

## **SIMULATION OF SAND ARCHING BY DISCRETE ELEMENT METHOD**

**Marcello G. Teixeira<sup>a</sup>, Kin K. Minato<sup>b</sup> and Andrea F. Borges<sup>c</sup>**

<sup>a</sup>*Departamento de Ciência da Computação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rua Athos da Silveira Ramos – CCMN – Bloco E2000, Cidade Universitária, Rio de Janeiro, Brasil, marcellogt@dcc.ufrj.br, <http://www.uncarolina.edu.ar/gmc>*

<sup>b</sup>*Instituto Militar de Engenharia, Praça General Tibúrcio 80, Praia Vermelha, Rio de Janeiro, Brasil, kuminato@hotmail.com, <http://www.ime.br>*

<sup>a</sup>*Departamento de Geologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Av. Athos da Silveira Ramos – CCMN – Bloco G, Cidade Universitária, Rio de Janeiro, Brasil, afborges@ufrj.br, <http://www.geologia.ufrj.br>*

**Keywords:** Discrete element method, Sand arching, Numerical simulation.

**Abstract.** The main objective of this work is the simulation of the sand arching contained in a container stuck using an implementation of the DEM that considers circular elements of variable size limited to 2D space. It is also studied the influence of roughness of the container wall on the arching. The studies of arching sand have application in different areas of knowledge such as civil engineering (foundations, design of silos), Petroleum Engineering (production of sand) and physics of granular materials.

## 1 INTRODUÇÃO

Uma das formas de se resolverem problemas de engenharia é através de simulações, que podem ser feitas com modelos reais ou virtuais. Uma melhor aproximação da realidade pode ser alcançada através do uso de modelos reais. Entretanto, este procedimento é caro e, em algumas situações, é tecnicamente impraticável. A alternativa é a simulação utilizando modelos virtuais, onde vários testes podem ser feitos a um custo relativamente baixo.

Um dos métodos numéricos mais utilizados em simulações computacionais de fenômenos modelados por equações diferenciais é o Método dos Elementos Finitos (MEF). No entanto, o MEF não é adequado para a simulação de sistemas nos quais os efeitos de descontinuidades micromecânicas da geometria devem ser levadas em consideração, como problemas de engenharia envolvendo fraturas, fragmentação, impacto e meios particulados, entre outros.

Para estes casos, o Método dos Elementos Discretos (MED), inicialmente introduzido por Cundall, considera o meio como sendo formado por um conjunto de partículas com interação entre cada par delas.

O principal objetivo deste trabalho é a simulação do arqueamento de areia contida em um recipiente utilizando uma implementação do MED que considera elementos circulares de dimensões variáveis limitado a um espaço 2D. Também é estudada a influência da rugosidade das paredes do recipiente no arqueamento. Os estudos de arqueamento em areia têm aplicação em diferentes áreas de conhecimento, como engenharia civil (fundações, projeto de silos), engenharia do petróleo (produção de areia) e física de materiais granulares.

A ferramenta computacional, chamada VISED, foi desenvolvida em linguagem C++ orientada ao objeto com ênfase na portabilidade. Isto foi possível com o uso de OpenGL® e GLUT, que juntos fornecem as ferramentas necessárias para visualizar os elementos e para criar a interface com o usuário, independente do sistema operacional.

## 2 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS

O Método dos Elementos Discretos (MED) é um método numérico para o cálculo da dinâmica de um sistema formado por uma grande quantidade de partículas, normalmente modeladas por geometrias simples tais como esferas ou círculos. Este método é muito similar ao Método da Dinâmica Molecular, distinguindo-se apenas pelo fato de considerar graus de liberdade de rotação. A modelagem da dinâmica das rochas, dos solos e de fluxos granulares são exemplos de aplicações onde o MED é mais adequado do que outros métodos, como o MEF.

O algoritmo de solução consiste em realizar a checagem de contatos, para posteriormente calcular as forças resultantes das colisões. A partir destas forças e de outras, como por exemplo a gravitacional e a de atrito com o ar, pode-se calcular a velocidade e a posição das partículas utilizando um método de integração temporal explícito.

