

METODOLOGIA PARA OTIMIZAÇÃO DA ESTRUTURA DE UMA ASA DE UMA AERONAVE NÃO TRIPULADA CONSIDERANDO INCERTEZAS GEOMETRIAS E FÍSICAS

Leandro L. Corso^{a,b}, Tiago dos Santos^a, Oscar A. G. de Suarez^a e Herbert M. Gomes^b

^a*Núcleo de Projeto e Fabricação, Universidade Caxias do Sul, Rua Francisco Getúlio Vargas, 1130 Caxias do Sul, RS, Brasil, lcorso@ucs.br, <http://www.ucs.br>*

^b*Grupo de Mecânica Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rua Sarmento Leite, 425, Porto Alegre, RS, Brasil, herbert@mecanica.ufrgs.br, <http://www-gmap.mecanica.ufrgs.br>*

Resumo: Este trabalho apresenta uma metodologia para otimização estrutural paramétrica nas vigas da asa de uma aeronave não tripulada, a qual apresenta incertezas. Como método global de busca é utilizado o método de algoritmos genéticos. O objetivo é a minimização da massa com restrições do índice de confiabilidade para tensão e deslocamento, as variáveis de projeto são os diâmetros das barras, bem como a posição das mesmas com limitações geométricas. Incertezas na fabricação, bem como na matéria-prima são consideradas. Os resultados mostram que a metodologia é eficiente e pode ser utilizada em uma série de casos similares.

Palavras chave: *incertezas, otimização, otimização baseada em confiabilidade.*

1 INTRODUÇÃO

Em termos práticos, apesar da crescente utilização de métodos de otimização, o que acontece é que parâmetros de projeto e/ou variáveis de projeto, utilizados em procedimentos de otimizações determinísticas, podem apresentar incertezas na prática. Uma vez que analisadas as respostas obtidas pelos procedimentos de otimizações determinísticas em termos de probabilidade de falha, estas podem apresentar um nível não aceitável. Isso ocorre devido às incertezas dos parâmetros de projeto e/ou variáveis. Uma forma de relacionar tais incertezas, dentro de um problema de otimização, é utilizar o cálculo do índice de confiabilidade β , segundo Agarwal, (2004). Esse procedimento é chamado Otimização Baseada em Confiabilidade (RBDO) do inglês *Reliability Based Design Optimization*; nesse caso, a confiabilidade torna-se mais uma restrição ao problema de otimização.

É sabido que o cálculo de otimização, seja de maximização ou minimização de funções não lineares, no qual envolva restrições não lineares e, ainda assim envolvendo restrições do índice de confiabilidade é complexo em termos de solução, segundo Haldar e Mahadevan, (1999). Além disso, pode apresentar um alto custo computacional. Essas dificuldades fazem com que muitas vezes o resultado não seja o desejável, fazendo com que sejam buscadas novas técnicas de otimização que sejam adequadas ao tipo de funções envolvidas. Por exemplo, a área que ainda por ser mais explorada é a aplicação de algoritmos de busca global não-determinísticos conjuntamente com a RBDO. A opção pela utilização destes métodos recai sobre a facilidade de implementação, a possibilidade de paralelismo e a eficiência dos mesmos perante problemas de otimização com funções não lineares ou descontínuas.

Como exemplo de aplicação da metodologia, irá se trabalhar na minimização de massa da estrutura da asa de uma aeronave de carga rádio controlada. Uma vez que é uma estrutura complexa e será discretizada por elementos de finitos de vigas. O valor da carga equivalente utilizada no problema é obtido por meio de análises numéricas, e visa levar em conta o efeito aerodinâmico.

A otimização será mista no que diz respeito a variáveis contínuas e discretas, também serão trabalhadas incertezas que existem no projeto da asa, onde existe limite de deslocamento máximo da asa e de tensão.

2 OTIMIZAÇÃO BASEADA EM CONFIABILIDADE

Pode-se dizer que é um processo de otimização, onde o objetivo é otimizar uma determinada função objetivo, satisfazendo as restrições de confiabilidade colocadas como condição inicial. Para isso, é necessário realizarmos análises de probabilidade de falha durante o processo de otimização.

A formulação mais simples e usual de implementação da RBDO é aquela dividida em dois níveis: (a) o primeiro nível seria a realização do projeto ótimo, onde são consideradas as variáveis de projeto e (b) no segundo nível é realizado o processo de análise de confiabilidade, mais detalhes podem ser encontrados em Melchers, (2001).

Geralmente um modelo de otimização determinística pode ser definido da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar (ou Maximizar) Função objetivo} & (1) \\ & \text{(variáveis de projeto)} \\ & \text{Sujeito a restrições} \end{aligned}$$

Escrevendo da forma matemática:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(vp; p) & (2) \\ & \text{sujeito a} \\ & g_i(vh; p) = 0 & i = 1 \dots nr \\ & g_i(vh; p) < 0 & i = nr + 1 \dots nr \\ & vhl < vh < vhu & i = 1 \dots nv \end{aligned}$$

Onde, as vh são variáveis de projeto, p são os parâmetros fixos com relação ao problema de otimização, g_i é considerada a i -ésima restrição do modelo, vhl e vhu são os limites inferiores e superiores, respectivamente. Fazendo uma analogia a este trabalho, temos que vh para este trabalho se refere as áreas das barras, sendo que estas apresentam limites mínimos e máximos.

