

AVALIAÇÃO DE UM MODELO ANISÓTROPO DE DANO CONSIDERANDO A PERDA DE RESISTÊNCIA DEVIDO AO CISALHAMENTO DO CONCRETO

José J. C. Pituba^a

^a*Grupo de Modelagem Computacional de Estruturas, Universidade Federal de Goiás – UFG,
Campus Catalão, Av Dr Lamartine Pinto de Avelar, 1120, Setor Universitário, Catalão-GO, Brasil,
julio.pituba@pq.cnpq.br, <http://www.catalao.ufg.br/deciv>*

Palavras Chave: modelo constitutivo, mecânica do dano, anisotropia, material bimodular.

Resumo. Este trabalho trata da proposição de variáveis de dano relacionadas ao comportamento do concreto submetido a tensões de cisalhamento e suas respectivas leis de evolução, assim como a incorporação daquelas variáveis na formulação de um modelo constitutivo para o concreto que leva em conta a anisotropia e bimodularidade induzidas pelo processo de danificação. Inicialmente, a formulação do modelo de dano é brevemente revisada. O material é assumido inicialmente como meio elástico e isotrópico passando a apresentar anisotropia e resposta bimodular (respostas elásticas distintas para estados predominantes de tração ou de compressão). Em seguida, são discutidas algumas propostas de variáveis de dano relacionadas ao comportamento do concreto quando submetido ao cisalhamento, além das respectivas leis de evolução. A proposta escolhida é incorporada ao modelo original e implementada em um código computacional baseado no Método dos Elementos Finitos para análise plana. Finalmente, são comparadas as respostas numéricas do modelo com o experimental de vigas de concreto armado com diferentes taxas de armadura. Os resultados são discutidos com o intuito de verificar as melhorias apresentadas pela nova versão do modelo e mostrar a contribuição da dissipação de energia devido ao cisalhamento no comportamento do concreto fissurado para os exemplos analisados.

1 INTRODUÇÃO

A Mecânica do Dano é uma ferramenta para a simulação, em meios contínuos equivalentes, da deterioração de materiais devida exclusivamente a um processo de microfissuração. Dentro do escopo da Mecânica do Dano, os efeitos da danificação são incluídos no tensor constitutivo de rigidez. O dano implica numa redução de várias das componentes de rigidez, podendo o material danificado, de acordo com o modelo, manter-se isótropo ou tornar-se anisótropo. No contexto do regime de pequenas deformações, a formulação de leis constitutivas para materiais com isotropia ou anisotropia elástica que apresentam diferentes comportamentos em tração e em compressão é apresentada por Curnier et al. (1995). Já em Pituba (2003), foram introduzidas algumas condições na formulação de Curnier et al. (1995) de modo a permitir levar em conta a danificação. Dessa formulação originou-se o modelo constitutivo para o concreto que pode passar a ser simulado como um meio contínuo inicialmente isótropo com anisotropia induzida pelo dano. A classe de anisotropia induzida, adotada no modelo, decorre do pressuposto que localmente o concreto solicitado apresenta sempre uma distribuição de danificação com orientação bem definida. Essa suposição, aliás, está justificada na observação do comportamento do material em ensaios experimentais (Willam et al., 1988; Kupfer et al., 1969 e Van Mier, 1984).

O modelo de dano gerado até então não levava em conta os efeitos do comportamento do concreto quando submetido a tensões de cisalhamento. No entanto, este modelo originalmente proposto vem sendo testado em diversas situações evidenciando bons resultados (Proença e Pituba, 2003, Pituba, 2006, Pituba, 2008 e Pituba, 2010). Neste artigo, o objetivo é propor uma forma de penalizar os módulos de elasticidade transversal do meio anisótropo fissurado sem, no entanto, considerar os efeitos de fricção entre as faces de microfissuras fechadas. Além disso, pretende-se investigar de que forma tal proposta interfere na resposta do modelo de dano originalmente proposto.

2 MODELO DE DANO

O concreto é aqui entendido como um material que pertence à categoria dos meios inicialmente isótopos que passam a apresentar isotropia transversal e resposta bimodular induzidas pelo dano. A formulação do modelo para o concreto tem por base o princípio de equivalência de energia e o formalismo apresentado em Pituba (2006).

No que segue, o modelo proposto é descrito brevemente, iniciando pela apresentação do tensor de dano para estados predominantes de tração, cuja expressão é dada na forma:

$$\mathbf{D}_T = f_1(D_1, D_4, D_5)(\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}) + 2 f_2(D_4, D_5)[(\mathbf{A} \otimes \bar{\mathbf{I}} + \bar{\mathbf{I}} \otimes \mathbf{A}) - (\mathbf{A} \otimes \mathbf{A})] \quad (1)$$

sendo $f_1(D_1, D_4, D_5) = D_1 - 2 f_2(D_4, D_5)$ e $f_2(D_4, D_5) = 1 - (1-D_4)(1-D_5)$.

O tensor de dano apresenta duas variáveis escalares na sua composição (D_1 e D_4) e uma terceira variável de dano D_5 , ativada somente se tiver havido compressão prévia com danificação correspondente. A variável D_1 representa a danificação na direção perpendicular ao plano local de isotropia transversal do material e D_4 é a variável representativa da danificação gerada pelo cisalhamento entre as bordas das fissuras pertencentes àquele plano.

Na Eq. (1), o tensor $\bar{\mathbf{I}}$ é o tensor identidade de segunda ordem e o tensor \mathbf{A} é, por definição, Curnier et al. (1995), formado pelo produto tensorial do versor perpendicular ao plano de isotropia transversal por ele mesmo. As operações produtos tensoriais entre os tensores de segunda ordem $\bar{\mathbf{I}}$ e \mathbf{A} que aparecem na Eq. (1) e que serão utilizadas durante toda a formulação estão descritas em Pituba (2006).

