

## ANÁLISE DOS MODELOS DE FASES SEPARADAS E DE MISTURA APLICADOS AO ESCOAMENTO ANULAR VERTICAL ASCENDENTE

**Luiz E. M. Lima e Eugênio S. Rosa**

*Two Phase Flow Group, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas,  
Rua Mendeleiev, 200, Cidade Universitária “Zeferino Vaz”, Barão Geraldo, Caixa Postal 6122, CEP  
13083-860, Campinas - SP - Brasil, lelima@fem.unicamp.br; erosa@fem.unicamp.br;  
<http://www.2pfg.fem.unicamp.br>*

**Palavras Chave:** escoamento anular, modelo de fases separadas, modelo de mistura.

**Resumo.** O escoamento anular é um dos mais importantes padrões de escoamento bifásico em tubulações devido à sua variedade de aplicações práticas. Na maioria dos casos de interesse, o regime de escoamento nas duas fases é turbulento e uma considerável quantidade de líquido é arrastada pelo núcleo gasoso sob a forma de gotículas. O processo de geração de gotículas e seu comportamento enquanto se deslocam no núcleo gasoso são importantes para o desenvolvimento de modelos hidrodinâmicos. O modelo de fases separadas e o modelo de mistura constituem alguns dos principais modelos para representação física de escoamentos bifásicos em simuladores comerciais utilizados nas indústrias nucleares e de petróleo. O modelo de fases separadas é um caso particular do modelo de dois fluidos para representação de escoamentos de fases separadas (anular ou estratificado), permitindo a determinação das variáveis do escoamento de forma relativamente mais simples. O modelo de mistura é derivado a partir do modelo de dois fluidos, tal que, as fases são tratadas como um único fluido com características reológicas específicas e a interação entre as fases é definida em termos da difusão ou do deslizamento em relação à mistura. O deslizamento das fases é dependente do padrão de escoamento e, portanto, depende de relações de fechamento específicas para cada padrão. No padrão anular, uma velocidade de deslizamento proposta por Ishii et al., *AICHE J*, 22(2):283-289 (1976), permite o fechamento do modelo de mistura. Por fim, para o fechamento destes dois modelos, é necessária também a determinação da fração de arraste de gotículas (*entrainment fraction*) pelo núcleo gasoso, isto pode ser realizado utilizando algumas correlações empíricas encontradas na literatura. As equações destes dois modelos, na forma unidimensional e em regime permanente, são resolvidas numericamente utilizando o método Runge-Kutta de quarta ordem, implementadas em um código escrito em linguagem de programação Fortran. No presente trabalho, os resultados obtidos por estes dois modelos de escoamento bifásico são comparados contra dados experimentais do gradiente de pressão de um escoamento isotérmico vertical ascendente de gás e líquido no padrão anular, em um duto de seção circular constante. Além disto, uma comparação entre os resultados obtidos utilizando algumas correlações para a estimativa da fração de arraste de gotículas é apresentada.

## 1 INTRODUÇÃO

O escoamento anular é um importante padrão de escoamento bifásico de interesse prático em processos industriais e ocorre a altas taxas de fluxo de gás. A fase gasosa escoar em um núcleo de alta velocidade, que pode conter gotículas de líquido arrastado. O líquido escoar como um filme fino ao redor da parede do tubo. A interface é ondulada, resultando em uma alta tensão de cisalhamento interfacial. Em escoamentos verticais ou aproximadamente verticais, o filme de líquido possui uma simetria azimutal, ou seja, possui espessura aproximadamente constante. Em escoamentos horizontais e inclinados, a ação do campo gravitacional faz com que a espessura do filme de líquido seja maior junto à parte inferior da tubulação, gerando uma assimetria radial do perfil de filme de líquido. Uma discussão geral sobre aspectos do padrão anular pode ser encontrada em [Wallis \(1969\)](#) e em [Hewitt e Hall Taylor \(1970\)](#).

Para a realização de um adequado projeto e dimensionamento de equipamentos industriais é importante conhecer informações sobre as características do filme de líquido, da fração de gotículas arrastada pelo núcleo gasoso e previsões precisas da queda de pressão no escoamento anular ([Oliemans et al., 1986](#)). A estrutura do filme de líquido é influenciada por muitas variáveis do sistema, dentre elas, a geometria do sistema, a orientação do escoamento e as diferenças de velocidade entre o gás e o líquido ([Fu e Klausner, 1997](#)). A análise destas informações de grande importância na caracterização do escoamento anular pode ser realizada através da utilização de modelos matemáticos que o representem de forma adequada.

O modelo de dois fluidos ([Ishii, 1975](#)) é a formulação macroscópica mais detalhada e precisa da termo-fluido dinâmica de escoamentos bifásicos. A existência dos termos de transferência interfacial é uma das características mais importantes desta formulação. Estes termos são determinados por relações de fechamento que devem ser modeladas com precisão. No entanto, devido às dificuldades em termo de medições e de modelagem, relações de fechamento confiáveis e precisas para os termos de transferência interfacial não estão totalmente desenvolvidas.

O modelo de fases separadas constitui um caso particular do modelo de dois fluidos quando aplicado aos escoamentos de fases separadas (anular ou estratificado). As fases mantêm sua identidade no escoamento através de uma interface de separação que, frequentemente, é considerada lisa. Esta hipótese permite a simplificação dos termos interfaciais de transferência de massa e de quantidade de movimento. O modelo de fases separadas pode ser utilizado para descrever o escoamento anular, desde que leve em consideração a inter-relação entre queda de pressão, espessura de filme de líquido e fração de gotículas arrastada para o núcleo gasoso.

Os conceitos do modelo de fases separadas tem sido amplamente utilizados em diversas análises do escoamento anular. [Dukler \(1960\)](#) (apud [Shoham, 2006](#)) trabalhou no desenvolvimento de um modelo para escoamento anular vertical descendente. Posteriormente, [Hewitt \(1961\)](#) (apud [Shoham, 2006](#)) estendeu este trabalho ao escoamento anular vertical ascendente.

Mais recentemente, outros modelos para escoamento anular vertical tem sido desenvolvidos. [Oliemans et al. \(1986\)](#) desenvolveram um modelo de fases separadas para escoamento anular vertical ascendente dependente de correlações para o fator de atrito interfacial e para a fração de arraste de gotículas. [Yao e Sylvester \(1987\)](#) (apud [Shoham, 2006](#)) apresentaram um modelo de previsão da espessura do filme de líquido e queda de pressão em escoamento anular. [Hasan e Kabir \(1988\)](#) desenvolveram um modelo para prever o comportamento de escoamentos bifásicos em poços, incluindo a análise do escoamento anular utilizando métodos publicados anteriormente. [Alves et al. \(1991\)](#) (apud [Shoham, 2006](#)) também desenvolveram um modelo de fases separadas e, assim como [Oliemans et al. \(1986\)](#), observaram que diferentes correlações para o arraste de gotículas produz uma variação significativa nos resultados.

O modelo de mistura (Ishii, 1975) é obtido somando as respectivas equações de cada fase do modelo de dois fluidos, tal que, as fases são tratadas como um único fluido com características reológicas específicas e a interação entre as fases é definida em termos da difusão ou do deslizamento em relação à mistura. Esta por sua vez, depende de relações de fechamento específicas para cada padrão.

Ishii et al. (1976) desenvolveram uma equação constitutiva para velocidade de deslizamento média da fase gasosa, que especifica o movimento relativo entre as fases no modelo mistura para escoamento no padrão anular. Esta equação constitutiva leva em consideração a geometria interfacial, a força peso, a transferência de quantidade de movimento interfacial, o regime do filme de líquido e a fração de gás. A hipótese básica do modelo de mistura é que existe um forte acoplamento entre as fases, portanto, alguns problemas podem não ser apropriadamente descritos por este modelo. Entretanto, a aplicabilidade do modelo de mistura reside no fato de que muitos problemas que não são localmente acoplados podem ser considerados fortemente acoplados quando considerados de forma global. Por exemplo, tubulações com grandes extensões axiais permitem tempos de iteração suficientemente grandes para que ocorra transferência de quantidade de movimento entre as fases.

O modelo de fases separadas (ou de dois fluidos), em principio, é mais adequado para o caso de escoamentos anulares ou estratificados. O modelo de mistura é, por sua vez, mais adequado para tratar de escoamentos misturados, tais como bolhas ou golfadas. Assim, parece sensato a utilização de modelos diferentes de acordo com o padrão de escoamento. De fato, por vezes, essa abordagem tem sido utilizada. Entretanto, geralmente um único modelo é utilizado devido à complexidade envolvida na utilização de modelos combinados. Finalmente, deve-se ter em mente que ambos os modelos servem como uma aproximação e não descrevem com precisão os fenômenos físicos. Para ambos os modelos, problemas relacionados à estabilidade, consistência, esquemas de discretização e precisão devem ser cuidadosamente considerados e analisados (Shoham, 2006).

