

## CONVECCIÓN NATURAL CONJUGADA CON ENFRIAMIENTO DE FLUIDOS NO-NEWTONIANOS EN CAVIDAD 3D

Nelson Moraga <sup>a</sup>, Diego A. Vasco <sup>b</sup>

*a Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Santiago de Chile  
Av. Lib. Bdo. O'Higgins 3763, Fono: 56-2-7183110, email: nelson.moraga@usach.cl*

*b Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Santiago de Chile  
Av. Lib. Bdo. O'Higgins 3763, email: diego.vascoc@usach.cl*

**Palabras Clave:** Fluido no-newtoniano, Convección natural, Proceso Conjugado, Método de los volúmenes finitos, Algoritmo Simple.

**Resumen.** Mediante el método de los volúmenes finitos (MVF) y el algoritmo de acoplamiento SIMPLE, se estudia el proceso de enfriamiento por inmersión en aire de un fluido no-newtoniano (jugo de manzana) contenido en un recipiente de sección rectangular. Estudios de este tipo se han realizado en dominios bidimensionales (Kumar A., Bhattacharya M., *Int J Heat Mass Trans* 34:1083-1096 (1991)) por lo que la tridimensionalidad implica un aporte importante. Un segundo aporte es el análisis de la influencia de los modelos reológicos Bingham y Herschel-Bulkley en las líneas de trayectoria de flujo, distribución del coeficiente convectivo y flujo de calor en las paredes del recipiente, además de perfiles de velocidad y temperatura en el dominio. En general con ambos modelos se observaron diferencias en los resultados obtenidos para la mecánica de fluidos y la transferencia de calor. Los coeficientes convectivos calculados en las superficies del recipiente mostraron una variación hasta de un orden de magnitud.

## 1 INTRODUCCIÓN

Los procesos con fluidos no-newtonianos son de gran importancia en aplicaciones como la industria química, farmacéutica, biológica y alimenticia (Acrivos, 1960; Sorn y Chen, 1988; Kim, 1997; Khan et al. 2006; Denier y Dabrowski, 2004). El conocimiento de la dinámica de fluidos y transferencia de calor es esencial para el mejoramiento y comprensión de procesos térmicos como enfriamiento, esterilización y congelación de alimentos (Aiyng et al. 2007; Huan et al. 2003; Wang et al. 2007; Moraga y Barraza, 2002; Pham, 2006).

El proceso de convección natural bidimensional ha sido ampliamente estudiado. Wang et al. (2002); analizó el fenómeno con fluidos de Bingham en un medio poroso saturado. Los autores resolvieron analíticamente y numéricamente el problema utilizando el esquema de Runge-Kutta de cuarto orden y el método del disparo. De los resultados numéricos, se encontró que la convección natural tiene lugar solo si se proporciona un valor mínimo de esfuerzo de corte. Kim et al. (2003a); estudiaron el proceso con un fluido de Ley de potencia mediante el método de volúmenes finitos. Estos autores encontraron que las propiedades reológicas tienen una influencia significativa en el proceso transiente.

Kim et al. (2003b) estudiaron la convección natural en un medio poroso saturado con un fluido viscoelástico. En este trabajo se muestra la dependencia del comportamiento transiente del número de Nusselt en función del número de Darcy-Rayleigh. Kannan y Gourisankar (2008); estudiaron mediante el uso de software comercial (CFX V.5.7) los procesos de convección natural y transferencia de calor durante el proceso de esterilización de un fluido de Ley de potencia. En este estudio la viscosidad se supone función de la temperatura, siguiendo el modelo de Chistiansen y Craig (1962). Moraga et al. (2010), implementado el método de los volúmenes finitos, estudiaron el proceso conjugado de congelación de un fluido de Ley de potencia en una cavidad rectangular. En este trabajo se constató la importancia del índice de comportamiento en los procesos de transferencia de calor y cantidad de movimiento.

En el presente trabajo, se realiza mediante el método de los volúmenes finitos, la simulación computacional de un proceso permanente de convección natural conjugado tridimensional. Específicamente, el enfriamiento de jugo de manzana como fluido no-newtoniano. Se presentan los resultados, obtenidos con los modelos reológicos de Herschel-Bulkley y Bingham, para la distribución de temperaturas, velocidades, flujo de calor en las paredes, coeficientes convectivos y líneas de trayectoria del fluido.

