

STUDY OF MUFFLERS COUPLED IN SERIES AND PARALLEL WITH THE FINITE ELEMENT METHOD

Key Fonseca de Lima, Nilson Barbieri, Renato Barbieri

*Pontificia Universidade Católica do Paraná, Rua Imaculada Conceição 1155, Zip Code 80215-901,
PR, Curitiba Brazil, key.lima@pucpr.br, nilson.barbieri@pucpr.br, renato.barbieri@pucpr.br*

Keywords: Finite Element Method, Muffler, Transmission Loss, Two Source Method

Abstract.

The objective this work is to shown the effect of the coupling mufflers on yours efficiencies. Models with simple expansion chambers coupled in series and parallel are studied. The mufflers efficiencies are obtained by calculating the transmission loss (TL) with the Finite Element Method (FEM). The numerical analysis is verified experimentally by Two Source Method.

1 INTRODUÇÃO

O estudo dos efeitos dos ruídos indesejáveis sobre o homem tornou-se de grande importância. Para eliminar ou diminuir os ruídos indesejáveis para níveis aceitáveis faz-se, em certas aplicações, a necessidade de um filtro acústico chamado de silenciador. O desenvolvimento dos filtros acústicos e do projeto de silenciadores teve início da década de 50 com o estudo de modelos teóricos por Igarashi e Toyama (1958). Atualmente, os silenciadores são fabricados com várias formas, volumes e com seções internas de grande complexidade. Como conseqüência da complexidade construtiva existe em seu interior algumas regiões em que a teoria unidimensional não pode ser aplicada. Isto ocorre devido ao surgimento de ondas não planas, com a propagação simultânea de ondas nas direções axiais e radiais, Munjal et al. (1987).

Os métodos analíticos desenvolvidos para o estudo da propagação de ondas no interior de silenciadores envolvem uma álgebra complexa e não aplicáveis a geometrias irregulares. Com o desenvolvimento tecnológico, o desenvolvimento de silenciadores com emprego de técnicas computacionais ocorreu primeiramente em 1975 com Young e Crocker que empregaram o Método dos Elementos Finitos (FEM). Somente em 1990, o Método dos Elementos de Contorno (BEM) foi aplicado por Cheng et al. (1990) no estudo de silenciadores com paredes finas. Desde então muitos trabalhos tem sido publicados nesta área dos quais citamos: Selamet et al (1997, 1998, 1999, 2000 e 2003) e Sohei et al. (2006)

Neste trabalho verificou-se a eficiência de silenciadores com câmara de expansão acoplada em série e paralelo. A eficiência dos silenciadores é determinada através da obtenção de suas perdas de transmissão (TL) calculada com método dos elementos finitos com uso de elementos tetraédricos lineares de 4 nós.

2 FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS

Para o estudo do acoplamento de silenciadores de câmara de expansão é apresentado nesta seção as equações básicas de elementos finitos utilizadas nos aplicativos numéricos na obtenção da TL.

As equações de elementos finitos podem ser derivadas diretamente das equações diferenciais que governam o problema. Estas equações são derivadas utilizando o conhecido Método de Galerkin aplicado ao elemento finito, Galerkin-FEM. Os modelos estudados neste trabalho são tridimensionais e a equação de Helmholtz que rege a propagação de ondas acústicas em meios estacionários não viscosos é:

$$\frac{\partial^2 P^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} P^* = 0. \quad (\text{Equação de Helmholtz}) \quad (1)$$

onde P^* é aproximação numérica da pressão sonora $p(x, y, z, t) = P^*(x, y, z)e^{j\omega t}$; x , y e z são as coordenadas espaciais; ω é frequência angular de excitação e c é a velocidade de propagação do som no meio.