No presente trabalho, as equações do modelo de fases separadas e do modelo de mistura, na forma unidimensional e em regime permanente, são resolvidas numericamente utilizando o método Runge-Kutta de quarta ordem, implementadas em um código escrito em linguagem de programação Fortran. Os resultados obtidos por cada um destes modelos são comparados contra dados experimentais do gradiente de pressão de um escoamento isotérmico vertical ascendente de gás e líquido no padrão anular, em um duto de seção circular constante. Para o fechamento dos modelos é necessário a determinação da fração de filme de líquido e a estimativa da fração de arraste de gotículas (*entrainment fraction*). Portanto, é apresentada uma discussão sobre métodos para determinação da fração de filme de líquido e uma análise comparativa entre os resultados obtidos pelos modelos de fases separadas e de mistura utilizando algumas correlações para a estimativa da fração de arraste de gotículas.

## 2 MODELOS

As formulações unidimensionais, isotérmicas e em regime permanente dos modelos de fases separadas e de mistura são apresentadas nesta seção. Considera-se escoamento sem transferência de massa e efeitos de tensão superficial desprezíveis, ou seja, as pressões das fases são iguais. As definições das variáveis unidimensionais e suas relações cinemáticas são definidas primeiramente para uma maior clareza e concisão. Estas definições seguem às apresentadas por Ishii (1975).

## 2.1 Definições de variáveis e suas relações cinemáticas

Seja  $k$  uma fase, gás G ou líquido L, as variáveis médias na seção transversal do tubo que representam propriedades das fases ou da mistura no escoamento são definidas na sequência:

- Fração de área da fase  $\alpha_k$  - é a razão entre a área ocupada pela fase  $A_k$  e a área total do tubo  $A$ :

$$\alpha_k = A_k/A, \quad k = \text{G ou L.} \quad (1)$$

Para uma mistura gás-líquido,  $\alpha_L = 1 - \alpha_G$ . Para facilitar o uso da notação, os subíndices para as frações de gás e de líquido são descartados na sequência. Considera-se  $\alpha = \alpha_G$  e  $1 - \alpha = \alpha_L$ .

- Massa específica da mistura  $\rho$  - é a soma das massas específicas das fases ponderadas pela suas respectivas frações de área:

$$\rho = \alpha \rho_G + (1 - \alpha) \rho_L, \quad (2)$$

sendo  $\rho_G$  e  $\rho_L$  as massas específicas das fases gasosa e líquida, respectivamente.

- Velocidade da fase  $(U_k)_\alpha$  - é a velocidade média da fase na seção transversal do tubo. É definida pela razão entre a vazão volumétrica da fase  $Q_k$  e a área da seção transversal da tubulação ocupada pela fase  $A_k$ :

$$(U_k)_\alpha = Q_k / (\alpha_k A), \quad k = \text{G ou L.} \quad (3)$$

A velocidade relativa entre as fases  $V_R$  é definida por:

$$V_R = (U_G)_\alpha - (U_L)_\alpha. \quad (4)$$

- Velocidade superficial da fase  $J_k$  - é a velocidade da fase  $k$  se tivesse escoando sozinha por toda área de seção transversal do tubo:

$$J_k = Q_k/A, \quad k = \text{G ou L.} \quad (5)$$

A velocidade superficial da mistura  $J$  é definida como a soma das velocidades superficiais das fases:

$$J = J_G + J_L = \alpha (U_G)_\alpha + (1 - \alpha) (U_L)_\alpha. \quad (6)$$

- Velocidade da mistura  $U$  - é a velocidade do centro de massa da mistura, ou seja, o fluxo mássico da mistura ( $\rho U$ ) é igual à soma dos fluxos mássicos das fases:

$$U = \frac{\alpha \rho_G (U_G)_\alpha + (1 - \alpha) \rho_L (U_L)_\alpha}{\rho}. \quad (7)$$

- Lei cinemática de deslizamento - proposta por Zuber e Findlay (1965) estabelece uma relação linear entre a velocidade da fase, a velocidade superficial da mistura e a velocidade de deslizamento local:

$$J_G/\alpha = C_0 J + (V_{G,J})_\alpha, \quad (8)$$

sendo  $(V_{G,J})_\alpha$  a velocidade de deslizamento local, geralmente uma constante dependente do padrão de escoamento entre outros parâmetros, e  $C_0$  é um parâmetro de distribuição dependente dos perfis de  $J$  e  $\alpha$  na seção transversal do tubo. Para escoamento anular, Ishii et al. (1976) propõem um modelo para estes parâmetros da lei cinemática de deslizamento, conforme apresentado na Subsubseção 3.2.2.

- Velocidade de deslizamento média  $V_{G,J}$  - é a velocidade relativa da fase gasosa com respeito à velocidade superficial da mistura, a qual, com ajuda das Equações 4 e 6, pode ser expressa através da velocidade relativa entre as fases:

$$V_{G,J} = (U_G)_\alpha - J = (1 - \alpha) V_R. \quad (9)$$

Substituindo  $(U_G)_\alpha$  por  $J_G/\alpha$  na Equação 9 e usando a Equação 8 é possível expressar a velocidade de deslizamento média por:

$$V_{G,J} = (C_0 - 1) J + (V_{G,J})_\alpha. \quad (10)$$

- Relações cinemáticas entre as velocidades - expressa as velocidades das fases em termos da velocidade da mistura e da velocidade de deslizamento média, de acordo com:

$$\begin{aligned} (U_G)_\alpha &= U + \frac{\rho_L}{\rho} V_{G,J}, \\ (U_L)_\alpha &= U - \frac{\alpha}{1 - \alpha} \frac{\rho_G}{\rho} V_{G,J}. \end{aligned} \quad (11)$$

## 2.2 Modelo de fases separadas

A premissa básica deste modelo é a existência de uma interface de separação aproximadamente lisa que simplifica os termos de transferência interfacial no modelo de dois fluidos. Além disto, para uma maior simplificação do modelo, são adotadas as seguintes hipóteses: escoamento hidrodinamicamente desenvolvido, espessura de filme de líquido localmente uniforme, termo de aceleração desprezível e escoamento homogêneo sem deslizamento entre as gotículas e o gás. Seja  $k$  uma fase ou componente, para escoamento anular pode representar o núcleo gasoso C ou o filme de líquido F, as equações de conservação de massa e de quantidade de movimento são definidas por:

$$\frac{d}{dz} [\alpha_k \rho_k (U_k)_\alpha] = 0, \quad (12)$$

$$\frac{dP}{dz} = -\rho_k g - \frac{\mathcal{T}_{W,k} + \mathcal{T}_{I,k}}{\alpha_k}, \quad (13)$$

sendo  $P$  a pressão da mistura,  $g$  a aceleração gravitacional,  $\mathcal{T}_{W,k}$  a força de atrito por unidade de volume da fase, núcleo gasoso C ou filme de líquido F, com a parede do tubo e  $\mathcal{T}_{I,C} = -\mathcal{T}_{I,F} = \mathcal{T}_I$  a força de atrito por unidade de volume interfacial. A Equação 13 é semelhante à introduzida por Alves et al. (1991).

### 2.3 Modelo de mistura

O modelo de mistura apresentado se aplica a uma mistura gás-líquido. A fase gasosa se comporta como um gás ideal e a fase líquida é incompressível. As equações de conservação de massa das fases são idênticas às do modelo de fases separadas, [Equação 12](#). Somando as equações de conservação de quantidade de movimento das fases, do modelo de dois fluidos, e recorrendo às condições de salto na interface é possível obter a equação de conservação de quantidade de movimento para mistura, escrita em termos das velocidades das fases:

$$\frac{d}{dz} [P + \alpha \rho_G (U_G)_\alpha^2 + (1 - \alpha) \rho_L (U_L)_\alpha^2] = -\rho g - \mathcal{T}_W, \quad (14)$$

sendo  $\mathcal{T}_W$  a força de atrito por unidade de volume da mistura com a parede do tubo, discutida na [Subsubseção 3.3.1](#). Substituindo a [Equação 11](#) na [Equação 14](#), com ajuda das [Equações 4 e 9](#), tem-se a equação de conservação de quantidade de movimento da mistura:

$$\frac{d}{dz} \left( P + \rho U^2 + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \frac{\rho_G \rho_L}{\rho} V_{G,J}^2 \right) = -\rho g - \mathcal{T}_W. \quad (15)$$

A [Equação 15](#) é semelhante à introduzida por [Ishii \(1975\)](#), e esta é a forma utilizada no modelo *drift-flux*. Os coeficientes de covariância das velocidades, que deveriam estar multiplicando os termos de aceleração e de deslizamento nas equações, são omitidos, uma vez que para regime turbulento o valor é aproximadamente igual à unidade.