Nessa Seção serão abordados alguns conceitos básicos do MED.

## 2.1 Detecção de colisão

Esta etapa do método visa identificar os elementos em contato para que na etapa seguinte sejam calculadas as forças geradas nessas colisões. Por se tratarem de problemas dinâmicos, onde uma grande quantidade de elementos pode se mover livremente, os exemplos abordados uma grande quantidade de processamento é exigida durante a detecção de colisão. Em alguns casos esta etapa pode representar mais de 60% do tempo de processamento (Munjiza).

Neste trabalho foi implementado o algoritmo Munjiza-NBS (Munjiza), cujo tempo de processamento e uso de memória é linear em relação ao número de elementos. Este algoritmo baseia-se na divisão do espaço em células quadradas de tamanhos iguais. O comprimento do lado das células deve ser escolhido de forma que qualquer elemento possa estar totalmente contido em uma célula, ou seja, o lado da célula é igual ao diâmetro do círculo que circunscreve o maior elemento.

Diz-se que um elemento pertence a uma célula quando esta contém o centro do elemento. Assim, pode-se determinar a que célula um dado elemento pertence conhecendo apenas a sua posição. Além disso, pode-se garantir que dois elementos pertencentes a células que não sejam vizinhas nunca estarão em contato. Na prática, basta verificar as células vizinhas mostradas na Figura 1, já que a cada iteração, todas as células testarão suas vizinhas, de forma que para cada célula serão realizados os testes necessários.

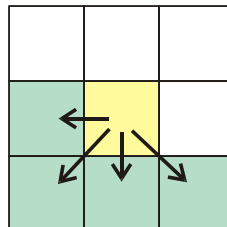


Figura 1: Vizinhança entre células.

## 2.2 Força de contato normal e força de contato tangencial

Nesse trabalho considera-se que as colisões entre os objetos geram forças normais aos elementos, aplicadas nas regiões de contato, sendo considerado o modelo de amortecimento linear (Pöschel), que estabelece que a intensidade da força normal atuante  $F_n$  em função dos parâmetros de rigidez normal  $k_n$  e de amortecimento  $c_n$ , além do valor da interpenetração  $u_n$  e da velocidade relativa normal  $v_n$ , pode ser dada com boa aproximação por

$$F_n = k_n u_n + c_n v_n \quad (1)$$

A força tangencial é determinada segundo o modelo de Cundall & Strack (1979), que estabelece que essa força é dada pelo menor valor entre a força visco-elástica na

direção tangencial e a força de atrito, sendo esta última determinada pelo produto do coeficiente de atrito entre partículas  $\mu$  com a força de contato na direção normal  $F_n$ . A energia elástica tangencial armazenada durante o tempo de contato, dada por  $k_t \int v_t dt$ , compõe, juntamente com a parcela de amortecimento na direção tangencial, dada por  $v_t c_t$ , o valor da força visco-elástica. Os valores da velocidade relativa tangencial  $v_t$ , rigidez tangencial  $k_t$  e do amortecimento tangencial  $c_t$  são responsáveis por este efeito. Logo, a força tangencial oriunda do contato entre partículas é expressa por

$$F_t = \min \left\{ k_t \int v_t dt + v_t c_t, F_n \mu \right\} \quad (2)$$

### 3 ARQUEAMENTO

O fenômeno de arqueamento é conhecido e estudado desde o século XIX. Janssen publicou o primeiro artigo mencionando o fenômeno em 1895 (Sperl, 2006), utilizando experimentos para o projeto de silos para armazenamento de milho. Na área de geociências, os estudos acerca do fenômeno de arqueamento foram iniciados por Terzaghi em 1936, que elaborou um experimento no qual um recipiente com um orifício no fundo, inicialmente fechado por uma tampa, foi preenchido com areia. O autor observou que, ao remover a tampa, a areia era capaz de transferir a carga anteriormente exercida na tampa para os grãos vizinhos. Este estudo foi utilizado para um melhor entendimento da distribuição de tensões ao redor de túneis. Terzaghi concluiu que o arqueamento é um fenômeno estável e o arco formado não é sensível ao fluxo de fluidos.