Para estados predominantes de compressão, propõe-se para o tensor de dano a relação:

$$\mathbf{D}_C = f_1(D_2, D_4, D_5) (\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}) + f_2(D_3) [(\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}) - (\mathbf{A} \otimes \mathbf{A})] + 2f_3(D_4, D_5) [(\mathbf{A} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{A}) - (\mathbf{A} \otimes \mathbf{A})] \quad (2)$$

sendo $f_1(D_2, D_4, D_5) = D_2 - 2f_3(D_4, D_5)$, $f_2(D_3) = D_3$ e $f_3(D_4, D_5) = 1 - (1-D_4)(1-D_5)$.

Notam-se três variáveis escalares na sua composição: D_2 , D_3 e D_5 , além de D_4 , relacionada a efeitos de tração pré-existentes. A variável D_2 (danificação perpendicular ao plano local de isotropia transversal do material) penaliza o módulo de elasticidade nessa direção, e juntamente com D_3 (representante da danificação no plano de isotropia transversal) penaliza o coeficiente de Poisson em planos perpendiculares ao de isotropia transversal.

Finalmente, os tensores constitutivos resultantes são descritos por:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_T = & \lambda_{11} [\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}] + 2\mu_1 [\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}] - \lambda_{22}^+(D_1, D_4, D_5) [\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}] \\ & - \lambda_{12}^+(D_1) [\mathbf{A} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{A}] - \mu_2(D_4, D_5) [\mathbf{A} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{A}] \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_C = & \lambda_{11} [\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}] + 2\mu_1 [\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}] - \lambda_{22}^-(D_2, D_3, D_4, D_5) [\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}] - \lambda_{12}^-(D_2, D_3) [\mathbf{A} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{A}] \\ & - \lambda_{11}^-(D_3) [\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}] - \frac{(1-2\nu_0)}{\nu_0} \lambda_{11}^-(D_3) [\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}] - \mu_2(D_4, D_5) [\mathbf{A} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{A}] \end{aligned} \quad (4)$$

onde $\lambda_{11} = \lambda_0$ e $\mu_1 = \mu_0$. Os outros parâmetros só existem para dano não-nulo, evidenciando dessa forma a anisotropia e bimodularidade induzidas pelo dano, e são definidos por:

$$\begin{aligned} \lambda_{22}^+(D_1, D_4, D_5) = & (\lambda_0 + 2\mu_0)(2D_1 - D_1^2) - 2\lambda_{12}^+(D_1) - 2\mu_2(D_4, D_5) \\ \lambda_{12}^+(D_1) = & \lambda_0 D_1; \mu_2(D_4, D_5) = 2\mu_0 [1 - (1-D_4)^2 (1-D_5)^2] \\ & + \frac{(\nu_0 - 1)}{\nu_0} \lambda_{11}^-(D_3) - 2\mu_2(D_4, D_5) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\lambda_{12}^-(D_2, D_3) = \lambda_0 [(1-D_3)^2 - (1-D_2)(1-D_3)]$$

$$\lambda_{11}^-(D_3) = \lambda_0 (2D_3 - D_3^2); \mu_2(D_4, D_5) = 2\mu_0 [1 - (1-D_4)^2 (1-D_5)^2]$$

Em Curnier et al. (1995) define-se uma hipersuperfície, no espaço das tensões ou das deformações, a ser empregada como critério para a identificação das respostas constitutivas de compressão ou de tração. Neste modelo adota-se uma forma particular para a hipersuperfície no espaço das deformações: um hiperplano $g(\boldsymbol{\varepsilon})$, caracterizado por sua normal unitária \mathbf{N} ($\|\mathbf{N}\| = 1$). Para a versão uniaxial do modelo vale a seguinte relação:

$$g(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{D}_T, \mathbf{D}_C) = \mathbf{N}(\mathbf{D}_T, \mathbf{D}_C) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^e = \gamma_1(D_1, D_2) \varepsilon_V^e + \gamma_2(D_1, D_2) \varepsilon_{11}^e \quad (6)$$

onde $\gamma_1(D_1, D_2) = \{1 + H(D_2)[H(D_1) - 1]\} \eta(D_1) + \{1 + H(D_1)[H(D_2) - 1]\} \eta(D_2)$ e $\gamma_2(D_1, D_2) = D_1 + D_2$.

As funções de Heavieside empregadas na última relação são dadas por:

$$H(D_i) = 1 \text{ para } D_i > 0; H(D_i) = 0 \text{ para } D_i = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (7)$$

As funções $\eta(D_1)$ e $\eta(D_2)$ são definidas, respectivamente, para os casos de tração, supondo que não tenha danificação prévia de compressão, e de compressão, supondo que não tenha

havido danificação prévia de tração.

$$\eta(D_1) = \frac{-D_1 + \sqrt{3 - 2D_1^2}}{3}; \quad \eta(D_2) = \frac{-D_2 + \sqrt{3 - 2D_2^2}}{3} \quad (8)$$

Com relação ao critério de danificação, é conveniente separá-lo em critério para início de danificação, quando o material deixa de ser isótropo; e critério para carga e descarga, entendido aqui num sentido de evolução ou não das variáveis de dano, quando o material já apresentar-se como transversalmente isótropo.

O critério para ativação inicial da danificação em tração ou compressão é dado por:

$$f_{T,C}(\boldsymbol{\sigma}) = W_e^* - Y_{OT,OC} < 0 \quad (9)$$

onde W_e^* é a energia de deformação elástica complementar considerando-se o meio inicialmente íntegro, isótropo e puramente elástico e $Y_{OT} = \sigma_{OT}^2 / 2E_0$ ou $Y_{OC} = \sigma_{OC}^2 / 2E_0$ é um valor de referência obtido de ensaios uniaxiais de tração, ou de compressão, respectivamente, sendo σ_{OT} e σ_{OC} as tensões dos limites elásticos.

