

CONVECCÃO NATURAL EM CAVIDADES CÚBICAS, ANÁLISE NUMÉRICA USANDO DIVERSAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Elie Luis Martínez Padilla

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica
Av. João Naves de Ávila 2160, Campus Santa Mônica – Bloco 1M
CEP: 38400-902, Uberlândia, MG, Brasil, Fone 034 3239 4149
epadilla@mecanica.ufu.br

Palavras chave: Convecção natural, cavidades, solução numérica.

Resumo. Objetiva-se, no presente trabalho, a análise numérica da convecção natural no interior de cavidades cúbicas fechadas com temperatura prescrita nas paredes da direção horizontal e com duas condições de contorno nas superfícies das paredes da direção vertical e transversal, condições de fluxo de calor nulo e distribuição linear de temperatura. Apresenta-se o comportamento padrão dos escoamentos para diferentes números de Rayleigh (Ra) dentro da faixa $10^3 \leq Ra \leq 10^7$, assim como, a influência sobre o coeficiente de transferência de calor local e global e comparações com referências experimentais e numéricas. Evidencia-se neste trabalho, com o uso das diferentes condições de contorno, que nos resultados experimentais clássicos, usados como referência por diversos autores, não se consegue um completo isolamento térmico nas paredes, sendo esta a principal causa das diferenças encontradas ao se comparar os resultados numéricos com dados experimentais.

1 INTRODUÇÃO

O problema de convecção natural no interior de cavidades tem muitas aplicações em engenharia. No início da década dos 80 foi estudado por diferentes grupos de pesquisa, como se pode constatar no trabalho de Vahl Davis e Jones (1983). A necessidade de uma melhor compreensão da física envolvida e as suas repercussões sobre a avaliação do coeficiente de transferência de calor, assim como o rápido desenvolvimento dos supercomputadores, direcionou a solução do problema em domínios tridimensionais. Como exemplo temos os importantes trabalhos de Fusegi et al. (1987) Fusegi et al. (1991). Fusegi et al. (1987) tinham por objetivo evidenciar o caráter tridimensional das estruturas formadas no escoamento induzido pela convecção natural em uma cavidade cúbica para números de Rayleigh entre 10^3 e 10^6 . Estes autores utilizaram um esquema de diferenças finitas com precisão de terceira ordem e os resultados das simulações foram comparados a trabalhos experimentais e numéricos com aproximação bidimensional, tendo sido verificado um bom ajuste.

Até então, as soluções numéricas bastante precisas contrastavam com os resultados experimentais disponíveis. Tais experimentos apresentavam importantes discrepâncias com relação às referências numéricas, devido principalmente à dificuldade de reproduzir experimentalmente a condição de perfeito isolamento. Fato elucidado por Fusegi et al. (1991), que mostrou que os experimentos de Krane e Jasse (1983) se ajustavam melhor as simulações quando se considerava uma distribuição linear da temperatura ao invés de fluxo nulo. O que de fato comprovava que os resultados numéricos de Vahl Davis e Jones (1983), para este caso, eram mais precisos do que as medições experimentais realizadas. Posteriormente, os experimentos foram capazes de reproduzir muito melhor a condição de isolamento, como demonstrado por Leong et al. (1998).

Nos últimos anos, muitas abordagens bidimensionais (Barakos et al., 1994; Wan et al., 2001) e algumas tridimensionais têm sido realizadas (Henkes e LeQuere, 1996; Labrosse et al., 1997). No entanto, ainda muitos aspectos característicos do problema estão sendo devidamente estudados, um exemplo é o trabalho de Tric et al. (2000). No presente trabalho são apresentados os resultados do estudo numérico de duas diferentes condições de contorno aplicadas às paredes da direção vertical da cavidade. Esta situação é particularmente interessante, pois se consegue evidenciar alterações no escoamento característico, impossíveis de serem detectadas em simulações bidimensionais.

2 PROBLEMA FÍSICO

Na cavidade cúbica de altura L as paredes na direção x são isotérmicas e as paredes na direção y e na direção z assumem duas condições de contorno térmicas. A parede em $x=0$, denominada de parede quente, encontra-se a temperatura T_h ; a outra parede, em $x=L$, denominada parede fria, encontra-se a temperatura T_c . As condições de contorno nas outras paredes são: fluxo de calor nulo (adiabática) e perfil linear de temperatura (paredes condutoras). A fluido dentro da cavidade tem propriedades constantes, as quais definem o valor do número de Prandtl em $Pr=0,7$.