Desde a década de 1960 até recentemente, há diversos trabalhos sobre arqueamento voltados para a produção de areia em poços de petróleo (por exemplo, Paslay e Cheatham Jr., 1963; Hall e Harrisberger, 1970; W.H.Bratli e Risnes, 1981; Yim et al., 1994; Dorfmann et al., 1997; Bianco e Halleck, 2001).

A partir da década de 1970, estudos de arqueamento baseados em técnicas computacionais se popularizaram, com o primeiro trabalho utilizando simulações pelo método dos elementos discretos publicado por Sakaguchi e Osaki em 1992 (Tien, 1996).

Estudos de arqueamento têm muitas aplicações industriais, como o dimensionamento de silos e funis. Em geral, envolvem experimentos para compreender o fenômeno como, por exemplo, os descritos nos artigos de To et al., 2001; Zuriguel et al., 2003, 2005 e Chevoir et al., 2007. Nestes experimentos, realizados em recipientes com um orifício na base, preenchidos com material granular seco que cai através do orifício por gravidade, os autores avaliaram como o arqueamento é influenciado por diversos parâmetros, como dimensão dos grãos, dimensões do recipiente (Zuriguel et al., 2003), propriedade dos grãos – forma, rugosidade da superfície, material (Zuriguel et al., 2005), distribuição granulométrica (Chevoir et al., 2007), ângulo do funil (To et al., 2001) e diâmetro do orifício (To et al., 2001; Zuriguel et al., 2003).

To et al. (2001) estudaram experimentalmente o mecanismo do arqueamento em um funil bidimensional, medindo a probabilidade de arqueamento em função da dimensão da abertura. Os autores também discutiram os efeitos do atrito e do ângulo do funil. No experimento, o funil preenchido com discos (equivalentes a grãos) girava em torno de um eixo horizontal e, quando chegava na posição vertical normal, os discos caíam em direção à abertura. Algumas vezes, todos os discos saíam pela abertura mas, eventualmente, alguns discos ficavam retidos devido ao arqueamento. Os autores observaram que a probabilidade de arqueamento aumenta para grãos mais rugosos. O experimento foi feito com diferentes aberturas, nos quais foi registrado o número de eventos de arqueamento ocorridos, calculando-se a probabilidade de arqueamento. Variando o ângulo de inclinação do funil, os autores observaram que existe um ângulo crítico abaixo do qual a probabilidade de arqueamento é constante. No seu trabalho, este ângulo se encontra entre 60 e 75°. A Figura 2 mostra a probabilidade de arqueamento obtida pelos autores.

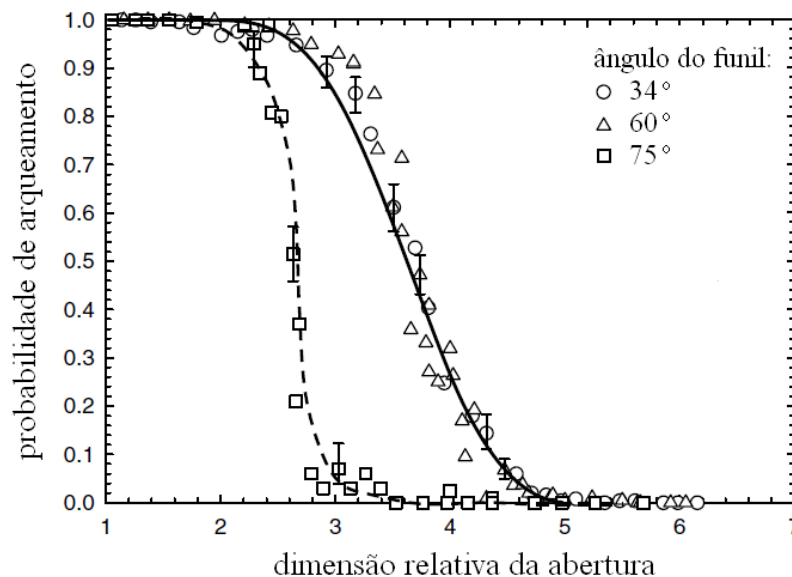


Figura 2: Probabilidade de arqueamento (To et al., 2001).

