

## UM MODELO MICROSCÓPICO PARA A FRATURA DO CONCRETO SIMPLES

Cláudia Mesquita da Rosa<sup>a</sup>, Eduardo Bittencourt<sup>b</sup>

<sup>a</sup>*Centro de Mecânica Aplicada e Computacional, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Av. Osvaldo Aranha 99, Porto Alegre, RS, Brasil, c.mesquita@terra.com.br*

<sup>b</sup>*Centro de Mecânica Aplicada e Computacional, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Av. Osvaldo Aranha 99, Porto Alegre, RS, Brasil, eduardo.bittencourt@ufrgs.br*

**Keywords:** Fracture Mechanics, cohesive models, finite elements, concrete.

**Abstract.** Fracture of quasi-brittle materials, such as plain concrete, normally occurs at the planes of maximal tension stresses. However, due to microscopic heterogeneity of the concrete, crack path tends to follow the boundary of the aggregates, so a purely stress based criteria for crack propagation can be seen as a macroscopic simplification. In this work, the presence of aggregates is discretely considered. Crack path is constrained to aggregate boundaries using cohesive surfaces between finite elements. The cohesive model used is able to deal with shear stresses that occur at the propagation planes. In the proposed model, the finite element meshes should represent, approximately, the distribution of aggregates. The meshes are actually defined randomly by a non-structured mesh generator, so results obtained in this work also present some degree of randomness typically found in the concrete fracture. A good agreement was obtained with experiments.

## 1 INTRODUÇÃO

O concreto pode ser considerado um material compósito particulado composto de agregados (areia e/ou rochas de diferentes origens) embebidos numa matriz de silicato de cálcio hidratado (pasta de cimento). Em concretos usuais, apesar dos agregados comporem maior parte do volume do concreto, na verdade é a pasta de cimento e a interface entre os dois materiais que determinam as propriedades intrínsecas de fratura do material (Landis e Bolander, 2009).

A interface é uma zona particularmente frágil devido a concentração de água na mesma, causando uma maior quantidade de porosidade e uma maior probabilidade para a nucleação de microfissuras (van Mier, 1997). Esta zona de interface será aqui denominada "zona de transição interfacial" (ZTI). Lilliu e van Mier (2007) citam estudos onde se acredita que a resistência a tração desta zona não passa de 1 MPa. A nucleação pode ocorrer na ZTI mesmo antes do carregamento da estrutura, devido aos processos de contração durante a cura do concreto. Estas microfissuras nem sempre estão randomicamente distribuídas nas interfaces. Por exemplo, a gravidade tende a concentrar mais umidade na parte de baixo dos agregados.

Devido a profusão de sítios para nucleação de microfissuras, é muito provável que qualquer zona do concreto submetida a elevadas tensões possua microfissuras (Landis e Bolander, 2009).

Devido a fragilização da ZTI, as microfissuras tendem a seguir esta região, conforme mostra a Figura 1, onde uma típica micrografia de uma propagação de uma peça de concreto é mostrada.

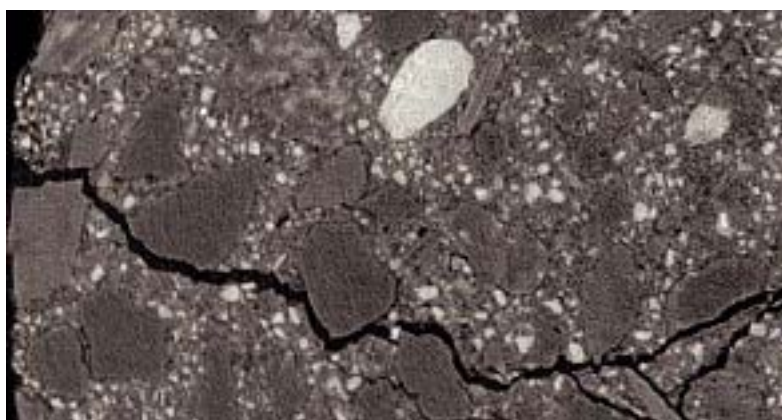


Figura 1: Micrografia de uma peça de concreto fissurada (Landis e Bolander, 2009).

O comportamento em fratura do concreto é uma combinação de propriedades materiais e estruturais. A separação clara entre as mesmas depende do nível de discretização empregado (Lilliu e van Mier, 2007). Se uma representação macroscópica ou contínua do concreto é empregada, como por exemplo em Lens et al. (2009), estas propriedades ficam indistinguíveis no modelo. Se no entanto uma abordagem microscópica é empregada, na qual a geometria dos agregados, ZTI e pasta de cimento são especificamente definidos (modelo de 3 fases), a forma dos agregados, fração volumétrica de pasta de cimento e da ZTI passam a ser propriedades estruturais e não intrínsecas do material.

