

## **MODELACION CONSTITUTIVA DE LA DEGRADACION MECANICA DE HORMIGONES SOMETIDOS A ALTAS TEMPERATURAS**

**Marianela Ripani, Guillermo Etse**

*CONICET - LMNI – Laboratorio de Métodos Numéricos en Ingeniería, Facultad de Ingeniería,  
Universidad de Buenos Aires. Las Heras 2214 (C1127AAR) Bs. As., Argentina.*

**Palabras clave:** Hormigón, Plasticidad, No localidad, Altas temperaturas, Degradación mecánica.

**Resumen.** En este trabajo se presenta un marco teórico termodinámicamente consistente basado en plasticidad no local de gradientes para la modelación constitutiva de procesos de degradación hidromecánicos en hormigones cuando son sometidos a altas temperaturas. En última instancia, esta teoría constitutiva permitirá analizar comportamientos de respuesta de estructuras de hormigón sometidas a fenómenos de transporte termohidráulicos. La evidencia experimental demuestra que el efecto de la temperatura en la microestructura del mortero cementicio o pasta de cemento, conlleva a una variación dramática de sus propiedades físicas, hidráulicas y mecánicas fundamentales que se manifiesta en cambios radicales de la cohesión y fricción, juntamente con un prematuro fenómeno de ablandamiento. En gran medida, esto es consecuencia del flujo termo-hidráulico generado y de la fuerte deshidratación que, combinada con las particulares propiedades de porosidad del material, pueden eventualmente conllevar a fenómenos de localización hidromecánicos acoplados. La formulación constitutiva considerada en este trabajo se basa en la plasticidad de gradientes, la cual es combinada con leyes endurecimiento/ablandamiento y de parámetros de estado dependientes no solamente de las propiedades actuales mecánicas, sino también de aspectos hidrogaseosos de la microestructura material.

## 1 INTRODUCCION

Las estructuras de hormigón expuestas a altas temperaturas sufren importantes deterioros aun muy tempranamente en su vida útil. Esto afecta sensiblemente la capacidad mecánica y, consecuentemente, la seguridad de las mismas.

Ante una exposición prolongada a altas temperaturas, el hormigón evidencia un proceso irreversible de deshidratación con sustanciales cambios en sus propiedades poromecánicas. A nivel macroscópico, este efecto se manifiesta mediante caídas crecientes y significativas de rigidez y resistencia mecánica (descohesión térmica). En el caso de formulaciones macroscópicas, el proceso de degradación mecánica debido a la exposición térmica prolongada puede describirse mediante una aparente dependencia de la rigidez elástica y la resistencia uniaxial a compresión en la temperatura es decir,  $E=E(T)$  y  $f_c = f_c(T)$ . Esta dependencia térmica de los parámetros macromecánicos básicos del hormigón representan a nivel macroscópico el proceso de deshidratación del gel C-S-H (silicatos de calcio hidratados) de la pasta de cemento, que se desarrolla a nivel microscópico y que es el precursor del cambio físico-químico-mecánico que experimenta el hormigón bajo exposición térmica. A nivel estructural la degradación del hormigón por exposición térmica se evidencia en una falla mas frágil, mediante el típico modo *spalling*, que ocurre mayormente en planos paralelos a las caras afectadas por las altas temperaturas (Ulm F. et al, 1999). Esta mayor fragilidad del modo de falla del hormigón por la exposición termina esta también asociada con una fuerte variación de la longitud característica que define dicho modo de falla. Es decir, la región donde se desarrollan microfisuras que devienen en macrofallas o grietas se concentran en regiones cada vez mas pequeñas conforme avanza el daño térmico. Por lo tanto, la disipación de energía de fractura ante acciones mecánicas monotonicas se concentra en regiones mas reducidas del volumen material y, consecuentemente, el modo de falla es mas frágil.

Entre los parámetros del mortero cementicio que mas influyen en su nivel de sensibilidad a la exposición térmica se destacan la relación agua-cemento, la porosidad, la humedad y la edad del material. Pero también influye de manera significativa el tipo de agregado, dado que estos se convierten en verdaderos radiantes térmicos que afectan en mayor o menor medida la interface mortero-agregado y el mortero ubicado en su vecindad. Por otro lado, no solamente la temperatura actuante, sino también los tiempos de exposición y de enfriamiento experimentados por hormigones influyen marcadamente en su respuesta y nivel de degradación mecánica.

