

SIMULAÇÃO MONTE CARLO PARA O TRÁFEGO DE PEDESTRES OBSERVADOS COMO UM FLUÍDO NÃO CONVENCIONAL

Marina Vargas R. P. G. Ferreira^a, Fábio A. N. Balbo^b, Liliana Madalena Gramani^c e Eloy Kaviski^d

^a*PPGMNE, Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR, Brasil, marina.v.ferreira@hotmail.com,
<http://www.ppgmne.ufpr.br/>*

^b*PPGMNE, Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR, Brasil, fabiobalbo@ufpr.br,
<http://www.ppgmne.ufpr.br/>*

^c*Departamento de Matemática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR, Brasil,
l.gramani@gmail.com, <http://www.mat.ufpr.br/>*

^d*Departamento de Hidráulica e Saneamento, Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR, Brasil,
eloy.dhs@ufpr.br, <http://www.ppgerha.ufpr.br/>*

Palavras Chave: Tráfego de Pedestres, Monte Carlo, Fluido Racional.

Resumo. O fluxo de grandes multidões de pedestres está se tornando cada vez mais importante com o crescimento das populações nas cidades. Muitos estudos de fluxo de pedestres foram empreendidos, em especial nas últimas três décadas, contudo o nosso conhecimento sobre o fluxo de multidões ainda é insuficiente e atrasado comparado a outros modos de transporte. Neste trabalho desenvolve-se um modelo de simulação Monte Carlo para o fluxo de pedestres, sem pânico, em uma sala fechada, admitindo uma distribuição aleatória dos mesmos. Para isso, considera-se os pedestres com características inerentes, sendo a racionalidade uma delas, além de se fazer analogia com o fluxo de um fluido não convencional, chamado de "fluido pensante" ou "fluido racional". Com modelos como este, pode-se avaliar o fluxo de pedestres e determinar estratégias de controle em vias públicas, edifícios, e outros ambientes fechados.

1 INTRODUÇÃO

Cada vez mais a necessidade de modelar o tráfego tem se tornado uma prioridade nas grandes cidades, nas rodovias e vias em geral. Contudo, ainda há poucas pesquisas na área de modelagem de pedestres e continuam ocorrendo grandes acidentes relacionados a multidões. Na tentativa de solucionar esses problemas tais como:

- i. tornar possível a análise de estruturas para pedestres ainda não planejadas e construídas,
- ii. indicar melhorias para estruturas já existentes,
- iii. gerenciar o fluxo de pedestres em instalações já construídas, etc,

surgem pesquisas no campo da matemática, física e engenharia, para que se possa modelar o fluxo de pedestres fazendo analogias com modelos já existentes nessas três áreas.

Vários autores vêm trabalhando com este tema, dentre eles: [Fruin \(1971\)](#), [Virkler e Elayadath \(1994\)](#), [Older \(1968\)](#), [Weidmann \(1993\)](#); [Weidmann e Buchmueller \(2006\)](#) e mais recentemente [Venuti e Bruno \(2007a,b, 2009\)](#), onde o foco para estes trabalhos dá-se em diferentes aspectos tais como: modelagem matemática e física, desenvolvimento de esquemas computacionais, problemas analíticos, simulação, etc.

Especificamente, a modelagem do fenômeno do fluxo de tráfego pode ser desenvolvida por três diferentes escalas de representação: a microscópica, a macroscópica e a cinética (ou mesoscópica). Cada uma destas escalas apresenta uma estrutura matemática própria como detalhado a seguir:

- Escala Microscópica: onde todos os pedestres são analisados individualmente. Neste caso a posição e a velocidade de cada pedestre definem o estado do sistema como variáveis dependentes do tempo. As equações da mecânica newtoniana são a base dos modelos referentes a essa escala.
- Escala Macroscópica: onde o fluxo de pedestres é comparado ao fluxo de um fluido. Nesta escala o estado do sistema é descrito por quantidades médias localmente calculadas, ou seja, a densidade, a velocidade e o fluxo dos indivíduos são considerados como variáveis dependentes do tempo e do espaço.
- Escala Cinética: ou mesoscópica, o estado do sistema é identificado pela posição e pela velocidade dos pedestres, entretanto esta identificação não refere-se a cada pedestre, mas a uma distribuição apropriada de probabilidade sobre o estado microscópico considerado como uma variável aleatória. Os modelos matemáticos referentes a esta escala descrevem a evolução da função de distribuição por equações íntegro-diferenciais com a estrutura similar à equação de Boltzmann.