Modelos numéricos capazes de capturar tais efeitos devem, de alguma forma, discretamente definir a microestrutura do concreto e explicitamente considerar as fissuras. Dentre as muitas metodologias que possuem tais potencialidades, destacamos duas. A primeira é denominada metodologia dos elementos discretos (ou também conhecido como

*lattice method*, do inglês). Este modelo é bastante apropriado para a representação de heterogeneidades típicas do concreto, principalmente em 3D. Aplicações do método neste contexto foram inicialmente feitas por Rocha e Riera (1991) e Schlangen e van Mier (1992), embora a origem do método seja muito mais remota. Neste caso, o contínuo é representado por um conjunto de barras unidimensionais dispostas de forma regular e reticular. As propriedades das barras podem então ser definidas de modo a representar as diferentes regiões que constituem o concreto. A fissuração é representada pelo rompimento das barras. Na verdade pode-se, com segurança, afirmar que os maiores avanços no estudo numérico da fissuração do concreto a nível microscópico recaem neste método, com incontáveis trabalhos desenvolvidos sob coordenação dos Profs. Riera, Schlangen e van Mier, entre muitos outros.

A segunda metodologia é denominada interfaces coesivas e tem sua origem no trabalho de Ngo e Scordelis (1967), onde elementos finitos eram ligados por molas que se abriam simulando as fissuras. Needleman (1987) e Xu e Needleman (1993) aplicaram à esta idéia os conceitos dos modelos coesivos de Barrenblat-Dugdale, dando assim a fundamentação teórica necessária ao método. O presente trabalho empregará esta última metodologia representando de forma simplificada alguns elementos da microestrutura do concreto. Originalmente, a metodologia possuía a desvantagem de limitar a propagação da trinca aos contornos dos elementos finitos. Porém, aqui a geometria dos elementos finitos será associada à geometria dos agregados, tornando então esta aparente desvantagem numa vantagem, já que as fissuras não podem atravessar os agregados, pelo menos nos tipos de concretos aqui estudados. Já a pasta de cimento e a ZTI, que formam a matriz do concreto, serão representados unicamente pela interface coesiva. Logo o modelo proposto pode ser considerado um modelo de 2 fases.

Na seção 2 é descrito o modelo aqui empregado, na seção 3 um caso simples de propagação em modo I por flexão estudado. O trabalho é concluído com as considerações finais.

## 2 METODOLOGIA

Para representar o comportamento das interfaces coesivas, é necessário estabelecer relações entre valores de tensões coesivas de tração ( $\sigma$ ) e abertura normal da superfície ( $w$ ). Sabe-se que, quando as superfícies começam a separar umas das outras, tensões de coesão aumentam até atingir um valor máximo ( $\sigma_{max}$ ). Depois as tensões diminuem até atingir um valor nulo, indicando a propagação da fissura. Para esta abertura, as superfícies são consideradas fraturadas, pois não há mais passagem de tensões de uma face da fissura para a outra face.

Três tipos de lei constitutiva pós-pico são empregadas neste trabalho: lei linear apresentada por Hillerborg et al. (1976), lei bi-linear proposta no CEB-FIP (1993) e lei exponencial proposta por Xu (1999). O presente trabalho utiliza tais relações, ilustradas na Figura 2, para representar a superfície coesiva na região de pós-pico.

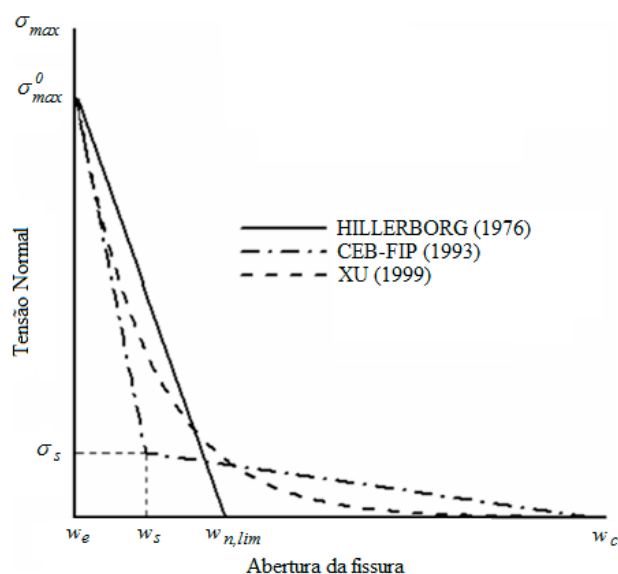


Figura 2: Comportamento tensão normal  $\sigma$  versus abertura  $w$ , modo I puro.

A forma do pós-pico da relação tensão-abertura da fissura está relacionada com o desenvolvimento da zona de processo. A área sob a curva representa a energia específica de fratura do modo I ( $G_{Ic}$ ) e a máxima tensão ( $\sigma_{max}^0$ ) está relacionada com a resistência à tração média do concreto ( $f_{tm}$ ), em modelos contínuos. Neste caso em geral emprega-se  $\sigma_{max}^0 \approx 3 f_{tm}$  (mais adiante serão feitas considerações microscópicas, quanto a este valor).