Portanto, $\mathbf{D}_T = \mathbf{0}$ (ou seja, $D_1 = D_4 = 0$) para estados predominantes de tração ou $\mathbf{D}_C = \mathbf{0}$ (ou seja, $D_2 = D_3 = D_5 = 0$) para estados de compressão, onde o regime de resposta do material é elástico linear e isótropo.

Para o caso de $g(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{D}_T, \mathbf{D}_C) > 0$ e $g(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{D}_T, \mathbf{D}_C) < 0$, as energias elásticas complementares do meio danificado são dadas, respectivamente, pelas relações:

$$W_{e+}^* = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_0(1-D_1)^2} \quad e \quad W_{e-}^* = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_0(1-D_2)^2} \quad (10)$$

Considerando-se, então, uma situação geral de meio danificado em regime predominante de tração, o critério para a identificação de acréscimos de danificação é representado pela seguinte relação:

$$f_T(\boldsymbol{\sigma}) = W_{e+}^* - Y_{OT}^* \leq 0 \quad (11)$$

onde o valor de referência Y_{OT}^* é definido pela máxima energia elástica complementar determinada ao longo do processo de danificação até o estado atual. Para o meio danificado em regime predominante de compressão, valem relações análogas ao caso de tração.

Nos casos onde configura-se carregamento, isto é, onde $\dot{\mathbf{D}}_T \neq \mathbf{0}$ ou $\dot{\mathbf{D}}_C \neq \mathbf{0}$, é necessário atualizar os valores das variáveis escalares de dano que aparecem nos tensores \mathbf{D}_T e \mathbf{D}_C , considerando-se suas leis de evolução.

Limitando-se a análise ao caso de carregamento monotônico crescente e versão uniaxial do modelo, as leis de evolução propostas para as variáveis escalares de dano são resultantes de ajustes sobre resultados experimentais e apresentam características similares àquelas encontradas nos modelos de Mazars (1986) e La Borderie (1991). A forma geral proposta é:

$$D_i = 1 - \frac{1 + A_i}{A_i + \exp[B_i(Y_i - Y_{0i})]} \quad \text{com } i = 1, 3 \quad (12)$$

onde A_i , B_i e Y_{0i} são parâmetros a serem identificados. Os parâmetros Y_{0i} são entendidos como limites iniciais para a ativação da danificação, os mesmos utilizados na Eq. (9). A identificação paramétrica do modelo é realizada através de ensaios experimentais de tração

uniaxial para a obtenção dos parâmetros A_1 , B_1 e $Y_{01} = Y_{0T}$, de ensaios de compressão uniaxial para a identificação dos parâmetros A_2 , B_2 e Y_{02} e finalmente de ensaios de compressão biaxial para obter A_3 , B_3 e $Y_{03} = Y_{02} = Y_{0C}$. Por outro lado, a identificação dos parâmetros contidos nas leis de evolução correspondentes às variáveis de dano D_4 e D_5 , as quais influenciam o comportamento do concreto em cisalhamento, são objeto de estudo deste trabalho, onde são propostas suas leis de evolução. Resultados da identificação paramétrica através de ensaios correspondentes a estados uni, bi e triaxiais em corpos de prova de concreto são descritos em Proença and Pituba (2003).

Por outro lado, quando o processo de danificação é ativado, a formulação passa a envolver o tensor A que, por sua vez, depende do conhecimento da normal ao plano de isotropia transversal. Então, devem-se definir regras para a localização dessa normal para um dado estado de deformação.

Em Pituba (2006), sugere-se um critério para a localização do plano de isotropia transversal baseado nos sinais das taxas das deformações principais. Inicialmente propõe-se que a isotropia transversal decorrente do dano se manifesta somente se existirem taxas positivas de deformação, ao menos em uma das direções principais. Em seguida, definem-se algumas regras para identificar sua localização. Em primeiro lugar, um estado de deformação em que uma das taxas de deformação é não-nula ou de sinal contrário às demais, aplica-se a seguinte regra:

“No espaço das deformações principais, se duas das três taxas das deformações forem de alongamento, encurtamento ou nulas, o plano definido por elas será o plano de isotropia”.

Nesse caso enquadra-se, por exemplo, a tração uniaxial, resultando que o plano de isotropia transversal é perpendicular à direção da tensão de tração. Entretanto, há casos não abrangidos por essa regra. Por exemplo, o estado de deformação plana em que as deformações não-nulas são de sinais contrários. Para essa situação, vale uma segunda regra:

“Num estado de deformação plana, onde as taxas das deformações principais no plano tenham sinais contrários, o plano local de isotropia transversal do material fica definido pelas direções da deformação principal permanentemente nula e da deformação cuja taxa seja positiva”.

Outro caso particular ocorre quando todas as taxas de deformações principais são positivas. Para esses estados vale uma terceira regra, segundo a qual assume-se que a direção de maior alongamento seja perpendicular ao plano local de isotropia transversal do material. Obviamente, critérios baseados em outros fundamentos podem ser sugeridos, como por exemplo, a teoria de microplanos.

3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CISALHAMENTO NO CONCRETO

Neste item são apresentadas algumas sugestões de leis de evolução das variáveis de dano ligadas ao cisalhamento do concreto, assim como é analisada a questão de identificação paramétrica, fato este que motivou a escolha por uma formulação simples para a incorporação dos efeitos dos processos de danificação relativos ao cisalhamento do concreto no modelo originalmente proposto em Pituba (2003).

Como forma de introduzir o fenômeno do cisalhamento no concreto, faz-se um breve relato sobre o comportamento do concreto fissurado quando submetido a esforços de cisalhamento.

Figueiras (1983) já chama a atenção sobre investigações experimentais que mostraram a importante contribuição do concreto fissurado na resistência ao cisalhamento, no caso de elementos de concreto armado. Dois mecanismos estão presentes nesse comportamento, são eles: a chamada ação de “pino” e a transferência de tensão de cisalhamento entre as faces das

bordas das fissuras.

Enquanto que o primeiro é particular para o concreto armado, o segundo é de maior interesse no contexto deste trabalho.