As equações de conservação de quantidade de movimento apresentadas em [14](#) e [15](#) são linearmente dependentes e transmitem a mesma informação. A [Equação 15](#) expressa o balanço de quantidade de movimento em termos da aceleração da mistura e da velocidade relativa das fases, enquanto a [Equação 14](#) expressa como uma soma dos termos de aceleração das fases. A forma apresentada na [Equação 14](#) possui menos variáveis do que a [Equação 15](#), o que torna sua implementação numérica mais fácil e simples. Como aliás, a [Equação 14](#) é também a forma adotada por [Pauchon et al. \(1993\)](#); [Pauchon e Dhulesia \(1994\)](#) para expressar a equação de quantidade de movimento da mistura no modelo TACITE. No presente trabalho, são utilizadas tanto a forma *drift-flux*, [Equação 15](#), quanto a forma TACITE, [Equação 14](#), do modelo de mistura em comparação com o modelo de fases separadas, [Equação 13](#).

## 3 SUBMODELOS

Nesta seção, são apresentadas as propriedades geométricas do escoamento anular e os parâmetros necessários ao fechamento dos modelos de fases separadas e de mistura quando aplicados a este padrão de escoamento bifásico. Na [Figura 1](#) é apresentada representação esquemática do escoamento anular e suas variáveis.

### 3.1 Propriedades geométricas do escoamento anular

O escoamento anular é caracterizado por possuir um núcleo gasoso escoando com velocidade  $U_C$ , muito superior à velocidade do filme de líquido  $U_F$ . Neste padrão de escoamento, a fase líquida sob a forma de filme fino de altura  $H_F$  escoam na periferia da tubulação de diâmetro  $D$ , em contato com a parede da tubulação de comprimento  $L$ , exercendo uma tensão de cisalhamento  $\tau_{W,F}$ . A fase gasosa escoam no centro sob a forma de um núcleo gasoso, em contato com o filme de líquido, exercendo uma tensão interfacial  $\tau_I$ . As frações de filme de líquido, de gotículas no núcleo e de arraste de gotículas (*entrainment fraction*) são representadas por  $R_F$ ,  $R_D$  e  $E_D$ , respectivamente.

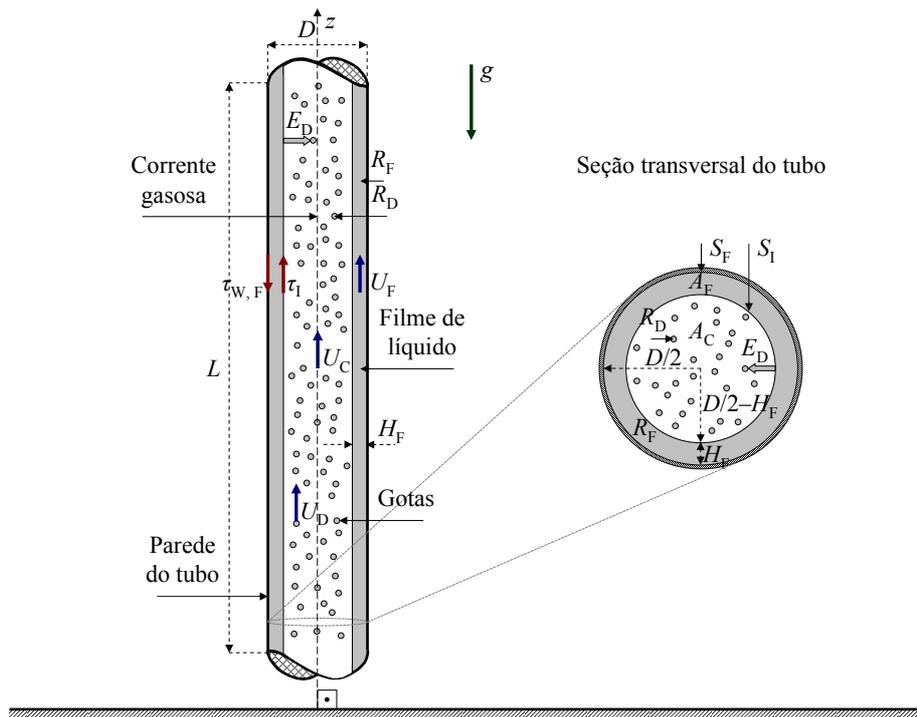


Figura 1: Representação esquemática do escoamento anular e suas variáveis.

Considerando uma interface concêntrica, a altura de filme de líquido adimensional  $\delta$  pode ser definida por:

$$\delta = H_F/D, \quad \text{para} \quad 0 < \delta < 1/2. \quad (16)$$

Os perímetros molhados, as áreas de seção transversal, os diâmetros hidráulicos e a fração de filme de líquido são facilmente avaliados através das propriedades geométricas do filme concêntrico. As expressões para avaliar estas propriedades são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1: Propriedades geométricas do filme de líquido e do núcleo gasoso para uma interface concêntrica.

Propriedade	Definição
$S_C$	0
$S_F$	$\pi D$
$S_I$	$\pi D (1 - 2 \delta)$
$A_C$	$\pi D^2 (1 - 2 \delta)^2 / 4$
$A_F$	$\pi D^2 \delta (1 - \delta)$
$R_F$	$4 \delta (1 - \delta)$
$D_C$	$D (1 - 2 \delta)$
$D_F$	$D [4 \delta (1 - \delta)]$

As velocidades do núcleo gasoso e do filme de líquido,  $U_C$  e  $U_F$ , podem ser obtidas através dos balanços mássicos de gás e de líquido considerando a fração de arraste de gotículas  $E_D$ :

$$\begin{aligned} U_C &= (J_G + E_D J_L) / (1 - R_F), \\ U_F &= (J_L - E_D J_L) / R_F. \end{aligned} \quad (17)$$

A massa específica e a viscosidade do filme correspondem às do líquido, tal que,  $\rho_F = \rho_L$  e  $\mu_F = \mu_L$ . E, considerando escoamento homogêneo sem deslizamento das fases no núcleo gasoso, a massa específica e a viscosidade do núcleo gasoso são definidas por:

$$\begin{aligned}\rho_C &= (1 - R_D)\rho_G + R_D \rho_L, \\ \mu_C &= (1 - R_D)\mu_G + R_D \mu_L,\end{aligned}\quad (18)$$

sendo  $R_D$  a fração de gotículas no núcleo gasoso, definida por:

$$R_D = E_D J_L / (J_G + E_D J_L). \quad (19)$$

As variáveis definidas nas Equações 17 a 19 são dependentes da fração de filme de líquido  $R_F$ , que por sua vez depende da altura de filme de líquido adimensional  $\delta$ , e da fração de arraste de gotículas  $E_D$ . As definições destas variáveis são discutidas na sequência.

### 3.2 Fração de filme de líquido

A fração de filme de líquido é um dos parâmetros necessários ao fechamento dos modelos de fases separadas e de mistura aplicados ao escoamento anular, portanto, é necessário a definição de métodos para determiná-lo.

#### 3.2.1 Método 1 - Balanço de forças

Um modelo para determinação da altura de filme de líquido, e por consequência da fração de filme de líquido, utilizando o modelo de fases separadas é obtido subtraindo a equação de conservação de quantidade de movimento do núcleo gasoso da equação de conservação de quantidade de movimento do filme de líquido, Equação 13, de modo eliminar o gradiente de pressão. Tal que, é possível obter após rearranjo:

$$f_1(\delta) = \frac{\tau_{w,F} S_F}{A} - \frac{1}{1 - R_F} \frac{\tau_I S_I}{A} + R_F \Delta\rho g = 0, \quad (20)$$

sendo  $\Delta\rho = \rho_F - \rho_C$  a diferença entre as massas específicas do filme de líquido e do núcleo gasoso.