Curvas de fratura para modo II puro, tensão coesiva tangencial ( $\tau$ ) versus deslizamento ( $\nu$ ), devem também ser definidas, uma vez que as trincas devem percorrer os contornos dos agregados que, obviamente, não coincidem com os planos principais. Estas curvas são muito difíceis de serem obtidas experimentalmente (ver Bazant e Pfeiffer, 1986). Informações sobre propriedades de fratura do modo II não estão disponíveis na literatura em geral, exceto em observações indiretas. Acredita-se que a tensão tangencial máxima seja maior que a tensão normal máxima ( $\tau_{max} > \sigma_{max}$ , ver Gálvez et al., 2002), assim como a energia de fratura do modo II seja maior que a energia de fratura do modo I ( $G_{IIc} > G_{Ic}$ , conforme Bazant e Pfeiffer, 1986 e Carpinteri et al. 2003). Na falta de uma opção embasada experimentalmente, adota-se neste trabalho como relações  $\tau$  versus  $\nu$  as mesmas usadas para a parte normal (Figura 2), apenas substituindo-se nas ordenadas a tensão normal pela de corte e nas abcissas a abertura pelo escorregamento das faces da trinca. A energia específica de fratura do modo II ( $G_{IIc}$ ) será dada pelas áreas abaixo das curvas.

O acoplamento necessário para tratar casos de modo misto de fratura (modo I e modo II conjuntamente) é aqui baseado na lei de Coulomb com aderência, onde a aderência inicial  $\sigma_{max}^0$  é a tensão normal máxima inicial. A superfície de ruptura tem a forma apresentada na Figura 3. Este modelo será denominado de acoplado, ao longo deste trabalho. Quando a peça fissura, a superfície de fratura se move em direção à esquerda. Considerando a ruptura total, a lei de Coulomb original é recuperada, o que significa que a resistência ao cisalhamento só é possível sob compressão. O ângulo de atrito permite determinar  $\tau_{max}$ , uma vez que  $\sigma_{max}$  é conhecido.

A superfície de ruptura, apresentada na Figura 3, pode ser considerada uma superfície de escoamento, construindo uma analogia com plasticidade. De acordo com o postulado da

convexidade de Drucker, a superfície de Coulomb pode também ser considerada um limite inferior do campo das tensões.

A superfície de ruptura  $F$ , para o presente estudo, é definida na Eq. (1) da seguinte forma:

$$F = |\tau| + (\sigma - \sigma_{max}^0) \tan \phi = 0, \quad (1)$$

onde  $\sigma_{max}$  inicialmente é igual a  $\sigma_{max}^0$ . A atualização do valor de  $\sigma_{max}$  é feita através de relações de amolecimento apresentadas na Figura 1, porém empregando uma abertura efetiva ou deslocamento inelástico efetivo ( $u_i^{ef}$ ) em vez da abertura  $w$ . O valor de  $u_i^{ef}$  é definido na Eq. (2), como segue:

$$u_i^{ef} = \sqrt{w^2 + \beta v^2} \quad (2)$$

onde  $\beta$  é um fator de acoplamento entre a abertura normal e tangencial, podendo variar de 0 a 1.

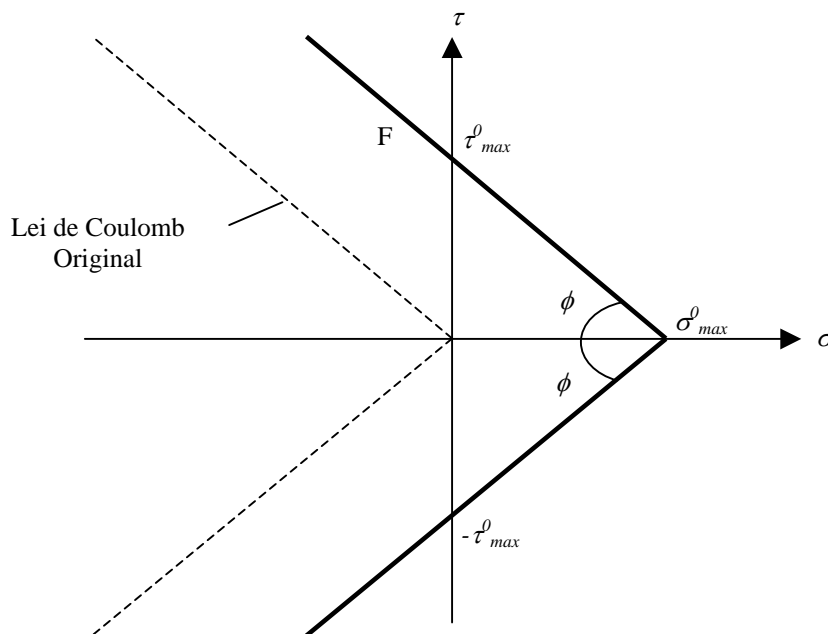


Figura 3: superfície de ruptura inicial (modelo acoplado de Coulomb com aderência).

Este modelo de acoplamento é relativamente simples, pois necessita de apenas dois parâmetros (ângulo de atrito  $\phi$  e fator de acoplamento  $\beta$ ).