3 MODELO MATEMÁTICO/MÉTODO NUMÉRICO

As equações de conservação de massa, de balanço da quantidade de movimento e de conservação de energia representam o referido problema, considerando o fluido como incompressível e newtoniano. O fluido tem massa específica ρ , viscosidade dinâmica μ e coeficiente de difusividade térmica α . As forças de empuxo são modeladas usando a

aproximação de Boussinesq. A adimensionalização das equações governantes é realizada usando as escalas L , $\mu/\rho L$, $T_h - T_c$, $\rho L^2/\mu$ e $\mu^2/\rho L^2$ para definir comprimento, velocidade, temperatura, pressão e tempo, respectivamente. Assim, as equações governantes adimensionalizadas são expressas como:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho \vec{u} \vec{u}] = -\nabla \bar{p} + \frac{Ra}{Pr} T + \mu \nabla \cdot [\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T], \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{u} T] = \alpha \nabla^2 T, \quad (3)$$

onde u , T e p são os campos de velocidade, temperatura e pressão, respectivamente, e $Ra = g\beta(T_h - T_c)L^3 Pr/\nu^2$ é o número de Rayleigh. Adicionalmente, são definidos o número de Nusselt local $Nu = \partial T/\partial x$ (nas paredes aquecida e esfriada) e número de Nusselt global:

$$\overline{Nu} = \int_0^1 \int_0^1 Nu \, dy dz, \quad (4)$$

As condições de contorno adimensionalizadas para velocidade e temperatura têm as seguintes expressões:

$$\text{em } x, y, z = 0 = 1: u, v, w = 0, \quad (5)$$

$$\text{em } x = 0: T = 1, \text{ em } x = 1: T = 0, \quad (6)$$

$$\text{em } y = 0 = 1: \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ ou } T = 1 - x, \quad (7)$$

$$\text{em } z = 0 = 1: \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \text{ ou } T = 1 - x. \quad (8)$$

As Equações (1-3) são discretizadas usando o método dos volumes finitos (Patankar, 1980) sobre malhas desencontradas. As aproximações das variáveis e suas derivadas são realizadas através do esquema de diferenças centradas. A discretização temporal é realizada usando o esquema de Adams-Bashforth. A equação de Poisson para pressão é resolvida usando o procedimento fortemente implícito (SIP) proposto por Stone (1968). O acoplamento entre o campo de pressão e o campo de velocidade é realizado usando o método dos passos fracionados (Moin et al., 1982).

4 DISCUSÃO DOS RESULTADOS

As simulações para $Ra \leq 10^5$ foram realizadas com malha não uniformes de 30^3 volumes e as simulações com $Ra > 10^5$, foram realizadas usando malhas não uniformes de 40^3 . Três configurações térmicas foram consideradas: a) fluxo nulo nas direções y e z , (b) perfil de temperatura na direção y e fluxo nulo na direção z , (c) perfil de temperatura nas direções y e z .