A tensão de cisalhamento interfacial  $\tau_I$  é definida utilizando a velocidade relativa entre o núcleo gasoso e o filme de líquido:

$$\tau_I = C_{f,I} \rho_C (U_C - U_F)^2 / 2, \quad (21)$$

e o fator de atrito interfacial  $C_{f,I}$  emprega a correlação proposta por Wallis (1969) para interface concêntrica:

$$C_{f,I} = C_{f,C} (1 + 300 \delta). \quad (22)$$

Este primeiro método é normalmente utilizado no modelo de fases separadas, mas pode ser utilizado também no modelo de mistura aplicado em escoamentos separados, como é feito no modelo TACITE (Pauchon et al., 1993). Desta forma, a determinação dos parâmetros da lei cinemática de deslizamento pode ser dispensada, desde que, seja utilizada a equação de conservação de quantidade de movimento da mistura na forma descrita pela Equação 14.

### 3.2.2 Método 2 - Lei cinemática de deslizamento

O segundo método, de forma semelhante ao primeiro, constitui um modelo para determinação da fração de filme de líquido no modelo de *drift-flux* (Ishii, 1975), forma descrita pela Equação 15, partindo da lei cinemática de deslizamento, definida na Equação 8, sem recorrer ao balanço de forças que resulta na Equação 20. A fração de gás total pode ser definida em função das frações de filme de líquido e das gotículas no núcleo gasoso por:

$$\alpha = (1 - R_D) (1 - R_F), \quad (23)$$

tal que, a lei cinemática de deslizamento pode ser reescrita da seguinte forma:

$$f_2(\delta) = (1 - R_D) (1 - R_F) [C_0 J + (V_{G,J})_\alpha] - J_G = 0. \quad (24)$$

Nesta abordagem, torna-se necessário a definição dos parâmetros  $C_0$  e  $(V_{G,J})_\alpha$  específicos para escoamento anular.

#### Parâmetros da lei cinemática de deslizamento

Utilizando a análise de filmes finos, as definições da velocidade de deslizamento, Equação 9, e da tensão interfacial, Equação 21, e rearranjando a Equação 20 para explicitar a tensão interfacial, Ishii et al. (1976) desenvolveram um modelo para a velocidade de deslizamento da fase gasosa, que especifica o movimento relativo entre as fases no modelo *drift-flux*, Equação 15, em escoamento anular sem gotículas no núcleo de gás. Posteriormente, Ishii (1977) introduziu uma modificação neste modelo, para a velocidade de deslizamento da fase gasosa, levando em conta a fração de gotículas no núcleo gasoso. “A equação obtida não tem uma forma simples, no entanto, para a maioria casos práticos, pode ser aproximada por uma função linear de  $J$ ” (Ishii e Hibiki, 2006):

$$V_{G,J} \cong \frac{R_F \left\{ J + \left[ \frac{(3\pi D R_F / S_F - 4\delta) \Delta \rho g D}{6 C_{f,F} \rho_F} \right]^{1/2} \right\}}{(1 - R_F) + \left[ \frac{(C_{f,I} / C_{f,F}) (\rho_C / \rho_F) (S_I / S_F)}{(1 - R_F)} \right]^{1/2}}. \quad (25)$$

A Equação 25 é derivada levando em consideração a geometria interfacial, a força peso e a transferência de quantidade de movimento interfacial. Esta equação constitutiva pode ser aplicada ao modelo de mistura para escoamento anular ou estratificado, em regime laminar ou turbulento, considerando efeitos gravitacionais e as frações de filme de líquido e de gotículas no núcleo gasoso (Ishii e Hibiki, 2006).

A velocidade de deslizamento local não pode ser definida em escoamentos separados. Se gotículas de líquido são arrastadas pelo núcleo gasoso ou pequenas bolhas de gás são arrastadas pelo filme de líquido, a velocidade de deslizamento local é aproximadamente nula,  $(V_{G,J})_\alpha \approx 0$  (Hibiki e Ishii, 2003). Portanto, comparando a Equação 10 com a Equação 25 é possível definir o parâmetro de distribuição  $C_0$ , considerando  $(V_{G,J})_\alpha = 0$ :

$$C_0 = 1 + \frac{R_F \left[ 1 + \frac{1}{Fr} \left( \frac{3\pi D R_F / S_F - 4\delta}{6 C_{f,F}} \right)^{1/2} \right]}{(1 - R_F) + \left[ \frac{(C_{f,I} / C_{f,F}) (\rho_C / \rho_F) (S_I / S_F)}{(1 - R_F)} \right]^{1/2}}, \quad (26)$$

sendo  $Fr = J / (\Delta\rho g D / \rho_F)^{1/2}$  o número de Froude e  $\Delta\rho = \rho_F - \rho_C$  a diferença de massas específicas entre o filme de líquido e o núcleo gasoso.

Para escoamento anular, substituindo as definições das propriedades geométricas e do fator de atrito interfacial, e considerando regime turbulento para o núcleo gasoso e para o filme de líquido, tal que, é possível utilizar um fator de atrito constante,  $C_{f,k} = 0,005$  se  $Re_k \geq 2300$ . Além disto, para filmes finos  $R_F \cong 4\delta$ . Desta forma, o parâmetro de distribuição  $C_0$  pode ser definido de forma específica para o escoamento anular em linhas verticais, semelhante à definição apresentada por Hibiki e Ishii (2003):

$$C_0 = 1 + \frac{R_F \left[ 1 + (R_F/0,015)^{1/2} / Fr \right]}{(1 - R_F) + \left[ (1 + 75R_F) (\rho_C / \rho_F) / (1 - R_F)^{1/2} \right]^{1/2}}. \quad (27)$$

Uma vez conhecido  $C_0$  e  $(V_{G,J})_\alpha$ , é possível resolver a Equação 24 para permitir o fechamento do modelo de mistura aplicado ao escoamento anular.

### 3.2.3 Procedimento de solução das equações da fração de filme de líquido

As Equações 20 e 24 são implícitas da altura de filme de líquido adimensional  $\delta$ , uma vez que, as propriedades geométricas, as velocidades e as tensões de cisalhamento, bem como os parâmetros da lei cinemática de deslizamento,  $C_0$  e  $(V_{G,J})_\alpha$ , definidos na Subsubseção 3.2.2, dependem da altura de filme de líquido adimensional  $\delta$ .

As equações algébricas 20 e 24 podem ser resolvidas iterativamente utilizando um método de solução de equações não lineares, por exemplo o método da secante (Press et al., 1992). Para isto, é necessário utilizar as definições das propriedades geométricas,  $S_k$ ,  $D_k$  e  $R_F$ , velocidades,  $U_k$ , e tensões cisalhantes,  $\tau_{W,k}$ , além disso, é necessário determinar a fração de arraste de gotículas,  $E_D$ . Os parâmetros da lei cinemática de deslizamento,  $C_0$  e  $(V_{G,J})_\alpha$ , também dependem destas variáveis, conforme observado em Subsubseção 3.2.2.

As propriedades do escoamento anular são avaliadas no processo de integração numérica em cada posição do tubo de incremento  $\Delta z$ , uma vez conhecida as seguintes variáveis:  $J_G$ ,  $J_L$ ,  $J$ ,  $\rho_G$ ,  $\rho_L$ ,  $\mu_G$ ,  $\mu_L$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $D$ ,  $L$ ,  $\theta$  e  $\varepsilon$ .

## 3.3 Equações constitutivas

Tanto para o modelo de fases separadas quanto para modelo de mistura é necessário à determinação de dois parâmetros importantes para o fechamento dos modelos: a força de atrito por unidade de volume e a fração de arraste de gotículas. As definições destes parâmetros de fechamento são discutidas na sequência.

### 3.3.1 Força de atrito por unidade de volume

No modelo de mistura, a força de atrito por unidade de volume que a parede do tubo exerce na mistura é, por definição, o somatório das forças de atrito por unidade de volume de cada fase em contato com a parede do tubo, resultante do somatório das equações de quantidade de movimento do modelo de dois fluidos:

$$\mathcal{T}_W = \mathcal{T}_{W,G} + \mathcal{T}_{W,L}. \quad (28)$$

Evidentemente o conhecimento de  $\mathcal{T}_{W,G}$  e  $\mathcal{T}_{W,L}$  irá depender do padrão de escoamento ou, especificamente, em que proporção as fases ficam em contato com a parede. Desta forma, o conhecimento das características físicas e da topologia de escoamento é de extrema importância na determinação da força de atrito por unidade de volume.