Conforme mencionado,  $\sigma$  e  $\tau$  são tensões coesivas que mantêm os elementos finitos ligados entre eles até o processo de ruptura se completar. Para que isto ocorra deve-se criar elementos virtuais unidimensionais entre cada elemento finito (ver Figura 4), nos quais estas tensões coesivas são integradas e somadas ao vetor de forças globais do sistema de equações a resolver (para mais detalhes quanto a implementação numérica desta metodologia, ver Lens et al., 2009).

No presente trabalho utiliza-se apenas malhas não estruturadas, de modo a representar melhor a forma dos agregados. Foi desenvolvido um algoritmo que irá inserir elementos de interface em malhas com disposição aleatória de elementos. Tal algoritmo verifica quantos elementos concorrem ao mesmo nó, para só então inserir novos nós com coordenadas idênticas e formar os elementos de interfaces. Embora os autores reconheçam que os elementos finitos mais adequados à geometria dos agregados deveriam apresentar uma forma

poliédrica (ver por exemplo Berton e Bolander, 2006, etc), o presente trabalho simplifica esta forma por triângulos. Portanto apenas elementos finitos triangulares de três nós são aqui empregados. Elementos de interfaces coesivas são considerados em toda a malha, e não apenas num caminho de propagação pré-definido. Logo, não há nenhum conhecimento prévio quanto a direção seguida na propagação de trincas. Os elementos de interface representam a pasta de cimento e a ZTI. Na Figura 4 se ilustra elementos de interfaces coesivas em uma malha não estruturada, tipicamente empregada neste trabalho.

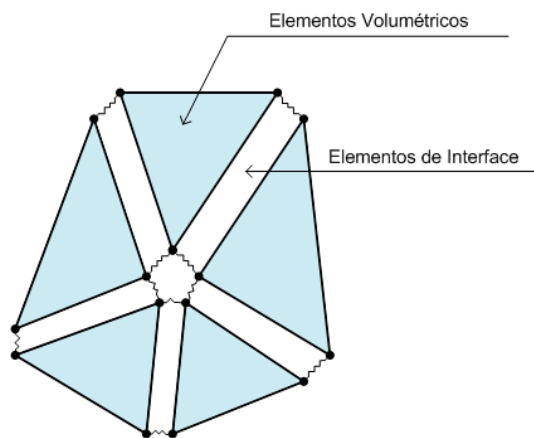


Figura 4: Elementos de interfaces coesivas em uma malha não estruturada

Embora seja um modelo que incorpore informação quanto a microestrutura do concreto (modelo de 2 fases), ele é bem mais pobre que o de 3 fases de Lilliu e van Mier (2007), que constitui na verdade um modelo que está numa escala estrutural mais fina que o aqui apresentado (e bem mais caro de modelar computacionalmente). Assim como em outras simulações multi-escala, utilizaremos aqui as informações fornecidas pelo modelo de 3 fases para calibrar os dados empregados no presente trabalho. Por exemplo, Lilliu e van Mier (2007) concluíram que uma maior resistência última do concreto (carga de pico) depende de uma microfissuração estabilizada. Isto ocorre quando a ZTI circunda isoladamente os agregados e não se interconectam. Neste caso a resistência dependerá da pasta de cimento, mais resistente que a ZTI. A pior situação ocorre quando as ZTIs se unem formando uma trinca que atravessa toda a peça (percolação). Esta situação tende a ocorrer para uma maior densidade de agregados e uma maior espessura da ZTI. Neste caso o "endurecimento" que ocorre após o início da microfissuração também fica praticamente eliminado (ver Lens, 2009).

Com relação ao pós-pico, o efeito de engrenamento (*bridging*) tende a aumentar com o aumento da ZTI, criando um aparente aumento de tenacidade.

Pode-se dizer portanto que, qualitativamente, tanto um maior volume de agregado como uma maior espessura de ZTI causam uma redução em  $\sigma_{max}^0$  e  $G_{Ic}$  empregados no presente modelo. Um aumento da ZTI também privilegia o uso das leis CEB-FIP (1993) e Xu (1999) em lugar de Hillerborg et al. (1976) pelo maior ramo descendente (associado ao engrenamento). Na experimentação numérica a seguir, alguns destes aspectos serão explorados.

### 3 EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA

Nesta seção, uma viga com um entalhe apoiada em 3 pontos é estudada. Tal viga foi experimentalmente ensaiada por Bazant e Pfeiffer (1987) e posteriormente estudadas em simulações numéricas realizadas por Lens (2009), considerando o material contínuo. A geometria e condições de contorno são mostradas na Figura 5.

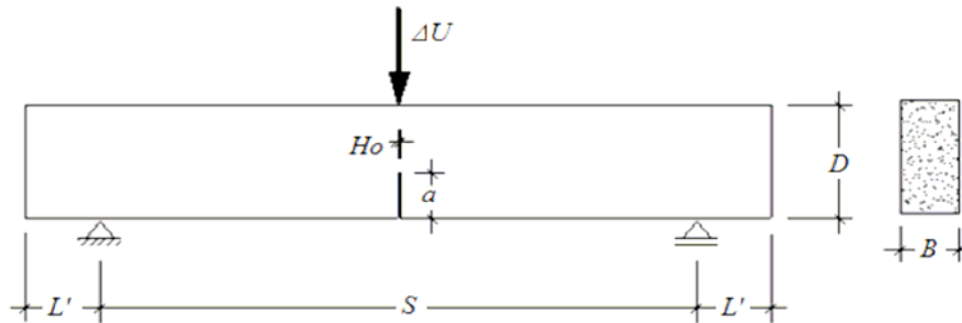


Figura 5: Geometria e condições de contorno do exemplo analisado.

