Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXIX, págs. 4341-4359 (artículo completo) Eduardo Dvorkin, Marcela Goldschmit, Mario Storti (Eds.) Buenos Aires, Argentina, 15-18 Noviembre 2010

# INFLUENCIA DE LA FORMA DE IMPERFECCIONES SOBRE LA INESTABILIDAD DE TANQUES DE ALMACENAMIENTO

# Rossana C. Jaca<sup>a</sup>, Luis A. Godoy<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Grupo de Métodos Numérico Experimentales del Comahue(GMNE), Universidad Nacional del Comahue, Buenos Aires 1400, 8300 Neuquén, Argentina, rjaca@uncoma.edu.ar

<sup>b</sup> CONICET y FCEFyN, Universidad Nacional de Córdoba, 5000 Córdoba, Argentina, lgodoy@com.uncor.edu

**Keywords:** Inestabilidad del equilibrio, cáscaras cilíndricas, elementos finitos, análisis no lineal, imperfecciones geométricas.

Abstract. Desde la década de 1940 ha habido una gran preocupación entre aquellos interesados en el análisis de cáscaras de pared delgada debido a la gran sensibilidad que exhiben estas estructuras frente a imperfecciones iniciales en su geometría. Esta sensibilidad se manifiesta en la determinación de cargas de pandeo, y ha sido identificada como la responsable de que exista una gran diferencia entre resultados de pandeo siguiendo la teoría clásica de bifurcación y las mediciones experimentales. En el análisis poscrítico inicial de Koiter, la peor forma de la imperfección es la del autovector asociado al menor autovalor del análisis de bifurcación, pero esta conclusión está limitada por la naturaleza del enfoque, que solo considera la vecindad del estado crítico. Con la aparición de programas computacionales robustos, en la actualidad se puede llevar a cabo análisis no lineal geométrico sin dificultades, de modo que es frecuente calcular esa sensibilidad de manera numérica. Este trabajo considera una clase de cáscaras, la de tanques de almacenamiento de líquidos, bajo presiones laterales debidas a vacío interior. Específicamente se lleva a cabo análisis no lineal geométrico usando un programa comercial en el que se define la forma de la imperfección inicial usando diferentes posibles geometrías. Además de la forma de autovectores asociados a los autovalores más bajos, se consideran efectos de distorsiones debido a soldadura y otras formas propuestas en la literatura. Se analizan los resultados en el contexto de las recomendaciones europeas para el diseño de cáscaras bajo pandeo.

#### 1 INTRODUCCIÓN

En las estructuras de cáscaras de pared delgada el pandeo es frecuentemente un modo de falla a tener en cuenta. La presencia de imperfecciones geométricas iniciales reduce notablemente su capacidad de resistir cargas, existiendo muchos antecedentes de investigación llevada a cabo sobre la sensibilidad ante imperfecciones de pandeo de cáscaras. Importantes contribuciones han sido realizadas por Koiter (1945), Donnell (1958), Budiansky y Huchitson (1966). Sin embargo existe poca información sobre imperfecciones iniciales en estructuras reales y no hay procedimientos aceptados para caracterizarlas en forma analítica o numérica.

La posibilidad de realizar un análisis numérico del problema de inestabilidad del equilibrio enfrenta a los ingenieros con la dificultad de evaluar cuál es la menor carga resistida por la estructura. Un análisis de bifurcación lineal elástico sobre la estructura perfecta, si bien es sencillo de realizar, requiere considerar factores de reducción para tener en cuenta reducciones en los valores de cargas críticas por la presencia de imperfecciones. La posibilidad de realizar un análisis no lineal geométrico presenta la dificultad de establecer la forma y la amplitud de las imperfecciones a ser usadas en ese tipo de análisis. Es una práctica usual considerar como imperfecciones geométricas iniciales las asociadas a las formas de modo que resultan del análisis de autovalores y autovectores, en particular la forma del primer modo crítico. Koiter (1945) mostró que esta forma de imperfección es la que produce mayores reducciones en las etapas iniciales del comportamiento poscrítico. Greiner y Derler (1995) realizaron un extenso trabajo numérico con análisis no lineal geométrico concluyendo que las cáscaras cilíndricas cortas responden con mayor sensibilidad a deformaciones iniciales con las formas de los autovectores, para cargas de viento. Wunderlich y Albertin (1998) han realizado investigaciones para evaluar la "peor" forma de imperfección vinculada a la carga límite última para diferentes tipos de cáscaras.

Los tanques metálicos de almacenamiento de fluidos corresponden a este tipo de estructuras en las que es necesario analizar el problema de inestabilidad del equilibrio. Su forma de construcción, uniendo chapas de acero mediante soldaduras, genera daños localizados por el encogimiento de soldaduras o falta de alineación entre virolas. Holst et al. (1999) caracterizaron este tipo de desviaciones en la geometría, para que pueda ser considerada como un perfil de imperfecciones iniciales en el análisis de estabilidad de las envolventes cilíndricas de los tanques.