Em geral todas as escalas estão tecnicamente relacionadas. Por exemplo, os modelos microscópicos contribuem para a descrição matemática das interações entre os pedestres, os quais são utilizados na teoria cinética, enquanto que os modelos macroscópicos também estão relacionados com as equações dos modelos assintóticos aplicados as equações cinéticas. A modelagem de sistemas complexos, tais como o tráfego, tem a dificuldade adicional de que nenhuma representação de escala é efetivamente consistente com a física do sistema analisado. Por esse motivo estuda-se tal tema, e este artigo vem complementar e ajudar na análise do fluxo de pedestres.

Através de simulação Monte Carlo e características fenomenológicas próprias dos pedestres, como a racionalidade, e conceitos de dinâmica dos fluidos para o esvaziamento de um espaço fechado com apenas algumas saídas, é possível calcular uma média de evacuação de cinemas, salas de aula, edifícios, etc, conhecendo-se em média quantas pessoas haviam no local.

Especificamente neste trabalho, o espaço analisado contará com apenas uma saída.

2 DESCRIÇÃO FENOMENOLÓGICA

Para se obter uma estrutura fenomenológica para os pedestres, muitas características podem ser analisadas e a racionalidade destes é uma destas características. Inicialmente necessita-se saber se há uma situação de pânico ou não. A partir deste ponto as características dos pedestres são definidas através de estudos comportamentais para ambos os casos.

Analisa-se neste trabalho situações de esvaziamento de um espaço (sem pânico). Para isso, algumas hipóteses são consideradas:

- os pedestres são **agentes ativos**, ou seja, em condições normais, sem pânico, partilham o mesmo objetivo de andar com a velocidade constante até atingirem os seus objetivos (por exemplo, portas de saída), evitando possíveis obstáculos e evitando as zonas mais concorridas.
- os pedestres são **agentes inteligentes**, isto é, sua mente avalia, seleciona e/ou faz a síntese do que ele percebe de acordo com vários critérios psicológicos (por exemplo, o nível de ansiedade ou a capacidade de realizar avaliações do grupo), ou seja, ele opta por espaços menos tumultuados (com densidade menor), com o objetivo de atingir a saída.
- os pedestres não são **igualmente afetados** por estímulos vindos de todas as direções no espaço. Especificamente, eles distinguem entre frente e laterais, sendo que tem uma tendência maior a caminharem para frente;
- em condições normais externas e subjetivas, os pedestres não percebem a estrutura total de caminhada. São afetados apenas por regiões ao seu redor, dentro de seu campo de visão.

Baseando-se nessas hipóteses simula-se a movimentação de alguns pedestres em uma sala fechada, onde há uma única porta de saída e analisa-se diversas situações que ali possam ocorrer.

3 MONTE CARLO

O método de Monte Carlo (MMC) é um método estatístico utilizado em simulações estocásticas com diversas aplicações em áreas como a física, matemática e biologia. Este método tem sido utilizado há bastante tempo como forma de obter aproximações numéricas de funções complexas. Tipicamente envolve a geração de observações de alguma distribuição de probabilidades e o uso da amostra obtida para aproximar a função de interesse. As aplicações mais comuns são em computação numérica para avaliar integrais. A ideia do método é escrever a integral que se deseja calcular como um valor esperado.

O nome “Monte Carlo” surgiu durante o projeto Manhattan na Segunda Guerra Mundial. No projeto de construção da bomba atômica, Ulam, von Neumann e Fermi consideraram a possibilidade de utilizar o método, que envolvia a simulação direta de problemas de natureza probabilística relacionados com o coeficiente de difusão do neutron em certos materiais (Hammersley e Handscomb, 1964). Apesar de ter despertado a atenção desses cientistas em 1948, a

lógica do método já era conhecida há bastante tempo. Por exemplo, existe um registro de um artigo escrito por Lord Kelvin, dezenas de anos antes que já utilizava técnicas de Monte Carlo numa discussão das equações de Boltzmann.