Zuriguél et al. (2003), em experimentos com silos de base plana horizontal, verificaram que, se a dimensão horizontal (diâmetro ou largura) do silo for maior que 30 vezes o diâmetro dos grãos, não há influência desta dimensão no resultado do experimento. Além disto, o resultado também não sofre influência da altura alcançada pelos grãos no interior do silo se esta for maior que 1,5 a 2 vezes o diâmetro do silo. Os autores utilizaram grãos esféricos de diâmetro uniforme. Foi observada a formação de arcos quando o diâmetro do orifício não é muito maior que o diâmetro dos grãos. Os autores constataram que o arqueamento é influenciado pela razão entre o diâmetro do orifício e o diâmetro dos grãos (dimensão relativa), não importando a medida absoluta destes parâmetros. Após a formação de um arco, o sistema sofria uma perturbação para desestabilizar o arco e o fluxo de grãos prosseguia até a formação de um novo arco, medindo-se o número de grãos que

caía neste intervalo. A partir deste resultado, os autores calcularam a probabilidade de ocorrer o arqueamento em um orifício de determinada dimensão antes da queda de determinado número de grãos. À medida que aumenta a dimensão relativa do orifício, a probabilidade de arqueamento diminui.

Zuriguél et al. (2005) repetiram os experimentos do trabalho anterior, avaliando a influência do formato, da rugosidade da superfície e do material dos grãos. Os autores concluíram que as propriedades do material não interferem no resultado, ao contrário do formato dos grãos. Contrariando os resultados encontrados por To et al. (2001), os autores não observaram influência da rugosidade das superfícies dos grãos, mas ressaltaram que a escala de rugosidade analisada nos dois trabalhos é diferente. Os autores também buscaram determinar a existência de uma dimensão relativa crítica, acima da qual não ocorre arqueamento. Neste trabalho, esta dimensão crítica é igual a 4,5.

## 4 SIMULAÇÕES DO ARQUEAMENTO

### 4.1 Exemplos simulados

Foram realizadas simulações do comportamento de grãos no interior de um recipiente (silo) com base horizontal e um orifício no fundo que, ao ser aberto, permite a passagem dos grãos, para observar o arqueamento dos grãos nas proximidades do orifício. As dimensões do recipiente foram as mesmas em todas as simulações, respeitando os limites observados por Zuriguél et al. (2003, 2005) para a largura e a altura de forma que estas medidas não interferissem nos resultados, conforme citado no item 3. O orifício em todas as simulações tem abertura igual 2mm. As paredes do recipiente foram formadas por elementos discretos circulares com dimensões variáveis de forma a representar a variação na rugosidade.

Os grãos foram representados por elementos discretos de diâmetro igual a 1mm, de forma que o orifício tem o dobro da dimensão dos grãos. O número de grãos que preenche o recipiente foi tal que a altura alcançada no seu interior fosse maior que o dobro da largura do recipiente. O preenchimento foi feito permitindo-se a queda livre dos grãos a partir de diferentes configurações iniciais, para acrescentar um grau de aleatoriedade ao arranjo inicial dos grãos no interior do recipiente; nesta fase, o orifício permanece fechado. A tabela 1 apresenta as dimensões utilizadas nas simulações e a tabela 2, o número de casos simulados.

	dimensão	valor (mm)
recipiente	largura	30
	altura	60
	orifício	2
	diâmetro dos elementos	0,2
		0,5
1,0		

	da parede	
grãos	diâmetro	1

Tabela 1: Dimensões utilizadas nas simulações.

diâmetro dos grãos (mm)	número de simulações
0,2	20
0,5	16
1,0	14
total	50

Tabela 2: Dimensões utilizadas nas simulações.

A figura 2 mostra a configuração inicial de um dos exemplos, antes de os grãos caírem no recipiente, e a figura 3 mostra o recipiente já preenchido, antes da abertura do orifício.