En este trabajo se plantea realizar un análisis numérico extenso considerando no linealidad geométrica con el objeto de establecer un espacio de cáscaras imperfectas tomando en cuenta como imperfecciones iniciales las formas de los 10 primeros modos que surgen del análisis de autovalores y autovectores. Se realizan evaluaciones para diferentes amplitudes de imperfección y también se consideran imperfecciones geométricas localizadas, para determinar la capacidad resistente última de la cáscara.

Los autores han realizado investigaciones para este tipo de estructuras (Jaca y Godoy, 2005, 2006, 2007) aplicando la Metodología de Rigidez Reducida planteada por Croll y colaboradores (1975, 1979, 1982). Esta teoría plantea evaluar límites inferiores de cargas críticas mediante la eliminación del aporte membranal en la respuesta de las cáscaras. Resulta de interés entonces, establecer la importancia de los diferentes tipos de formas de imperfección geométrica en la evaluación de la capacidad resistente para comparar con los resultados obtenidos con la metodología de rigidez reducida.

En la Sección 2 se presentan los diferentes tipos de imperfecciones a considerar y en la Sección 3 la metodología a seguir en el trabajo. La Sección 4 muestra los resultados obtenidos para tanques de almacenamiento con techo fijo y en la Sección 5 se presentan los resultados

para tanques con techo flotante, considerando una carga radial uniforme en todos los casos.

# 2 IMPERFECCIONES GEOMÉTRICAS

En general, los sistemas estructurales no pueden ser construidos exactamente como fueron diseñados e inevitablemente tienen pequeñas imperfecciones asociadas a errores geométricos o defectos del material. Estas imperfecciones pueden cambiar la respuesta del sistema y generar importantes pérdidas de estabilidad en el sistema imperfecto con respecto al sistema original. Una imperfección generalmente se caracteriza en función de su distribución espacial y su amplitud ( $\xi$ ).

Los códigos que regulan la práctica profesional establecen especificaciones precisas de tolerancia que varían de acuerdo al tipo de estructuras en función del efecto potencialmente adverso que representan las imperfecciones para la integridad estructural, con el objeto de asegurar la calidad de las estructuras. De acuerdo al Eurocode, la influencia de todas las varias desviaciones debería ser incluida en una imperfección geométrica equivalente. Por esta razón se deben analizar varias formas de imperfección para evaluar las que resultan más perjudiciales.

Las estructuras de cáscara delgada pueden presentar desviaciones en su geometría producidas durante la construcción o en el proceso de fabricación, en estos casos se presentan imperfecciones geométricas que deben ser incluidas en el estudio de su estabilidad. Estas imperfecciones geométricas iniciales pueden considerarse como un campo de desplazamiento inicial medido desde la geometría perfecta. Es una práctica usual considerar como imperfecciones iniciales una superposición de las formas de modo resultantes del análisis de autovalores y autovectores para la geometría perfecta.

Para evaluar los cambios en la respuesta de los sistemas considerando imperfecciones iniciales, se realiza un análisis no lineal geométrico de seguimiento de trayectoria sobre el sistema con sus coordenadas generalizadas perturbadas con la forma de la imperfección obteniendo la trayectoria poscrítica y la posible disminución de las cargas críticas. En la evaluación de estas trayectorias de equilibrio son necesarios algoritmos no lineales eficientes. El método de Riks (1972, 1979) es un algoritmo que permite realizar un análisis carga-desplazamiento considerando no linealidad geométrica mostrando una trayectoria simple de equilibrio en el espacio carga-coordenadas generalizadas.

## 2.1 Imperfecciones segun formas de modo

Las imperfecciones geométricas son introducidas como una perturbación de la geometría. Como en general la forma de la imperfección no es conocida previamente y buscando la peor imperfección, es decir aquella que produzca la mayor reducción de la carga resistida por la cáscara, es usual considerar imperfecciones en base a los modos de pandeo lineal. Con el objeto de investigar la sensibilidad de la cáscara con respecto a diferentes formas y magnitud de las imperfecciones, se plantea considerar las primeras 10 formas de modo que resultan de un análisis de bifurcación lineal como una manera de caracterizar la respuesta de la estructura frente a diferentes distribuciones espaciales de imperfección. Los resultados obtenidos permiten conformar una base para analizar la respuesta de la estructura frente a las imperfecciones que puedan generar las mayores reducciones de la carga máxima resistida para definir límites inferiores a las cargas críticas.