Sendo o método de Monte Carlo (MMC) uma forma de resolver problemas usando números aleatórios, para implementar o método numericamente, é imprescindível um bom gerador de números aleatórios. John von Neumann foi pioneiro no seu desenvolvimento e implementação (Halton, 1970; Von Neumann, 1951). Neumann propôs, em 1946, o primeiro algoritmo gerador de números pseudo-aleatórios (Blum et al., 1986), tendo-o chamado de “método do meio dos quadrados”. Vários algoritmos para gerar números pseudo-aleatórios estão descritos no livro “Numerical Recipes” (Press et al., 1986) e em vários artigos espalhados pela literatura especializada como Eichenauer-Herrmann (1993, 1995); Tezuka (1995); L’Ecuyer (1990).

4 MONTE CARLO APLICADO AO CASO

Considere uma sala fechada representada por uma malha retangular de $(m + 1 \times n + 1) m^2$, onde m denota o comprimento da sala e n a respectiva largura. supõe-se que p pedestres estão uniformemente distribuídos nesta malha. A porta de saída está localida no ponto $P(x_i, y_{n+1})$ com $i = 1, 2, \dots, m$ conforme ilustrado na Fig. 1.

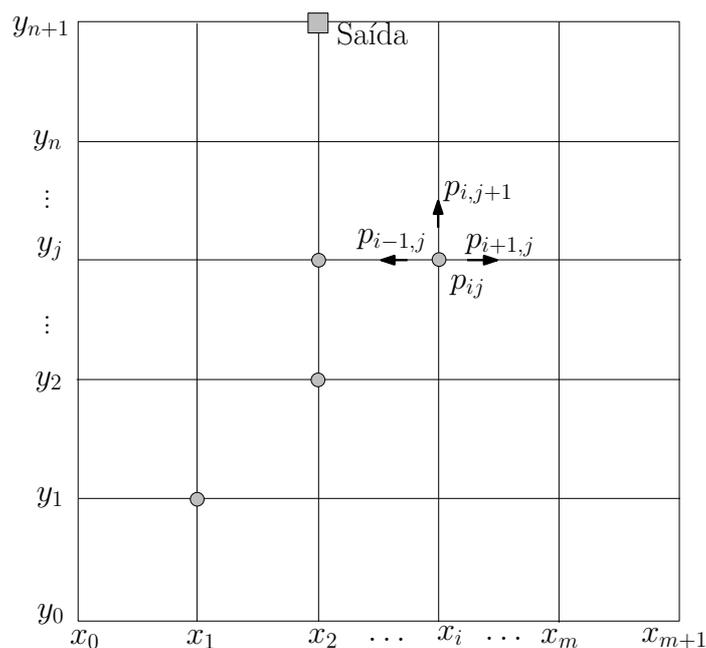


Figura 1: Malha retangular de tamanho $(m+1 \times n+1)$ com p pedestres distribuídos uniformemente nos nós. Os pedestres não ocupam os nós da borda, exceto na posição da porta, quando saem. Os pedestres só caminham no sentido das setas.

O algoritmo que resulta na saída de todos os pedestres inicialmente nesta malha é dado por:

Entrada: A dimensão da malha: m e n ; O número de pedestres: p ; A localização da porta: $P(x_i, y_{n+1})$, com $i = 1, 2, \dots, m$.

Saída: o tempo t decorrido para a saída de todos os pedestres.

Passo 1: $t = 0$.

Passo 2: escolhe-se aleatoriamente um pedestre p_{ij} .

Passo 3: testando as possíveis posições do pedestre p_{ij}

Passo 3-a: se $(x_i, y_{j+1}) = P$, a posição a frente do pedestre é igual a da porta, então p_{ij} sai.

Passo 3-b: se $(x_i, y_{j+1}) = 0$, a posição a sua frente está vazia, então p_{ij} ocupa esta posição.

Passo 3-c: se $(x_{i-1}, y_j) = 0$ e $(x_{i+1}, y_j) = 0$, as posições laterais estão vazias, então p_{ij} ocupa uma destas posições aleatoriamente.