## 2 SITUACIÓN FÍSICA

Una cavidad cúbica de 0.4 m de longitud, con temperaturas impuestas en los bordes laterales (293K) y superficies superior e inferior aisladas, posee en su interior un recipiente de polipropileno de sección rectangular que contiene jugo de manzana inicialmente a una mayor temperatura (343K). El recipiente de base cuadrada de 0.2m de longitud posee una altura de 0.3m y un espesor de 8mm (ver Figura 1).

El aire contenido en la cavidad inicialmente a 293K se considera un fluido newtoniano con propiedades variables con la temperatura, mientras el jugo de manzana es un fluido no newtoniano, también con propiedades variables con la temperatura.

### 3 MODELO MATEMÁTICO

El modelo matemático planteado parte de las siguientes consideraciones:

- Fluido incompresible
- Flujo laminar
- Estado permanente
- No hay efecto de la disipación viscosa
- Aproximación de Boussinesq válida para el aire.

Continuidad:

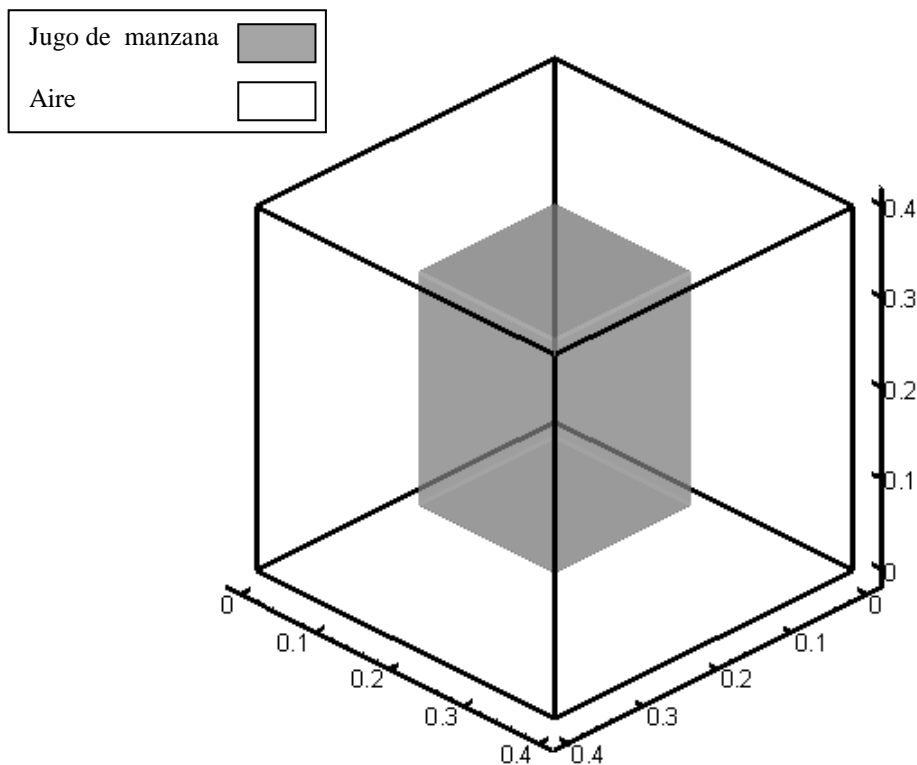
$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (1)$$

Conservación de cantidad de movimiento:

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \rho_f \vec{v} = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho_f \cdot \vec{g} \quad (2)$$

Conservación de energía:

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \rho_f C p_f T_f = k_f \nabla T_f \quad (3)$$



**Figura 1. Situación física planteada para enfriamiento de un fluido no-newtoniano en recipiente de polipropileno (jugo de manzana, 30° Brix)**

### 3.1 Ecuaciones constitutivas

Los componentes del tensor de esfuerzos en términos de la viscosidad aparente están dados por:

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= -\eta \left[ 2 \frac{\partial u}{\partial x} \right], \\ \tau_{yy} &= -\eta \left[ 2 \frac{\partial v}{\partial y} \right], \\ \tau_{zz} &= -\eta \left[ 2 \frac{\partial w}{\partial z} \right]\end{aligned}\quad (4)$$

$$\begin{aligned}\tau_{xy} = \tau_{yx} &= -\eta \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right], \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} &= -\eta \left[ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right], \\ \tau_{xz} = \tau_{zx} &= -\eta \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right]\end{aligned}\quad (5)$$