As superfícies das fissuras são usualmente rugosas e irregulares, geralmente contornando os agregados graúdos do concreto. As superfícies rugosas das faces das fissuras podem transferir tensões de cisalhamento através da fricção e do engrenamento dos agregados, como se ilustra na Fig. 01. A aplicação de esforço cisalhante v causa um deslocamento d e, devido à irregularidade da superfície tende a provocar uma separação das superfícies da fissura ou, dilatação w do meio. Resultados experimentais mostraram que a abertura inicial de fissura (w_0) é a variável principal que afeta a ação de engrenamento dos agregados. Grandes aberturas iniciais de fissuras implicam em menor rigidez e resistência ao cisalhamento.

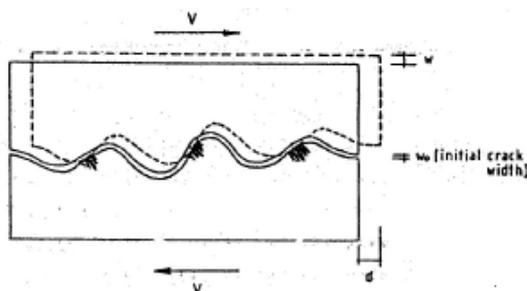


Figura 01: Mecanismo de engrenamento dos agregados para a transferência de tensões de cisalhamento através da fissura (Figueiras, 1983).

Algumas aproximações para se levar em conta a perda de rigidez ao cisalhamento podem ser encontradas na literatura. Entre elas, pode-se citar a proposta de Hand et al. (1973) que modelaram a rigidez ao cisalhamento do concreto (módulo de elasticidade transversal) como um valor constante reduzido em relação ao valor inicial. Entretanto, para Figueiras (1983), o valor do módulo de elasticidade transversal decrescendo linearmente com a deformação normal ao plano fissurado (representando a abertura da fissura) constitui-se numa melhor aproximação no confronto com resultados experimentais, sendo, portanto, algo razoável para se propor. O grande problema encontrado na proposição de uma lei de evolução e na identificação paramétrica correspondente é a difícil execução e a obtenção de valores confiáveis em ensaios experimentais onde o concreto esteja submetido a tensões de cisalhamento.

Outro fenômeno envolvido no cisalhamento do concreto é a consideração da dissipação conjunta decorrente do dano evolutivo e do fenômeno de fricção interna nas faces das fissuras. Para Mazars et al. (2000), o fenômeno de fricção interna está relacionado à suposição de que as fissuras não se abrem simplesmente por separação formando faces com superfícies lisas, mas tendem a combinar modos de separação e deslizamento segundo superfícies com certa rugosidade. O deslizamento entre as faces das fissuras dá origem a uma deformação por escorregamento, assumida como responsável por um comportamento plástico com encruamento cinemático não-linear do meio danificado. Já em Araújo (2003), para considerar a danificação e a fricção interna, a tensão total num ponto do meio com dano é dividida em uma parcela dita tensão elasto-danificada e em outra denominada tensão de escorregamento, também dependente do nível de dano da estrutura. Segundo Dragon and Halm (2000), ao se efetuar um descarregamento observa-se que o mesmo possui um comportamento inelástico e isto é apenas um efeito específico gerado pelo dano por microfissuração combinado com a fricção de microfissuras fechadas, sendo este último representante de uma forma específica de

plasticidade. Naquele trabalho é desenvolvido um modelo que envolve processo de dano anisótropo por microfissuração e fricção em uma série de fissuras fechadas. A formulação apresentada emprega um formalismo de variável interna fundamentado em alguns conceitos da micromecânica.

No item que segue são apresentadas duas propostas possíveis para se considerar o efeito da danificação devido ao cisalhamento na simulação do comportamento do concreto, sendo uma delas escolhida de modo a atender alguns requisitos para utilização do modelo de dano originalmente proposto.

3.1 Propostas de Leis de Evolução para as Variáveis de Dano Ligadas ao Cisalhamento

De forma resumida, relatam-se duas formas sugeridas para a incorporação dos efeitos de danificação devido ao cisalhamento no comportamento do concreto.

PROPOSIÇÃO 1:

Propõe-se que para estados predominantes de tração, a variável D_4 representativa do dano gerado pelo cisalhamento entre as bordas das fissuras pertencentes ao plano local de isotropia transversal do material tenha uma relação de dependência com a variável D_1 que representa a danificação na direção perpendicular àquele plano. O mesmo vale para os estados predominantes de compressão, onde as variáveis envolvidas são D_5 e D_3 , fazendo-se a ressalva que D_3 (dano no plano de isotropia transversal) penaliza a rigidez perpendicular à fissura aberta pela extensão ortogonal à compressão exercida no meio.

Esta proposta pode ser expressa por:

$$D_4 = \Omega_T D_1 \quad (13)$$

$$D_5 = \Omega_C D_3 \quad (14)$$

onde Ω_T e Ω_C podem ser parâmetros a serem identificados, ou, numa forma mais complexa, pode-se propor uma função de valor escalar composta por parâmetros. Esta segunda alternativa pode levar a uma eficiência maior da resposta obtida com o modelo, porém conduz a custo maior na identificação paramétrica.

As expressões (13) e (14) recuperam, de certa forma, aquilo que foi dito por Figueiras (1983), onde considera-se que pode-se associar a penalização do módulo de elasticidade transversal com a deformação perpendicular à fissura. No caso predominante de tração, a variável D_1 está presente no cálculo da deformação perpendicular à fissura, e no caso de estados predominantes de compressão, a variável D_3 está presente no cálculo da deformação perpendicular à fissura.