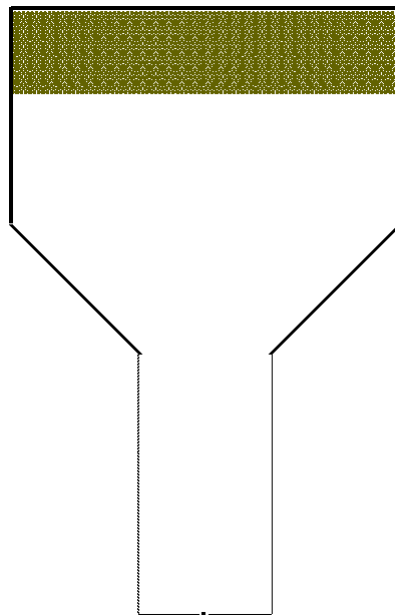


Figura 2: Configuração inicial de um exemplo com parede de 0,2mm.

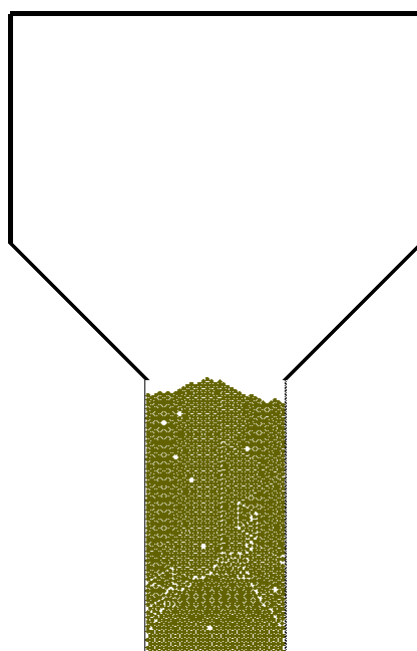


Figura 3: Configuração após o preenchimento do recipiente no mesmo exemplo da figura 2.

Em cada simulação, foi determinado se ocorre arqueamento e foi medido o número de grãos que passam pelo orifício antes da formação do arco.

## 4.2 Resultados

Nas simulações feitas neste trabalho, ocorreu arqueamento em 100% dos casos. Portanto, em relação à probabilidade de arqueamento, os resultados das simulações estão coerentes com os experimentos de To et al. (2001), em que ocorreu arqueamento em 100% dos experimentos com a dimensão da abertura igual ao dobro da dimensão dos discos e o ângulo do funil abaixo do ângulo crítico, conforme mostrado na figura 1. No entanto, os autores não mencionaram o número de discos que caíram antes do arqueamento nos experimentos.

As figuras 4 a 6 mostram o arco formado em três exemplos com rugosidades diferentes.



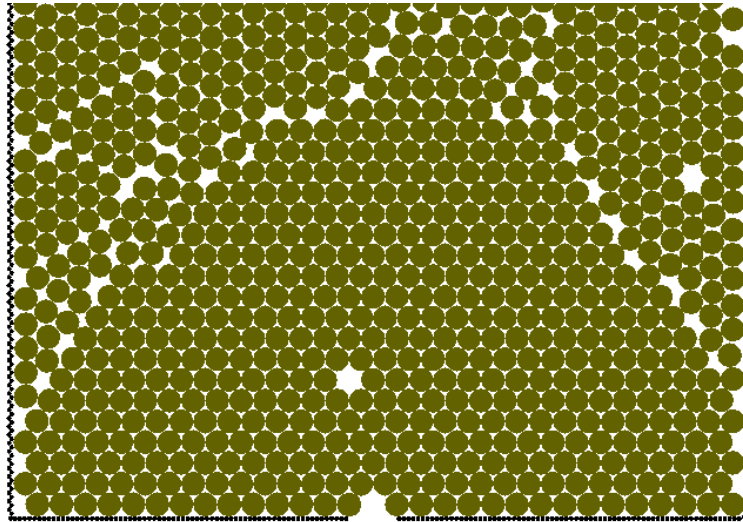


Figura 4: Arqueamento em um exemplo com parede formada por elementos de diâmetro 0,2mm.