Passo 3-d: se as posições $(x_{i-1}, y_j) = (x_{i+1}, y_j) = (x_i, y_{j+1}) = 1$, ou seja todas as posições laterais e a frente estão ocupadas, então p_{ij} permanece na mesma posição.

Passo 4: Repetir os Passo 3 até que todos os p_{ij} tenham se movimentado uma única vez.

Passo 5: $t = t + 1$, incrementa-se o tempo.

Passo 6: Repetir o Passos 2 ao 5 até que todos tenham saído.

Passo 7: SAÍDA: o tempo t .

Algoritmo 1: Descrição do movimento dos pedestres na malha para o esvaziamento da sala.

4.1 Resultados

Primeiramente, considera-se uma sala fechada de comprimento $m = 6$ metros e largura $n = 6$ metros, representada por uma malha, sendo que a porta de saída localiza-se na posição $P(x_3, y_7)$. O número inicial de pedestres distribuídos uniformemente é $2k$, com $k = 1, \dots, 17$, onde para cada caso é realizado 1000 simulações do Algoritmo 1.

Em seguida, faz-se a mesma análise para uma sala fechada de comprimento $m = 7$ metros e largura $n = 7$ metros, representada por uma malha, sendo que a porta de saída localiza-se na posição $P(x_3, y_8)$.

Por meio dos gráficos da Fig. (2) pode-se observar a distribuição dos tempos em seis dos trinta e quatro casos, através da simulação de Monte Carlo (10, 20 e 30 pedestres) para a sala com 36 m^2 e 49 m^2 . Calculando-se as médias para os tempos obtidos nas simulações, é possível

dizer em quanto tempo uma quantidade p de pedestres esvaziariam um determinado ambiente fechado em cada caso. Este resultado pode ser observado no Fig. (3).

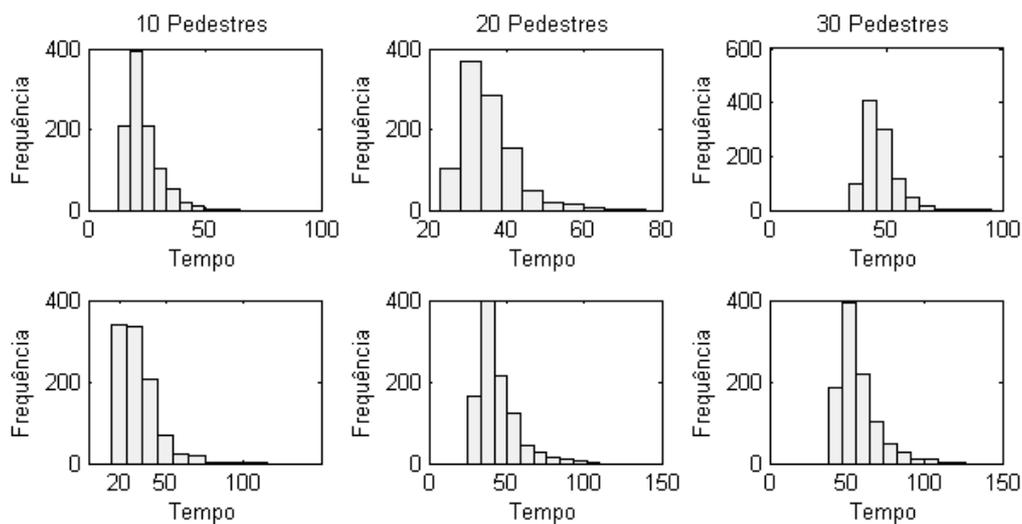


Figura 2: Distribuição dos tempos de saída de todos os pedestres da malha considerando três quantidades iniciais de pedestres para uma sala de 36 m² na primeira linha de histogramas da figura e 49 m² na segunda linha de histogramas.