PROPOSIÇÃO 2:

Neste caso, propõem-se formas independentes de evolução de dano para o cisalhamento através de leis de evolução para D_4 e D_5 nos moldes da Eq. (12), independentes no sentido de não estarem ligadas à evolução de outras variáveis de dano como na proposição 1. Contudo, isso introduz um número razoável de parâmetros a serem identificados e ainda acarreta num custo computacional maior para o cálculo das variáveis de dano, pois seria mais uma variável a ser considerada no processo iterativo para o cálculo das variáveis de dano que formam um sistema implícito para as relações para $Y_{T,C}$ e $D_{T,C}$. Outro inconveniente, seria a necessidade de resultados de ensaios experimentais em espécimes de concreto, resultados estes ilustrados por curvas tensão x distorção.

De uma maneira geral, as duas alternativas trazem dificuldades de execução, tais como:

Como propor leis de evolução se os ensaios experimentais são de difícil execução? Como relacionar D_1 e D_4 através de Ω_T e D_3 e D_5 através de Ω_C ? O modelo original possui um número reduzido de parâmetros para um modelo anisótropo para o concreto, mas vale a pena aumentar consideravelmente este número de parâmetros para a representação do fenômeno do cisalhamento?

Avaliando todas as questões levantadas, conclui-se que uma alternativa viável seria a proposição de uma lei de evolução simples para as variáveis ligadas ao cisalhamento. Acredita-se que os resultados obtidos com o emprego do modelo até então são satisfatórios (Pituba, 2006, Pituba, 2008 e Pituba, 2010, por exemplo) e que a contribuição da dissipação de energia devido às variáveis de dano D_4 e D_5 possa ser importante, porém não é de fundamental importância para a modelagem do comportamento do concreto considerando o modelo constitutivo em questão. Isto nos leva a não sobrecarregar a formulação do modelo por conta do cisalhamento em termos de custo computacional, pois o procedimento iterativo de cálculo das variáveis de dano contaria com mais variáveis. Além disso, haveria um número maior de parâmetros a serem identificados, pois desde o início da concepção do modelo pensou-se numa aplicação mais prática do mesmo, sem tentar perder a qualidade de resultados. Isto é comprovada na escolha (baseada em dados experimentais) da hipótese de isotropia transversal como anisotropia induzida e não na escolha de ortotropia, o que seria mais natural, porém o número de parâmetros seria excessivo para um benefício pequeno.

Sendo assim, considere-se o gráfico tensão de cisalhamento (τ) x distorção (γ) idealizado para o comportamento do concreto (Fig. 02).

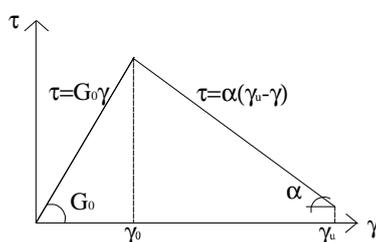


Figura 02: Curva tensão-deformação idealizada para cisalhamento puro.

Da Fig. 02 observam-se as seguintes relações:

$$\tau = G_0 \gamma \text{ se } \gamma \leq \gamma_0 \text{ (material elástico íntegro)} \quad (15)$$

$$\tau = \alpha_T (\gamma_u - \gamma) \text{ se } \gamma > \gamma_0 \text{ (material elástico danificado)} \quad (16)$$

onde G_0 é o módulo de elasticidade transversal do material íntegro, γ_0 é a deformação correspondente à tensão de pico num ensaio de cisalhamento puro, γ_u é a deformação última admitida para o material num ensaio de cisalhamento puro e α_T é a inclinação da reta no ramo 'softening'. Portanto, no caso de estados predominantes de tração, os parâmetros a serem identificados são γ_0 , γ_u e α_T .

Por outro lado, igualando a Eq (16) com a relação tensão-deformação de um material danificado, obtém-se o valor da variável de dano:

$$D_4 = 1 - \sqrt{\frac{\alpha_T (\gamma_u - \gamma)}{G_0 \gamma}} \quad (17)$$

Portanto, de uma maneira resumida, a proposta é dada por:

$$\text{Se } \gamma \leq \gamma_0, \text{ então } D_4 = 0; \tau = G_0 \gamma \quad (18)$$

$$\text{Se } \gamma > \gamma_0, \text{ então } D_4 = 1 - \sqrt{\frac{\alpha(\gamma_u - \gamma)}{G_0 \gamma}}; \tau = G_0(1 - D_4)^2(1 - D_5)^2 \gamma \quad (19)$$

sendo D_5 um valor constante se houve danificação prévia em compressão.

A dificuldade reside no fato de identificar o parâmetro γ_0 num ensaio de cisalhamento puro. Os parâmetros γ_u e α_T podem ser escolhidos convenientemente de modo a aproximar-se do ramo *softening* do concreto no ensaio. Propõe-se que esta lei também seja válida para estados predominantes de compressão, ou seja, $\alpha_T = \alpha_C$, onde D_5 é quem passa a evoluir. Porém, pode-se pensar numa penalização mais branda de G na compressão atribuindo um valor maior para γ_u e um valor baixo para α_C .

Vale ressaltar que optou-se por simplicidade de formulação e identificação paramétrica, pois os principais fenômenos dissipativos relativos aos processos de danificação já são levados em conta pelo modelo com a evolução das variáveis D_1 , D_2 e D_3 .

4 APLICAÇÕES NUMÉRICAS

Uma versão bidimensional do modelo proposto foi implementada num código de cálculo em elementos finitos para análises planas. Nestas análises, apenas o concreto possui comportamento não-linear, para o aço admite-se uma relação constitutiva linear. Com relação à interação entre os dois materiais, admitiu-se perfeita aderência entre o aço e o concreto.

Fazendo-se uso das simetrias de carregamento e de geometria, discretizou-se, portanto, apenas metade das vigas, conforme ilustra a Fig. 03.