Frequentemente, a força de atrito por unidade de volume da mistura com a parede é determinada considerando que a mistura seja homogênea, empregando a definição de uma viscosidade de mistura e realizando a aplicação direta dos fatores de atrito obtidos de escoamentos monofásicos em casos bifásicos. Assim,  $\mathcal{T}_W$  passa a ser definida através da tensão de cisalhamento da mistura e pela razão entre o perímetro e a área da seção transversal do tubo:

$$\mathcal{T}_W = \tau_W S/A. \quad (29)$$

Entretanto, para escoamento anular, esta abordagem tende a ser insatisfatória, uma vez que a única fase em contato com a parede é a fase líquida sob a forma de um filme fino. Portanto, é mais coerente expressar a força de atrito por unidade de volume da mistura através do atrito que a parede do tubo exerce no filme de líquido, como é normalmente expressa na equação de conservação de quantidade de movimento para o filme de líquido no modelo de fases separadas:

$$\mathcal{T}_W = \mathcal{T}_{W,F}. \quad (30)$$

No modelo de fases separadas, a força de atrito por unidade de volume que a parede do tubo exerce em uma fase  $k$  é determinada pelo produto da tensão de cisalhamento vezes a razão entre o perímetro molhado pela fase e a área da seção transversal do tubo.

$$\mathcal{T}_{W,k} = \tau_{W,k} S_k/A, \quad k = C \text{ ou } F. \quad (31)$$

A tensão de cisalhamento da fase com a parede do tubo  $\tau_{W,k}$  é modelada utilizando fator de atrito de Fanning:

$$\tau_{W,k} = C_{f,k} \rho_k U_k |U_k|/2, \quad k = C \text{ ou } F, \quad (32)$$

sendo  $U_k$  a velocidade da fase e  $C_{f,k}$  o fator de atrito da fase dado pela fórmula explícita proposta por [Haaland \(1983\)](#) com erro de 2 % em relação à correlação de Colebrook-White:

$$C_{f,k} = \left\{ -3,6 \log \left[ \left( \frac{\varepsilon/D_k}{3,7} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{\text{Re}_k} \right] \right\}^{-2}, \quad k = C \text{ ou } F, \quad (33)$$

sendo  $\varepsilon$  a rugosidade absoluta do tubo e o número de Reynolds da fase é definido por:

$$\text{Re}_k = \rho_k U_k D_k/\mu_k, \quad (34)$$

sendo  $D_k$  o diâmetro hidráulico da fase, definido na [Tabela 1](#), e  $\mu_k$  a viscosidade da fase.

### 3.3.2 Fração de arraste de gotículas

A fração de arraste de gotículas  $E_D$  é definida como sendo a vazão mássica de líquido que é arrastada pelo núcleo gasoso da superfície do filme de líquido sob a forma de gotículas  $W_D$  dividida pela vazão mássica total de líquido  $W_L$ :

$$E_D = W_D/W_L = 1 - W_F/W_L, \quad \text{sendo} \quad W_L = W_D + W_F. \quad (35)$$

A vazão mássica de gotículas dispersas na corrente gasosa resulta de um balanço entre a taxa de atomização do líquido que escoia junto à parede e a taxa de deposição de gotículas, que por sua vez, é controlada pela velocidade terminal das gotículas em baixas velocidades de gás e pelo transporte turbulento em altas velocidades de gás. As taxas de atomização e deposição podem ser definidas a partir de um balanço de massa no filme de líquido. Há grande dificuldade na modelagem das taxas de atomização e de deposição, pois os fenômenos são complexos e envolvem diversos processos. Os modelos teóricos ainda são rudimentares e a grande maioria das correlações são empíricas e dimensionais.

Em regime permanente, as taxas de atomização e deposição são aproximadamente iguais, tal que, a fração de arraste de gotículas é localmente uniforme (em equilíbrio). Deste modo, a fração de arraste de gotículas pode ser estimada por diversos modelos. Entretanto, estes modelos sofrem da imprecisão dos dados experimentais e da falta de um consistente modelo físico para sua representação. As correlações para estimativa da fração de arraste de gotículas geralmente dependem da velocidade do gás, do diâmetro da tubulação, da tensão superficial, da densidade do gás e da vazão mássica de líquido, e muitas vezes são expressos em termos de números adimensionais. Na [Tabela 2](#) são apresentadas algumas correlações de fração de arraste de gotículas.

Tabela 2: Correlações para a fração de arraste de gotículas.

Autor	$E_D$
<a href="#">Wallis (1969)</a>	$1 - \exp \left[ -0,125 \left( 10^4 J_G \mu_G (\rho_G/\rho_L)^{1/2} / \sigma - 1,5 \right) \right]$
<a href="#">Oliemans et al. (1986)</a>	$10^{-2,52} \rho_G^{1,18} \rho_L^{1,08} \mu_G^{0,28} \mu_L^{0,27} J_G^{1,44} J_L^{0,7} \sigma^{-1,8} g^{0,46} D^{1,72} (1 - E_D)$
<a href="#">Ishii e Mishima (1989)</a>	$\tanh \left( 7,25 \times 10^{-7} \text{Re}_L^{1/4} \text{We}_1^{5/4} \right)$
<a href="#">Sawant et al. (2008)</a>	$(1 - \text{Re}_{L, \text{mín.}}/\text{Re}_L) \tanh \left( 2,31 \times 10^{-4} \text{Re}_L^{-0,35} \text{We}_2^{5/4} \right)$
<a href="#">Sawant et al. (2009)</a>	$(1 - \text{Re}_{L, \text{mín.}}^*/\text{Re}_L) \tanh \left( 2,31 \times 10^{-4} \text{Re}_L^{-0,35} \text{We}_2^{5/4} \right)$

Sendo:  $\text{Re}_L = \rho_L J_L D / \mu_L$ ;  $\text{Re}_{L, \text{mín.}} = 250 \ln(\text{Re}_L) - 1265$ ;  
 $\text{Re}_{L, \text{mín.}}^* = 13 \text{N}_\mu^{-1/2} + 0,3 (\text{Re}_L - 13 \text{N}_\mu^{-1/2})^{0,95}$ ;  $\text{N}_\mu = \mu_L / [\rho_L^2 \sigma^3 / (\Delta\rho g)]^{1/4}$ ;  
 $\text{We}_1 = (\rho_G J_G^2 D / \sigma) (\Delta\rho / \rho_G)^{1/3}$ ;  $\text{We}_2 = (\rho_G J_G^2 D / \sigma) (\Delta\rho / \rho_G)^{1/4}$ .

O grande número de parâmetros necessários à definição de  $E_D$ , a falta de dados experimentais e a grande dificuldade de obtenção destes dados em condições variadas, tais como pressão e diâmetros de tubulação, fazem com que as correlações para  $E_D$  sejam limitadas.

#### 4 PROCEDIMENTO NUMÉRICO

Os modelos unidimensionais de fases separadas e de mistura em regime permanente aplicados ao escoamento anular isotérmico consistem das Equações 12 a 14. As condições de contorno do modelo são definidas em termos das velocidades superficiais do gás  $J_{G,0}$  e do líquido  $J_{L,0}$ , da pressão  $P_0$ , da temperatura  $T_0$ , além disto, é necessário conhecer as propriedades dos fluidos e as características da tubulação. Normalmente estes valores são conhecidos ou podem ser obtidos em algum ponto, por exemplo na saída do tubo.

No modelo de fases separadas, através da integração da [Equação 12](#) é possível expressar as velocidades do núcleo gasoso e do filme de líquido em termos das velocidades superficiais, das frações de filme de líquido e de arraste de gotículas e da pressão:

$$(U_C)_\alpha = \frac{J_{G,0} (\rho_{G,0}/\rho_G) + E_D J_{L,0}}{1 - R_F} \equiv \frac{J_{G,0} (P_0/P) + E_D J_{L,0}}{1 - R_F}, \quad (36)$$

$$(U_F)_\alpha = \frac{J_{L,0} - E_D J_{L,0}}{R_F}, \quad (37)$$

sendo que, a fração de filme de líquido  $R_F$  é determinada pela Equação 20 e a fração de arraste de gotículas  $E_D$  por uma das correlações apresentadas na Tabela 2, a cada passo de integração  $\Delta z$ , ou seja,  $R_F = R_F(P)$  e  $E_D = E_D(P)$ . Isto demonstra que as Equações 36 e 37 são dependentes somente da pressão.

No modelo de mistura, a integração da Equação 12, de forma análoga, resulta nas velocidades do gás e do líquido em termos das velocidades superficiais, da fração de gás e da pressão:

$$(U_G)_\alpha = (J_{G,0}/\alpha) (\rho_{G,0}/\rho_G) \equiv (J_{G,0}/\alpha) (P_0/P), \quad (38)$$

$$(U_L)_\alpha = J_{L,0}/(1 - \alpha). \quad (39)$$

A partir da lei cinemática de deslizamento, definida na Equação 8, é possível expressar a fração de gás por:

$$\alpha = \frac{J_{G,0} (P_0/P)}{C_0 [J_{G,0} (P_0/P) + J_{L,0}] + (V_{G,J})_\alpha}. \quad (40)$$

Para escoamento anular,  $(V_{G,J})_\alpha = 0$  e  $C_0$  é definido pela Equação 27 e depende de  $R_F$  e de  $E_D$ , que por sua vez, dependem da pressão. Substituindo a Equação 40 nas Equações 38 e 39, é possível mostrar que as velocidades das fases são dependentes somente da pressão.