Aplicando o método de Galerkin para minimizar o resíduo gerado para aproximar $P^*(x, y, z)$ por $P^* \cong [\phi] \{p\} = \phi_i p_i$ na eq. (1), obtém-se:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial^2 P^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} P^* \right] \phi_j d\Omega = 0. \quad (2)$$

onde $[\phi]$ conjunto das funções de interpolação de elementos finitos. Como $d\Omega$ pode ser escrito como sendo igual a $dx dy dz$ e integrando por partes os três primeiros termos da eq. (2), tem-se:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial^2 P^*}{\partial x^2} \phi_j dx dy dz = \int_{\Gamma} \frac{\partial P^*}{\partial x} n_x \phi_j dy dz - \int_{\Omega} \frac{\partial P^*}{\partial x} \frac{\partial \phi_j}{\partial x} dx dy dz, \quad (3a)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial^2 P^*}{\partial y^2} \phi_j dx dy dz = \int_{\Gamma} \frac{\partial P^*}{\partial y} n_y \phi_j dy dz - \int_{\Omega} \frac{\partial P^*}{\partial y} \frac{\partial \phi_j}{\partial y} dx dy dz \quad (3b)$$

e

$$\int_{\Omega} \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} \phi_j dx dy dz = \int_{\Gamma} \frac{\partial P^*}{\partial z} n_z \phi_j dy dz - \int_{\Omega} \frac{\partial P^*}{\partial z} \frac{\partial \phi_j}{\partial z} dx dy dz \quad (3c)$$

onde (n_x, n_y, n_z) são as componentes do vetor unitários normal ao contorno \mathbf{n} . Substituindo estas integrais na eq.(2) e reagrupando os termos, obtém-se:

$$\int_{\Gamma} \frac{\partial P^*}{\partial n} \phi_j d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla P^* \cdot \nabla \phi_j d\Omega + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\Omega} P^* \phi_j d\Omega = 0. \quad (4)$$

Admitindo que a velocidade da partícula possa ser expressa como sendo o produto de uma parcela que depende da posição e outra do tempo, $\mathbf{u}(x, y, z, t) = \mathbf{u}^*(x, y, z, t) e^{j\omega t}$ e a equação da conservação da quantidade de movimento dada por $\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla p = 0$, pode-se reescrever a eq. (4) na forma:

$$-j\rho_0\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla P^* \cdot \nabla \phi_j d\Omega + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\Omega} P^* \phi_j d\Omega = 0. \quad (5)$$

Novamente, usando a aproximação de elementos finitos para $P^*(x, y, z)$ esta equação pode ser reescrita como:

$$-j\rho_0\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j d\Omega p_i + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\Omega} \phi_i \phi_j d\Omega p_i = 0. \quad (6)$$

Matricialmente esta equação pode ser expressa como sendo:

$$[\mathbf{K}] - k_0^2 [\mathbf{M}] \{p\} = \{f\} \quad (7)$$

onde $k_0 = \omega/c$; $[\mathbf{K}]$, $[\mathbf{M}]$ e $\{f\}$ são as matrizes e vetor força característicos de elementos finitos. Explicitamente, tem-se:

$$[\mathbf{K}] = \int_{\Omega} \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j \, d\Omega, \quad (8a)$$

$$[\mathbf{M}] = j\rho_0 \int_{\Omega} \phi_i \phi_j \, d\Omega \quad (8b)$$

e

$$\{f\} = -j\rho_0 \omega \int_{\Gamma} \phi_j u_n \, d\Gamma. \quad (8c)$$

Com a correta implementação computacional das matrizes acima e de posse das condições de contorno do problema pode-se calcular a TL através do Método dos Quatro Parâmetros Modificados proposto por Kim e Soedel (1989-90):

$$TL = 20 \log \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{A^*}{C^*} + \left[B^* - \frac{A^* D^*}{C^*} \right] \frac{1}{\rho_0 c} + \frac{1}{C^*} \rho_0 c + \frac{-D^*}{C^*} \right] \right\} + 10 \log \left(\frac{S_i}{S_o} \right), \quad (10)$$

onde S_i e S_o são a área das tubos de entrada e saída do silenciador, p_1 e p_2 são as amplitudes da pressão sonora antes e depois do silenciador, u_1 e u_2 são as amplitudes da velocidade da partícula antes e depois do silenciador e A^* , B^* , C^* e D^* são os quatro parâmetros modificados do sistema que podem ser obtidos da seguinte maneira:

$$A^* = p_1|_{u_1=1, u_2=0}, \quad B^* = p_1|_{u_1=0, u_2=-1}, \quad C^* = p_2|_{u_1=1, u_2=0} \quad \text{e} \quad D^* = p_2|_{u_1=0, u_2=-1}. \quad (11 \text{ a,b,c,d})$$