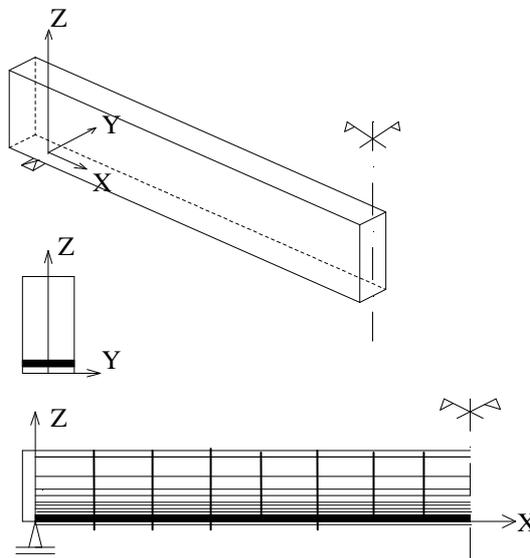


Figura 03: Discretização em elementos finitos bidimensionais.

O modelo modificado foi utilizado na análise de vigas em concreto armado ensaiadas por Álvares (1993). As respostas do modelo sem e com a consideração da penalização da rigidez relativa ao cisalhamento do concreto são confrontadas de modo a obter a possível melhoria da resposta numérica dada pelo modelo de dano.

As vigas em questão são biapoiadas, com 2,40 m de vão, seção transversal retangular (12 x

30 cm) e o carregamento é constituído por duas forças concentradas iguais aplicadas nos terços dos vãos. Na confecção das vigas foi utilizado um concreto com $E_c = 29200$ MPa. Para o aço das armaduras adotou-se $E_a = 196000$ MPa. O coeficiente de Poisson adotado foi de 0,20. Maiores detalhes sobre a resposta experimental de cada tipo de viga, colhida a partir de provas realizadas com controle de carga, encontram-se em Álvares (1993). As vigas em questão estão descritas na Fig. 04, onde são fornecidos os detalhes de geometria e armação. Já na Tab. 1 são fornecidos os valores dos parâmetros relativos a D_1 , D_2 e D_3 , identificados através de ensaios uniaxiais e biaxiais de tensão, maiores detalhes estão em Pituba (2003).

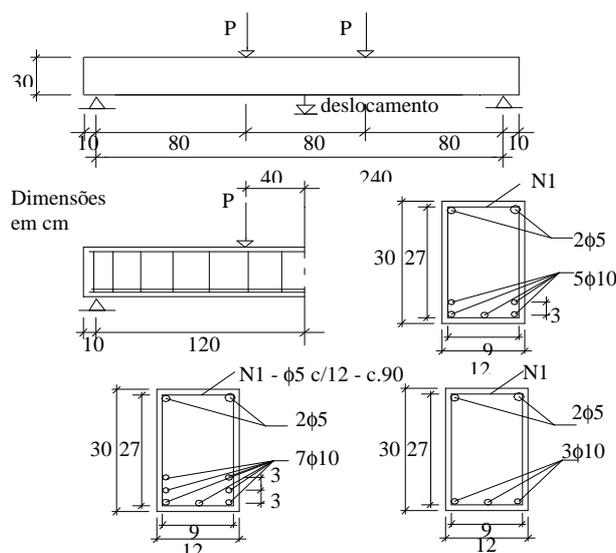


Figura 04: Geometria e armação das vigas (Pituba, 2003).

Parâmetros de Tração	Parâmetros de Compressão	
$Y_{01} = 0,72 \times 10^{-4} \text{MPa}$	$Y_{02} = 0,5 \times 10^{-3} \text{MPa}$	$Y_{03} = 0,5 \times 10^{-3} \text{MPa}$
$A_1 = 50$	$A_2 = -0,9$	$A_3 = -0,6$
$B_1 = 6700 \text{MPa}^{-1}$	$B_2 = 0,4 \text{MPa}^{-1}$	$B_3 = 70000 \text{MPa}^{-1}$

Tabela 1: Parâmetros do modelo.

Com relação aos parâmetros ligados à evolução das variáveis de dano de cisalhamento D_4 e D_5 , por simplicidade foram adotados valores iguais para o comportamento em tração e compressão. Como valores de referência adotou-se a curva experimental de um ensaio de cisalhamento direto (Fig. 05) constante no trabalho de Khaloo and Ahmad (1988) para um concreto com f_{ck} aproximadamente igual a 36 MPa, valor este semelhante ao atingido pelo concreto que foi usado para a confecção das vigas ensaiadas por Álvares (1993).

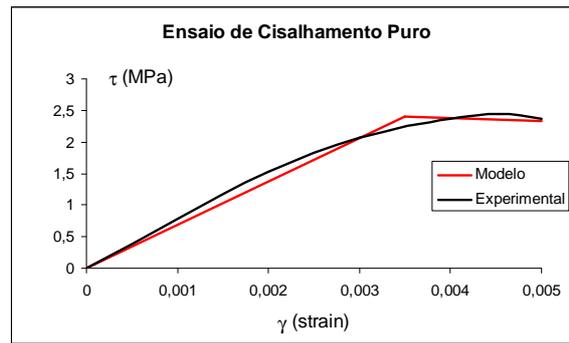


Figura 05: Identificação paramétrica em cisalhamento puro.

Nas figuras seguintes são apresentadas as respostas obtidas com o modelo sem considerar a evolução das variáveis de dano D_4 e D_5 ligadas ao cisalhamento (curvas designadas por “Modelo” na legenda) e as correspondentes com a adição dos processos de danificação gerados pelo cisalhamento do concreto (curvas designadas por “Modelo com cisalhamento”). Observam-se ainda as instabilidades nas respostas nos últimos estágios do carregamento onde a localização do dano se faz presente de maneira mais acentuada. Além disso, o aço é considerado elástico, o que não condiz com a resposta experimental nos últimos estágios do carregamento. As análises foram efetuadas utilizando-se malhas constituídas por 400 elementos finitos quadrangulares de 4 nós, e no caso da viga com $7\phi 10.0$ mm uma malha com 600 elementos foi necessária. Vale lembrar que apenas uma única camada representa a armadura.