Hasta el presente se han presentado gran cantidad de formulaciones basadas en planteos termodinámicos de mayor o menor complejidad que tienen en cuenta los acoplamientos termo-mecánicos y químico-mecánicos producto de las altas temperaturas (Ulm F. et al, 1999; Stabler J. et al, 2000; Luccioni B. et al, 2003; Tenchev R. et al, 2005). Sin embargo, se observa actualmente un déficit de formulaciones capaces de reproducir en forma objetiva, no solamente el cambio de propiedades mecánicas macroscópicas del hormigón ante exposición térmica, sino también (y principalmente) la dramática variación de la longitud característica de las regiones afectadas por el daño térmico y que influye directamente en el nivel de fragilidad del modo de falla. Para tal fin, se formula en este trabajo una teoría elastoplástica, termodinámicamente consistente, basada en conceptos no-locales en el marco de la teoría de gradientes superiores de deformación. Este marco teórico no local brinda como valor agregado adicional la objetividad de las predicciones de elementos finitos de procesos de falla de estructuras de hormigón sometidas a exposición térmica prolongada, respecto al tamaño y orientación de dichos elementos.

Se toma como base la formulación termodinámicamente consistente de continuos

elastoplasticos basados en gradientes de (Vrech S., Etse G., 2009).

respecto a análisis estructurales originalidad de este trabajo se basa en la propuesta de una formulación constitutiva termodinámicamente consistente que represente los efectos de las altas temperaturas en el hormigón, teniendo en cuenta los efectos de la no localidad en el marco de la poroplasticidad de gradientes.

Es bien sabido que el comportamiento de falla de materiales cuasifrágiles, como el hormigón, depende fuertemente del estado de tensiones gobernantes y de las características químico-mecánica de su microestructura. El mecanismo de falla en régimen de tracción está completamente controlado por la energía de fractura liberada en una pequeña zona de localización, o fisura, mientras el material circundante permanece prácticamente inalterado. El comportamiento de falla del hormigón en régimen de compresión es gobernado por la energía de fractura liberada de las microfisuras y de la degradación del material que yace entre las fisuras, por lo tanto el ancho de la zona de localización se incrementa juntamente con la presión de confinamiento. En el campo de aproximación por medio de fisuras distribuidas, los materiales cuasifrágiles requieren formulaciones disipativas basadas en conceptos de la mecánica de fractura, sin embargo, la simulación del proceso de degradación mecánica de materiales dúctiles requiere teorías no locales que puedan describir objetivamente el desarrollo de bandas de corte de espesor no nulo durante procesos de carga que superen la resistencia límite. Dentro de las distintas teorías propuestas para materiales dúctiles la más efectiva y conveniente desde el punto de vista computacional y de calibración es la teoría de gradientes (Vrech S., Etse G., 2009). Hasta el presente, las formulaciones basadas en energía de fractura y las formulaciones no locales de teoría de gradientes han sido consideradas alternativamente con el objetivo de describir modos de falla dúctil y frágil de materiales cuasifrágiles, según el estado tensional gobernante.

Mroginski, Etse y Vrech (2010) recientemente han extendido a medios porosos la formulación de elastoplasticidad de gradientes termodinámicamente consistente presentada por Vrech y Etse (2009) la cual sigue la aproximación general termodinámica para daño no local propuesta por Svedberg y Runesson (1997). La formulación constitutiva de este trabajo se basa en dichas líneas de investigación incluyendo los efectos de las altas temperaturas en el marco de la termo-químico-plasticidad.

## **2 DESCRIPCIÓN MACROSCÓPICA DEL MEDIO POROSO**

El campo cinemático y de deformaciones de un medio poroso se describe como la superposición de dos medios continuos: la partícula esqueleto y la partícula fluida.

Un medio poroso parcialmente saturado está compuesto por una matriz y un espacio poroso ocupado por uno o varios fluidos. La matriz está compuesta de una parte sólida y un espacio ocluido desconectado a través del cual no existen filtraciones. El espacio poroso conectado es aquel a través del cual ocurren intercambios de fluidos y donde dos puntos arbitrarios del fluido, siempre pueden ser unidos por una trayectoria continua que yace dentro de dicho espacio. Finalmente, se define como porosidad a la relación entre el volumen del espacio poroso conectado y el volumen total pertenecientes a una porción representativa del medio poroso considerado (Rizo Patrón M., Carosio A., Este G, 2003; Coussy O., 2004). En la Figura 1 se esquematizan las partes constituyentes del medio poroso.