Entretanto, a otimização determinística não considera as incertezas nas variáveis e nem nos parâmetros de projeto. No método RBDO, as restrições da formulação determinísticas são trocadas por restrições de probabilidade. Pela teoria da probabilidade sabe-se que o índice de confiabilidade pode ser escrito em função da probabilidade de falha:

$$\beta = -\Phi(P_f(vp; p)) \quad (3)$$

onde Φ é a função cumulativa normal. Para este trabalho, as restrições ficam:

$$g_i^r(vp; p) = (\beta_c^f - \beta_e^f) \quad \text{onde sabe-se que: } g_i^r(vp; p) \leq 0 \quad i=1 \dots m, \quad (4)$$

$$g_i^f(vp; p) = (\beta_c^f - \beta_e^f) \quad \text{onde sabe-se que: } g_i^f(vp; p) \leq 0. \quad (5)$$

Onde g_i^r são as restrições de resistência para cada uma das i -ésimas barras da estrutura, e g_i^f é a restrição de deslocamento da mesma. Isso quer dizer que se o índice de confiabilidade que estipularmos de entrada (β_e) tanto para resistência, como para deslocamento deve ser maior que o valor de confiabilidade (β_c) calculado no decorrer da otimização, sendo este β_c para resistência e deslocamento. Para encontrar o valor do β utilizaremos o método FORM. Neste trabalho temos que vh se refere aos diâmetros e posições das barras da treliças, essas variáveis apresentam limites mínimos e máximos.

3 IMPLEMENTAÇÃO DE ALGORITMOS GENÉTICOS

Atualmente, os AG representam uma poderosa ferramenta para a busca de soluções de problemas com grandes complexidades e não linearidades. Esse método é utilizado na maximização/minimização de funções, com base na Teoria da Evolução e Sobrevivência, seguindo o que Darwin pressupôs em seu livro *A teoria da evolução*, de que os indivíduos se modificariam de tal maneira que seria melhor para a sua sobrevivência [Holland, (1975)].

Essa classe de algoritmos evolutivos apareceu inicialmente com os trabalhos desenvolvidos na Universidade de Michigan pelo professor John Holland (1975) e seus orientandos. Depois do livro *Adaptation in natural and artificial systems*, publicado por Holland em 1975, a evolução passou a ser encarada como um processo de otimização, e os algoritmos genéticos

foram utilizados com sucesso em diversos problemas de maximização e minimização [Fonseca e Neves, (2004)].

A implementação do método de AG, de uma forma geral, começa com uma população aleatória de cromossomos. As estruturas são avaliadas e associadas a uma probabilidade de reprodução, de tal forma que as maiores probabilidades estão associadas aos cromossomos que apresentam uma melhor (maior ou menor, dependendo se maximização ou minimização) função objetivo para o problema de otimização do que aqueles que representam uma solução pior. A aptidão da solução é tipicamente definida com relação à população corrente, sendo ela dada por uma função objetivo diretamente ou função de aptidão (uma modificação da função objetivo, a fim de atender às necessidades do processo de seleção dos indivíduos). Os AG simulam o processo evolutivo numericamente. Eles representam os parâmetros de um dado problema, codificando os mesmos em um vetor. Como na genética, genes são constituídos por cromossomos. Similarmente, em AG na sua forma simplificada os vetores são codificados em bits. Um vetor de bits pode ser decodificado no respectivo valor do parâmetro do problema, e a avaliação total do vetor de bits, para um indivíduo, pode ser ponderado seguindo-se alguma função de aptidão representativa do fenótipo do indivíduo para aquele conjunto de bits.

Um algoritmo genético simples constitui-se de três operadores básicos, sendo eles: reprodução, cruzamento (ou recombinação) e mutação. O algoritmo começa com uma população de indivíduos; cada um deles representa uma possível solução para o problema. Os indivíduos, como na natureza, se utilizam desses operadores básicos e evoluem em gerações que seguem a Teoria de Darwin para a evolução, ou, em outras palavras, uma população de indivíduos mais adaptados surge como uma seleção natural do processo.

Com relação à reprodução, a avaliação da função objetivo (aptidão) indica quais indivíduos irão ter mais chances de procriar e gerar uma prole maior. Os valores da função objetivo, dependendo do interesse, podem gerar valores negativos, fato que inviabiliza o processo presente nos algoritmos genéticos, de escolha de indivíduos para procriação e geração dos elementos seguintes, visto que não há probabilidades negativas. Nesse caso, deve-se realizar uma transformação adequada da função objetivo, a fim de que a mesma venha a ter valores preferencialmente positivos. A função objetivo, assim calculada, permite o cálculo da aptidão de cada indivíduo, que fornecerá o valor a ser usado para o cálculo de sua probabilidade de ser selecionado para o processo de reprodução.