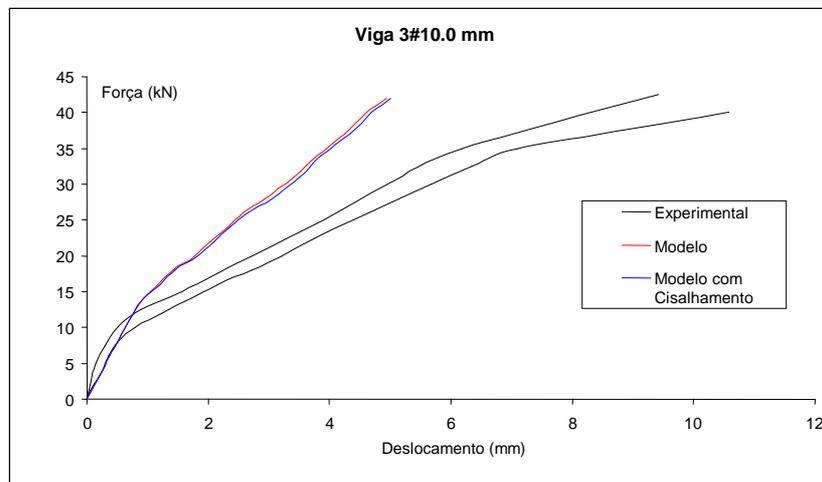
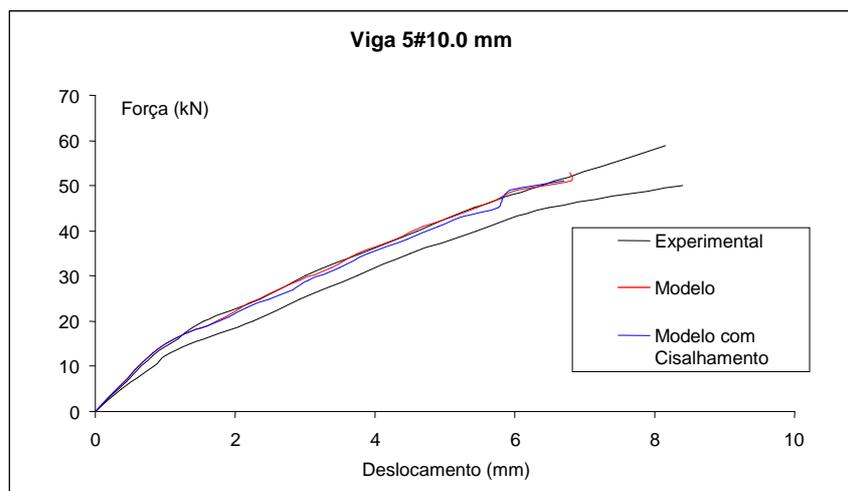
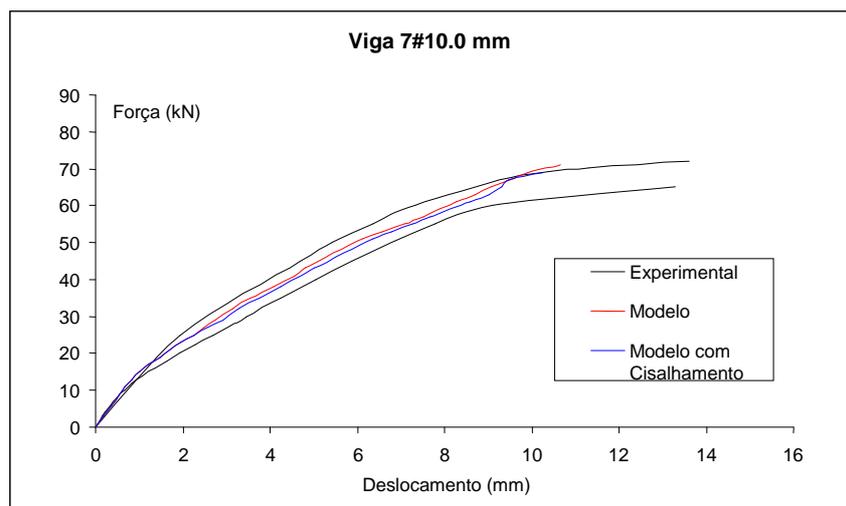


Figura 06: Respostas numéricas e experimental para a viga $3\phi 10.0$ mm.

Figura 07: Respostas numéricas e experimental para a viga 5 ϕ 10.0 mm.Figura 08: Respostas numéricas e experimental para a viga 7 ϕ 10.0 mm.

De um modo geral, observa-se que a contribuição dos processos de danificação relativos ao cisalhamento do concreto na dissipação de energia não é muito importante, como era esperado, pois a energia de deformação por flexão traduzida em tensões normais atuantes na abertura das fissuras é o principal fenômeno corrente no concreto, segundo a fundamentação da proposta do modelo de dano. Acredita-se ainda que a energia por distorção não seja tão influente ainda pelo fato do travamento da resposta numérica, ainda percebida, com a utilização desse tipo de elemento finito. Contudo, as respostas numéricas continuam satisfatórias, onde o processo de danificação relativo ao cisalhamento é mais um fenômeno que contribui para a energia dissipada pela viga. Porém, na viga com 3#10.0 mm ainda fica evidenciado a incapacidade do modelo de capturar a forte quebra inicial de rigidez que se dá por volta de 12 kN, o que interfere em toda a resposta da viga fazendo com o modelo apresente uma curva mais rígida que a experimental. Conclui-se que uma formulação não-local do modelo e uma utilização de elemento finito que não apresente limitação de

travamento da resposta seja algo desejável para o aperfeiçoamento do modelo proposto.

Um outro problema constatado continua sendo a dificuldade de identificação paramétrica do modelo, agora relativo às variáveis de dano ligadas ao cisalhamento. Apesar da utilização de valores experimentais de um concreto com características aproximadas àquele utilizado na confecção das vigas ensaiadas, observam-se respostas numéricas satisfatórias com a utilização do modelo proposto.