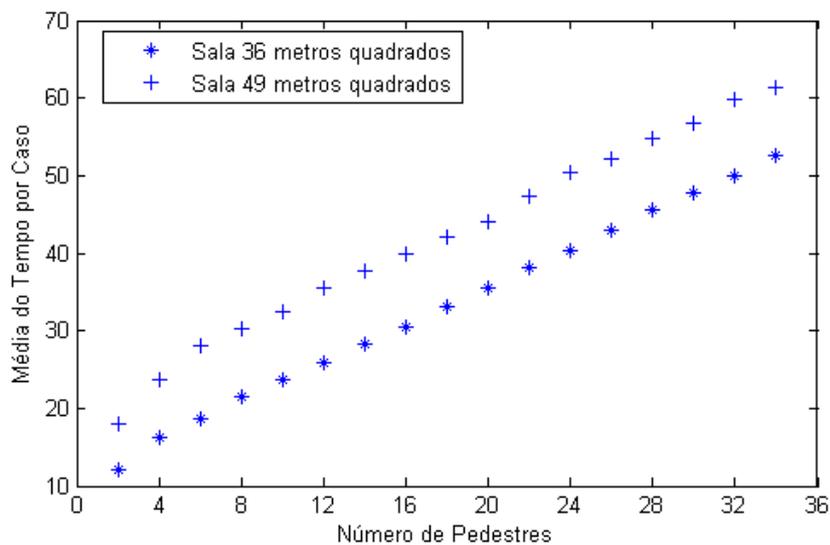


Figura 3: Distribuição das médias de tempo de acordo com o número de pedestres usado nas simulações.

5 CONCLUSÕES

Pôde-se observar que de acordo com o aumento do número de pedestres na sala, independente dos tamanhos analisados, houve um crescimento na média de tempo para o esvaziamento do ambiente, sugerindo uma tendência linear. Especificamente, o modelo simulado neste trabalho é motivado pela simplicidade, apesar de apresentar resultados um pouco menos precisos em relação a outras descrições físicas quando comparados ao fluxo real de pedestres. Vale ressaltar que os resultados obtidos nas simulações fornecem características esperadas para o fluxo de pedestres utilizando-se hipóteses importantes, tais como racionalidade e ausência de pânico.

REFERÊNCIAS

- Blum L., Blum M., e Shub M. A simple unpredictable pseudo random number generator. *SIAM journal on Computing*, 15:364–383, 1986.
- Eichenauer-Herrmann J. Statistical independence of a newclass of inversive congruential pseudorandom numbers. *Mathematics of Computation*, 60(201):375–384, 1993.
- Eichenauer-Herrmann J. Pseudorandom number generation by nonlinear methods. *International Statistical Reviews*, 63:247–255, 1995.
- Fruin J. Design for pedestrians: A level-of-service concept. *Highway Research Record*, 355:1–15, 1971.
- Halton J. A retrospective and prospective survey of the monte carlo method. *Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) Review.*, 12:1–63, 1970.
- Hammersley J. e Handscomb D. *Monte Carlo Methods*. Chapman and Hall, 1964.
- L'Ecuyer P. Random numbers for simulation. *Communications of the ACM*, 33(10):85–97, 1990.
- Older S.J. Movement of pedestrians on footways in shopping streets. *Traffic Engineering and Control*, 10(4):160–163, 1968.
- Press W., Flannery B., Teukolsky S., e Vetterling W. Numerical recipes: The art of scientific computing. *New York: Cambridge University Press*, pagina 818, 1986.
- Tezuka S. Uniform random numbers: Theory and practice. *Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers*, pagina 228, 1995.
- Venuti F. e Bruno L. An interpretative model of the pedestrian fundamental relation. *Comptes Rendus Mécanique*, 335(4):194–200, 2007a.
- Venuti F. e Bruno L. The synchronous lateral excitation phenomenon: modelling framework and an application. *Comptes Rendus Mécanique*, 335(12):739–745, 2007b.
- Venuti F. e Bruno L. Crowd-structure interaction in lively footbridges under synchronous lateral excitation: A literature review. *Physics of Life Reviews*, 6(3):176–206, 2009.
- Virkler M. e Elayadath S. Pedestrian speed–flow–density relationships. *Transportation Research Record*, (1438):51–58, 1994.
- Von Neumann J. Various techniques in connection with random digits. *NBS Applied Mathematics Series*, 12:36–38, 1951.
- Weidmann U. *Transporttechnik der Fubgänger*. Institut Für Verkehrsplanung, ETH Zürich, 1993.
- Weidmann U. e Buchmueller S. Parameters of pedestrians, pedestrian traffic and walking facilities. *ETH Zürich*, 2006.