As dimensões consideradas foram (ver Figura 5):  $S=190$  mm,  $D=76$  mm,  $B=38$  mm  $L'=12$  mm,  $Ho=3$  mm. Uma relação  $a/D=0,167$  foi empregada. O material tem um módulo de elasticidade longitudinal  $E=27700$  MPa, coeficiente de poisson  $\nu=0,2$ , energia de fratura  $G_{Ic}=0,0366$  N/mm, resistência à tração  $f_{tm} = 2,9$  MPa e diâmetro máximo de agregado (aproximado) de 13 mm. A média das cargas máximas obtidas por Bazant e Pfeiffer (1987) em 3 experimentos foi de 3,1 kN.

Primeiro será analisado o efeito do diâmetro de agregados na carga de pico. Assim, dois tamanhos de agregados serão considerados: 13 e 8 mm. Na Figura 6, três diferentes malhas foram criadas para cada tamanho de agregado.

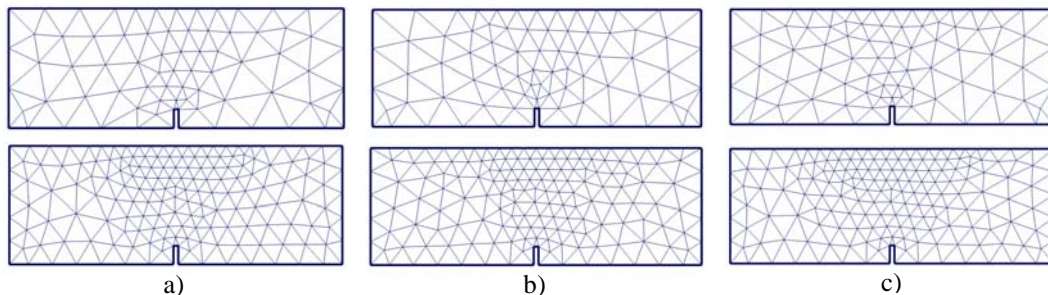


Figura 6: Diferentes malhas consideradas para os dois diferentes tamanhos de agregado (13 e 8 mm), junto à zona provável de propagação de trinca.

Posteriormente, considerações quanto a densidade de agregados e espessura da ZTI serão feitas. Tais análises são unicamente qualitativas, uma vez que estas últimas informações não foram fornecidas por Bazant e Pfeiffer (1987). Finalmente, considerações quanto a energia de modo II são realizadas.

#### 3.1 Efeito do tamanho do agregado

A Tabela 1 indica diferentes valores de carga máxima ( $P_{max}$ ) obtidas para as diferentes malhas (Figura 6) para os dois tamanhos de agregado. Foram considerados duas propriedades do modelos contínuos:  $\sigma_{max}^0 = 3 f_{tm} = 8,7$  MPa e  $G_{Ic}=0,0366$  N/mm. Apenas a relação de

Hillerborg et al. (1976) foi considerada inicialmente. A energia de fratura em modo II foi fixada como dez vezes maior que a de modo I.

$\phi$ agregado	13 mm			8 mm		
malha	a	b	c	a	b	c
$P_{\max}$ (kN)	3,82	3,72	3,92	3,36	3,32	3,35
média $P_{\max}$ (kN)	3,82			3,34		

Tabela 1: Resultados de carga máxima ( $P_{\max}$ ) para  $\sigma_{\max}^0=8,7$  MPa e  $G_{Ic}=0,0366$  N/mm

Pode-se concluir dos resultados acima que as propriedades do contínuo empregadas ( $\sigma_{\max}^0$  e  $G_{Ic}$ ) não são adequadas a este modelo microscópico, uma vez que não distinguem entre contribuições estruturais e às correspondentes do material, levando a uma grande super-estimação de  $P_{\max}$  em relação aos resultados experimentais (3,1 kN). A Figura 7 indica o caminho de propagação das fissuras (linhas escuras) e zonas que sofreram amolecimento (linhas claras). Estas últimas podem ser associadas à microfissuração. Em todos os casos, observa-se uma banda de fissuração em torno das fissuras principais aproximadamente igual a duas vezes o diâmetro dos agregados, em conformidade com os postulados de Bazant e Oh (1983).