Los parámetros para los modelos reológicos son reportados en un intervalo amplio temperaturas (283-343K) y concentración de sacarosa en purés de manzana (Salazar, 1986). Para 30°Bx los parámetros de cada modelo reológico son descritos aceptablemente por las siguientes ecuaciones:

*Herschel-Bulkley:*

$$\tau = \tau_0 + k \left( \dot{\gamma} \right)^n \quad (6)$$

$$k = 1.908 \times 10^{-2} T^2 - 12.39T + 2067 \quad [Pa \cdot s] \quad (7)$$

$$n = -4.881 \times 10^{-5} T^2 + 2.865 \times 10^{-2} T - 3.865 \quad (8)$$

$$\tau_0 = 3.486 \times 10^{-3} T^2 - 2.36T + 4.107 \times 10^2 \quad [Pa \cdot s] \quad (9)$$

*Bingham:*

$$\tau = \tau_0 + \eta_\infty \dot{\gamma} \quad (10)$$

$$\tau_0 = 3.486 \times 10^{-2} T^2 - 23.85T + 4.104 \times 10^3 \quad [Pa \cdot s] \quad (11)$$

$$\eta_\infty = -2.031 \times 10^{-2} T + 7.678 \quad [Pa \cdot s] \quad (12)$$

Las propiedades del aire en el intervalo de temperatura de interés (Kays y Crawford, 1993) son adecuadamente descritas por polinomios de interpolación de segundo orden:

$$\rho = 1.17 \times 10^{-5} T^2 - 1.10 \times 10^{-2} T + 3.419 \quad [kg/m^3] \quad (13)$$

$$\mu = -3.344 \times 10^{-11} T^2 + 6.728 \times 10^{-8} T + 1.325 \times 10^{-6} \quad [\text{Pa} \cdot \text{s}] \quad (14)$$

$$K = -6.970 \times 10^{-8} T^2 + 1.162 \times 10^{-4} T - 2.437 \times 10^{-3} \quad [\text{W/mK}] \quad (15)$$

$$\beta = 3.467 \times 10^{-8} T^2 - 3.200 \times 10^{-5} T + 9.812 \times 10^{-3} \quad [1/\text{K}] \quad (16)$$

la capacidad calorífica específica del aire es constante en intervalos de temperatura determinados tal como se observa en la [Tabla 1](#).

	$C_p$ [J/kgK]
$293\text{K} \leq T < 303\text{K}$	1004
$303\text{K} \leq T < 323\text{K}$	1005
$323\text{K} \leq T < 333\text{K}$	1006
$333\text{K} \leq T < 343\text{K}$	1007
$T \geq 343\text{K}$	1008

**Tabla 1. Valores para la capacidad calorífica específica del aire en intervalos de temperatura.**

Las relaciones empíricas, que describen las propiedades para la capacidad calorífica (Ec. (17)) y conductividad térmica del jugo de manzana (Ec. (18)) en el intervalo de temperaturas (273K-343K) y concentración de sacarosa (0-80°Bx), son reportadas por [Frandas y Bicanic \(1999\)](#), mientras la densidad (Ec. (19)) se reporta en otra fuente bibliográfica ([Bayindirli, 1992](#)) para temperaturas entre 293K y 353K y concentración de sacarosa de 20 a 80°Bx.

$$C_p = (2.92E6 + (C_{p_w} - 2.92E6)) \cdot \frac{1}{1 + 2.756E - 4\rho_w} (0.985 + 0.97 \times 10^{-3} T - 1.1 \times 10^{-5} T^2) \quad [\text{J/kgK}] \quad (17)$$

$$K = (K_w - (K_w - 0.317) \cdot \text{Br}) \cdot (0.935 + 3.51 \times 10^{-3} T - 1.33 \times 10^{-5} T^2) \quad [\text{W/mK}] \quad (18)$$

$$\rho = 850 + 472.45 - 0.564 \cdot (T - 273.15) \quad [\text{kg} / \text{m}^3] \quad (19)$$