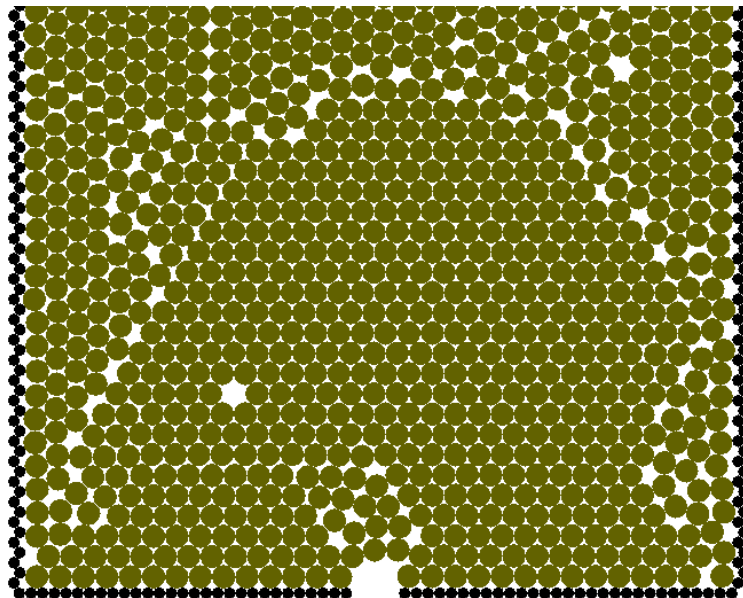


Figura 5: Arqueamento em um exemplo com parede formada por elementos de diâmetro 0,5mm.

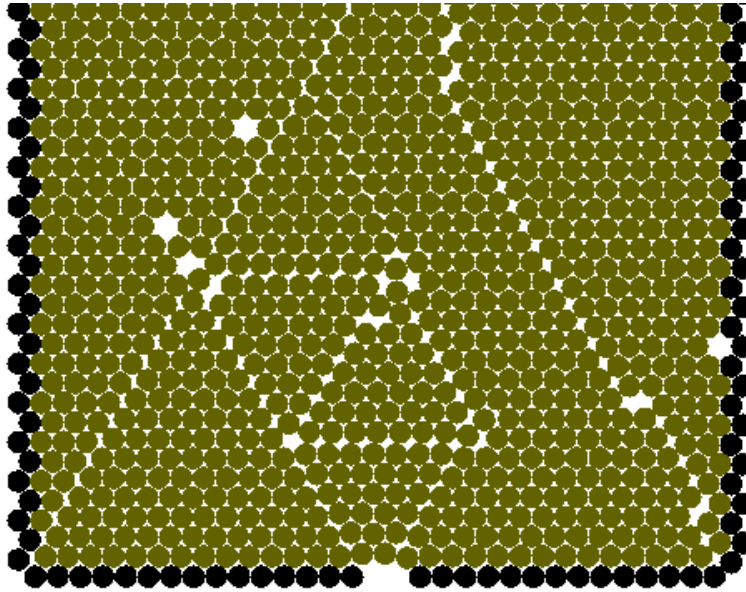


Figura 6: Arqueamento em um exemplo com parede formada por elementos de diâmetro 1,0mm.

A partir das medidas do número de grãos que caem antes da formação do arco, foi calculada, para cada valor de rugosidade, a probabilidade de ocorrer arqueamento com a queda de um número de grãos menor ou igual a  $N$ , ou seja, a probabilidade de o orifício ser obstruído antes que caiam  $N$  grãos. As curvas de probabilidade assim definidas são mostradas nas figuras 7 a 9 para paredes com diferentes rugosidades.