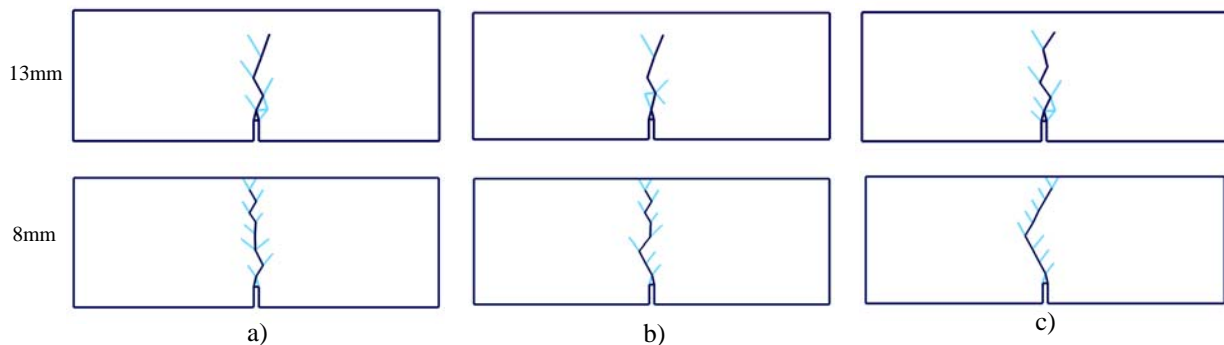


Figura 7: Fissuração e microfissuração dos casos estudados para os dois diferentes tamanhos de agregado (13 e 8 mm) para  $\sigma_{\max}^0=8,7$  MPa e  $G_{Ic}=0,0366$  N/mm.

O fato da energia de fratura empregada (0,0366 N/mm) já contemplar o efeito dos agregados com certeza é um fator que contribui para a super-estimação da carga máxima. A energia de fratura correta, neste caso, deveria relacionar-se unicamente à pasta de cimento e a ZTI, propriedades intrínsecas do material. Por exemplo, se considerarmos as fórmulas sugeridas pelo CEB-FIP (1993), observamos que se for ignorado o efeito dos agregados sobre a energia de fratura, resulta  $G_{Ic}=0,0204$  N/mm. A Tabela 2, fornece os novos valores de  $P_{\max}$  obtidos variando somente a energia de fratura:

$\phi$ agregado	13 mm			8 mm		
malha	a	b	c	a	b	c
$P_{\max}$ (kN)	3,62	3,59	3,77	3,07	3,02	3,02
média $P_{\max}$ (kN)	3,66			3,04		

Tabela 2: Resultados de carga máxima ( $P_{\max}$ ) para  $\sigma_{\max}^0=8,7$  MPa e  $G_{Ic}=0,0204$  N/mm

Pode-se observar da Tabela 2 que, ainda considerando uma energia de fratura corrigida, o valor de  $P_{\max}$  fica superestimado em relação ao valor experimental de 3,1 kN. É interessante



também observar que o efeito de redução da energia de fratura é mais substancial em casos de agregados menores (8 mm), que nos casos maiores (13 mm). Ou seja, o caso com menor tamanho de agregado tem sua resistência mais diretamente ligada à energia de fratura da pasta de cimento, enquanto um maior diâmetro de agregado produz uma dissipação muito associado ao desvio de trajetória. Com relação a morfologia das trincas, a redução da energia de fratura não produz mudanças significativas, apenas aumentando o número de interfaces rompidas, como esperado.

### 3.2 Efeito da densidade de agregados e espessura da ZTI

Devido a limitação imposta pelo modelo aqui empregado (2 fases), não é possível separar os efeitos da densidade de agregados e espessura da ZTI. Porém, conforme discutido na seção 2, um aumento em ambos, conduz em linhas gerais ao mesmo efeito: percolação das trincas da ZTI, que passam a dominar o problema de fratura. Lilliu e van Mier (2007) consideram uma resistência da ZTI quatro vezes menor que a da pasta de cimento. De modo a considerar esta condição limite, será, nesta seção, fixado uma tensão máxima na ponta da trinca ( $\sigma_{max}^0$ ) quatro vezes menor que a anteriormente empregada, ou seja,  $\sigma_{max}^0=2,2$  MPa. Esta condição corresponde a pior possível, ou seja, tal valor de  $\sigma_{max}^0$  corresponde a considerar uma alta densidade de agregados e uma elevada espessura da ZTI. A energia de fratura será mantida fixa em  $G_{Ic}=0,0204$  N/mm, a não ser quando mencionado o contrário. Para considerar o maior efeito de engrenamento no pós-pico, a lei de Xu (1999, ver Figura 2) é utilizada. A Tabela 3 sumariza os resultados obtidos. (O uso da lei CEB-FIP, 1993, induz valores de carga máxima ligeiramente menores).

$\phi$ agregado	13 mm			8 mm		
malha	a	b	c	a	b	c
$P_{max}$ (kN)	1,31	1,23	1,31	1,35	1,32	1,31
média $P_{max}$ (kN)	1,28			1,32		

Tabela 3: Resultados de carga máxima ( $P_{max}$ ) para  $\sigma_{max}^0=2,2$  MPa e  $G_{Ic}=0,0204$  N/mm

Além da esperada redução de carga máxima, chama a atenção que o diâmetro do agregado deixa de desempenhar qualquer papel significativo na carga máxima. Na Figura 8, duas morfologias de propagação são mostradas (caso *a* - diâmetro de agregado 13 mm e caso *b* - diâmetro 8 mm).