#### 2.2 Imperfecciones localizadas

Los tanques de almacenamiento de acero son construidos con placas planas previamente

curvadas, unidas por un proceso de soldadura. El cordón de soldadura entre las placas es la principal fuente de imperfecciones en la etapa constructiva ya sea por falta de alineamiento entra las placas o por encogimiento en los cordones de soldadura. Las placas planas son curvadas mediante un sistema de rodillos que suele dejar en los extremos de las placas secciones que permanecen planas y que al unirlos entre si introducen desviaciones con respecto a la forma cilíndrica perfecta. La Figura 1 muestra un tanque en etapa constructiva donde se puede observar las uniones entre las placas que resultan ser las posibles fuentes de origen de imperfecciones geométricas.



Figura 1: Tanque en etapa constructiva.

En los tanques de almacenamiento de líquidos, el espesor de la cáscara cilíndrica resulta escalonado con mayores espesores en la parte inferior ya que la presión ejercida por el fluido aumenta con la profundidad. La norma API 650 (1998) establece el método de un pie (Sección 3.6.3) como una de las metodologías para evaluar los espesores, resultando espesores de la envolvente que aumentan progresivamente por saltos con virolas de menor espesor en la parte superior y mayores espesores en el fondo del tanque. Estas discontinuidades en el espesor de la cáscara también generan falta de alineación en vertical originando imperfecciones respecto a la forma cilíndrica original.

Holst et al. (1999) analizaron este tipo de imperfecciones producidas por problemas constructivos considerando daños localizados en un punto, en una zona rectangular o en una faja a lo largo de todo el desarrollo circunferencial. Con ello se intenta representar impacto localizado, falta de alineación en algún sector o encogimiento de un cordón de soldadura. Si bien las imperfecciones en tanque reales son más complejas, en el trabajo se muestra que se puede plantear superposición de los efectos de esos daños localizados para predecir imperfecciones que surgen de falta de ajustes en sentido longitudinal o circunferencial. Los autores representan la geometría resultante para este tipo de daños localizados mediante la expresión dada por (1) donde w son los desplazamientos perpendiculares a la cáscara producidos por el daño localizado y  $\xi$  es la amplitud del daño localizado.

$$w = \xi \exp\left[-\pi\left(\frac{\eta}{2} + \zeta\right)\right] * \left\{ \sin\left[\pi\left(\frac{\eta}{2} + \zeta\right)\right] + \cos\left[\pi\left(\frac{\eta}{2} + \zeta\right)\right] \right\}$$
(1)

En la ecuación dada por (1) se consideran las magnitudes adimensionales

$$\eta = \frac{x}{\gamma}$$
;  $\zeta = \frac{R \theta}{\gamma}$  (2)

donde x es la coordenada meridional y  $\theta$  es la coordenada angular medidas desde el daño localizado, R es el radio de la cáscara cilíndrica y  $\gamma$  es la longitud de onda de flexión lineal dada por la expresión

$$\gamma = 2.44 \sqrt{R} t \tag{3}$$

con t que representa el espesor de la cáscara. La expresión dada por la ecuación (1) es usada para caracterizar imperfecciones geométricas en coincidencia con los cordones de soldadura o la unión entre virolas donde además se puede presentar un cambio de espesor.

### **3 SIMULACIONES NUMÉRICAS**

Con el objeto de analizar la capacidad de resistir cargas de cáscaras imperfectas y orientado a evaluar la forma de imperfecciones geométricas que produzcan las mayores reducciones de cargas máximas resistidas, se realiza un extenso análisis no lineal para cáscaras cilíndricas con diferentes tipos de imperfecciones. Usando un análisis asintótico en la vecindad del estado crítico, Koiter (1945) consideró formas de imperfección asociadas a los modos de pandeo. Este planteo es válido en las primeras etapas del comportamiento poscrítico con imperfecciones pequeñas. Pero no hay garantía que es la forma del primer modo crítico sea el peor perfil de imperfecciones, sobre todo cuando éstas presentan grandes amplitudes con respecto al espesor de la cáscara.

La modelación numérica por elementos finitos se realiza mediante un programa de propósitos generales (ABAQUS, 2002) usando elementos cuadrilaterales de cáscara de ocho nudos, denominados S8R5. Resolviendo el problema clásico de autovalores y autovectores se obtienen las formas de modo que posteriormente son usadas como perfil de imperfecciones geométricas. Mediante un análisis no lineal geométrico se calculan trayectorias de equilibrio no lineal para una determinada imperfección inicial en la geometría obteniéndose valores de carga máxima que dependen de la magnitud de la imperfección ( $\xi$ ). La técnica numérica usada en el análisis incremental es la de Riks (1972,1979).

Se analizan tanques de almacenamiento de fluidos de grandes dimensiones del tipo de los usados en la industria del petróleo. Estos tanques presentan una envolvente cilíndrica y el techo puede ser es fijo o flotante. Los techos fijos pueden ser planos, con forma cónica o esférica, siendo estos últimos más adecuados cuando la presión interna aumenta. En este trabajo se analizan tanques con techo fijo o flotante, siendo para estos últimos la condición más desfavorable que no presente fluido interior, con lo cual la configuración de estudio corresponde a una cáscara cilíndrica libre en el extremo superior.