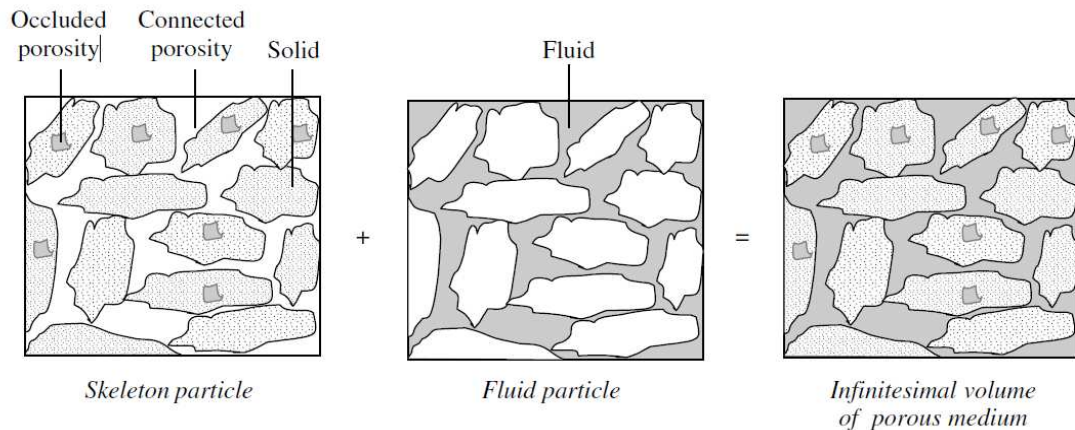


Figura 1. El medio poroso como superposición de dos medios continuos: la partícula esqueleto y la partícula fluida, ambos comparten el mismo volumen infinitesimal. (Coussy, 2004).

## 2.1 Teoría local del flujo de poroplasticidad

La poroplasticidad es la propiedad del medio poroso de experimentar deformaciones permanentes bajo un proceso completo de carga y descarga. En la teoría de poroplasticidad no solo ocurren deformaciones permanentes del esqueleto, también existen variaciones permanentes del contenido de masa fluida debido a variaciones de la porosidad.

Para caracterizar en forma completa el estado actual de un medio poroelastoplástico se deben considerar variables internas tales como: la porosidad plástica  $\phi^p$  o la masa fluida plástica  $m^p$  en adición a la deformación plástica  $\epsilon_{ij}^p$  y la densidad de entropía irreversible  $s^p$ . Considerando un campo de deformaciones infinitesimales las variables internas pueden descomponerse aditivamente en una parte elástica y una parte plástica

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{ij} &= \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \\ \dot{m} &= \dot{m}^e + \dot{m}^p \\ \dot{s} &= \dot{s}^e + \dot{s}^p\end{aligned}\quad (1)$$

La tasa de deformaciones plásticas y la tasa del contenido de masa fluida son relacionadas a la evolución irreversible del esqueleto. La tasa de porosidad plástica puede obtenerse como

$$\dot{\phi}^p = \frac{\dot{m}^p}{\rho_0^{fl}} \quad (2)$$

Siendo  $\rho_0^{fl}$  la densidad inicial de masa fluida (Mroginski J., Etse G., Vrech S., 2010).

## 3 LEYES TERMODINAMICAS

### 3.1 Balance energético

La primera ley de la termodinámica expresa la conservación de la energía en todas sus formas. Considerando la validez del equilibrio local, y aplicando la transformación de Legendre, la primera ley de la termodinámica para un cuerpo ocupando un dominio  $\Omega$  con contorno  $\partial\Omega$  puede escribirse

$$\rho r = \rho \dot{\psi} + \rho \dot{\theta} s^e + \rho \dot{\theta} s^e - \sigma_{ij} \epsilon_{ij} + h_{i,i} \quad (3)$$

Donde  $\sigma_{ij}$  el estado tensional,  $\varepsilon_{ij}$  la deformación total,  $\psi = e - \theta s^e$  la energía libre de Helmholtz, siendo  $e$  la densidad de energía (por unidad de masa),  $\theta$  la temperatura absoluta y  $s$  la entropía, la cual representa una medida del deterioro de la calidad de la energía.