### 3.2 Condiciones de borde

Las condiciones de borde las paredes laterales corresponden a una temperatura impuesta:

$$T_w = 293\text{K} \quad (20)$$

Las superficies superior e inferior se consideran adiabáticas:

$$k_f \left. \frac{\partial T_f}{\partial z} \right|_{z=0, z=0.4} = 0 \quad (21)$$

La condición de borde de conjugación entre los fluidos y las paredes del recipiente interior está dada por:

$$k_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial x_i} \right|_b = k_f \left. \frac{\partial T_f}{\partial x_i} \right|_b \quad (22)$$

#### 4 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL

Las ecuaciones gobernantes (Ecs. (1), (2) y (3)) junto con las condiciones de borde (Ecs. ((20), (22)), fueron resueltas mediante el método de los volúmenes finitos, usando el algoritmo de acoplamiento SIMPLE (Patankar, 1980).

Con el objetivo de seleccionar una discretización adecuada del dominio, se realizó una comparación de los componentes de velocidad y temperaturas, calculados en las líneas medias de cada plano con mallas no uniformes de  $55^3$ ,  $71^3$  y  $100^3$  nodos. En términos de precisión y tiempo computacional, se determinó que una malla traslapada de  $100^3$  nodos es la más adecuada. Se usó una mayor concentración de nodos en las interfaces (ver Figura 2). Los términos convectivos fueron calculados mediante la ley de quinta potencia, mientras los términos difusivos mediante funciones de interpolación lineal.

Los cálculos durante las primeras iteraciones fueron realizados suponiendo un comportamiento newtoniano con el fin de obtener un campo de velocidades que permitiera el cálculo de la velocidad de deformación y la viscosidad aparente (Patankar, 1991). Se utilizaron factores de sub-relajación durante el proceso iterativo para el cálculo de valores mejorados de las variables primitivas dependientes. Los factores de sub-relajación se seleccionaron con base en un análisis de estabilidad numérica. Para las tres componentes de velocidad, temperatura y presión son:

$$\alpha_u = 0.1, \alpha_v = 0.1, \alpha_w = 0.1 \quad (23)$$

$$\alpha_T = 0.5, \alpha_p = 0.2 \quad (24)$$

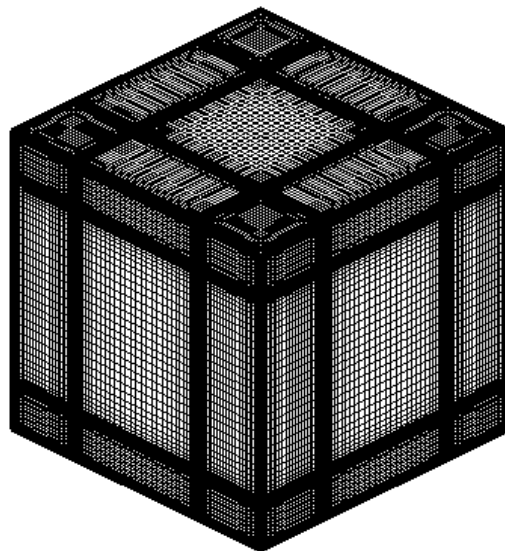


Figura 2. Malla estructurada de  $100^3$  nodos

El criterio de convergencia utilizado está basado en la diferencia máxima entre los valores calculados en dos iteraciones sucesivas y está definido como:

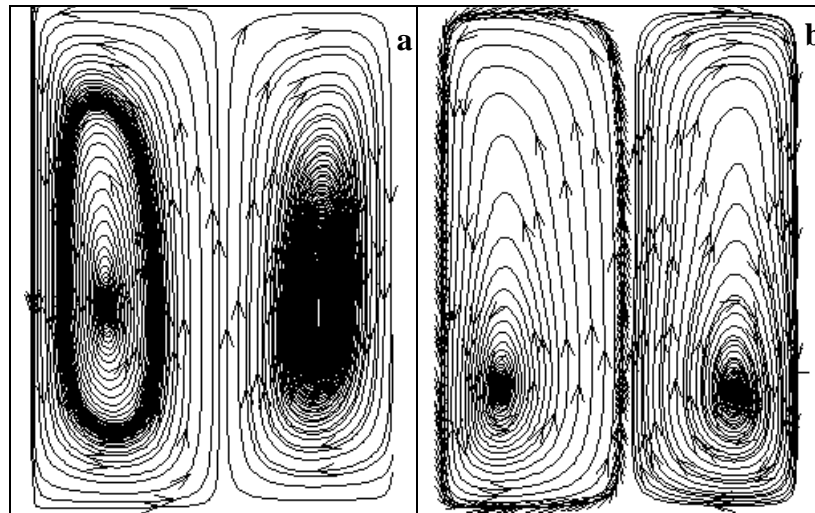
$$|\phi_{i,j,k}^m - \phi_{i,j,k}^{m-1}| \leq 10^{-4} \quad (25)$$