Nas operações genéticas, os genes de pares de indivíduos são trocados e, como na natureza, essa troca pode se dar de diversas formas, sendo então comumente chamadas *crossover* ou recombinação.

Diferenças entre técnicas convencionais e os AG podem ser resumidas como segue [Goldberg, (1989)]:

- os AG operam de forma codificada na tarefa de procura dos parâmetros;
- os AG trabalham com uma população que representa os valores numéricos de uma variável e particular;
- diferentemente da maioria dos algoritmos de otimização, os quais requerem avaliações das derivadas da função objetivo, o AG somente requer o uso do valor da função objetivo;
- somente regras probabilísticas e a regra da seleção natural são utilizadas no AG.

A representação binária tem uma importância histórica, devido ao primeiro uso por Holland, (1975). Quando se trabalha com o algoritmo genético na forma binária, cada um dos parâmetros reais b_i a serem otimizados são traduzidos num código binário seguindo a seguinte equação:

$$s = \text{bin}_n \left\{ \text{round}(2^n - 1) \frac{[b_i(k) - P_{\min}(k)]}{[P_{\max}(k) - P_{\min}(k)]} \right\} \quad (6)$$

onde bin_n indica a tradução binária de um vetor decimal para um vetor binário s de n bits, n significando o número de bits, $P(k)$ significando o máximo e os mínimos valores permitidos para cada variável.

Para transformar o código binário em valores reais, a seguinte equação é utilizada como indicado na sequência:

$$b_i(k) = P(k)_{\min} + \text{bin}^{-1}(s) \frac{P(k)_{\max} - P(k)_{\min}}{2^n - 1} \quad (7)$$

onde $\text{bin}^{-1}(s)$ significa a tradução dos valores codificados em binário para os respectivos valores reais. Deve ser notado que, com essa formulação, está implícito que o mapeamento tem uma resolução de $[P(k)_{\max} - P(k)_{\min}] / (2^n - 1)$. Isso restringe a procura no espaço dos parâmetros reais a valores discretos, os quais podem induzir ótimos locais.

Isso pode ser contornado utilizando-se um algoritmo genético com codificação real, que é a forma como o AG é trabalhado nesta tese. Essa aproximação assume valores reais para cada variável. As principais são encontradas no operador de cruzamento. Há diversas formas de tratar a recombinação em algoritmos genéticos com codificação real, tais como: a recombinação plana, a recombinação simples, a recombinação aritmética, a recombinação de Wright, a recombinação BGA, etc [Tsutsui et al., (1997)]. Neste trabalho, a recombinação BLX- α (*blended crossover*), como descrita em Gwiazda, (2006) é utilizada devido ao fato de ela operar inicialmente com uma fase exploratória abrangente do campo de parâmetros, seguida de uma fase de pesquisa mais detalhada para a melhoria da resolução dos parâmetros. Ela pode ser descrita como:

$$\begin{aligned} \Delta &= \max[b_i(k), b_{i+1}(k)] - \min[b_i(k), b_{i+1}(k)] \\ b(k) &= \text{random}\{\min[b_i(k), b_{i+1}(k)] - \alpha \Delta, \max[b_i(k), b_{i+1}(k)] + \alpha \Delta\} \end{aligned} \quad (8)$$

onde, i e $i+1$ estão referidos a dois cromossomos de indivíduos, α significa um parâmetro de diminuição da exploração e *random* significa um número aleatório no respectivo intervalo. A Tabela 01 resume os principais passos seguidos por um algoritmo genético com codificação real para maximizar funções.

```

Inicialize o tempo  $t=0$ 
Inicialize o tamanho da população “ $m$ ”, Probabilidade de Mutação “ $P_m$ ”,
Probabilidade de recombinação “ $P_c$ ”, Número de cromossomos individuais “ $nc$ ”,
Limites permitidos para cada cromossomo, “ $P_{\max}(nc), P_{\min}(nc)$ ”.
Geração da população inicial  $B_0 = (b_{1,0}, b_{2,0}, \dots, b_{m,0})$ 
Laço sobre gerações
Enquanto a condição de parada não for satisfeita
  Seleção Proporcional
  Laço  $i = 1$  até  $m$ 
     $x = \text{random}(0,1)$ 
     $k = 1$ 
    Enquanto  $k < m$ 
       $k = k + 1$ 
       $b_{i,t+1} = b_{k,t}$ 
    Fim Enquanto
  Fim Laço
Recombinação em um ponto
  Laço  $i = 1$  até  $m - 1$  passo 2
    Se  $\text{random}(0,1) < P_c$  então
       $\alpha = 0,5$ 
       $\Delta = \max[b_{i,t}(k), b_{i+1,t}(k)] - \min[b_{i,t}(k), b_{i+1,t}(k)]$ 
       $b_{i,t+1}(k) = \text{random}\{\min[b_{i,t}(k), b_{i+1,t}(k)] - \alpha \Delta, \max[b_{i,t}(k), b_{i+1,t}(k)] + \alpha \Delta\}$ 
       $b_{i+1,t+1}(k) = \text{random}\{\min[b_{i,t}(k), b_{i+1,t}(k)] - \alpha \Delta, \max[b_{i,t}(k), b_{i+1,t}(k)] + \alpha \Delta\}$ 
    Fim Se
  Fim Laço
Fim Enquanto
Mutação dos filhos
  Laço  $i = 1$  até  $m$ 
    Se  $\text{random}(0,1) < P_m$  então
       $k = \text{random}(0,1) < (P_c)(nc)$ 
       $b_{i,t+1}(k) = \text{random}\{P_{\max}(k), P_{\min}(k)\}$ 
    Fim Se
  Fim Laço
Fim Enquanto