Uma vez que os modelos de fases separadas e de mistura são derivados a partir do modelo de dois fluidos, é possível definir uma forma geral da equação de conservação de quantidade de movimento unidimensional em regime permanente para representá-los:

$$\frac{d\Psi_1}{dz} = -\Psi_2 g - \Psi_3, \quad (41)$$

sendo que, as variáveis  $\Psi_1$  a  $\Psi_3$  são definidos de acordo com o modelo de escoamento bifásico, conforme Tabela 3.

Tabela 3: Variáveis da equação de conservação de quantidade de movimento.

Modelo	$\Psi_1$	$\Psi_2$	$\Psi_3$
Fases separadas	$P$	$\rho_k$	$(\mathcal{T}_{W,k} + \mathcal{T}_{I,k})/\alpha_k$
Mistura	$P + \alpha \rho_G (U_G)_\alpha^2 + (1 - \alpha) \rho_L (U_L)_\alpha^2$	$\rho$	$\mathcal{T}_W$

Sendo:  $k = C$ , se núcleo gasoso, ou  $k = F$ , se filme de líquido.

A Equação 41 é resolvida numericamente utilizando uma rotina Runge-Kutta de quarta ordem Press et al. (1992), escrita em linguagem de programação Fortran. A coordenada  $z$  corresponde à distância axial a partir da entrada. Um tamanho de passo de integração equivalente a um diâmetro do tubo demonstra ser o bastante para resolver  $P$  com quatro dígitos decimais. O procedimento de marcha começa na saída do tubo, onde as condições de contorno são fornecidas. A cada passo de integração  $\Delta z$  as variáveis  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$  e  $\Psi_3$  são avaliadas.

No modelo de fases separadas,  $P$  é a própria variável de integração  $\Psi_1$ , entretanto, no modelo de mistura a pressão é determinada substituindo as Equações 38 a 40 na definição de  $\Psi_1$ , apresentada Tabela 3, e resolvendo a equação algébrica  $\Psi_1$ .

O termo de aceleração do modelo de mistura poderia ser desprezado, de forma semelhante ao modelo de fases separadas, tal que,  $P$  seria a própria variável de integração  $\Psi_1$ , mas esta forma é mantida para manter a coerência com a formulação original. Por outro lado, o termo de aceleração poderia ser considerado na formulação do modelo de fases separadas, tal que, a pressão seria determinada pela substituição da Equação 36 ou 37 numa definição de  $\Psi_1$  considerando o termo de aceleração da fase, para o modelo de fases separadas.

## 5 APARATO EXPERIMENTAL E GRADE DE TESTES

O circuito experimental, apresentado na Figura 2, é constituído de um tubo retilíneo de acrílico transparente com 26 mm de diâmetro interno  $D$  e comprimento total de aproximadamente 8 m, construído sobre de uma treliça articulada que permite a variação da inclinação da tubulação, entretanto, as medidas foram realizadas à  $90^\circ$  de inclinação (vertical). A seção de testes localiza-se entres duas estações de medida, posicionadas em  $77D$  e  $257D$  à jusante do misturador ar-água, respectivamente, onde são realizadas as medidas de pressão.

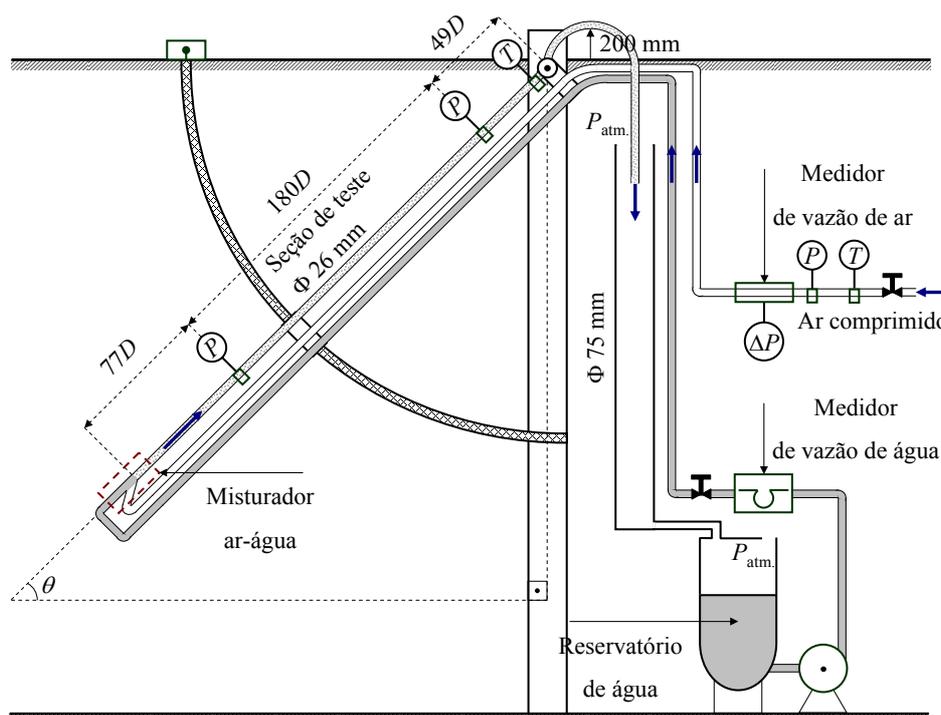


Figura 2: Representação esquemática do aparato experimental.

Os suprimentos de ar e água são fornecidos ao misturador na entrada do circuito bifásico, utilizando um compressor e uma bomba centrífuga, respectivamente. Na saída do circuito bifásico, uma curva em U descarrega a mistura num tubo aberto para atmosfera de 75 mm de diâmetro, onde a mistura é separada. O ar é descarregado para atmosfera e a água escoo para um tanque de armazenamento de 1,5 m de diâmetro, que após um tempo de residência, suficiente para separar pequenas bolhas de ar da água, retorna ao circuito experimental alimentada pela bomba centrífuga. As velocidades superficiais de ar e água, bem como a temperatura e a pressão, são controlados e registrados por um sistema de monitoramento.

Na [Tabela 4](#), é apresentada a grade de testes realizados no circuito experimental descrito anteriormente. Esta grade de testes consiste de medidas das velocidades superficiais, de ar e água, e do gradiente de pressão, na estação de medida posicionada na saída da seção de testes do circuito bifásico. Os testes foram realizados à pressão atmosférica de 946 mbar e temperatura ambiente de 24 °C.

Tabela 4: Velocidades superficiais das fases e gradiente de pressão experimental.

Teste [#]	$J_L$ [m/s]	$J_G$ [m/s]	$\nabla P$ [mbar/m]
1	0,22	21,07	32,16
2	0,23	20,57	33,11
3	0,23	27,82	37,91
4	0,35	17,62	40,24
5	0,62	24,76	73,90
6	0,65	16,55	63,04
7	1,20	14,36	99,75
8	1,20	19,93	116,87

A faixa de velocidades superficiais de ar e água, apresentadas na [Tabela 4](#), permitem a ocorrência do padrão anular. Para referência, a [Figura 3](#) apresenta os pontos experimentais no mapa de padrões vertical proposto por [Taitel et al. \(1980\)](#).

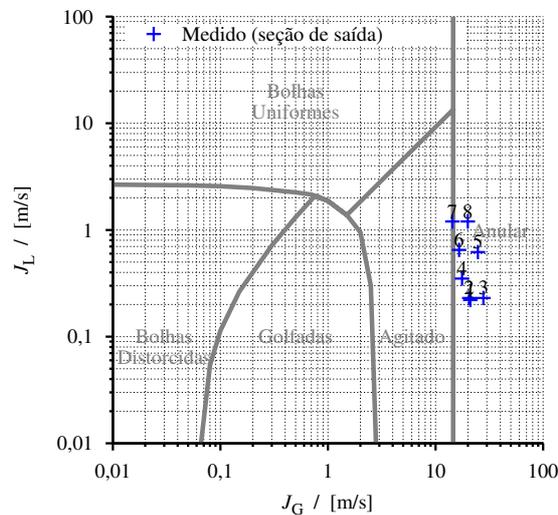


Figura 3: Representação dos pontos experimentais no mapa de padrões vertical proposto por [Taitel et al. \(1980\)](#).

