir el peso de diseños reales preexistentes en más de un 10 %. El sistema puede ser modificado fácilmente para optimizar otras familias de estructuras de acero laminado, y/o para adecuarlo a otras normas de diseño estructural.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación del Gobierno de España (Proyecto DPI2009-14546-C02-01), por la “Xunta de Galicia” (Proyectos CEOU 2007/09, PGDIT09MDS00718PR y PGDIT09REM005118PR) cofinanciados con fondos FEDER, y por ayudas de investigación de la Universidade da Coruña y de la Fundación de la Ingeniería Civil de Galicia.

Las especificaciones técnicas de las torres del tipo FECSA/GL-110KV fueron proporcionadas por Fuerzas Eléctricas de Cataluña, S.A.

## REFERENCIAS

- Felix J. y Vanderplaats G.N. Configuration optimization of trusses subject to strength, displacement and frequency constraints. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, 109:233–241, 1987.
- Fletcher R. *Practical Methods of Optimization*. John Wiley and Sons, 1987.
- Gill P., Murray P., y Bright M. *Practical Optimization*. Academic Press, London, 1981.
- Hanssen L. Computer program system for design of power transmission towers. *11th ONR Naval Structural Mechanics Symposium*, páginas 12.37–12.45, 1981.
- Hernández S. *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 1990.
- Kocer F.Y. y Arora J.S. Optimal design of latticed towers subjected to earthquake loading. *Journal of Structural Engineering*, 128(2):127–204, 2002.
- Majid K.I. y Tang X. Optimum design of pin-jointed space structures with variable shape. *Structural Engineer*, 62:31–37, 1984.
- Ministerio de Industria y Energía. *Reglamento de Líneas Eléctricas de Alta Tensión*. Centro de Publicaciones de la Secretaría General Técnica del Ministerio de Industria, Turismo y Comercio: Madrid, 2008.
- Ministerio de Vivienda. *CTE-SE-A, Código Técnico de la Edificación. Seguridad Estructural: Acero*. Centro de Publicaciones del Ministerio de Vivienda: Madrid, 2007.
- Navarrina F. y Casteleiro M. A general methodological analysis for optimum design. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 31:85–111, 1991.
- Navarrina F., Colominas I., Juanes R., Bendito E., y Casteleiro M. A unified approach for high order sensitivity analysis. *Computer Aided Optimum Design of Structures VII, Hernández S. y Brebbia C.A. (Eds.)*, páginas 327–336, 2001a.
- Navarrina F., López S., Colominas I., Bendito E., y Casteleiro M. High order shape design

- sensitivity: A unified approach. *Computer Methods in Applied Mechanics in Engineering*, 188:681–696, 2000.
- Navarrina F., Tarrech R., Colominas I., Mosqueira G., Gómez-Calviño J., y Casteleiro M. An efficient mp algorithm for structural shape optimization problems. *Computer Aided Optimum Design of Structures VII*, Hernández S. y Brebbia C.A. (Eds.), páginas 247–256, 2001b.
- Raj P.P. y Durrant S.O. Optimum structural design by dynamic programming. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 102:1575–1589, 1976.
- Saka M.P. Optimum design of space trusses with buckling constraints. *Third International Conference on Space Structures, Elsevier Applied Science Publ., London*, páginas 656–660, 1984.
- Schmit L.A. Structural design by systematic synthesis. *Proc. of the Second ASCE Conference on Electronic Computation*, páginas 105–122, 1960.
- Sheppard D.J. y Palmer A.C. Optimal design of transmission towers by dynamic programming. *Computers and Structures*, 2:455–468, 1972.
- Valera A. *Diseño Asistido Óptimo por Ordenador de Estructuras Articuladas: Aplicación al Caso de las Torres de Alta Tensión (Tesina de Especialidad, ETSICCP)*. Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 1991.
- Vanderplaats G.N. *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design (With Applications)*. McGraw–Hill, New York, 1984.
- Zopetti G. *Redes Eléctricas*. Gustavo Gili, Madrid, 1968.