### 3.2 Segunda ley de la termodinámica: Desigualdad de Entropía

A través de una desigualdad, la segunda ley de la termodinámica expresa que la calidad de la energía, es decir, su transformabilidad en trabajo mecánico eficiente, sólo puede deteriorarse. Esta ley establece lo siguiente:

$$\dot{S} - \frac{Q}{\theta} \geq 0 \tag{4}$$

Con 
$$S = \int_{\Omega} \rho s \, d\Omega \quad \frac{Q}{\theta} = \int_{\Omega} \frac{\rho r}{\theta} \, d\Omega - \int_{\partial\Omega} \frac{h_i m_j}{\theta} \, d\partial\Omega, \tag{5}$$

Donde  $S$  es la entropía del cuerpo,  $Q/\theta$  es el flujo de entropía (Svedberg T., Runesson K., 1997),  $s$  es la densidad de entropía (por unidad de masa). Introduciendo las expresiones de la ecuación (5) en la ecuación (4) y combinando con la ecuación (3) se obtiene la forma global de la desigualdad de Clausius-Duhem:

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\theta} (\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} + \rho \dot{\theta} s - \rho \dot{\psi} - \rho \dot{\theta} s^e - \rho \theta \dot{s}^e - \frac{h_i \theta_{,i}}{\theta}) \, d\Omega \geq 0 \tag{6}$$

### 3.3 Ecuaciones de estado basadas en poroplasticidad no-local de gradientes

La desigualdad de CD en (6) es extendida para el caso de medios porosos no locales basados en gradientes. Siguiendo (Vrech S., Etse G., 2009) se asume que las variables internas  $q_{\alpha}$  constituyen el único campo de carácter no local, por lo tanto el gradiente  $q_{\alpha,i}$  será un argumento de la energía libre  $\psi$ . Para incluir el efecto de las altas temperaturas, se adiciona un nuevo argumento en la energía libre, la masa hidratada  $m$ , ya que, en base a lo propuesto por Ulm F. et al (1999), la pérdida de resistencia mecánica puede ser atribuida a la deshidratación de la pasta de cemento. Finalmente se tiene la expresión  $\psi = \psi(\varepsilon_{ij}^e, \theta, m, q_{\alpha}, q_{\alpha,i})$  que luego de ser diferenciada e incluida en la ecuación (6) da lugar a:

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\theta} [(\sigma_{ij} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e}) \dot{\varepsilon}_{ij} + \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \rho \theta \dot{s}^p - \rho (s^e + \frac{\partial \psi}{\partial \theta}) \dot{\theta} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial m} \dot{m} + Q_{\alpha} \dot{q}_{\alpha} - \frac{h_i \theta_{,i}}{\theta}] \, d\Omega + \int_{\partial\Omega} \frac{1}{\theta} [Q_{\alpha}^{(b)} \dot{q}_{\alpha}] \, d\partial\Omega \geq 0 \tag{7}$$

Donde: 
$$Q_{\alpha} = -\rho \frac{\partial \psi^{p,loc}}{\partial q_{\alpha}} + \theta (\frac{\rho}{\theta} \frac{\partial \psi^{p,nloc}}{\partial q_{\alpha,i}})_{,i} \quad \text{en } \Omega \tag{8}$$

$$Q_{\alpha}^{(b)} = -m_i \rho \frac{\partial \psi^{p,nloc}}{\partial q_{\alpha,i}} \quad \text{sobre } \partial\Omega \tag{9}$$

Siendo  $Q_{\alpha}$  la fuerza disipativa “local” que en teoría de gradientes incorpora un término no local a la expresión ya conocida de las teorías locales, y  $Q_{\alpha}^{(b)}$  una fuerza disipativa no local en el contorno  $\partial\Omega$ . La desigualdad de la ecuación (7) debe cumplirse para cualquier elección del dominio  $\Omega$  y para cualquier proceso termodinámico independiente, a partir de este postulado,

se obtienen formalmente las ecuaciones de Coleman:

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \quad s^e = -\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad A_m = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial m} \quad (10)$$

$$D = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \rho \theta \dot{s}^p + Q_\alpha \dot{q}_\alpha + A_m \dot{m} \geq 0 \quad D_t = -h_i \theta_{,i} \geq 0 \quad \text{en } \Omega \quad (11)$$

$$D^{(b)} = Q_\alpha \dot{q}_\alpha \geq 0 \quad \text{sobre } \partial\Omega \quad (12)$$

Donde  $A_m$  es la fuerza disipativa asociada a la masa hidratada  $m$ , definida como afinidad química,  $D$  es la disipación "local",  $D_t$  es la disipación térmica,  $D^{(b)}$  es la disipación en el contorno  $\partial\Omega$ .