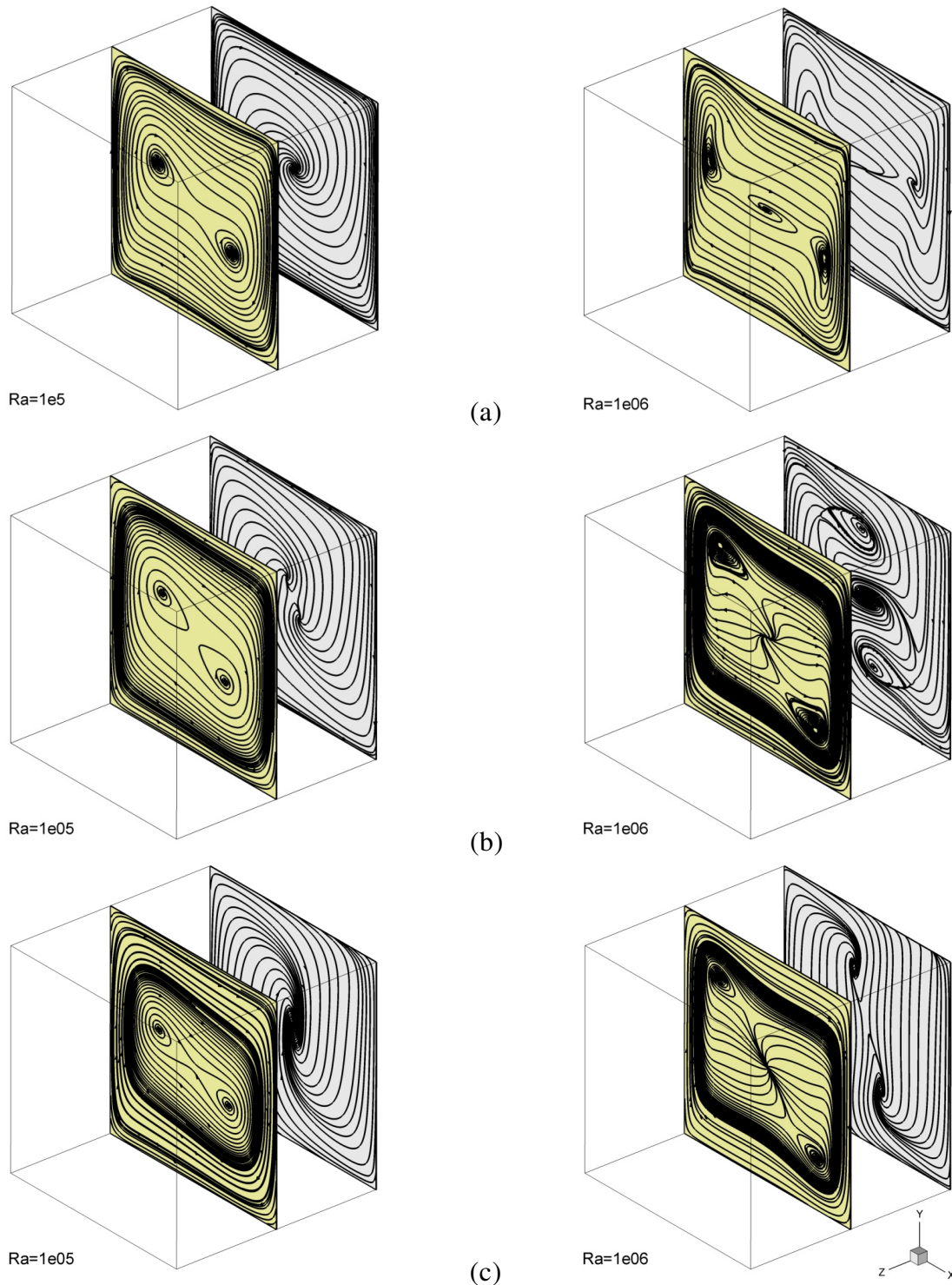


Figura 1. Linhas de corrente; (a) fluxo de calor nulo, (b) condução em y , (c) condução em yz .

Padilla et al. (2006) mostraram que mesmo a Ra baixos, o escoamento no interior da cavidade é tridimensional e que o módulo da componente da velocidade na direção transversal (w) é uma ordem de grandeza menor que as outras componentes. Para os maiores Ra a componente vertical da velocidade (v) passa a ser mais importante que a componente horizontal (u). Estas características foram também observadas nos resultados obtidos usando as duas condições de contorno. O campo de velocidade para $Ra \leq 10^4$ proporciona um padrão

do escoamento muito similar para as três situações consideradas, com a presença de uma única estrutura conhecida como vórtice primário. À medida que o Ra é incrementado as diferenças no padrão do escoamento são mais evidentes no domínio inteiro, como observado na Figura 1. Nesta figura, apresenta-se a projeção das linhas de corrente sobre dois planos localizados em $z=0$ e $0,5$. Vórtices secundários aparecem no interior da cavidade, os quais se reposicionam e bifurcam em função do incremento do Ra . Fica evidente para $Ra=10^6$ que o escoamento no plano lateral ($z=0$) torna-se mais complexo quando se tem perfil imposto como condição de contorno, Figuras 1(b) e 1(c).