3 RESULTADOS

O objetivo principal deste trabalho é avaliar a eficiência de silenciadores com câmara de expansão simples, ou simplesmente câmara simples, acoplada em série e paralelo. A eficiência é obtida através da determinação de suas perdas de transmissão (TL), juntamente com um aplicativo de elementos finitos desenvolvido pelos autores deste trabalho. Para alcançar este objetivo este trabalho é desenvolvido em 3 etapas:

Etapa I \Rightarrow Avaliar a precisão do aplicativo de elementos finitos utilizados neste trabalho com a análise de um silenciador de câmara simples, Figura 1.

Etapa II \Rightarrow Análise da eficiência de um silenciador com duas câmaras simples acopladas em série para quatro configurações diferentes, Figura 2a.

Etapa III \Rightarrow Análise da eficiência de um silenciador com duas câmaras simples acopladas em paralelo, Figura 2b.

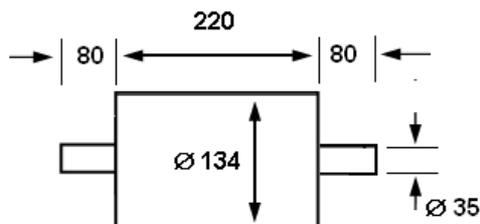


Figura 1. Silenciador de câmara de expansão simples, dimensões em [mm].

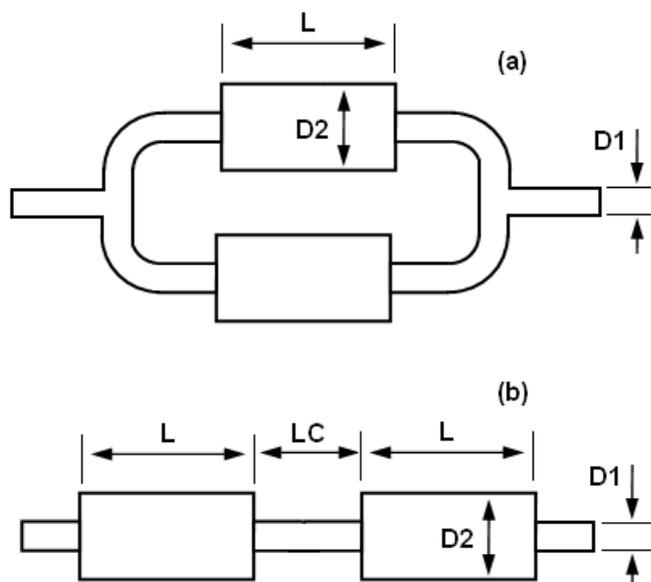


Figura 2. Esquema do acoplamento de acoplamento de silenciadores, $D1 = \text{Ø}35\text{mm}$, $D2 = \text{Ø}97\text{mm}$ e $L = 160\text{ mm}$.

Todas as análises da TL foram realizadas com um aplicativo de FEM tridimensional com elementos tetraédricos de 4 nós. Nas análises com FEM, somente 1/8 do modelo foi discretizado em virtude de sua simetria geométrica. A Figura 3 mostra a bancada de medição utilizada na verificação experimental da Etapa 1 e seus detalhes.

Nas análises via FEM o fluxo de gases será desprezado, uma vez que os efeitos do escoamento sobre a TL são muito pequenos, para número de Mach inferior a 0,2 (Saharsbunde et al., 1991); este é o caso dos silenciadores automotivos. A faixa de frequência escolhida para se realizar as análises deste trabalho está compreendida entre 0 e 1000 Hz.

Todas as análises numéricas deste trabalho utilizam as seguintes propriedades para o ar: temperatura = 20°C , $\rho_0 = 1,21\text{ kg/m}^3$ e $c = 343\text{m/s}$.