Bajo estos parámetros computacionales los procesos de cálculo mediante los modelos reológicos de Bingham y Herschel-Bulkley tomaron 9648 y 9787 iteraciones respectivamente.

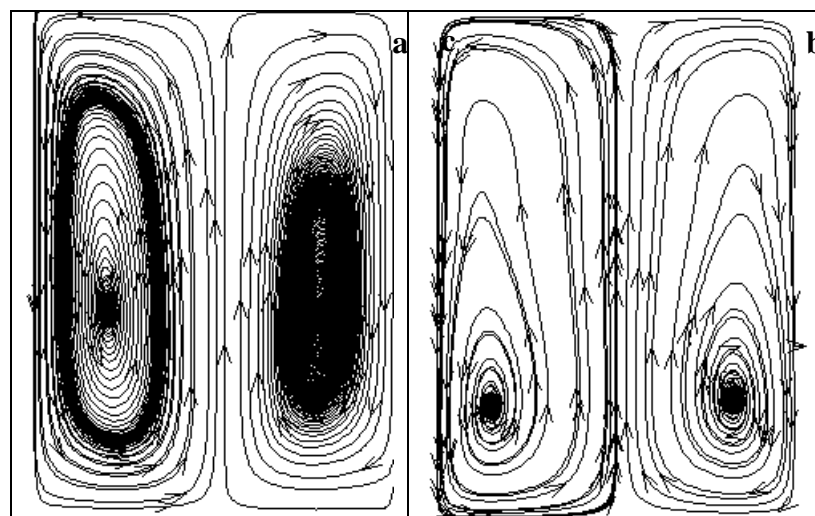
## 5 PRESENTACIÓN Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En las [Figura 3](#) y [Figura 4](#) se muestran las líneas de corriente para los planos medios  $x=0.2$  y  $y=0.2$  respectivamente en el recipiente que contiene el jugo de manzana. En la [Figura 3](#) se observa la formación de dos vórtices principales girando en sentido contrario, lo que es típico de los fenómenos de convección natural para números de Grashof altos. Cabe notar el desplazamiento del centro de los vórtices para cada modelo reológico respecto al centro de la cavidad.

Los vórtices en el plano  $y=0.2\text{m}$  (ver [Figura 4](#)) son similares a los observados para el plano medio  $x=0.2\text{m}$ . Mediante el modelo de Herschel-Bulkley (ver [Figura 3a](#) y [Figura 4a](#)) se predice que los vórtices se ubican cerca al centro de la cavidad y que las partículas de fluido que hacen parte del vórtice de la derecha se mueven a mayor velocidad por efecto de la presión ejercida por el vórtice de la izquierda. Los vórtices predichos con el modelo de Bingham presentan mayor simetría respecto a un eje central paralelo al eje  $z$  que el modelo de Herschel-Bulkley (ver [Figura 3b](#) y [Figura 4b](#)).