## 6 ANÁLISES DOS RESULTADOS

Nesta seção, são apresentadas as análises dos resultados do gradiente de pressão obtidos pelos modelos de fases separadas e de mistura, *drift-flux* e TACITE, aplicados ao escoamento isotérmico de ar e água no padrão anular em linhas verticais. Os resultados são comparados com os valores do gradiente de pressão medido experimentalmente, conforme [Tabela 4](#).

Para realização das análises dos resultados dos modelos de fases separadas e de mistura, é necessário definir o desvio relativo do gradiente de pressão, ou seja, a diferença entre o valor calculado numericamente e o valor medido experimentalmente, dividida por este valor medido experimentalmente, expressa em porcentagem:

$$\delta_R (\nabla P) = 100 \frac{\nabla P_{\text{calculado}} - \nabla P_{\text{medido}}}{\nabla P_{\text{medido}}}, \quad (42)$$

bem com, a norma do desvio relativo do gradiente de pressão para o conjunto de  $N$  testes, definida pela média quadrática dos desvios relativos do gradiente de pressão:

$$\|\delta_R (\nabla P)\| = \sqrt{\frac{\sum \delta_R^2 (\nabla P)}{N}}. \quad (43)$$

A fração de arraste de gotículas é um parâmetro de fechamento necessário tanto ao modelo de mistura quanto ao modelo de fases separadas, portanto, é necessária a realização de uma análise da influência das correlações para fração de arraste de gotículas, apresentadas na [Tabela 2](#), nos modelos de mistura e de fases separadas. Na [Tabela 5](#), são apresentados os valores da norma do desvio relativo do gradiente de pressão em função das correlações para a fração de arraste de gotículas, quando aplicados aos modelos de mistura (*drift-flux* e TACITE) e de fases separadas.

Tabela 5: Análise das correlações para  $E_D$  nos modelos de mistura e de fases separadas.

Correlação para $E_D$	$\ \delta_R (\nabla P)\  / [\%]$		
	Mistura		Fases separadas
	<i>Drift-flux</i>	TACITE	
<a href="#">Wallis (1969)</a>	12	13	12
<a href="#">Oliemans et al. (1986)</a>	15	36	33
<a href="#">Ishii e Mishima (1989)</a>	8	16	14
<a href="#">Sawant et al. (2008)</a>	12	9	9
<a href="#">Sawant et al. (2009)</a>	12	8	8

A partir da [Tabela 5](#), é possível observar que o modelo *drift-flux* apresenta o menor valor da norma do desvio relativo do gradiente de pressão utilizando a correlação de [Ishii e Mishima \(1989\)](#) e os modelos TACITE e de fases separadas utilizando a correlação de [Sawant et al. \(2009\)](#). A correlação de [Oliemans et al. \(1986\)](#) apresenta os resultados menos satisfatórios em todos os casos, uma vez que esta correlação é muito dependente de ajustes experimentais. Os modelos TACITE e de fases separadas apresentam um comportamento semelhante, diferentemente do observado no modelo *drift-flux*.

As diferenças observadas entre os resultados obtidos por cada uma das correlações para  $E_D$ , aplicadas aos modelos de mistura (*drift-flux* e TACITE) e de fases separadas, estão relacionadas à forma como cada uma destas correlações é influenciada pela velocidade superficial do gás, mantida uma velocidade superficial de líquido constante, conforme observado na [Figura 4](#).

O modelo *drift-flux* é o que possui uma menor sensibilidade a variação no valor da fração de arraste de gotículas  $E_D$  em relação aos outros, conforme observado na [Figura 5](#). No modelo *drift-flux*, a determinação da fração de filme de líquido é realizada utilizando a [Equação 24](#) e nos modelos TACITE e de fases separadas utilizando a [Equação 20](#), isto explica as diferenças observadas na [Figura 5](#). Ou seja, as aproximações adotadas na definição dos parâmetros da

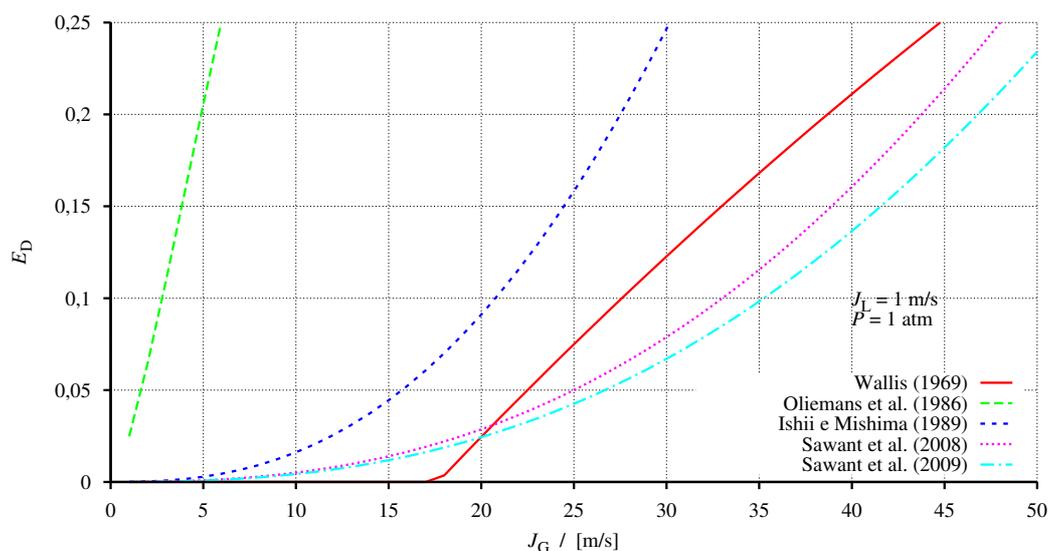


Figura 4: Perfis das correlações de  $E_D$  em função de  $J_G$ .

lei cinemática de deslizamento, que são utilizados na [Equação 24](#), superestimam os valores da fração de filme de líquido e, conseqüentemente, resultam nas diferenças observadas para estimativa do gradiente de pressão. A [Equação 20](#) poderia ser utilizada pelo modelo *drift-flux* para determinação da fração de filme de líquido, fornecendo melhores resultados, mas o método que utiliza a [Equação 24](#) possui relação com as definições de variáveis adotadas na formulação do modelo *drift-flux* e pode ser utilizado como uma aproximação.

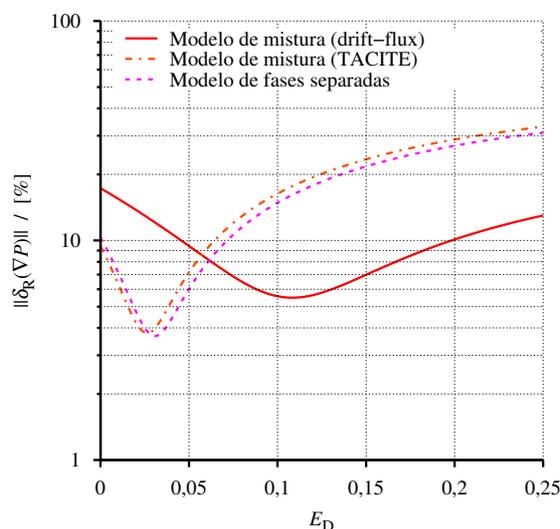


Figura 5: Norma do desvio relativo do gradiente de pressão calculado em função de  $E_D$ .

Os resultados para o desvio relativo do gradiente de pressão obtidos pelos modelo TACITE e de fases separadas são praticamente idênticos para todos os testes. Nestes dois modelos, foi utilizado o método 1 para determinação da fração de filme de líquido, diferentemente do que se observa para o modelo *drift-flux*, utilizando o método 2. Estes resultados são apresentados na [Figura 6](#), utilizando a correlação para  $E_D$  proposta por [Sawant et al. \(2009\)](#).