### 3.4 Energía libre

Basado en trabajos previos (Svedberg T., Runesson K., 1997; Prato T. et al, 1997; Ulm F. et al, 1999; Rizo M., Carosio A, Etse G., 2003; Coussy O., 2004; Vrech S. y Etse G., 2009), se adopta la siguiente expresión aditiva de la energía libre correspondiente a materiales poroplásticos basados en la teoría no local de gradientes:

$$\psi(\varepsilon_{ij}^e, \theta, m, q_\alpha, q_{\alpha,i}) = \psi^e(\varepsilon_{ij}^e, \theta, m) + \psi^c(m) + \psi^{p,loc}(m, q_\alpha) + \psi^{p,nloc}(q_{\alpha,i}) \quad (13)$$

Donde  $\psi^e$  es la energía elástica del medio poroso,  $\psi^c$  es la parte de la energía que contempla términos puramente químicos,  $\psi^{p,loc}$  y  $\psi^{p,nloc}$  son las contribuciones local y no local debido al comportamiento disipativo de endurecimiento/ablandamiento del material, respectivamente. En base a los trabajos previos citados anteriormente se definen las siguientes expresiones de la energía:

$$\psi^e = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^e C_{ijkl} \varepsilon_{ij}^e - C_{ijkl} \alpha_{kl} (\theta - \theta_0) \varepsilon_{ij}^e - C_{ijkl} \beta_{kl} \varepsilon_{ij}^e m + \frac{L(m)}{\theta_0} (\theta - \theta_0) - \frac{1}{2} \frac{C}{\theta_0} (\theta - \theta_0)^2 \quad (14)$$

$$\psi^c = \frac{1}{2} \frac{A_{m0}}{m_0} m^2 - A_{m0} m \quad (15)$$

$$\psi^{p,loc} = -k m q_\alpha + \frac{1}{2} h q_\alpha^2 \quad (16)$$

Siendo  $C_{ijkl}$  el tensor constitutivo elástico tangente de cuarto orden,  $\theta_0$  la temperatura de referencia,  $\alpha_{kl}$  el tensor de dilatación térmica de segundo orden,  $\beta_{kl}$  el tensor de dilatación química,  $L(m)$  el calor latente como función de la masa hidratada, y  $C$  el coeficiente de capacidad calorífica del material,  $A_{m0}$  la afinidad química inicial,  $m_0$  la masa hidratada inicial,  $q_\alpha$  la variable interna plástica escalar,  $k$  y  $h$  los coeficientes de acoplamiento químico plástico y de endurecimiento plástico, respectivamente.

## 4 MODELO CONSTITUTIVO TERMODINAMICAMENTE CONSISTENTE BASADO EN POROPLASTICIDAD DE GRADIENTES

A partir de las expresiones de Coleman de las ecuaciones (10) a (12) y de las expresiones de la energía dada en las ecuaciones (14) a (16) se obtienen las relaciones constitutivas y las ecuaciones de estado en forma incremental.

#### 4.1 Relaciones constitutivas termodinámicamente consistentes

En base a la diferenciación de las expresiones de las ecuaciones (8) y (10) se obtienen las ecuaciones de estado en forma incremental:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}^e - C_{ijkl} \alpha_{kl} d\theta - C_{ijkl} \beta_{kl} dm \quad (17)$$

$$dA_m = C_{ijkl} \beta_{kl} d\varepsilon_{ij}^e - \frac{L}{\theta_0} d\theta + \frac{A_{m0}}{m_0} dm + k dq \quad (18)$$

$$s^e = C_{ijkl} \alpha_{kl} d\varepsilon_{ij}^e - \frac{L}{\theta_0} dm + \frac{C}{\theta_0} d\theta \quad (19)$$

$$dQ_\alpha = dQ_\alpha^{loc} + dQ_\alpha^{n,loc} \quad (20)$$

Donde se definen:

$C_{ijkl} = \partial^2 \psi / \partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}$ , Tensor de cuarto orden, tangente respecto a la deformación  $\varepsilon_{kl}$ , que, desde un punto de vista puramente fenomenológico se asume dependiente de la temperatura.