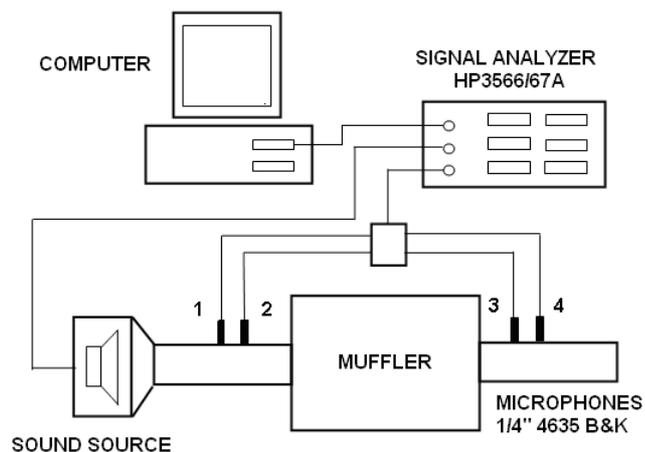


Figura 3. Bancada de medição.

3.1 Etapa I – Análise da precisão do aplicativo de elementos finitos.

Nesta etapa, o objetivo é verificar a precisão do aplicativo de elementos finitos utilizado neste trabalho com o estudo o silenciador de câmara simples da Figura 1. Este resultado é comparado com o resultado obtido através do software comercial de elementos de contorno, LMS Virtual Lab Synoise® e por último, é realizado uma verificação experimental destes resultados com o conhecido método das duas fontes desenvolvido por Lung e Doige em 1983. O incremento de frequência nesta verificação experimental é de 20 hz.

As Figuras 4 e 5 mostram as malhas de elementos finitos e de elementos de contornos utilizadas nesta etapa, respectivamente. O comparativo entre os resultados é mostrado na Figura 6.

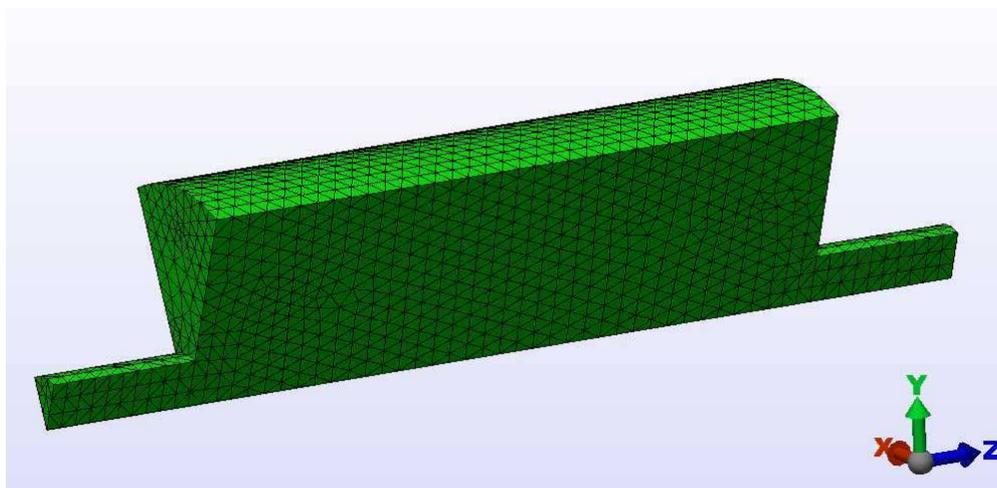


Figura 4. Malha de elementos finitos. (nós = 4319 / elementos = 20536).