Como se mencionó anteriormente se consideran imperfecciones vinculadas a daño localizado por falta de alineación entre virolas o encogimiento de los cordones de soldadura en coincidencia con las diferentes virolas. Además se analizan imperfecciones con la forma de los 10 primeros modos que resultan del análisis de bifurcación lineal para evaluar cuáles son las formas que representan mayores caídas en las cargas resistidas por las cáscaras cilíndricas, con el objeto de determinar límites inferiores de las cargas resistidas.

### **4 TANQUES CON TECHO FIJO**

La estructura estudiada en primer lugar es un tanque con techo cónico ya analizado por Virella, Suárez y Godoy (2006) bajo cargas sísmicas y por Sosa y Godoy (2006) y Jaca y Godoy (2008) bajo carga radial uniforme y bajo carga de viento. En este caso se consideran sometidos a carga radial uniforme. El tanque presenta un diámetro de 30.48 m y se supone construido usando virolas de acero de 2.438 m de altura con espesores diferentes. Las tres virolas superiores tiene un espesor  $t_1$ = 0.0079 m y las dos virolas inferiores presentan espesores  $t_2$ = 0.0111m y  $t_3$ =0.0129m respectivamente. La parte cilíndrica del modelo tiene una relación altura del cilindro-diámetro (H/D) de 0.40, con un espesor de la cáscara cilíndrica reducido gradualmente mediante el método de un pie especificado en la Norma API 650 Sección 3.6.3 (1988). El cerramiento superior se realiza por un techo fijo cónico reforzado por 32 vigas con una pendiente de techo de 3/16 y un espesor de 0.007m. La Figura 2 muestra la geometría del modelo considerado.



Figura 2: Estructura temática estudiada (H/D=0.4)

La rigidización que presenta el techo por la presencia del sistema de vigas radiales hace posible que en el estudio se pueda considerar solamente la cáscara cilíndrica con una restricción de desplazamiento radial en el extremo superior. Esto representa una ventaja debido a la cantidad de simulaciones de análisis no lineal necesarias y el tiempo computacional que demanda este tipo de análisis. Las condiciones de apoyo consideradas resultan entonces restricción de desplazamiento radial y tangencial en el extremo inferior y solamente radial en el extremo superior. El material constitutivo es acero con módulo de elasticidad (E) de 2.06\*10<sup>11</sup> Pa y módulo de Poisson (v) de 0.3. El modelo fue estudiado con un programa de propósitos múltiples (ABAQUS, 2002) obteniéndose las primeras 10 formas de modo mediante un análisis de autovalores. La Figura 3(a) muestra la forma del primer modo que presenta una carga crítica de 2.238 kN/m<sup>2</sup> con 23 ondas circunferenciales. En la Figura 3(b) se muestran las restantes formas de modo con los autovalores asociados y su correspondiente cantidad de ondas circunferenciales.



(a)



Figura 3: Modos Críticos para el tanque de Figura 2: (a) Primer Modo ( $\lambda^{C}$ = 2.238 kN/m<sup>2</sup>, j=23 ), (b) Modos 2 a 10.

Se puede observar que las formas de modo son todas similares entre sí variando la cantidad de ondas circunferenciales. Las figuras 4 a 8 muestran las trayectorias de equilibrio obtenidas considerando formas de imperfección asociadas a los 10 primeros modos de pandeo, escaladas en todos los casos con el parámetro  $\xi$  que representa la máxima amplitud de la imperfección variando desde 0.25 a 2 veces el menor espesor de la envolvente cilíndrica. Las ordenadas representan las cargas resistidas por el cilindro expresadas en función del parámetro  $\lambda$  que afecta al estado de carga radial uniforme y w son los desplazamientos perpendiculares a la cáscara en un punto ubicado a 2/3 H del cilindro donde se presentan los mayores desplazamientos. En todas las figuras se incluye también la curva carga desplazamiento obtenida con una imperfección geométrica con la forma del primer modo, como referencia. En todos los casos analizados se aumentó la magnitud de la amplitud de la imperfección hasta que la respuesta de la estructura cambia de comportamiento, tomando como límite aquella

curva en la cual se puede observar la carga máxima resistida por la estructura. Para amplitudes mayores se considera que la desviación geométrica presenta un valor que hace que el sistema se aparte tanto de la estructura original que la respuesta de la estructura es diferente.



Figura 4: Análisis no lineal para el tanque de Figura 2, (a) Imperfección geométrica con forma del primer modo, (b) Imperfección geométrica con forma del segundo modo.



Figura 5: Análisis no lineal para el tanque de Figura 2, (a) Imperfección geométrica con forma de modo 3, (b) Imperfección geométrica con forma de modo 4.



Figura 6: Análisis no lineal para el tanque de Figura 2, (a) Imperfección geométrica con forma de modo 5, (b) Imperfección geométrica con forma de modo 6.