**Figura 3.** Líneas de corriente en el plano  $x=0.2$ . Modelo de Herschel-Bulkley (a), Bingham (b).

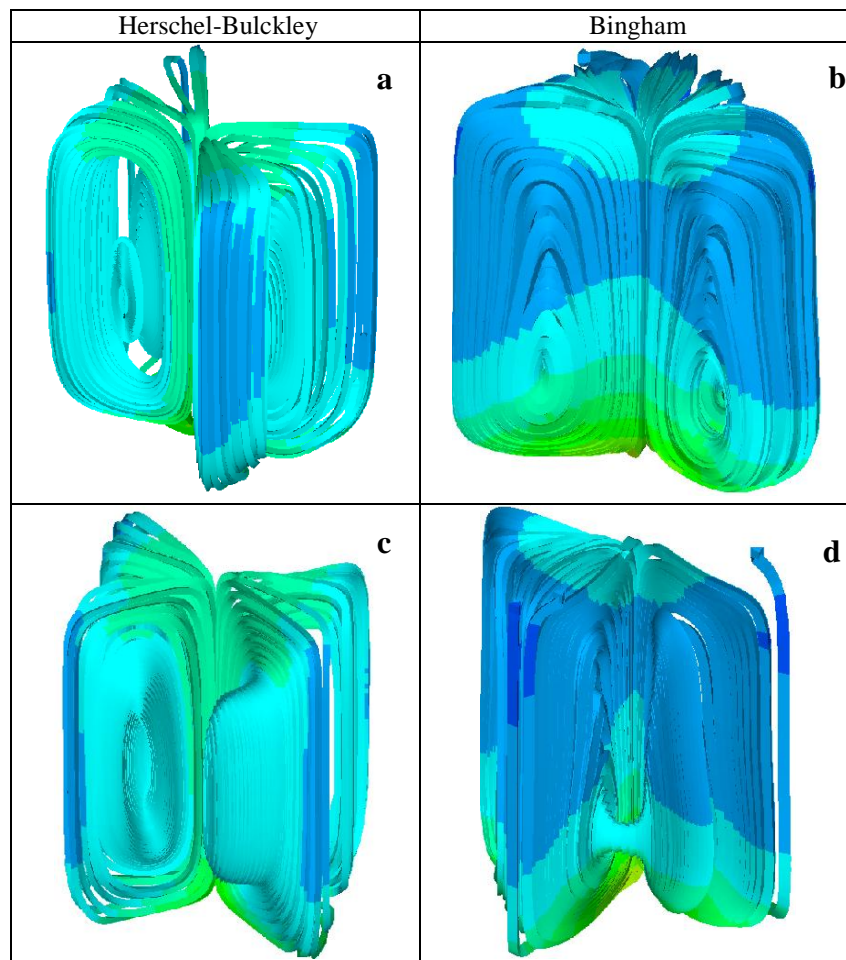


**Figura 4.** Líneas de corriente en el plano  $y=0.2$ . Modelo de Herschel-Bulkley (a), Bingham (b).

En la **Figura 5** se muestran diferentes vistas de las líneas de trayectoria del fluido al interior del recipiente para los modelos de viscosidad estudiados. Una ventaja que ofrece el estudio tridimensional es la posibilidad de obtener las trayectorias de flujo secundarias que surgen hacia el interior de las líneas de trayectoria principales (ver **Figura 5c**, **Figura 5d**).

Los vórtices identificados en los planos bidimensionales, se identifican en la **Figura 5a** y **Figura 5b** para los modelos de Herschel-Bulkley y Bingham respectivamente. Mientras las líneas de trayectoria en el primer caso mantienen una forma ovalada desde el centro del vórtice (ver **Figura 5a**), en el segundo caso las líneas de trayectoria hacia el interior del recipiente se achatan en la parte superior (ver **Figura 5b**).

El modelo de Herschel-Bulkley posee un índice de comportamiento diferente a la unidad tal como se ve en la ecuación constitutiva (Ecs. (6)). La diferencia del comportamiento observado en la mecánica de fluidos se explica entonces por el valor que adopta el índice de comportamiento en el modelo de viscosidad.



**Figura 5. Vistas 3D de las líneas de trayectoria obtenidas para los modelos de Herschel-Bulkley y Bingham.**

El perfil de la componente de velocidad en el eje  $z$ , a lo largo de este eje, en la intersección de los planos  $y=0.2$  y  $x=0.2$  se muestra en la **Figura 6**. Se observa como los modelos de Herschel-Bulkley y Bingham, predicen un perfil similar de velocidades, aunque el modelo de Herschel-Bulkley predice velocidades más bajas.