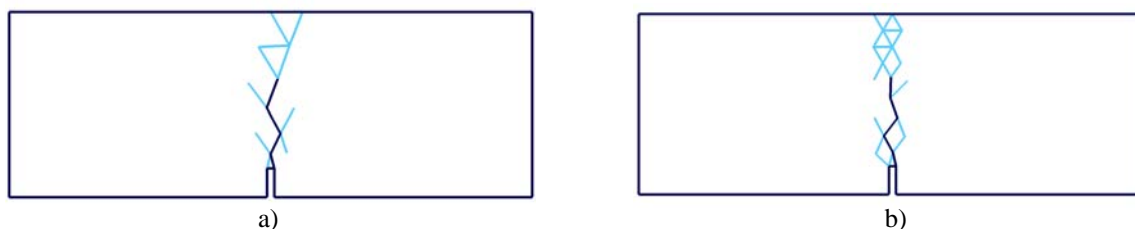


Figura 8: Fissuração e microfissuração a) diâmetro 13 mm e b) diâmetro 8 mm para  $\sigma_{max}^0=2,2$  MPa e  $G_{Ic}=0,0204$  N/mm.

Observa-se uma maior zona de processo na frente das fissuras nestes casos, quando comparado às correspondentes morfologias vistas na Figura 7, indicando um possível maior efeito de engrenamento. (A banda de fissuração no entanto permanece limitada à dimensão de dois agregados, como nos casos anteriores). Esta condição fica mais clara quando compara-se os diagramas cargas-deslocamento, Figura 9, no ponto de aplicação dos deslocamentos,

especificamente para os casos de diâmetro de agregado 8 mm. Na Figura 9a são apresentados os resultados para  $\sigma_{max}^0=8,7$  MPa e  $G_{Ic}=0,0204$  N/mm e resultados para  $\sigma_{max}^0=2,2$  MPa e  $G_{Ic}=0,0204$  N/mm são fornecidos na Figura 9b. Enquanto no primeiro caso instabilidade elástica desenvolve-se (do inglês *snap-back*), uma certa tenacidade pós-pico é obtida no segundo. Tal comportamento também foi obtido por Lilliu e van Mier (2007).

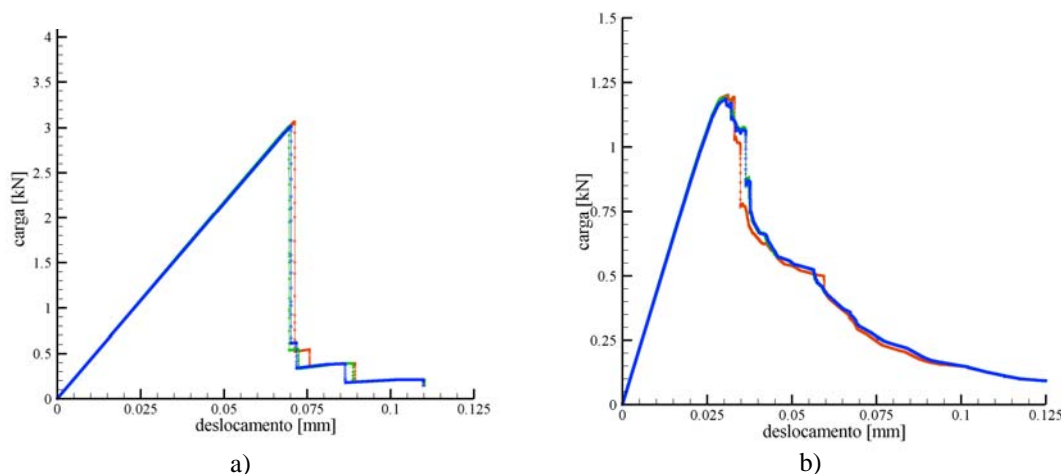


Figura 9: Diagramas carga-deslocamento para um diâmetro de agregado 8 mm a)  $\sigma_{max}^0=8,7$  MPa e b)  $\sigma_{max}^0=2,2$  MPa

### 3.3 Efeito da energia de modo II

Na simulação deste caso por Lens (2009) e nas outras simulações do contínuo, na qual nenhuma consideração da microestrutura do concreto é realizada, a propagação se dá unicamente nos planos principais de tensões. Portanto a energia de modo II não desempenha qualquer efeito em tais simulações. Isto é diferente nos casos aqui estudados, e presumivelmente nas situações reais, uma vez que a presença dos agregados impede que a propagação ocorra nos planos principais. A energia de modo II empregada nas seções 3.1 e 3.2 foi considerada dez vezes maior que a do modo I. Nesta seção foi considerado uma situação na qual  $G_{IIc} = 1.4 G_{Ic}$ . A Tabela 4 fornece os valores de  $P_{max}$  obtidos.

$\phi$ agregado	13 mm	8 mm
malha	a	b
$P_{max}$ (kN)	3,2	2,8

Tabela 4: Resultados de carga máxima ( $P_{max}$ ) para  $\sigma_{max}^0=8,7$  MPa e  $G_{Ic}=0,0204$  N/mm e  $G_{IIc}=1.4 G_{Ic}$ .