Figura 7: Análisis no lineal para el tanque de Figura 2, (a) Imperfección geométrica con forma de modo 7, (b) Imperfección geométrica con forma de modo 8.



Figura 8: Análisis no lineal para el tanque de Figura 2, (a) Imperfección geométrica con forma de modo 9, (b) Imperfección geométrica con forma de modo 10.

La Tabla 1 resume los valores de carga crítica ( $\lambda^{c}$ ) correspondiente a cada forma de modo, la cantidad de ondas circunferenciales asociadas (j) y las cargas máximas halladas en el análisis no lineal geométrico ( $\lambda^{M}$ ).

	Bifurcación Lineal		Análisis No Lineal
	$\lambda^{\rm C}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	j	$\lambda^{M} [kN/m^{2}]$
Modo1	2.238	23	1.600
Modo2	2.244	22	1.819*
Modo3	2.266	24	1.847
Modo4	2.293	21	1.616*
Modo5	2.316	25	1.890
Modo6	2.386	26	1.950
Modo7	2.404	20	1.339*
Modo8	2.471	27	2.017
Modo9	2.569	28	1.826
Modo10	2.605	19	1.164*

Tabla 1: Cargas críticas y cargas máximas para el tanque de la Figura 2.

Los modos que presentan menor cantidad de ondas circunferenciales que el primer modo presentan cargas máximas que son menores que las que tienen mayor cantidad de ondas circunferenciales. Los modos con j= 24 a 28 presentan en todos los casos cargas máximas que resultan mayores que las correspondientes a los modos con menor cantidad de ondas circunferenciales que las del primer modo. En particular para los modos 2 y 4 con 22 y 21 ondas circunferenciales respectivamente, las cargas máximas superan a las del primer modo pero para los modos 7 y 10 los valores máximos alcanzados son inferiores a las del primer modo. La menor carga, que corresponde a una imperfección con la forma del modo 10, es del orden del valor hallado con la metodología de rigidez reducida que es  $\lambda^*$ = 1.24 kN/m<sup>2</sup> obtenido eliminando todo el aporte de rigidez membranal en la zona de los menores espesores.

El conjunto de modos considerados conduce a que la carga máxima alcanzada para los modos 7 y 10 es inferior a la que se obtiene para el primer modo crítico y corresponde a modos con un número de ondas inferior al que presenta la menor carga crítica.

Considerando imperfecciones localizadas en correspondencia con la unión de todas las virolas de acuerdo a la expresión dada por la ecuación (1), se obtienen trayectorias de equilibrio como las mostradas en la Figura 9. Se observa que al aumentar la amplitud de las imperfecciones la reducción que resulta en las cargas resistidas no es muy importante respecto a la obtenida considerando una desviación con la forma del primer modo. Para una amplitud de 4 veces el menor espesor involucrado en la unión la carga máxima es de 2.12 kPa que es superior a las halladas con cualquiera de las formas de modo consideradas.



Figura 9: Análisis no lineal para Tanque de Figura 2 con imperfecciones localizadas en unión de virolas.

Hornung y Saal (2002) presentaron un conjunto de ensayos realizados sobre tanques reales con techo esférico cuyos diámetros varían entre 10 y 70 m sometidos a vacío interior. Uno de los tanques estudiados tiene un radio de 5.75m y una altura de 10m (H/D=0.87, r/t=1150), con 4 virolas de 1.665m de altura con espesor t=0.005m en la parte superior y dos virolas inferiores de espesor t=0.006m y t=0.007m respectivamente. El techo presenta un casquete esférico y el material es acero. En este caso también se modela solamente la cáscara cilíndrica con una restricción de desplazamiento radial en la parte superior, ya que los resultados obtenidos son similares a los que corresponde al tanque con techo y el tiempo computacional de trabajo es considerablemente menor. Este tanque fue estudiado por Jaca y Godoy (2008) por la metodología de rigidez de reducida con el objeto de obtener la menor carga a la que se presentan problemas de inestabilidad del equilibrio.

El comportamiento para este tanque es similar al observado en el caso anterior. La Figura 10 presenta las trayectorias de equilibrio obtenidas considerando como imperfecciones

geométricas las 10 primeras formas de modo en las se exhibe una carga máxima. La Tabla 2 muestra los valores de carga crítica, número de ondas circunferenciales y carga máxima para todos los casos estudiados. Nuevamente para formas de imperfecciones con un número de ondas menor que el que corresponde al primer modo se observa que las cargas máximas resistidas son de menor valor que la del primer modo. Para el modo 6 se obtiene un valor menor que el del primer modo. Este valor ( $\lambda^{M}$ = 1.94kN/m<sup>2</sup>) es semejante al límite inferior obtenido con la metodología de rigidez reducida ( $\lambda^{*}$ = 1.91kN/m<sup>2</sup>) considerando la eliminación de todas las componentes membranales en la zona de menor espesor de la cáscara cilíndrica (Jaca y Godoy, 2008).