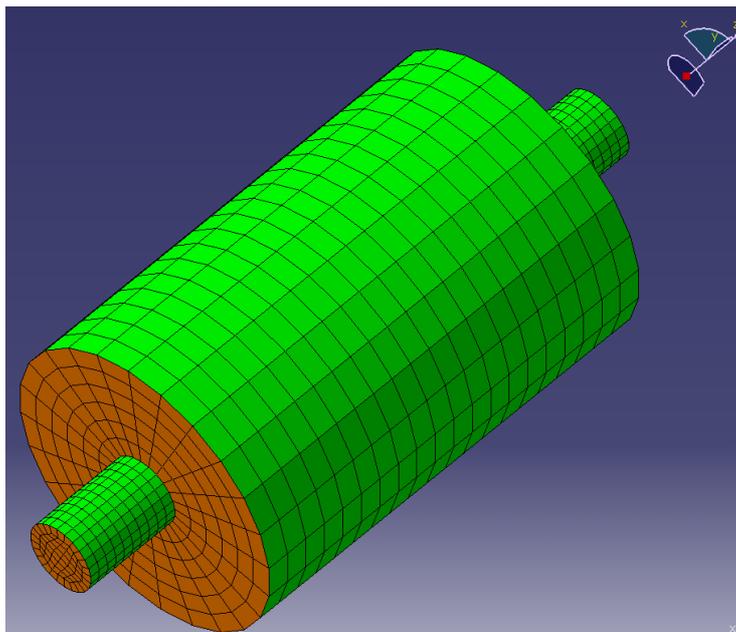


Figura 5. Malha de BEM sysnoise ®, (nós = 1370 / elementos = 1368).

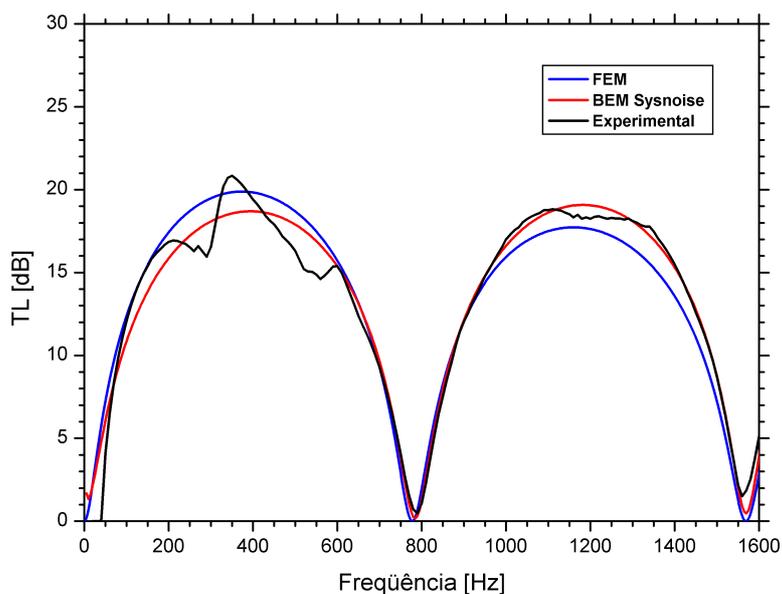


Figura 6. Comparativo entre resultados.

Existe uma boa concordância entre os três resultados, o que valida o uso do aplicativo de elementos finitos para as Etapas II e III.

3.2 Etapa II – Análise da eficiência do silenciador de câmara de simples acoplado em série.

Nesta etapa o objetivo é avaliar a eficiência via FEM de duas câmaras de expansão acopladas em série, (ver Figura 2a), com quatro diferentes espaçamentos entre câmaras (LC), ou seja: 75 mm, 50 mm, 25 mm e 5 mm. Para efeito de comparação, juntamente com estes

resultados, é mostrado a TL de uma única câmara simples. Os resultados da TL são mostrados na Figura 7.