Finalmente, por levar em conta a anisotropia induzida pela danificação, o modelo apresenta um bom resultado considerando a dissipação de energia gerada pelo cisalhamento, pois penaliza seletivamente as componentes do tensor constitutivo correspondentes às tensões normais e tangenciais, fato este que não acontece num modelo de dano isótropo (penaliza igualmente as componentes do tensor constitutivo), levando à necessidade de se corrigir a penalização exagerada das componentes de rigidez ligadas ao cisalhamento. Um exemplo de modelo deste tipo pode ser encontrado no trabalho de Cervera et al. (1988) que propõe o chamado “*shear retention factor*” assumindo um parâmetro de valor reduzido e constante que penaliza a rigidez de cisalhamento na direção paralela à fissura.

Segundo Scotta et al. (2001), modelos isótropos são incapazes de levar em conta a transferência das tensões de cisalhamento ocorridas numa fissura pelo fenômeno de engrenamento dos agregados (ver Fig. 01). Como o modelo proposto penaliza de forma diferente as componentes de rigidez do tensor constitutivos com leis de evolução diferentes das variáveis de dano (mesmo havendo um critério de evolução do tensor de dano em tração e compressão, não implicando numa mesma lei de evolução para as variáveis de dano que compõem o tensor), é possível levar em conta a transferência de tensão de cisalhamento como efeito benéfico para o concreto resistir aos esforços sem recorrer a artifícios numéricos como o sugerido em Cervera et al. (1988).

5 CONCLUSÕES

A adição das variáveis de dano ligadas aos processos de cisalhamento do concreto na formulação do modelo proposto não provocaram uma variação significativa da resposta numérica dos exemplos aqui analisados, isso porque a principal fonte de dissipação de energia gerada pela danificação é devida aos modos de abertura I das fissuras. Essa afirmação pode ser constatada pela própria formulação concebida para o modelo, portanto, a energia dissipada pelo efeito de cisalhamento das bordas das fissuras é um fenômeno adicional. Contudo, pelo fato do tensor de dano em compressão ou tração ser formado por variáveis escalares de dano com suas próprias leis de evolução, isso gera uma vantagem sobre os modelos isótropos que necessitam de um parâmetro adicional para levar em conta uma possível resistência à transferência das tensões de cisalhamento.

Por outro lado, a adição dos efeitos da danificação em presença de tensões de cisalhamento contribui para a melhoria da resposta numérica fornecida pelo modelo. Todavia, a danificação gerada pela energia de distorção deve ser melhor avaliada em análises de estruturas onde esse tipo de energia é mais evidente. Vale ainda observar que o modelo proposto não é capaz de levar em conta a dissipação de energia, em um determinado nível de dano, que ocorre devido ao atrito por deslizamento entre as superfícies das fissuras. Este princípio pode também ser tratado em trabalhos futuros.

AGRADECIMENTOS

O autor deseja agradecer a FUNAPE (Fundação de Apoio à Pesquisa da Universidade Federal de Goiás) e CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo apoio financeiro.

REFERENCES

- Álvares, M. S., *Estudo de um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação com emprego do método dos elementos finitos*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1993.
- Araújo, F. A., *Contribuição ao emprego da mecânica do dano para a análise do comportamento dinâmico não-linear de vigas em concreto armado*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2003.
- Cervera, M., Hinton, E., and Bicanic, N., *Non-linear transient dynamic analysis of three dimensional model – A FEM program for steel and reinforced concrete structures*. Numerical Methods and Software for Dynamic Analysis of Plates and Shells. Swansea, Pineridge Press, 1988.
- Curnier, A., He, Q., and Zysset, P., Conewise linear elastic materials. *Journal of Elasticity*, 37: 1-38, 1995.
- Dragon, A., Halm, D., and Désoyer, Th., Anisotropic damage in quasi-brittle solids: modelling, computational issues and applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183: 331-352, 2000.
- Figueiras, J. A., *Ultimate load analysis of anisotropic and reinforced concrete plates and shells*. PhD Thesis, University of Wales, Department of Civil Engineering, 1983.
- Hand, F. R., Pecknold, D. A., and Schnobrich, W. C., Non linear layered analysis of reinforced concrete. Plates and shells. *Journal of the Structural Division*, 99:1491-1505, 1973.
- Khaloo, A. R., and Ahmad, A. H., Behavior of normal and high-strength concrete under combined compression-shear loading. *ACI Materials Journal*, November-december, 551-559, 1988.
- La Borderie, C., *Phenomenes unilateraux dans un materiau endommageable: modelisation et application a l'analyse de structures en beton*. Doctoral dissertation, University of Paris, France, 1991.
- Mazars, J., A description of micro and macroscale damage of concrete structures. *Engineering Fracture Mechanics*, 25: 729-737, 1986.
- Mazars, J., Ragueneau, F., and Pijaudier-Cabot, G., *Continuum damage modelling for concrete structures in dynamic situations*. In Continuum Damage Mechanics of Materials, Cachan, 36 p, 2000.
- Pituba, J. J. C., *Sobre a Formulação de um modelo de dano para o concreto*. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil, 2003.
- Pituba, J. J. C., Formulation of damage models for bimodular and anisotropic media. *Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural*, 3:7-29, 2006.
- Pituba, J. J. C., An anisotropic model of damage and unilateral effect for brittle materials. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences*, 4:100-105, 2008.
- Pituba, J. J. C., Validation of a damage model for the non linear analysis of reinforced concrete structures. *Acta Scientiarum. Technology*, to be published, 2010.
- Proença, S. P. B., and Pituba, J. J. C., A damage constitutive model accounting for induced anisotropy and bimodular elastic response. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 1: 101-117, 2003.
- Scotta, R., Vitaliani, R., Saetta, A., Oñate, E., and Hanganu, A., A scalar damage model with a shear retention factor for the analysis of reinforced concrete structures: theory and validation. *Computers and Structures*, 79: 737-755, 2001.