Figura 10: Análisis no lineal para el techo esférico (H/D=0.87) con imperfecciones con las formas de modo 1 a 10.

	Bifurcación Lineal		Análisis No Lineal	
	$\lambda^{C} [kN/m^{2}]$	j	$\lambda^{\rm M}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	
Modo1	3.043	13	2.138	
Modo2	3.082	14	2.527	
Modo3	3.227	12	2.170*	
Modo4	3.258	15	2.682	
Modo5	3.527	16	2.622	
Modo6	3.798	11	1.964*	
Modo7	3.861	17	2.730	
Modo8	4.254	18	3.410	
Modo9	4.671	19	2.980	
Modo10	5.082	10	2.470*	

Tabla 2: Cargas críticas y cargas máximas para el tanque de techo esférico (H/D=0.87).

Al considerar imperfecciones localizadas en coincidencia con la unión de las virolas nuevamente se obtiene cargas máximas superiores a las encontradas con desviaciones geométricas con las formas de modo. Para una amplitud de imperfección máxima de 4 veces el menor espesor ( $\xi/t_1=4$ ) la carga máxima alcanzada en la curva carga-desplazamiento es de 2.99 kN/m<sup>2</sup>. La Figura 11 muestra las trayectorias para diferentes amplitudes máximas de imperfección localizada.



Figura 11: Análisis no lineal para tanque de techo esférico (H/D=0.87) con imperfecciones localizadas en unión de virolas.

#### **5 TANQUES DE ESPESOR VARIABLE SIN TECHO**

Sosa y Godoy (2006) y Jaca y Godoy (2007) estudiaron por la metodología de energía reducida un tanque cilíndrico típico sin techo con espesor variable con la condición de empotrado en la base y libre en el extremo superior sometido a carga radial uniforme. Este tanque se analiza a continuación con el objeto de analizar si la forma del primer modo es la que produce la mayor reducción para comparar con los valores obtenidos con lo hallado con la metodología de rigidez reducida. La estructura tiene un diámetro (D) de 30.48 m, altura (H) de 13.11 m y espesor variable como se muestra en la Figura 11. El material constitutivo es acero con módulo de elasticidad (E) de  $2.06*10^{11}$  Pa y módulo de Poisson (v) de 0.3.



Figura 11: Estructura temática estudiada (r/t=1950, H/D=0.43)

La carga crítica correspondiente al primer modo es de 883  $N/m^2$  con forma de modo que tiene 16 ondas circunferenciales y una media onda en el sentido meridional. La Figura 12(a) muestra las forma del primer modo y en la Figura 12(b) se exhiben las restantes formas correspondientes a los modos 2 a 10. Nuevamente todas son similares cambiando solamente la cantidad de ondas circunferenciales.



(a)



Figura 12: Modos Críticos para el tanque de Figura 11; (a) Primer Modo ( $\lambda^{C}$ = 883 N/m<sup>2</sup>, j=16), (b) Modos 2 a 10.

#### R. JACA, L. GODOY

El análisis no lineal geométrico para este tanque considerando imperfecciones geométricas con las formas de modo escaladas en función de la amplitud de la imperfección  $\xi$  se muestra en las figuras 13 a 17. En las figuras están resaltadas curvas correspondientes a las amplitudes que producen cargas máximas resistidas por la cáscara.



Figura 13: Análisis no lineal para el tanque de Figura 11; (a) Imperfección geométrica con forma de primer modo, (b) Imperfección geométrica con forma de segundo modo.



Figura 14: Análisis no lineal para el tanque de Figura 11; (a) Imperfección geométrica con forma de modo 3, (b) Imperfección geométrica con forma de modo 4.



Figura 15: Análisis no lineal para el tanque de Figura 11; (a) Imperfección geométrica con forma de modo 5, (b) Imperfección geométrica con forma de modo 6.



Figura 16: Análisis no lineal para el tanque de Figura 11; (a) Imperfección geométrica con forma de modo 7, (b) Imperfección geométrica con forma de modo 8.



Figura 17: Análisis no lineal para el tanque de Figura 11; (a) Imperfección geométrica con forma de modo9, (b) Imperfección geométrica con forma de modo 10.

	Bifurcación Lineal		Análisis No Lineal
	$\lambda^{\rm C}$ [N/m <sup>2</sup> ]	j	$\lambda^{\rm M}$ [N/m <sup>2</sup> ]
Modo1	884	16	677
Modo2	886	15	810*
Modo3	915	17	838
Modo4	943	14	752*
Modo5	970	18	908
Modo6	1042	19	980
Modo7	1089	13	729*
Modo8	1127	20	1030
Modo9	1222	21	1022
Modo10	1327	22	1277

Tabla 3: Cargas críticas y cargas máximas para el tanque de la Figura 11.