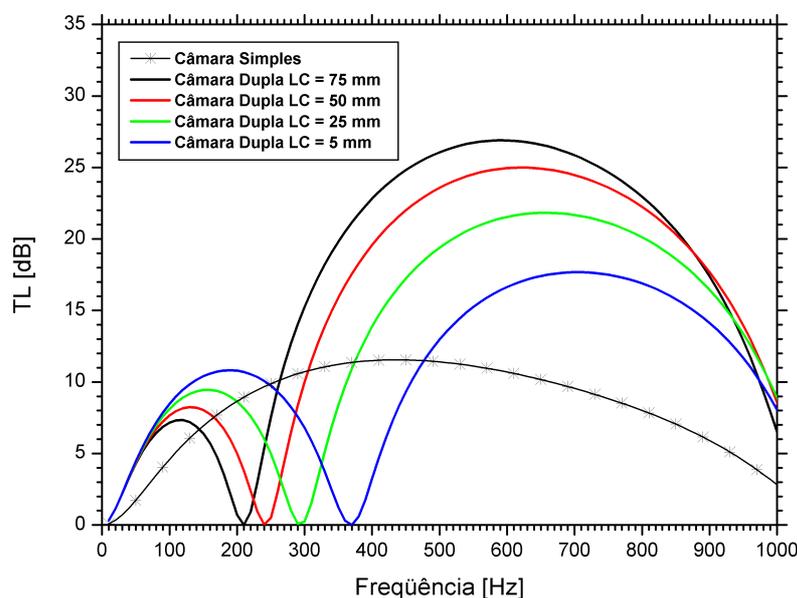


Figura 7. TL do silenciador de câmara simples acoplado em série.

Pode-se verificar, com a análise destes resultados, que o aumento da distância entre as cavidades proporciona um aumento significativo da TL para frequências acima de 280 Hz em relação ao silenciador de câmara simples. Entretanto, existe o surgimento de uma região de atenuação nula na faixa de frequência de compreendida entre 210 e 370 Hz, de acordo com o espaçamento entre cavidades.

Para silenciadores automotivos onde as excitações são de baixa frequência, entre 50 e 200 Hz, o uso cavidades com pequenos espaçamentos pode ser benéfico, (ver resultado em azul).

3.3 Etapa III – Análise da eficiência do silenciador de câmara de simples acoplado em paralelo.

Nesta etapa o objetivo é avaliar a eficiência via FEM de duas câmaras de expansão acopladas em paralelo, (ver Figura 2b). Para efeito de comparação, juntamente com estes resultados, é mostrado a TL de uma única câmara simples. Os resultados são mostrados na Figura 8.

Com análise do resultado verifica-se que o aumento da TL dos silenciadores acoplados em paralelo é pequeno. Não há o surgimento de uma região de atenuação nula e sim de um decréscimo da TL entre 280 e 570 Hz. Para baixa frequência, seu comportamento é similar aos silenciadores acoplados em série.

4. CONCLUSÕES

O acoplamento de silenciadores em série mostrou-se eficiente para frequências acima de 280 Hz. Pode-se dizer também que é indicado para aumentar a eficiência a baixa frequência. Entretanto, na faixa de frequência analisada para este tipo de acoplamento, há o surgimento uma região de atenuação nula.

O acoplamento de silenciadores em paralelo não se mostrou tão eficiente com relação aos silenciadores em série.

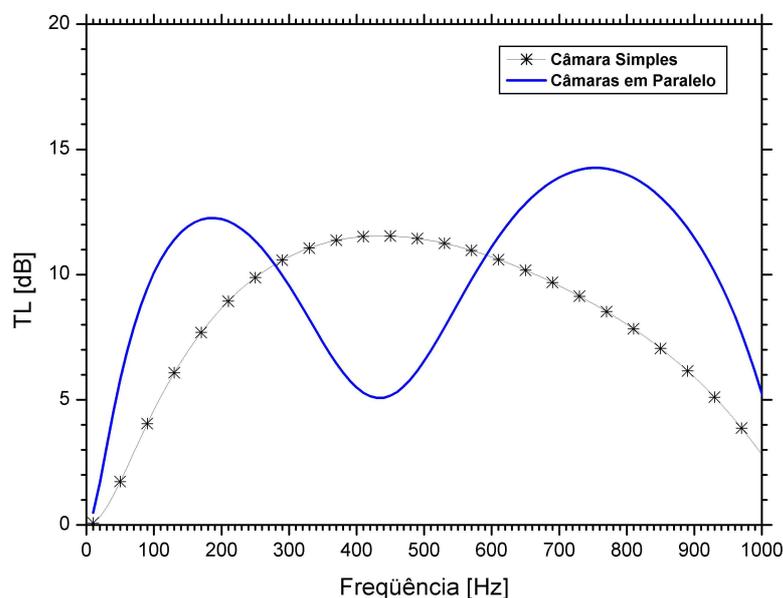


Figura 8. TL do silenciador de câmara simples acoplado em paralelo.