```

Tabela 01: Principais passos utilizados pelo AG com a finalidade de maximizar (adaptado de Gomes, (2001)).

4 MÉTODO DE PRIMEIRA ORDEM (FORM)

Uma expressão matemática para a falha (quer seja última ou violação de determinada restrição) de um sistema, em geral, pode ser colocado da seguinte forma:

$$M(x) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq 0 \quad (9)$$

onde M representa a margem de segurança e X as n variáveis que afetam a resistência do material. $M \leq 0$ significa falha e $M > 0$ que o sistema está no domínio de segurança. A probabilidade de falha pode ser calculada usando a função de densidade de probabilidade conjunta $f_x(X_1, X_2, \dots, X_n)$:

$$P_f = \iiint \dots \int_D f_x(X_1, X_2, \dots, X_n) dX_1 dX_2 \dots dX_n \quad (10)$$

onde D é a região onde $M \leq 0$.

Considerando uma estrutura onde, por exemplo, assume-se uma função de falha do tipo que a tensão de tração em uma barra σ_i da mesma não exceda um determinado valor σ_{lim} . A equação para a função de estado limite pode ser colocada (dentro outras formas) como:

$$M = 1 - \frac{\sigma_i}{\sigma_{lim}} \quad (11)$$

A mesma metodologia pode ser feita para tensões de compressão, flechas, ou qualquer outra condição que indique violação de alguma condição desejada na estrutura.

A integração da eq. (10) é difícil, pois se está trabalhando com diversas variáveis aleatórias. Além disso, a função $f_x(\mathbf{X})$ geralmente não é conhecida se não houver dados estatísticos suficientes. Dessa forma, para obter um índice de confiabilidade β costuma-se usar o primeiro e o segundo momentos (média e variância) da margem de segurança M .

Quando a função M é linear e as variáveis aleatórias são independentes e normalmente distribuídas, o índice de confiabilidade β é definido como:

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (12)$$

onde μ_M e σ_M representam respectivamente a média e o desvio padrão da função M . Quando a margem de segurança é não-linear, os valores aproximados de μ_M e σ_M são obtidos pela linearização da função M através da expansão da função em série de Taylor truncada no termo linear. O ponto no qual é feito o desenvolvimento da série de Taylor afeta os valores de μ_M e σ_M .

O método conhecido como FOSM (*First – Order Second – Moment*) utiliza as médias das variáveis aleatórias para desenvolver a série de Taylor, o valor de β pode ser obtido analiticamente, porém seu valor tende a ficar superestimado. Além disso, o método FOSM fornece um valor para o índice de confiabilidade que depende da expressão matemática utilizada para representar a função margem de segurança M , mesmo que as expressões

forneçam valores idênticos. Dessa forma, um método que obtém o mesmo valor de β , independentemente da função utilizada para calcular a margem de segurança foi proposto por Hasofer-Lind e é conhecido como AFOSM (*Advanced First-Order Second – Moment*). No caso de variáveis aleatórias independentes, as variáveis aleatórias X_i são transformadas em variáveis normais padronizadas U_i fazendo-se:

$$U_i = \Phi^{-1}[F_{x_i}(X_i)] \quad (13)$$

onde $F_{x_i}(X_i)$ e Φ são respectivamente a função de distribuição de probabilidade acumulada de X_i e a função de distribuição normal padrão. Dessa forma, a margem de segurança no espaço real X é transformada para o espaço Gaussiano padrão U :

$$H(\mathbf{U}) = M(\mathbf{X}) \quad (14)$$

A linearização da função de estado limite é feita em um ponto \mathbf{U}^* que tenha a menor distância entre a superfície de falha $H(\mathbf{U}) = 0$ e a origem do espaço \mathbf{U} . O ponto \mathbf{U}^* é chamado de ponto de projeto e β é calculado como a distância entre a origem e este ponto.

$$\beta = \min(\mathbf{U}^{*T} \cdot \mathbf{U}^*)^{1/2} \quad (15)$$

4.1 Algoritmo de RACKWITZ – FIESSLER

Para resolver o problema da Equação (15) utiliza-se o algoritmo proposto por Rackwitz – Fiessler (1978), que pode ser descrito da seguinte forma:

Passo 1: Definir a função que representa a margem de segurança M .