La Tabla 3 resumen los valores obtenidos en el análisis de bifurcación lineal y con el análisis no lineal geométrico. Si se ordenaran las cargas máximas alcanzadas en el análisis no lineal geométrico de manera creciente se puede observar que para los modos que presentan una menor cantidad de ondas circunferenciales que la correspondiente al modo crítico, estas

cargas máximas son menores que las que se corresponden con un número de ondas circunferenciales mayor al del primer modo. Estos valores están indicados en la Tabla 3 con un asterisco, para este caso todos son mayores al valor máximo alcanzado en el primer modo resultando este modo el que conduce a una mayor reducción de la carga de pandeo por la presencia de imperfecciones geométricas.

Es decir que para aquellos modos con un número de ondas circunferenciales menor a la del primer modo se pueden presentar mayores reducciones de carga crítica que la correspondiente al primer modo. En este caso todas las cargas máximas halladas continúan siendo mayores a la del primer modo pero son las que presentan mayores posibilidades de que por la presencia de imperfecciones geométricas exhiban reducciones importantes en la carga máxima alcanzada.

Considerando imperfecciones localizadas se obtiene reducciones muy bajas para la carga máxima resistida como en los casos anteriormente mostrados, indicando que este tipo de imperfecciones geométricas no son significativas para considerar cargas límites inferiores en la capacidad resistente de las envolventes cilíndricas. La Figura 18 presenta las curvas cargadesplazamiento correspondientes a imperfecciones localizadas coincidentes con la unión entre virolas.



Figura 18: Análisis no lineal para el tanque de la Figura 11 con imperfecciones localizadas en unión de virolas.

Otro tanque estudiado por Jaca y Godoy (2007) con la metodología de rigidez reducida tiene un diámetro de 9 m y una altura de 4.5 m y los espesores son de t<sub>1</sub>=0.003m en la parte superior y t<sub>2</sub> =2 t<sub>1</sub>= 0.006m en la parte inferior. El material constitutivo es acero. Los resultados obtenidos en este caso son resumidos en la Tabla 4, para imperfecciones con formas de modo 5, 7 y 9 las trayectorias halladas son crecientes aun para una amplitud de imperfección  $\xi$ =0.1t<sub>min</sub>. Nuevamente cuando las formas de modo usadas como imperfecciones iniciales tiene un número de ondas circunferenciales menor que el primer modo se obtienen mayores reducciones en las cargas máximas resistidas por las cáscaras cilíndricas. Pero el menor valor obtenido es el que corresponde a una imperfección con la forma del primer modo crítico.

Mecánica Computacional	Vol XXIX, págs.	4341-4359	(2010)
------------------------	-----------------	-----------	--------

	Bifurcación Lineal		Análisis No Lineal
	$\lambda^{C} [kN/m^{2}]$	j	$\lambda^{M} [kN/m^{2}]$
Modo1	1.842	14	1.257
Modo2	1.859	15	1.287
Modo3	1.909	13	1.265*
Modo4	1.927	16	1.662
Modo5	2.029	17	-
Modo6	2.128	12	1.371*
Modo7	2.158	18	-
Modo8	2.312	19	2.030
Modo9	2.488	20	-
Modo10	2.634	11	1.631*

Tabla 4: Cargas críticas y cargas máximas para el tanque con H/D= 0.5 empotrado en la base y libre en el extremo superior.

Las imperfecciones localizadas consideradas en el cambio de espesor a mitad de altura no tienen influencia en el valor de la carga máxima resistida para este tanque.

### **6** CONCLUSIONES

En este trabajo se realizó un extenso análisis no lineal geométrico con imperfecciones iniciales para evaluar la carga resistente última de las cáscaras cilíndricas que forman la envolvente de tanques metálicos de grandes dimensiones destinados al almacenamiento de fluidos. Se consideraron desviaciones iniciales en la geometría perfecta asociadas a daños localizados producidos por encogimiento de soldadura o falta de alineación entre las placas que forma la parte cilíndrica de los tanques. También se analizaron imperfecciones iniciales con las formas de los autovectores que resultan del análisis de bifurcación lineal. En este caso se estudiaron perfiles de imperfección con la forma de los 10 primeros modos con el objeto de detectar cuáles son las formas que generan mayores reducciones en las cargas resistidas por la cáscara. Los tanques analizados presentan una relación de aspecto altura- diámetro menor a la unidad y son representativos de los tipos usualmente usados en la industria del petróleo.

Los resultados obtenidos muestran que la presencia de daños localizados en la envolvente cilíndrica no es relevante en cuanto a que producen reducciones muy pequeñas de las cargas máximas resistidas, sobre todo frente a las obtenidas con desviaciones según las formas de modo.

En todos los casos se observan mayores reducciones de carga para imperfecciones según las formas de modo con número de ondas circunferenciales menor a la del primer modo, analizando las respuestas para el conjunto de los 10 primeros modos considerados. Es decir que, las imperfecciones iniciales con mayor longitud de onda son más perjudiciales.