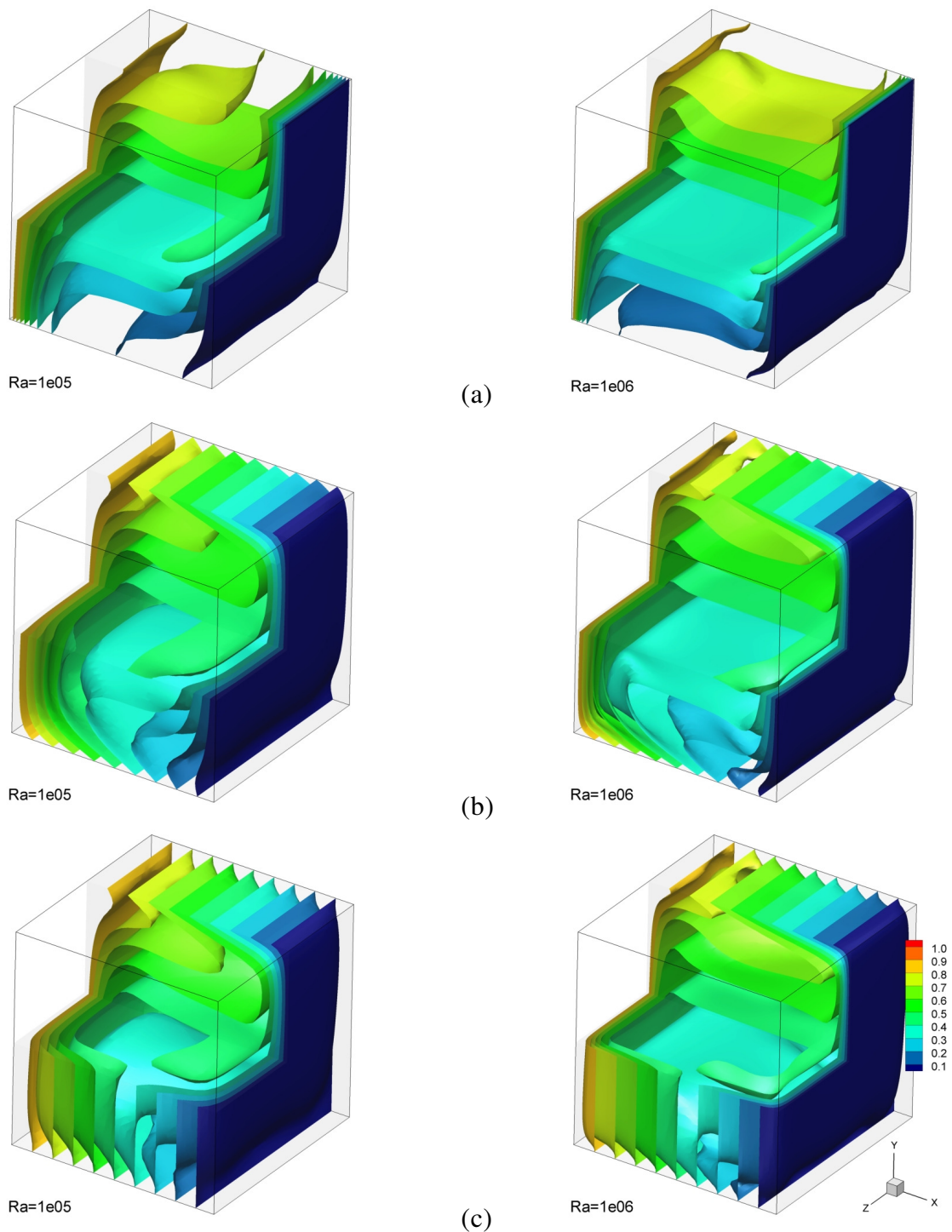


Figura 2. Temperatura adimensional; (a) fluxo de calor nulo, (b) condução em y , (c) condução em yz .

A influência da dinâmica dos escoamentos sobre os campos de temperatura é visualizada na Figura 2. As iso-superfícies de temperatura mostram, nas proximidades das paredes isotérmicas (em $x=0$ e 1), uma camada limite térmica mais fina à medida que o Ra aumenta. A imposição de paredes condutoras muda completamente a topologia das isoterms, gerando gradientes acentuados nas suas proximidades, como registrado quantitativamente na Figura 3b. Estes gradientes são maiores para os maiores Ra . O campo de temperatura para $Ra=10^6$ está em concordância com os resultados mostrados por Fusegi e Hyun. (1991).