$C_{ijkl} \alpha_{kl} = \partial^2 \psi / \partial \varepsilon_{ij} \partial \theta$ , Tensor de segundo orden que representa el acoplamiento termo-mecánico, es decir, la tensión inducida por unidad de cambio de la temperatura en caso de dilataciones térmicas restringidas.

$C_{ijkl} \beta_{kl} = \partial^2 \psi / \partial \varepsilon_{ij} \partial m$ , Tensor de segundo orden que representa el acoplamiento químico-mecánico entre las propiedades elásticas y la masa hidratada  $m$ , este coeficiente permite tener en cuenta la dilatación química del hormigón relacionada con el incremento del volumen causado por transformación química de los agregados.

$L = \theta_0 \partial^2 \psi / \partial \theta \partial m$ , calor latente de deshidratación por unidad de masa hidratada  $m$ .

$C = \theta_0 \partial^2 \psi / \partial \theta^2$ , capacidad calorífica volumétrica del hormigón, es decir, cantidad de calor por unidad de volumen que es necesario para cambiar una unidad de temperatura.

Volviendo a la ecuación (16) se define el tensor de acoplamiento químico-plástico como  $k = \partial^2 \psi / \partial q_\alpha \partial m$  y al tensor de endurecimiento plástico como  $h = \partial^2 \psi / \partial q_\alpha^2$ .

#### 4.2 Calor latente de deshidratación

La ecuación de campo que expresa localmente el desbalance de energía en función de la entropía es la ecuación térmica:

$$\theta_0 \dot{S} = r - h_{i,i} + \varphi \quad (21)$$

Donde el término derecho de la expresión (21) representa el aporte de calor debido a conducción  $h_{i,i}$ , debido a fuentes térmicas por unidad de volumen  $r$  y donde  $\varphi$  representa la disipación total. Teniendo en cuenta la expresión de la ecuación (19) e incorporándola en la ecuación (21) se tiene:

$$C d\theta + \frac{C_{ijkl} \alpha_{kl}}{\theta_0} d\varepsilon_{ij}^e - L dm = h_{i,i} + \varphi \quad (22)$$

Si se supone que el calor debido a la disipación y el calor debido a las deformaciones elásticas son despreciables respecto al término que representa el calor latente de hidratación y adoptando la ley de Fourier para la relación entre el flujo de calor y temperatura, la ecuación (22) expresada en términos de tasas temporales queda:

$$C \dot{\theta} = K \theta_{i,i} + L \dot{m} \quad (23)$$

Donde  $K$  es el tensor de conductividad térmica, que para el caso isotrópico  $K_{ij}=k\delta_{ij}$ .

### 4.3 Cinética de deshidratación

Como en deformaciones plásticas, para el proceso de deshidratación se requiere una ley de evolución complementaria que relacione la afinidad química y la tasa de la masa hidratada. Si se considera a la microdifusión de las moléculas de agua desde los microporos hacia los capilares, como la tasa determinante del proceso de deshidratación, a nivel macroscópico la diferencia de potencial es expresada por la afinidad química mediante una forma discreta de la ley de Fick:

$$A_m = \eta \frac{dm}{dt} \exp\left[\frac{E_a}{R\theta}\right] \quad (24)$$

Donde  $\eta$  es un coeficiente relacionado con la microdifusión,  $E_a$  es la energía de activación,  $R$  es la constante universal de los gases. Finalmente, la afinidad química expresa el desbalance termodinámico entre las moléculas de agua del gel del cemento (C-S-H) y aquella situada en los macroporos. Volviendo a la ecuación (18) y despreciando el desbalance termodinámico inducido por una unidad de cambio de la deformación elástica, representado por el tensor de acoplamiento:  $C_{ijkl}\beta_{kl} = \partial^2 \psi / \partial \epsilon_{kl} \partial m$ , y despreciando además, el desbalance termodinámico relacionado al fenómeno de endurecimiento/ablandamiento plástico representado con el tensor de endurecimiento plástico:  $h = \partial^2 \psi / \partial q_\alpha^2$ , se puede considerar según Ulm F. et al (1999) la siguiente expresión de la afinidad química:

$$A_m = -\frac{L}{\theta_0} (\theta - \theta_0) + \frac{A_{m0}}{m_0} (m_0 - m) = \eta \frac{dm}{dt} \exp\left[\frac{E_a}{R\theta}\right] \quad (25)$$