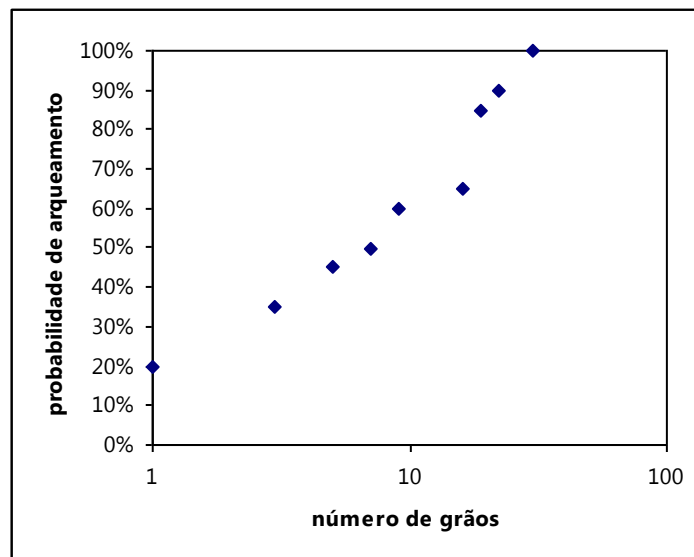


Figura 7: Probabilidade de arqueamento para parede formada por elementos de diâmetro 0,2mm.

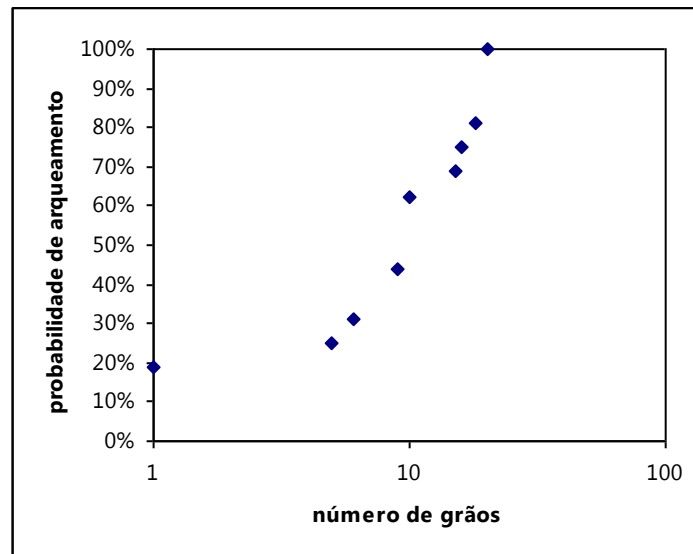


Figura 8: Probabilidade de arqueamento para parede formada por elementos de diâmetro 0,5mm.

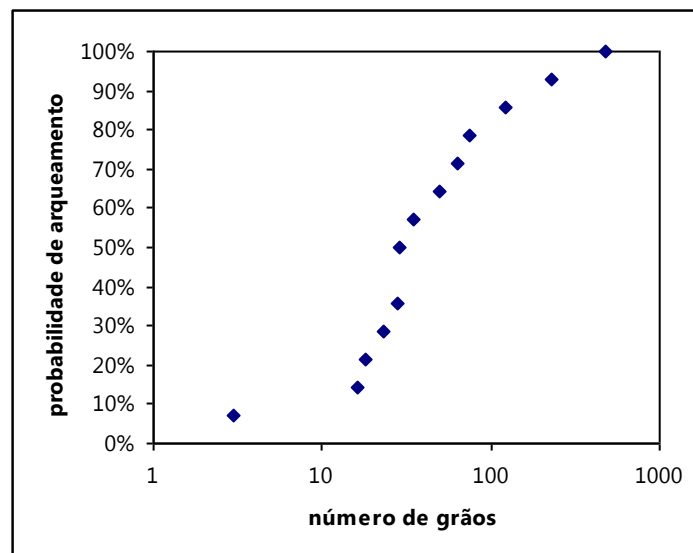


Figura 9: Probabilidade de arqueamento para parede formada por elementos de diâmetro 1,0mm.

Nota-se que não há diferença significativa nos resultados referentes às paredes de elementos de 0,2 e 0,5mm, considerando o pequeno número de simulações realizadas. Em ambos os casos, o número de grãos relativo à probabilidade de arqueamento de 50% ficou em torno de 10. Porém, foi observada uma diferença nos resultados referentes à parede de elementos de 1,0mm, tanto nos valores de probabilidade quanto na forma da curva. Neste caso, o número de grãos relativo à probabilidade de arqueamento de 50% é próximo de 30. Este resultado indica que pode existir um valor limite da rugosidade a partir do qual há influência no resultado, mas a constatação depende de um maior número de simulações.