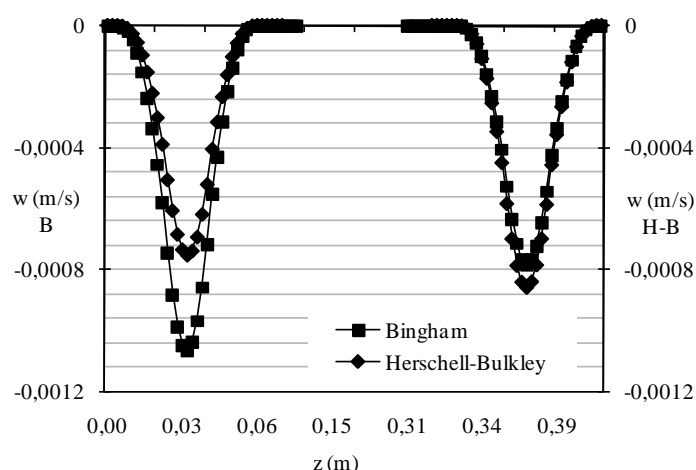


Figura 6. Perfil del componente de velocidad  $w$  a lo largo de la intersección de los planos  $y=0.2$  y  $x=0.2$ .

La componente de velocidad  $w$  al interior del recipiente son muy bajas comparadas con las experimentadas por el aire, tal como se observa en la Figura 6. Cabe notar también que el modelo de Bingham predice valores mayores para la componente de velocidad  $w$  en la parte inferior de la cavidad, siendo más importante el efecto del gradiente de temperatura en este modelo de viscosidad. En la Figura 7 se muestran perfiles de temperatura a lo largo de los ejes coordenados  $x$  e  $y$  en la intersección de los planos  $x=0.5$ ,  $y=0.5$  (ver Figura 7a), planos  $x=0.5$ ,  $y=0.5$  (ver Figura 7b).

Mediante ambos modelos reológicos se obtienen perfiles de temperatura similares a lo largo del eje  $x$  salvo un ligero aumento de temperatura en el centro del recipiente predicho mediante el modelo de Herschell-Bulkley (ver Figura 7a). En la Figura 7b se observa la temperatura disminuye a lo largo de la altura del dominio. Al interior del recipiente se observan tres zonas: i) zona de temperatura constante más alta en la parte inferior, ii) una zona de disminución súbita de temperatura en la región media y iii) una zona de temperatura constante más baja en la parte superior del recipiente. La principal diferencia de los perfiles radica en los mayores gradientes de temperatura al interior del recipiente obtenidos mediante el modelo de Bingham.