El incremento de temperatura  $(\theta - \theta_0)$  induce un desbalance termodinámico, que conduce a la deshidratación del hormigón hasta alcanzar el equilibrio cuando  $A_m = 0$ . Resolviendo la ecuación (23) para obtener el calor latente de deshidratación, juntamente con la ecuación (25), se obtiene la masa hidratada  $m$  para un cierto nivel de temperatura,  $\theta$ .

### 4.4 Regla de flujo no local

El conjunto convexo  $\beta$  de estados plásticamente admisibles puede ser definido como:

$$\beta\{(\sigma_{ij}, Q_\alpha) \mid \Phi(\sigma_{ij}, Q_\alpha) \leq 0\} \quad (26)$$

Donde  $\Phi(\sigma_{ij}, Q_\alpha)$  es una función de fluencia convexa.

La evolución de las variables plásticas se introduce de la misma manera que en teoría local, tanto para la regla de flujo como para la regla de endurecimiento a través de un potencial plástico  $\Phi^*$ :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi^*}{\partial \sigma_{ij}} \quad \dot{q}_\alpha = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi^*}{\partial Q_\alpha} \quad (27)$$

Si bien, estas ecuaciones son las mismas que las de un modelo plástico de gradientes estándar, el multiplicador plástico y el módulo de endurecimiento local, tienen expresiones modificadas a partir de la dependencia de la ecuación (16) en la masa hidratada.



#### 4.5 Ecuación diferencial para el multiplicador plástico

A partir de las ecuaciones (20) y (27) y siguiendo el desarrollo de Svedberg T., Runesson K. (1997) para un proceso isotérmico, resultan las siguientes expresiones para las fuerzas disipativas:

$$\dot{Q}_\alpha^{loc} = -\dot{\lambda} H_\alpha^{loc} \frac{\partial \Phi^*}{\partial Q_\alpha} \quad (28)$$

$$\dot{Q}_\alpha^{n,loc} = l_c^2 \left( H_{\alpha ij}^{n,loc} \dot{\lambda}_{,j} \frac{\partial \Phi^*}{\partial Q_\alpha} + \dot{\lambda} H_{\alpha ij}^{n,loc} Q_{\alpha,j} \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial Q_\alpha^2} \right)_{,i} \quad (29)$$

Donde  $l_c^2$  es una longitud característica, que funciona como un mecanismo artificial de estabilización numérica para la teoría no local. Además, se introdujo el módulo de endurecimiento/ablandamiento local  $H_\alpha^{loc}$  y el nuevo tensor de endurecimiento/ablandamiento no local  $H_{\alpha ij}^{n,loc}$ , definidos de la siguiente manera:

$$H_\alpha^{loc} = \rho \frac{\partial^2 \psi^{p,loc}}{\partial q_\alpha^2} \quad H_{\alpha ij}^{n,loc} = \rho \frac{1}{l_c^2} \frac{\partial^2 \psi^{p,nloc}}{\partial q_{\alpha,i} \partial q_{\alpha,j}} \quad (30)$$

#### 4.6 Ecuación diferencial para el multiplicador plástico

Estableciendo, como en la teoría local, la condición de Kuhn-Tucker:

$$\dot{\lambda} \geq 0, \quad \dot{\Phi}(\sigma_{ij}, Q_\alpha) \leq 0, \quad \dot{\lambda} \dot{\Phi}(\sigma_{ij}, Q_\alpha) = 0 \quad (31)$$

junto con la condición de consistencia plástica:

$$\dot{\Phi} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{\Phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial \Phi}{\partial Q_\alpha} \dot{Q}_\alpha = 0 \quad (32)$$

se obtiene la ecuación diferencial lineal para la tasa del multiplicador plástico:

$$-\dot{\Phi}^{grad} + (d + d^{grad}) \dot{\lambda} = \dot{\Phi}^e - \dot{\Phi} \quad (33)$$

donde, según Svedberg T., Runesson K. (1997) se tiene:

$$\dot{\Phi}^e = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}, \quad d = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial \Phi^*}{\partial \sigma_{ij}} + H_\alpha^{loc} \frac{\partial \Phi}{\partial Q_\alpha} \frac{\partial \Phi^*}{\partial Q_\alpha} \quad (34)$$

$$d^{grad} = -l_c^2 \frac{\partial \Phi}{\partial Q_\alpha} \left[ \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial Q_\alpha^2} (H_{\alpha ij}^{n,loc} Q_{\alpha ij} + H_{\alpha ij,i}^{n,loc} Q_{\alpha j}) + \frac{\partial^3 \Phi^*}{\partial Q_\alpha^3} Q_{\alpha i} H_{\alpha ij}^{n,loc} Q_{\alpha j} \right] \quad (35)$$

$$\dot{\Phi}^{grad} = -l_c^2 \frac{\partial \Phi}{\partial Q_\alpha} \left[ \frac{\partial \Phi^*}{\partial Q_\alpha} (H_{\alpha ij}^{n,loc} \dot{\lambda}_{ij} + H_{\alpha ij,i}^{n,loc} \dot{\lambda}_j) + 2 \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial Q_\alpha^2} Q_{\alpha i} H_{\alpha ij}^{n,loc} \dot{\lambda}_j \right] \quad (36)$$

Cabe destacar que la influencia de la temperatura y de la deshidratación química producto de las altas temperaturas, está implícita en la formulación a través de las ecuaciones (8) y (10) y en base a las expresiones de las ecuaciones (14) a (20).

## 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se propone un marco teórico para la modelación del comportamiento

mecánico de hormigones sometidos a exposiciones prolongadas de altas temperaturas basado en poroplasticidad de gradientes termodinámicamente consistente. La propuesta se basa en las teorías de Svedberg y Runesson (1997) y de Vrech y Etse (2009) para medios continuos no porosos, que luego fue extendida a medios porosos por Mroginski, Etse y Vrech (2010) y en este trabajo es ampliada para contemplar los efectos de altas temperaturas. La teoría constitutiva termodinámicamente consistente propuesta en este trabajo puede aplicarse en el análisis del comportamiento de falla de diferentes tipos de materiales porosos, especialmente en el análisis de hormigones expuestos a procesos de degradación termo-químico-mecánico acoplados bajo entornos de alta temperatura. Los pasos siguiente será la implementación computacional de esta teoría, previa definición de criterios de falla apropiados y formas explícitas de leyes de endurecimiento/ablandamiento, basadas en mecánica de fractura y gradientes.

## 6 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a CONICET – Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas por el apoyo proporcionado para la realización de esta investigación.

## REFERENCIAS

- Coussy O., *Poromechanics*, Wiley, 2004.
- Luccioni B. M., Figueroa M. I., Danesi R. F., Thermo-mechanic model for concrete exposed to elevated temperatures. *Engineering Structures*, 25: 729-742, 2003.
- Mroginski J., Etse G., Vrech S., A thermodynamical gradient theory for deformation and strain localization of porous media. *International Journal of Plasticity*, en prensa, 2010.
- Prato T., Cervera M., Oliver J., Simulación numérica del proceso de hidratación del hormigón. *CIMNE, Barcelona, Espana* 114, 1997.
- Rizo Patrón M., Carosio A., Etse G., Formulación consistente de un modelo termoquímico-elastoplástico acoplado para hormigones en edad temprana. *XIII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones – ENIEF 2003*, 2109-2119, 2003.
- Stabler J., Baker G., On the form of free energy and specific heat in coupled thermo-elasticity with isotropic damage. *International Journal of solids and structures*, 37: 4691-4713, 2000.
- Svedberg T., Runesson K., A thermodynamically consistent theory of gradient-regularized plasticity coupled to damage. *International Journal of Plasticity*, 13 (6-7): 669-696, 1997.
- Tanchev R., Purnell P., An application of a damage constitutive model to concrete at high temperature and prediction of spalling. *International Journal of solids and structures*, 42: 6550-6565, 2005.
- Ulm F. J., Coussy O., Bazant Z. P., The Chunnel Fire I: Chemoplastic softening in rapidly heated concrete. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 125 (3): 272-289, 1999.
- Vrech S., Etse G., Gradient and fracture energy-based plasticity theory for quasi-brittle materials like concrete. *Computational Methods Appl. Mech. Engrg*, 199: 136-147, 2009.