Passo 2: Assumir valores iniciais para o ponto de projeto $X_i^* \quad i=1,2,\dots,n$, e calcular o correspondente valor da função M (considera-se aqui o valores iniciais do ponto de projeto como sendo as médias das variáveis de projeto).

Passo 3: Calcular a média e o desvio padrão, no ponto de projeto, da distribuição normal equivalente para variáveis que não têm distribuição normal. As coordenadas do ponto de projeto no espaço normal padrão são:

$$U_i^* = \frac{X_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}$$

Passo 4: Calcular as derivadas parciais $\frac{\partial M}{\partial X_i}$ no ponto de projeto X_i^* .

Passo 5: Calcular as derivadas parciais $\frac{\partial M}{\partial U_i}$ no espaço normal padrão equivalente, usando a regra da cadeia.

$$\frac{\partial M}{\partial U_i} = \frac{\partial M}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial U_i} = \frac{\partial M}{\partial X_i} \cdot \sigma_{X_i}^N$$

Passo 6: Calcular um novo valor para o ponto de projeto U_i^* no espaço normal padrão

equivalente através da seguinte expressão:

$$U_{i,k+1}^* = \frac{1}{\|\nabla M(U_{i,k}^*)\|^2} [\nabla M(U_{i,k}^*)^t U_{i,k}^* - M(U_{i,k}^*)] \nabla M(U_{i,k}^*)$$

Passo 7: Calcular a distância deste novo ponto até a origem e estimar novo índice de confiabilidade

$$\beta = \sqrt{\sum_{i=1}^n (U_i^*)^2}$$

Passo 8: Verificar a convergência de β para um determinado valor de tolerância pré-determinado.

Passo 9: Calcular os valores do ponto de projeto no espaço original fazendo:

$$X_i^* = \mu_{X_i}^N + \sigma_{X_i}^N \cdot U_i^*$$

Passo 10: Calcular o valor de M para o novo ponto de projeto e verificar o critério de convergência para M .

Passo 11: Se ambos os critérios de convergência dos passos 8 e 10 forem satisfeitos, parar o algoritmo. Senão, repetir os passos de 3 a 11.

No algoritmo acima descrito todas as variáveis do espaço original são assumidas como não correlacionadas. Caso exista correlação entre as mesmas calcula-se, via decomposição de Cholesky, uma matriz de covariância que transforma as variáveis correlacionadas em não-correlacionadas (Haldar e Mahadevan, (1999)).

5 OTIMIZAÇÃO BASEADA EM CONFIABILIDADE NA ASA DE UMA AERONAVE NÃO TRIPULADA

A asa é o principal elemento de sustentação da aeronave e geralmente tem como função secundária alojar componentes necessários ao vôo. Os principais carregamentos atuantes na asa são cargas de sustentação, arrasto e o próprio peso da estrutura.

Durante o projeto de uma aeronave se tem como objetivos garantir a integridade e funcionalidade da estrutura sob as diversas condições de operação, visando a máxima eficiência estrutural, em outras palavras, desenvolver a estrutura mais leve possível que atenda aos requisitos de projeto.

5.1 Condições de contorno da análise estrutural

Na análise realizada sobre uma das asas, foram prescritos os deslocamentos dos pontos de fixação da asa com a fuselagem. Foram aplicadas à estrutura cargas nodais equivalentes, com base nas distribuições de pressões obtidas para os perfis e no fator de carga. Na figura 01 é mostrada a estrutura discreta sob as condições de contorno descritas.

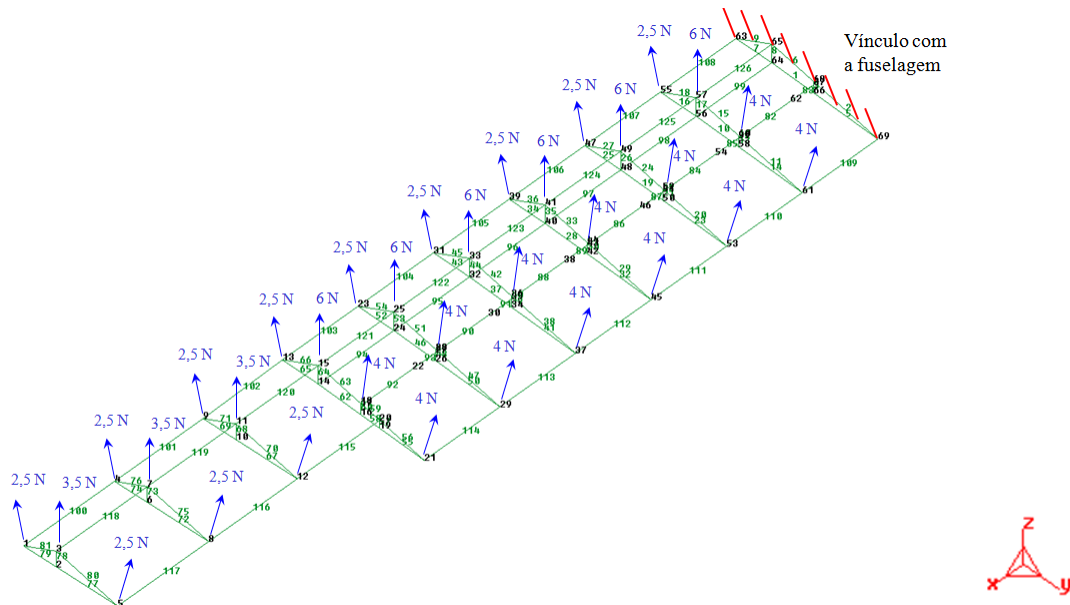


Figura 01: Estrutura discreta e suas condições de contorno.