En los tanques con techo flotante las mayores reducciones de carga resistida se presentaron para el primer modo crítico.

Los tanques con techo fijo presentan mayor sensibilidad ante imperfecciones y, en los casos analizados, resultan reducciones de carga mayores para imperfecciones geométricas según formas de modo diferentes al primer autovector, para formas con longitudes de onda mayores a la del primer modo.

Los estudios realizados son para cargas axilsimétricas, como vacío interior. En trabajos futuros se plantea realizar un análisis similar para cargas de viento que también generan en este tipo de estructuras problemas de inestabilidad del equilibrio.

**Agradecimientos**: Este trabajo fue posible gracias a subsidios de la Universidad Nacional del Comahue (Grupo de Métodos Numéricos y Experimentales) y de la Universidad Nacional de Córdoba (SECYT-UNC).

#### REFERENCIAS

- ABAQUS, *User's Manuals, Version 6.3*. Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc. Rhode Island, 2002.
- API Standard 650, *Welded steel tanks for oil storage*. American Petroleum Institute, Washington, D.C., 1988.
- Batista, R.C. and Croll, J.G.A., A design approach for unstiffened cylindrical shells under external pressure. Int. Conf. on *Thin Walled Structures*, University of Strathclyde, Crosby Lockwood, Glasgow, 1979.
- Budiansky, B., and Huchitson, J.W., A survey of some buckling problems. *AIAA Journal*, vol. 4(9), pp. 1505-1510, 1966.
- Croll, J.G.A., Towards simple estimates of shell buckling loads. *Der Stahlbau*, Part I, Heft 8, August 1975; Part II, Heft 9, 1975.
- Donnell, L.H., Effect of imperfections on buckling of thin cylinders with fixed edges under external pressure. *Proc.* 3<sup>rd</sup> U.S.Nat.Congr. of Appl. Mech. ASME, vol. 28, pp. 305, 1958.
- Greiner, R., and Derler, P., Effect of Imperfections on Wind-Loaded Cylindrical Shells. *Thin Walled Structures*, vol. 23, pp. 271-281, 1995.
- Holst, J.M., Rotter, J.M., and Calladine, C.R., Imperfections in Cylindrical Shells resulting from Fabrication Misfits. *Journal of Engineering Mechanics*, 410–418, 1999.
- Hornung, U. and Saal, H., Buckling loads of tank shells with imperfections. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 37, pp. 605-621, 2002.
- Jaca, R.C., Godoy, L.A., Flores, F.G., and Croll, J.G.A., A reduced stiffness approach for the buckling of open cylindrical tanks under wind loads. *Thin Walled Structures*, vol. 45, pp. 727-736, 2007.
- Jaca, R.C., Godoy, L.A., y Flores, F.G., Límites inferiores para cáscaras cilíndricas bajo cargas no axilsimétricas. *Mecánica Computacional*, vol. 24, pp. 1723-1740, 2005.
- Jaca, R.C., Sosa, E.M., y Godoy, L.A., Estrategias de implementación de límites inferiores para pandeo de tanques bajo viento. *Mecánica Computacional*, vol. 25, pp. 585-604, 2006.
- Jaca, R.C., y Godoy, L.A., Análisis de cáscaras de espesor variable usando la técnica de rigidez reducida. *Mecánica Computacional*, vol. 26, pp. 228-246, 2007.
- Jaca, R.C., y Godoy, L.A., Análisis de cáscaras de espesor variable usando la técnica de rigidez reducida. *Mecánica Computacional*, vol. 26, pp. 228-246, 2007.
- Jaca, R.C., y Godoy, L.A., Validación de la Metodología de Rigidez Reducida para Inestabilidad de Tanques. *Mecánica Computacional*, vol. 27, pp. 1111-1130, 2008.
- Koiter, W.T., On the stability of elastic equilibrium. PhD. Thesis, Delft Institute of Technology, Delft, 1945.
- Riks, E., An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 15, pp. 529-551, 1979.
- Riks, E., The application of Newton's method to the problem of elastic stability. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 39, pp. 1060-1065, 1972.
- Sosa, E.M., Godoy, L.A., and Croll, J.G.A., Computation of lower-bound buckling loads using general-purpose finite element codes. *Computers and Structures*, vol. 84(29-30), pp. 1934-1945, 2006.
- Virella, J.C., Godoy, L.A., y Suárez, L.E., Dynamic buckling of anchored steel tanks subjected

to horizontal earthquake loadings. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 62, pp. 521-531, 2006.

Wunderlich, W. and Albertin, U., Analysis and load carrying behaviour of Imperfection Sensivite Shells. *Computational Mechanics. New Trends adn Applications*, 1-20, 1998.

Zintillis, G. and Croll, J.G.A., Pressure buckling of end supported shells of revolution. *Engineering Structures*, vol. 4, pp. 222-232, 1982.