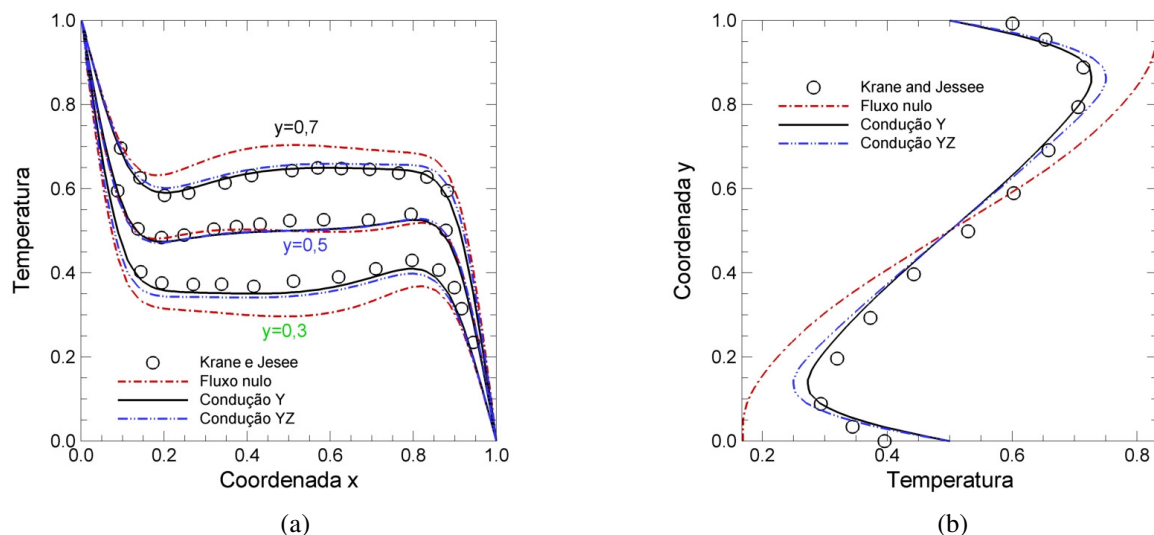


Figura 3. Distribuição de temperatura adimensional para $Ra = 1,89 \times 10^5$; (a) em $y = z = 0,5$, (b) em $x = z = 0,5$.

A comparação de perfis de temperatura com os dados experimentais de Krane e Jessee (1983), para $Ra = 1,89 \times 10^5$, é apresentada na Figura 3. Para os escoamentos com paredes condutoras na direção y e nas direções y e z , os perfis ao longo da coordenada x mostram boa aproximação dos dados experimentais (Figura 3a), destacando mais quando há condução só na direção y . Para o escoamento com paredes adiabáticas, os perfis em $y=0,3$ e $0,7$ mostram notórias diferenças. Em função das diferentes condições de contorno usadas, observam-se grandes diferenças no perfil ao longo da coordenada y (Figura 3b) para quando a condição de fluxo de calor nulo é imposto em duas direções. Estes resultados confirmam as preocupações discutidas em Fusegi et al. (1987) e Padilla et al. (2006), sobre o imperfeito isolamento das paredes da cavidade na realização dos experimentos.

Na Figura 4, tem-se a distribuição do Nu sobre a parede aquecida da cavidade ($x=0$), para valores de $Ra = 10^4$ e 10^6 . As regiões de maior transferência de calor têm localizações diferentes para condições de contorno de perfil de temperatura imposto, as quais se encontram contornadas por regiões de menor transferência de calor. Para $Ra \geq 10^6$ observam-se duas regiões com os maiores valores de Nu , assim como grandes variações nas direções vertical e transversal. Os valores das iso-linhas de Nu são maiores para a condição de paredes adiabáticas (Figura 4a), que resulta em maiores valores do número de Nusselt global, como mostrados na Tabela 1.