O carregamento atuante na asa foi levantado a partir da distribuição de pressão obtida para cada perfil aerodinâmico. Os ensaios numéricos foram realizados para uma condição de vôo nivelado a velocidade de cruzeiro de 18 m/s (nessa situação a asa fica sob um ângulo de ataque $\alpha=6^\circ$). Sendo aplicado sobre os valores obtidos um fator de carga máximo $n_{m\acute{a}x}=2,5$, obtido num diagrama $v-n$ desenvolvido conforme norma *FAR part 23*. A massa específica considerada para o ar foi $\rho=1,10 \text{ kg/m}^3$. Na figura 02 são mostrados o gradiente e a distribuição do coeficiente de pressão c_p para o perfil da parte reta da asa (*Selig 1223* com *slot* e *slotted flap*). As curvas de c_p mostram os valores para o extradorso, o intradorso e o somatório destes. Na figura 03 são mostrados os resultados para a análise do perfil *Selig 1223 clean*.

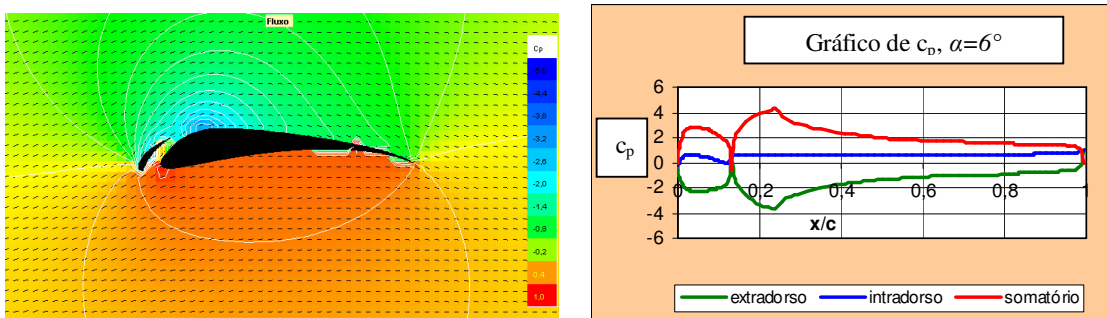


Figura 02: (a) Gradiente e (b) Gráfico de c_p para o perfil Selig 1223 com slot e slotted flap.

Ao utilizar os valores de c_p para a determinação das cargas, consideraram-se os efeitos da sustentação e arrasto, de forma que os carregamentos foram aplicados perpendicularmente à superfície, de acordo com Raymer (1989).

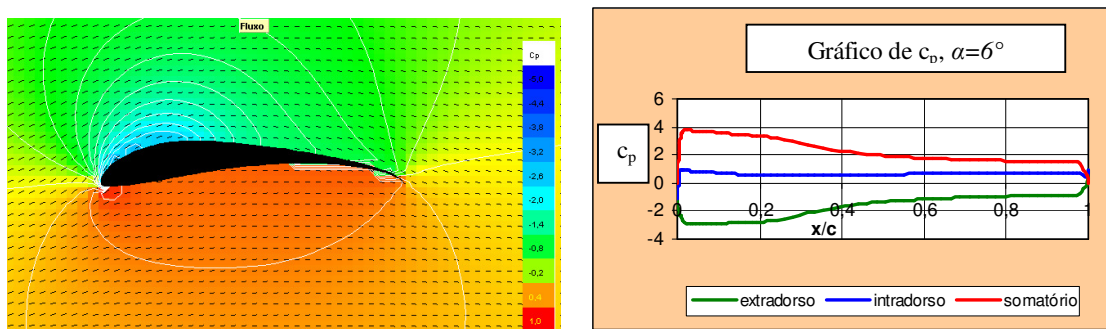


Figura 03: (a) Gradiente e (b) Gráfico de c_p para o perfil Selig 1223 clean.

5.2 Procedimento de otimização para o problema em questão

Neste problema, os diâmetros externos das barras tubulares variam de forma independente, assumindo valores discretos de $D = [3, 5, 6, 8, 10] \text{ mm}$, que dependem dos diâmetros disponíveis no mercado e apresentam 0,5 (mm) de espessura. As posições nas barras podem variar de forma independente nas direções Y e Z, de -10 a 10 mm da sua posição inicial (ver figura 01), a posição inicial das barras foi definida de maneira a permitir os movimentos dos nós dentro do intervalo estipulado sem descaracterizar o perfil aerodinâmico.