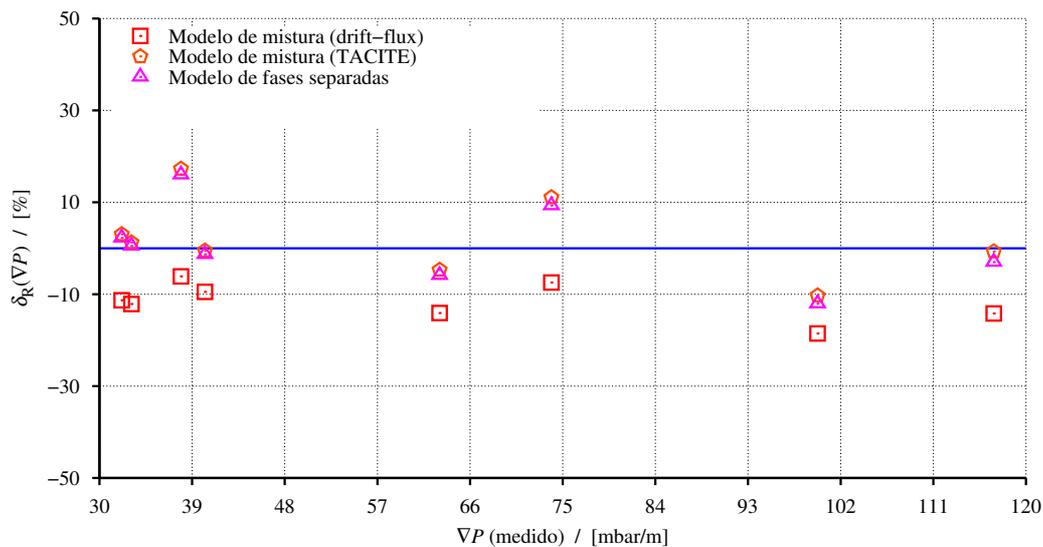


Figura 6: Desvio relativo do gradiente de pressão calculado em função do valor medido experimentalmente.

## 7 CONCLUSÕES

No presente trabalho, é apresentada uma comparação do desempenho, na determinação do gradiente de pressão, dos modelos de fases separadas e de mistura, aplicados ao escoamento vertical de ar e água no padrão anular. Os principais pontos de discussão desta análise são: a determinação da fração de filme de líquido e a determinação da fração de arraste de gotículas pelo núcleo gasoso.

A determinação da fração de filme de líquido no escoamento anular é um parâmetro de extrema importância para o fechamento das equações de conservação que pode ser realizada utilizando dois métodos. O primeiro método está baseado no conceito do modelo de fases separadas e resulta do balanço de quantidade de movimento das fases, normalmente utilizado no fechamento dos modelos de fases separadas e TACITE. O segundo método está baseado na lei cinemática de deslizamento e depende de parâmetros de fechamento específicos para o escoamento anular, segundo as definições propostas para o modelo de *drift-flux*. O primeiro método se mostrou mais satisfatório que o segundo, uma vez que o segundo é desenvolvido sob muitas hipóteses e simplificações.

A fração de arraste de gotículas é outro parâmetro que tem grande importância para o fechamento das equações de conservação no escoamento anular. Em regime permanente, considerando hipótese de filme em equilíbrio, a estimativa deste importante parâmetro pode ser realizada por meio de correlações. Cada uma destas correlações são definidas em termos de parâmetros do escoamento e apresentam comportamentos distintos, apesar disto, a maioria delas se mostraram satisfatórias e à medida que novas correlações vêm sendo desenvolvidas, uma conceituação mais física do fenômeno vem sendo adotada, levando em conta vários parâmetros adimensionais, permitindo estender a validade destas correlações a uma faixa maior de condições experimentais.

Além destes dois pontos, a determinação da tensão interfacial é outro ponto que pode ainda ser analisado. Quanto maior for a espessura do filme, maior a tensão de cisalhamento interfacial devido ao aumento das ondas interfaciais. O modelo utilizado neste trabalho para a determinação do fator de atrito interfacial é um modelo clássico que considera uma rugosidade equivalente devido as ondas interfaciais, apesar disto, existem outros modelos disponíveis na literatura.

Por fim, apesar do modelo de fases separadas, um caso específico do modelo de dois fluidos, ser amplamente utilizado para modelagem do escoamento anular, o modelo de mistura, por ser mais simples que o modelo de dois fluidos e ter a possibilidade de trabalhar com os diversos padrões de escoamento bifásico, é uma opção interessante em problemas com mudança de padrão, desde que, sejam fornecidas as equações de constitutivas de fechamento adequadas para cada padrão de escoamento.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio recebido pela Petrobras sob contrato no. 00500029781.07.2 para realização deste trabalho. O primeiro autor agradece também a bolsa fornecida pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq - Brasil).

## REFERÊNCIAS

- Alves I.N., Caetano E.F., Minami K., e Shoham O. Modeling annular flow behavior for gas wells. *SPE Production Engineering*, 6(4):435–440, 1991.
- Dukler A.E. Fluid mechanics and heat transfer in vertical falling film systems. In *Chem. Eng. Prog. Symp. Series*, volume 56, páginas 1–10. 1960.
- Fu F. e Klausner J.F. A separated flow model for predicting two-phase pressure drop and evaporative heat transfer for vertical annular flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 18(6):541–549, 1997. ISSN 0142-727X. doi:10.1016/S0142-727X(97)00001-5.
- Haaland S.E. Simple and explicit formulas for the friction factor in turbulent pipe flow. *J. Fluids Eng.*, 105(1), 1983.
- Hasan A.R. e Kabir C.S. A study of multiphase flow behavior in vertical wells. *SPE Production Engineering*, 3(2):263–272, 1988.
- Hewitt G.F. Analysis of annular two-phase flow: Application of the dukler analysis to vertical upward flow in a tube. Relatório Técnico, United Kingdom Atomic Energy Authority, Atomic Energy Research Establishment, Harwell, Berks, England, 1961. AERE-R-3680.
- Hewitt G.F. e Hall Taylor N.S. *Annular two-phase flow*. Pergamon Press New York, 1970.
- Hibiki T. e Ishii M. One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(25):4935–4948, 2003. ISSN 0017-9310. doi:10.1016/S0017-9310(03)00322-3.
- Ishii M. *Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow*. Eyrolles, Paris, France, 1975. Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricite de France.
- Ishii M. One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes. Technical report, Argonne National Laboratory, Argonne, Illinois, United States of America, 1977. ANL-77-47.
- Ishii M., Chawla T.C., e Zuber N. Constitutive equation for vapor drift velocity in two-phase annular flow. *AIChE Journal*, 22(2):283–289, 1976. ISSN 0001-1541.
- Ishii M. e Hibiki T. *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*. Springer, 2006.
- Ishii M. e Mishima K. Droplet entrainment correlation in annular two-phase flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 32(10):1835–1846, 1989. ISSN 0017-9310. doi:10.1016/0017-9310(89)90155-5.
- Oliemans R.V.A., Pots B.F.M., e Trompé N. Modelling of annular dispersed two-phase flow in vertical pipes. *International Journal of Multiphase Flow*, 12(5):711–732, 1986. ISSN 0301-9322. doi:10.1016/0301-9322(86)90047-9.

- Pauchon C. e Dhulesia H. TACITE: A transient tool for multiphase pipeline and well simulation. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, pagina 16. New Orleans, Louisiana, United States of America, 1994. Paper number 28545-MS.
- Pauchon C., Dhulesia H., Lopez D., e Fabre J. TACITE: A comprehensive mechanistic model for two-phase flow. In A. Wilson, editor, *6th International Conference on Multi Phase Production*, número 4 in BHR Group Conference Series, páginas 29–50. BHR Group Limited, Mechanical Engineering Publications Ltd., Cannes, France, 1993.
- Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., e Flannery B.P. *Numerical recipes in FORTRAN: the art of scientific computing*. Cambridge University Press, 1992.
- Sawant P., Ishii M., e Mori M. Droplet entrainment correlation in vertical upward co-current annular two-phase flow. *Nuclear Engineering and Design*, 238(6):1342–1352, 2008. ISSN 0029-5493. doi:10.1016/j.nucengdes.2007.10.005.
- Sawant P., Ishii M., e Mori M. Prediction of amount of entrained droplets in vertical annular two-phase flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(4):715–728, 2009. ISSN 0142-727X. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2009.03.003.
- Shoham O. *Mechanistic modeling of gas-liquid two-phase flow in pipes*. Society of Petroleum Engineers, Texas, United States of America, 2006.
- Taitel Y., Barnea D., e Dukler A.E. Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes. *AIChE Journal*, 26(3):345–354, 1980. ISSN 0001-1541.
- Wallis G.B. *One-dimensional two-phase flow*. McGraw-Hill Book Company, 1969.
- Yao S.C. e Sylvester N.D. A mechanistic model for two-phase annular-mist flow in vertical pipes. *AIChE Journal*, 33(6):1008–1012, 1987.
- Zuber N. e Findlay J.A. Average volumetric concentration in two-phase flow systems. *Journal of Heat Transfer*, 87(4):453–468, 1965.