Na Tabela 1 apresentam-se os resultados de \overline{Nu} e comparações com resultados numéricos bidimensionais e tridimensionais para a maioria das simulações. Os resultados para condição de contorno com paredes adiabáticas se aproximam bem dos resultados de Fusegi et al. (1987) e Tric et al. (2000). Por outro lado, os resultados para condição de

contorno com paredes condutoras mostram certa discrepância com os resultados de Fusegi et al. (1991).

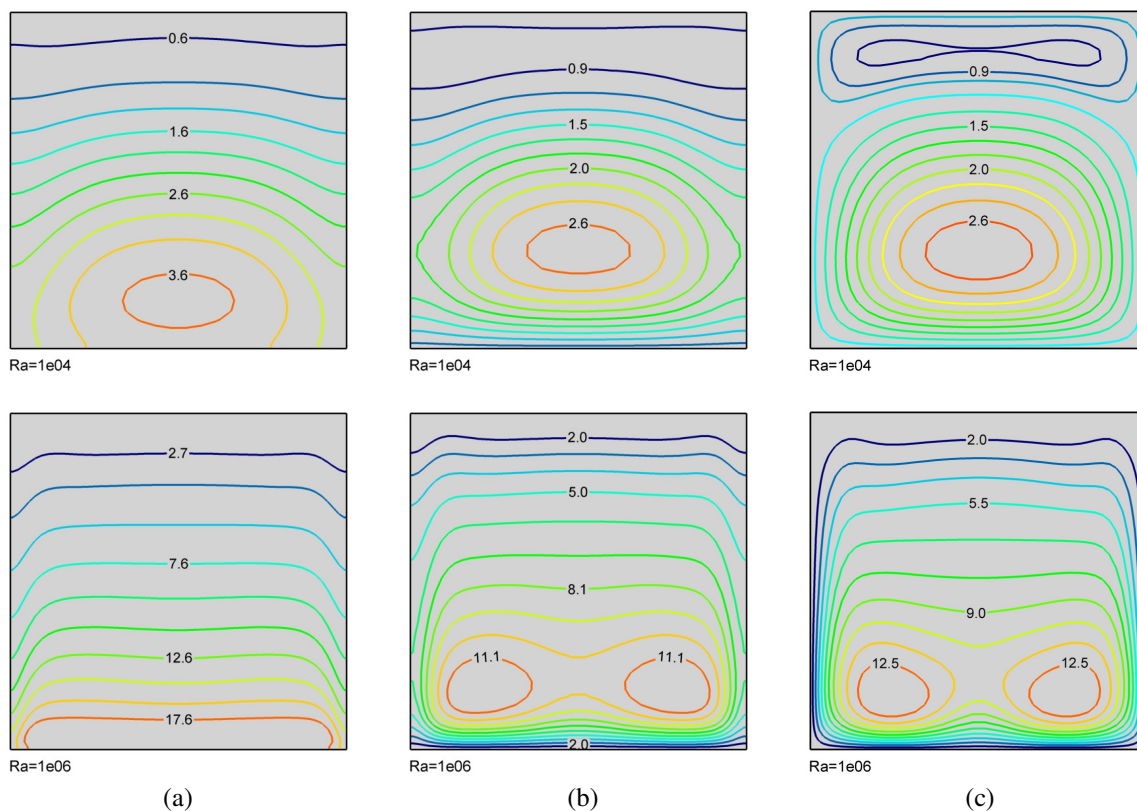


Figura 4. Distribuição do número de Nusselt local sobre a parede quente; (a) fluxo de calor nulo, (b) condução em y , (c) condução em yz .

| Ra | 10^3 | 10^4 | 10^5 | 10^6 | 10^7 |
|-------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Paredes adiabáticas na direção yz | | | | | |
| Presente | 1,070 | 1,990 | 4,273 | 8,846 | 18,268 |
| Fusegi et. al. | 1,085 | 2,100 | 4,361 | 8,770 | |
| Tric et al. | 1,070 | 2,054 | 4,337 | 8,641 | 16,343 |
| Fusegi et al.: 2D | 1,134 | 2,274 | 4,568 | 8,935 | |
| Vahl Davis: 2D | 1,117 | 2,243 | 4,520 | 8,800 | |
| Paredes condutoras na direção y | | | | | |
| Presente | 1,021 | 1,470 | 2,834 | 5,769 | 12,605 |
| Fusegi et al. (b) | | | 3,310 | 6,771 | |
| Paredes condutoras na direção yz | | | | | |
| Presente | 1,014 | 1,368 | 2,634 | 5,559 | |

Tabela 1. Número de Nusselt global.