O total de variáveis de projeto 264, onde estão somados os 126 diâmetros das barras e as posições dos nós.

Os limites para os índices de confiabilidade para tensão e deslocamento foram assumidos como iguais a 3. Na tabela a seguir estão as propriedades e restrições utilizadas para o problema. As aleatoriedades existentes no modelo, estão nos diâmetros (que são variáveis de projeto), que apresentam o coeficiente de variação igual a 0,02, a posição das barras (que também são variáveis de projeto) apresentam coeficiente de variação de 0,05, o limite de tensão que apresenta a média de 633,31 MPa e coeficiente de variação de 0,02, o módulo de elasticidade do material apresenta coeficiente de variação de 0,02; para todas as aleatoriedades foram utilizadas distribuição lognormal. Um modelo matemático geral para otimização utilizado neste trabalho pode ser visto na equação (16), onde β_{re} é valor do índice de confiabilidade encontrado para a resistência, β_{de} é valor do índice de confiabilidade encontrado para o deslocamento, β_r é valor limite do índice de confiabilidade para a resistência, β_d é valor limite do índice de confiabilidade para o deslocamento.

Propriedade	Valor	Unidade
E (Módulo de elasticidade)	90e3	MPa
ρ (Densidade do material)	2e-3	g/mm^3
Limite de tensão	633,31	MPa
Limite de deslocamento máximo na extremidade livre da asa	80	mm
Restrição de índices de Confiabilidade	$\beta_r \geq 3$ e $\beta_d \geq 3$	

Tabela 02: Modelo matemático utilizado para otimização.

$$\text{Minimize } f(\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^{\text{número de barras}} \rho LA(\mathbf{d})_i \quad (16)$$

sujeito a

$$\beta_{re} \leq \beta_r(\mathbf{d})$$

$$\beta_{de} \leq \beta_d(\mathbf{d})$$

$$\mathbf{d}_L \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}_U$$

O vetor (\mathbf{d}) representa as variáveis de projeto.

6 RESULTADOS

Pelo fato de o AG ser um método em que população inicial é gerada de forma aleatória, o método foi executado cinco vezes, no qual o mesmo valor para função objetivo apresentado a seguir foi obtido em três vezes. Neste caso, a convergência ocorreu pelo do coeficiente de variação dos melhores indivíduos das últimas cinco gerações ser menor do que o especificado como tolerância para convergência. O número de gerações foi 85.

O gráfico de convergência está apresentado a seguir, no qual pode-se verificar a evolução dos valores da função objetivo dos melhores indivíduos e os valores médios dos indivíduos no decorrer das iterações.

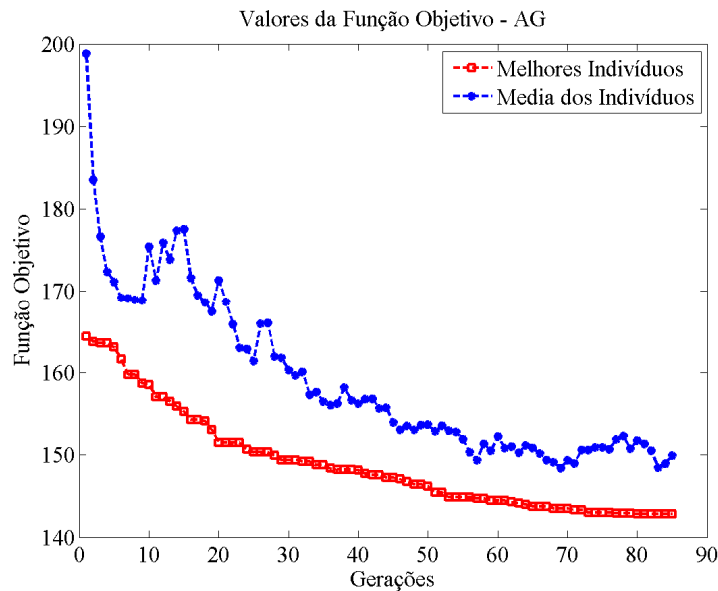


Figura 04: Gráfico da evolução do valor da função objetivo no decorrer das gerações.

Os valores encontrados com a otimização estão resumidos na tabela a seguir:

Parâmetros	Valor
β_{re}	3,79
β_{de}	3,00
Tensão encontrada (MPa)	528,39
Deslocamento máximo (mm)	73,39
Função objetivo (g)	142,84

Tabela 02: Valores obtidos com a otimização baseada em confiabilidade.

Com os parâmetros obtidos com a otimização a redução da massa foi de 36,7% do valor de massa inicial, passando de 225,71 g para 142,84 g. Os valores dos índices de confiabilidade mostram que o valor limite para o deslocamento é praticamente o limitante do projeto, pois o índice de confiabilidade para tensão ficou acima do valor 3, estipulado como limite. Na figura 05 tem-se a representação da geometria, onde os diâmetros encontrados com a otimização podem ser vistos.