REFERENCIAS

- Cheng, C. Y. R., Seybert, A. F. and Wu, T. W., A multidomain boundary element solution for silencer and muffler performance prediction. *Journal of Sound and Vibration*, 151, 119-129, 1990.
- Igarashi, J. and Toyama, M., Fundamentals of acoustic silencers (I). *Aeronautical Research Institute, University of Tokyo, Report*, 223-241, 1958.
- Kim, J. and Soedel, W., Analysis of gas pulsation in multiply connected three dimensional acoustic cavity with special attention to nature mode or wave cancellation effects. *Journal of Sound and Vibration*, 131, 103-114, 1989.
- Kim, J. and Soedel, W., Development of general procedure to formulate four pole parameters by modal expansion and its application to three dimensional cavities. *ASME Transaction, Journal of Vibration and Acoustic*, 112, 452- 459, 1990.
- Loung, T. Y. and Doige, A. G., A time-averaging transient testing method for acoustic properties of piping systems and mufflers. *Journal of the Acoustical Society of America*, 73, 867-876, 1983.
- Munjal, L., *Acoustics of ducts and mufflers*. John Wiley, New York, USA, 328 p, 1987.
- Munjal, L., A simple numerical method for three-dimensional analysis of simple expansion chamber mufflers of rectangular as well as circular cross-section with a stationary medium. *Journal of Sound and Vibration*, 116, 71-88, 1987.
- Sahasrabudhe, A. D., Ramu, S. A. and Munjal, M. L., Matrix condensation and transfer matrix techniques in the 3-D analysis of expansion chamber mufflers. *Journal of Sound and Vibration*, 147, 371-394, 1991
- Selamet, A. and Radavich, P. M., The effect of length on the acoustic attenuation performance of concentric expansion chambers: An analytical, computational and experimental investigation. *Journal of Sound and Vibration*, 201,407-426, 1997.

- Selamet, A., Ji, Z. L. and Radavich, P. M., Acoustic attenuation performance of circular expansion chambers with offset inlet/outlet: II. Comparison with experimental and computational studies”, *Journal of Sound and Vibration*, 213, 619-641, 1998.
- Selamet, A. and Ji, Z. L., Acoustic attenuation performance of circular expansion chambers with offset inlet/outlet: I. Analytical approach. *Journal of Sound and Vibration*, 213, 601-617, 1998.
- Selamet, A., Ji, Z. L. and Radavich, P. M., Acoustic attenuation performance of circular expansion chambers with offset inlet/outlet: II. Comparison with experimental and computational studies. *Journal of Sound and Vibration*, 213, 619-641, 1998.
- Selamet, A. and Ji, Z. L., Acoustic attenuation performance of circular expansion chambers with extended inlet/outlet. *Journal of Sound and Vibration*, 223, 197-212, 1999.
- Selamet, A. and Ji, Z. L., Acoustic attenuation performance of circular expansion chambers with single-inlet and double-outlet. *Journal of Sound and Vibration*, 229, 3-19, 2000.
- Selamet, A. and Ji, Z. L., Acoustic attenuation performance of expansion chambers with two end-inlet/one side-outlet. *Journal of Sound and Vibration*, 231, 1159-1167, 2000.
- Selamet, A., Denia, F. D. and Besa, A. J. Acoustic behavior of circular dual-chamber mufflers. *Journal of Sound and Vibration*, 265, 967-985, 2003.
- Sohei, N., Tsuyoshi N. and Takashi Y., Acoustic Analysis of Elliptical Muffler Chamber Having a Perforated Pipe. *Journal of Sound and Vibration*, 297, 761-773, 2006.
- Young, C. I. J. and Croker, M. J., 1975. Prediction of transmission loss in mufflers by the finite element method. *Journal of the Acoustical Society of America*, 57, 144-148, 1975.