5 CONCLUSÕES

Resultados tridimensionais de escoamentos em convecção natural no interior de cavidades cúbicas foram apresentadas, através das quais se evidencia a influência de três configurações térmicas sobre os diversos campos característicos dos escoamentos governados por $10^3 \leq Ra \leq 10^7$. O padrão do escoamento muda consideravelmente quando são usadas condições de contorno com perfil de temperatura imposto. As diferenças na dinâmica dos

escoamentos com as diferentes condições de contorno avaliadas são refletidas na quantificação do coeficiente de transferência de calor local e global, resultando em menores valores de \overline{Nu} para as configurações com paredes condutoras nas direções vertical e transversal. Com relação aos resultados experimentais usados como referência, o uso da condição de paredes condutoras confirmou a dificuldade de conseguir isolamento completo nos experimentos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPEMIG e ao CENPES-PETROBRAS pelo suporte financeiro.

REFERÊNCIAS

- Barakos, G., Mitsoulis, E. and Assimacopoulos, D., Natural Convection Flow in a Square Cavity Revisited: Laminar and Turbulent Models with Wall Functions. *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, vol. 18, pp. 695-719, 1994.
- de Vhal Davis, G., Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution. *Int. J. Meth. Fluids*, vol. 3, pp. 249- 264, 1983.
- Fusegi, T., Hyun, J.M., Kuwahara, K. and Farouk, B., A Numerical Study of Three-dimensional Natural Convection in a Differentially Heated Cubical Enclosure. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 34, n. 6, pp. 1543–1557, 1987.
- Fusegi, T. and Hyun, J.M., A Numerical Study of 3D Natural Convection in a Cube: Effects of the Thermal Boundary Conditions. *Fluid Dynamics Research*, vol. 8, pp. 221–230, (1991).
- Henkes, R.A.W.M. and Lê Quere, P., Three-dimensional Transition of Natural-Convection Flows. *J. Fluid Mech.*, vol 319, pp. 281-303, 1996.
- Krane, R.J. and Jessee, J., Some Detailed Field Measurements for a Natural Convection Flow in a Vertical Square Enclosure. *Proc. 1st ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conf.*, vol. I, pp. 323-329, 1983.
- Labrosse, G., Tric, E., Khallouf, H. and Betrouni, B., A Direct (pseudo-spectral) Solver of the 2D/3D Stokes Problem: Transition to Unsteadiness of Natural-Convection Flow in a Differentially Heated Cubical Cavity. *Num. Heat Transfer, Part B*, vol 31, pp. 261-276, 1997.
- Leong, W.H., Hollands, K.G.T. and Brunger, A.P., On a Physical-Realizable Benchmark Problem in Internal Natural Convection. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 41, pp3817-3828, 1998.
- Moin, P. and Kim, J., Numerical Investigation of Turbulent Channel Flow. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 118, pp. 341-377, (1982).
- Padilla, E.L.M., Oliveira, J.E.S. e da Silveira Neto, A., Estudo Numérico da Convecção Natural em Cavidades Tridimensionais com Duas Paredes Isotérmicas. *Anais do 11 Congresso Brasileiro de Ciências Térmicas*, ENCIT, Curitiba (2006), pp. 407.
- Patankar, S.V., *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1980.
- Stone, H.L., Iterative solutions of implicit approximations of multidimensional partial differential equations. *SIAMJ Num. Anal.*, vol. 5, pp 530-558, 1968.
- Tric, E., Labrosse, G. and Betrouni, M., A First Incursion Into the 3D Structure of Natural Convection of Air in a Differentially Heated Cubic Cavity, from Accurate Numerical Solutions. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 43, pp.4043-4056, 2000.
- Wan, D.C., Patnaik, B.S.V. and Wei, G.W., A New Benchmark Quality Solution for the Bouyancy-Driven Cavity by Discrete Singular Convolution. *Num. Heat Transfer, Part B.*, vol. 40, pp. 199–228, 2001.