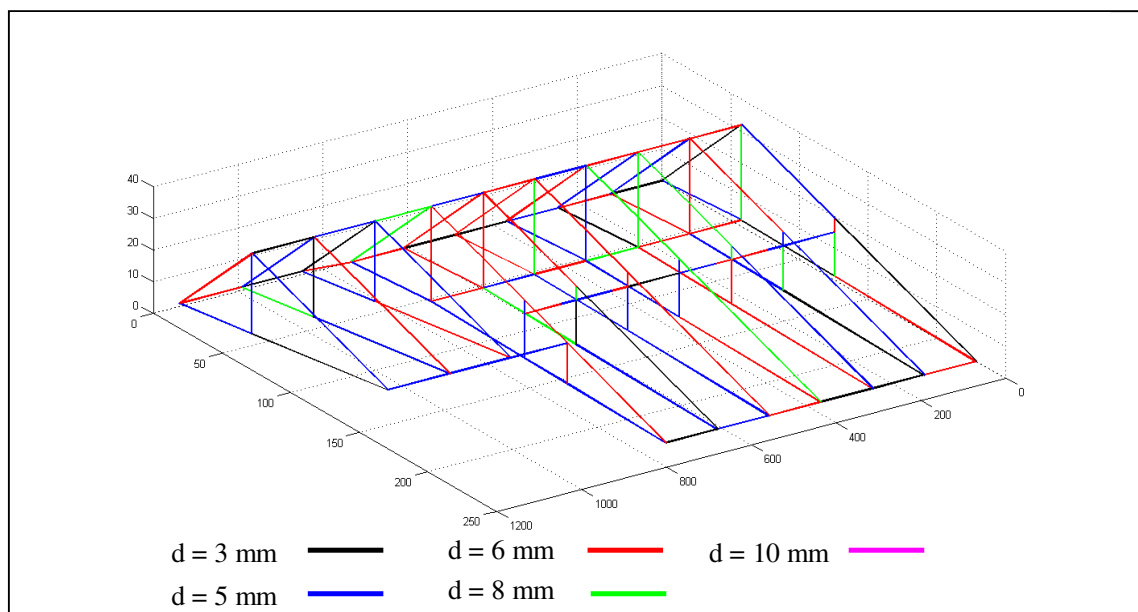


Figura 05: Geometria da asa obtida com a otimização baseada em confiabilidade.,

7 CONCLUSÕES

Com a verificação do comportamento da metodologia otimização baseada em confiabilidade para a asa da aeronave utilizando algoritmos genéticos, mostrou-se que a metodologia eficiente, uma vez que a redução da massa da asa foi considerável e os limites estabelecidos com restrição não foram violados.

O resultado apresentado para problema em questão mostra que o método pode ser utilizado em uma série de problemas similares. Embora, o valor limite para o deslocamento tenha sido o índice utilizado como controle no projeto, não significa que o índice de confiabilidade para tensão não possa vir a falhar em uma combinação de variáveis em que a restrição para o índice de confiabilidade para o deslocamento seja atendida. Desta forma, não se recomenda a não utilização das duas restrições dos índices de confiabilidade para o problema.

Embora o método de otimização tenha se mostrado eficiente para este caso, a utilização de restrições do índice de confiabilidade pode fazer com o que o custo computacional seja elevado, pois são exigidas avaliações da função estado limite para o cálculo da confiabilidade. Em casos onde utilização de elementos finitos não fosse de vigas, mas sólido ou casca, o que poderia tornar-se um problema de impossível solução devido ao elevado custo computacional, recomenda-se a utilização de algum método híbrido no procedimento otimização, pensando em termos de acelerar a convergência do mesmo.

REFERÊNCIAS

- Agarwal, H. Reliability based design optimization: formulation and methodologies. *University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana*, 2004.
- Fonseca, M. e F. A. Neves. Livro: *Algoritmos Genéticos Aplicados à Otimização Discreta de Estruturas Treliçadas Espaciais*, Universidade Federal de Ouro Preto, 2004.
- Goldberg, D. E. Livro: *Genetic Algorithms in search, optimization and machine learning*, Reading Addison-Wesley Publishing, MA, 1989.
- Gomes, H. M. Técnicas de Avaliação da Confiabilidade em Estruturas de Concreto Armado UFRGS, 2001.
- Gwiazda, T. D. Livro: *Genetic Algorithms Reference*, 2006.
- Haldar, A. e S. Mahadevan. Livro: *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*, Ed. John Wiley & Sons. Cap. 3, 1999.
- Holland, J. Livro: *Adaptation in natural and artificial systems* Ann Arbor University of Michigan Press, MI, 1975.
- Melchers, R. E. Livro: *Structural Reliability Analysis and Prediction.*, Chichester John Wiley & Sons Ltd, second edition., 2001.
- Raymer, D. P. Livro: *Aircraft Design: A Conceptual Approach*, Institute Of Aeronautics and Astronautics AIAA Education Series, Inc., Washington, D.C, 1989.
- Tsutsui, S., A. Ghosh, D. Cornee Y. Fujimoto. A Real Coded Genetic Algorithm with an Explorer and an Exploiter Populations. *Proceedings of the 7th International Conference on Genetic Algorithms*, 1997.