Comparando-se os resultados da Tabela 2 com os da Tabela 4, observa-se uma redução na carga de pico (de aproximadamente 10 %), indicando que  $G_{IIc}$  pode ter uma importância mais significativa na resposta do concreto do que nos casos contínuos.

## 4 CONCLUSÕES

Neste trabalho a metodologia de interfaces coesivas é empregada na simulação da fissuração do concreto introduzindo considerações microscópicas. Para tanto o concreto foi considerado como constituído por 2 fases: agregado e pasta de cimento/ZTI (matriz). A primeira fase é simulada por elementos finitos volumétricos elásticos-lineares enquanto a segunda é representada por elementos coesivos uni-dimensionais. Embora este trabalho seja introdutório

e as relações aqui obtidas apenas qualitativas, pode-se chegar as seguintes conclusões:

- a) Propriedades de fratura do concreto são constituídas de duas parcelas: uma puramente estrutural, advinda da microestrutura do mesmo e uma segunda relacionada ao material. Modelos contínuos não são capazes de distinguir entre ambas.
- b) Dependendo das propriedades da matriz, a energia dissipada pelos agregados na forma de desvio de trajetória da trinca pode ou não ser significativa. Se a matriz é muito frágil, os agregados praticamente não dissipam energia, sendo a resistência do concreto, neste caso, independente do diâmetro do agregado. Já se a matriz não é tão frágil, a resistência pode ter um ganho significativo com o tamanho do agregado. Concretos com agregados pequenos, neste caso, tendem a ser mais dependentes da resistência da matriz.
- c) Uma maior densidade de agregados junto com uma maior espessura de ZTI deve reduzir significativamente a resistência da matriz. O resultado é uma perda considerável da resistência do concreto. Porém um maior engrenamento pode resultar neste caso.
- d) A energia de fratura em modo II passa a ser uma variável importante do problema, pois a fissuração não segue mais os planos principais. Já em casos contínuos esta energia é praticamente insignificante.

## 5 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- Bažant, Z.P. e Pfeiffer, P.A. Shear fracture test of concrete. *Materials and Structures (RILEM)*, 110:111-121, 1986.
- Bažant, Z.P. e Pfeiffer, P.A. Determination of fracture energy from size effect and brittleness number. *ACI Journal*, 84:463-480, 1987.
- Bažant, Z.P. e Oh, B.H. Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures (RILEM)*, 16:155-177, 1983.
- Berton, S e Bolander, J.E. Crack band modeling of fracture in irregular lattices. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, 195: 7172-7181, 2006.
- Carpinteri, A.; Cornetti, P.; Barpi, F. e Valente, S. Cohesive crack model description of ductile to brittle size-scale transition: dimensional analysis vs. renormalization group theory. *Engineering Fracture Mechanics*, 70:1809-1839, 2003.
- COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1990. *Bulletin d'Information*, Lausanne n.213/214, Lausanne: CEB, mar. 1993.
- Gálvez, J.C.; Cendón, D.A. e Planas, J. Influence of shear parameters on mixed-mode fracture of concrete. *International Journal Fracture*, 118:163-189, 2002.
- Hillerborg, A.; Modéer, M. e Peterson, P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6:773-782, 1976.
- Landis, E.N. e Bolander, J.E. Explicit representation of physical processes in concrete fracture. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 42:1-17, 2009.
- Lens, L.N. *Modelos para Análise de Fratura do Concreto Simples Empregando Interfaces Coesivas*. Tese de doutorado, PPGEC-UFRGS, 2009.
- Lens, L.N.; Bittencourt, E. e d'Ávila, V.M.R. Constitutive models for cohesive zones in mixed mode fracture of plain concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 76:2281-2297, 2009.

- Lilliu, G. e van Mier, J.G.M. On the relative use of micromechanical lattice analysis of 3-phase particle composites. *Engineering Fracture Mechanics*, 74:1174-1189, 2007.
- Needleman, A. Continuum Model for Void Nucleation by inclusion debonding. *Journal of Applied Mechanics*, 54:525-531, 1987.
- Ngo, D. e Scordelis, A.C. Finite Elements Analysis of Reinforced Concrete Beams. *ACI Journal*, 64:152-163, 1967.
- Rocha, M.M. e Riera, J.D. On size effects and rupture of nonhomogeneous materials. In: *Fracture Processes in Concrete, Rock and Ceramics*, Ed. J.G.M. Van Mier. Chapman & Hall, 451-460, 1991.
- Schlangen, E e van Mier, J.G.M. Experimental and numerical analysis of micromechanisms of fracture of cement-based composites. *Cement and Concrete Composites*, 14: 105-118, 1992.
- van Mier, J.G.M. *Fracture processes of concrete: assessment of material parameters for fracture models*. CRC Press, 1997.
- Xu, X.P. Determination of parameters in the bilinear, Reinhardt's non-linear and exponentially non-linear softening curves and their physical meanings. *Werkstoffe und Werkstoffprüfung im Bauwesen*, Hamburg, Libri BOD, 410-424, 1999.
- Xu, X.P. e Needleman, A. Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. *Journal Mech. Phys. Solids*, 42:1397-1424, 1994.