O número de grãos relativo à probabilidade de arqueamento de 50% obtido neste trabalho é menor que o número obtido experimentalmente por Zuriguel et al. (2003),

em torno de 3. No entanto, não é possível fazer uma comparação direta entre os dois trabalhos, já que as simulações deste trabalho são 2D, enquanto os experimentos foram feitos em silos 3D.

## 5 CONCLUSÕES

Os resultados deste trabalho mostram a eficiência do método implementado em simular o fenômeno de arqueamento. Os resultados obtidos se mostraram consistentes com dados encontrados na literatura.

Embora tenham sido realizadas poucas simulações, foi possível também verificar que a rugosidade das paredes do recipiente pode influenciar no processo de formação do arco.

## REFERENCES

- Bianco, L.C.B e Halleck, P.M. Mechanisms of arch instability and sand production in two-phase saturated poorly consolidated sandstones. *SPE European Formation Damage Conference*, 1-10, the Neatherlands, 2001.
- Bratli, R.K. e Risnes, R. Stability and failure of sand arches. *Soc. Pet. Eng. J.* 21(2):236-248, 1981.
- Chevoir, F., Gaulard, F. e Roussel, N. Flow and jamming of granular mixtures through obstacles. *EPL A Letters Journal Exploring the Frontiers of Physics* 79:14001-p1-p5, 2007.
- Cundall, P.A. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems. *Proc. Symp. Rock Fracture (ISRM)*, Nancy, Vol. I, paper 11-8. 1971.
- Dorfmann, A., Rothenburg, L. e Bruno, M.S. Micromechanical modeling of sand production and arching effects around a cavity. *Int. J. Rock Mech. & Min. Sci.* 34:1-14, paper No. 068, 1997.
- Hall, C.D. Jr. ; Harrisberger, W.H. Stability of sand arches: a key to sand control. *J. Pet. Technol.* 22, 821-829. 1970.
- Janssen, H.A. Versuche über getreidedruck in silozellen. *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure* 35, 1045-1049, 1895.
- Minato, K. K., Cantini, C. V., Teixeira, M. G. Estudo e implementação do método dos elementos discretos. *30º Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia*, Búzios, RJ, 2009.
- Munjiza, A. *The Combined Finite-Discrete Element Method*. John Wiley & Sons, 2004.
- Paslay, P. R. e Cheatham Jr., J. B. Rock stresses induced by flow of fluids into boreholes. *Soc. Pet. Eng. J.* 3(1):85-94, 1963.
- Pöschel, T., Schwager, T. *Computational Granular Dynamics: Models and Algorithms*. Springer, 2005.
- Sakaguchi, H. e Osaki, E. Analysis of the formation of arches plugging the flow of granular materials. *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Discrete Element Method*, 153-163, Cambridge, 1992.

- Sperl, M. Experiments on corn pressure in silo cells – translation and comment of Janssen's paper from 1895. *Granular Matter*, 8:59-65. 2006.
- Terzaghi, K. Stress distribution in dry and in saturated sand above a yielding trap-door. *Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1:307-311, Cambridge, 1936.
- Tien, H.-J. A literature study of the arching effect. M.Sc. Dissertation, MIT, 196 p. 1996.
- To, K., Lai, P.-Y. e Pak, H.K. Jamming of granular flow in a two-dimensional hopper. *Physical Review Letters*, 86(1):71-74, 2001.
- Yim, K., Dusseault, M.B. e Zhang, L. Experimental study of sand production processes near an orifice. *Rock Mechanics in Petroleum Engineering Conference*, 339-346, the Neatherlands, 1994.
- Zuriguel, I., Garcimartín, Maza, D., A., Pagnaloni, L.A. e Pastor, J. M. Jamming during the discharge of granular matter from a silo. *Physical Review E* 71:051303-1-9, 2005.
- Zuriguel, I., Pagnaloni, L.A., Garcimartín, A. e Maza, D. Jamming during the discharge of grains from a silo described as a percolating transition. *Physical Review E* 68:030301-1-4, 2003.