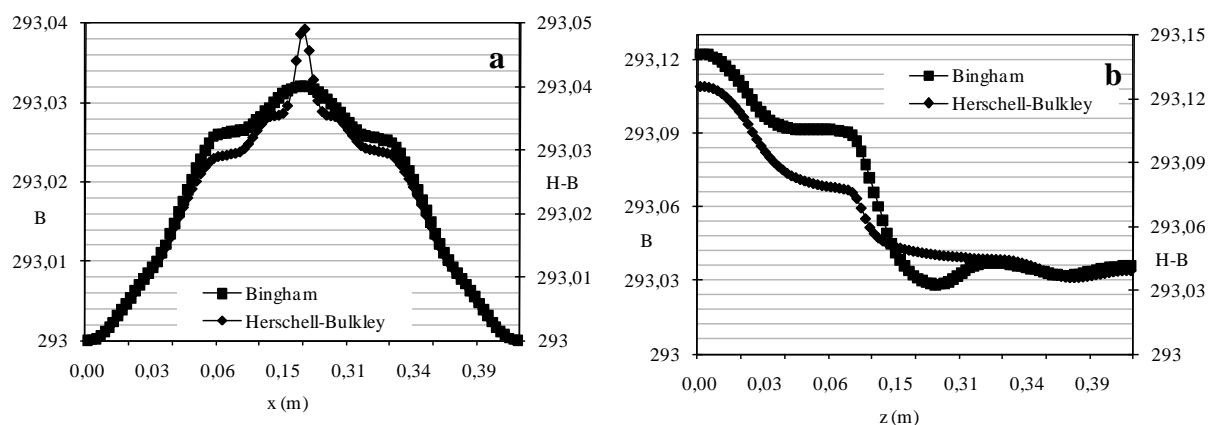
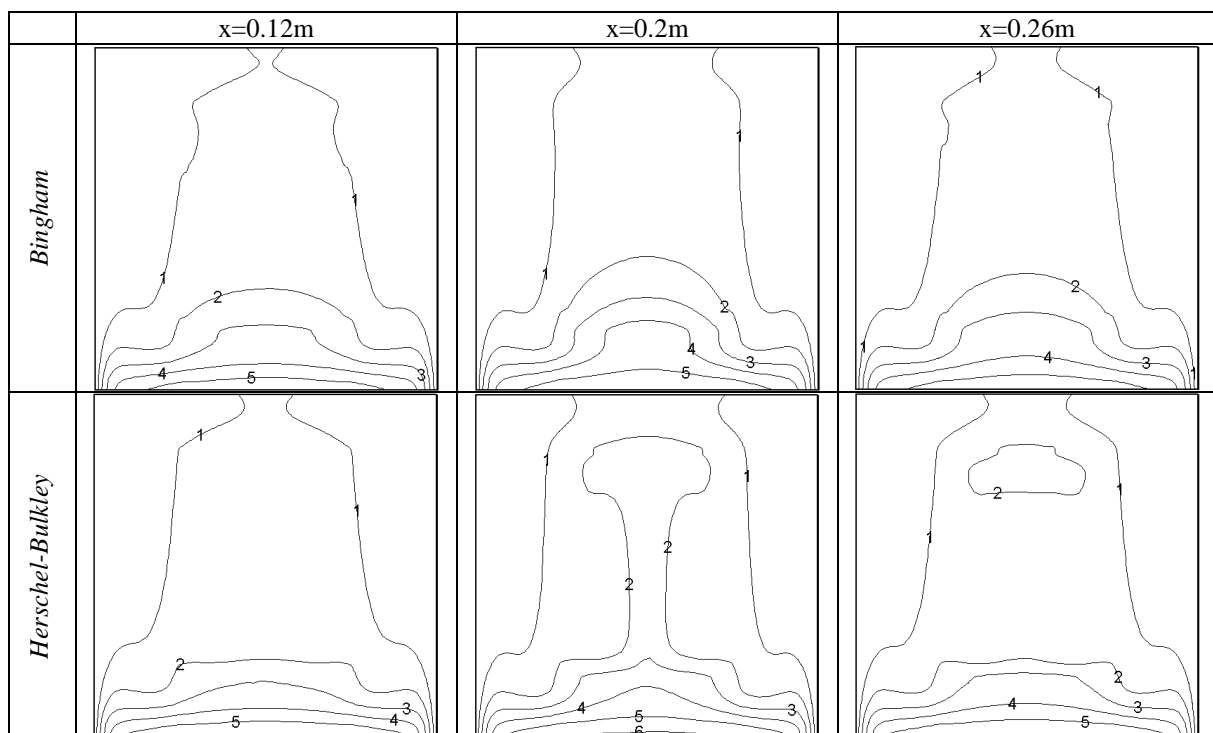


Figura 7. Perfil de temperatura a lo largo de los ejes  $x$  y  $z$  en la intersección de los planos  $z=0.5$ ,  $y=0.5$  (a) y planos  $x=0.5$ ,  $y=0.5$  (b).

En la Figura 8 se muestran perfiles de temperatura obtenidos para diferentes planos a lo largo del eje  $x$ . La diferencia entre los perfiles de temperatura en los planos demuestra la

importancia de la consideración del tercer eje coordenado en el sistema físico estudiado, especialmente para el modelo de Herschel-Bulkley. Se observa además como los perfiles, obtenidos mediante ambos modelos pseudoplásticos, son simétricos respecto al eje  $z$ .

Aunque el estudio realizado es en estado permanente, es posible predecir la existencia de zonas que presenta una menor velocidad de enfriamiento al interior del recipiente. Mediante el de Bingham esta zona se encuentra localizada en la parte inferior del recipiente (ver [Figura 8](#)). Una zona similar en la misma ubicación, aunque de menor velocidad de calentamiento, ha sido identificada en el proceso de esterilización de un fluido no newtoniano de Ley de potencia ([Kannan y Sandaka, 2008](#)). En el caso del modelo de Herschel-Bulkley la zona de menor velocidad de enfriamiento tiende a ubicarse en la zona superior conforme aumenta la distancia en el eje  $x$ .



**Figura 8. Isotermas en el estado permanente para diferentes planos. 293.02K (1), 293.04K (2), 293.06K (3), 293.08K (4), 293.1K (5).**

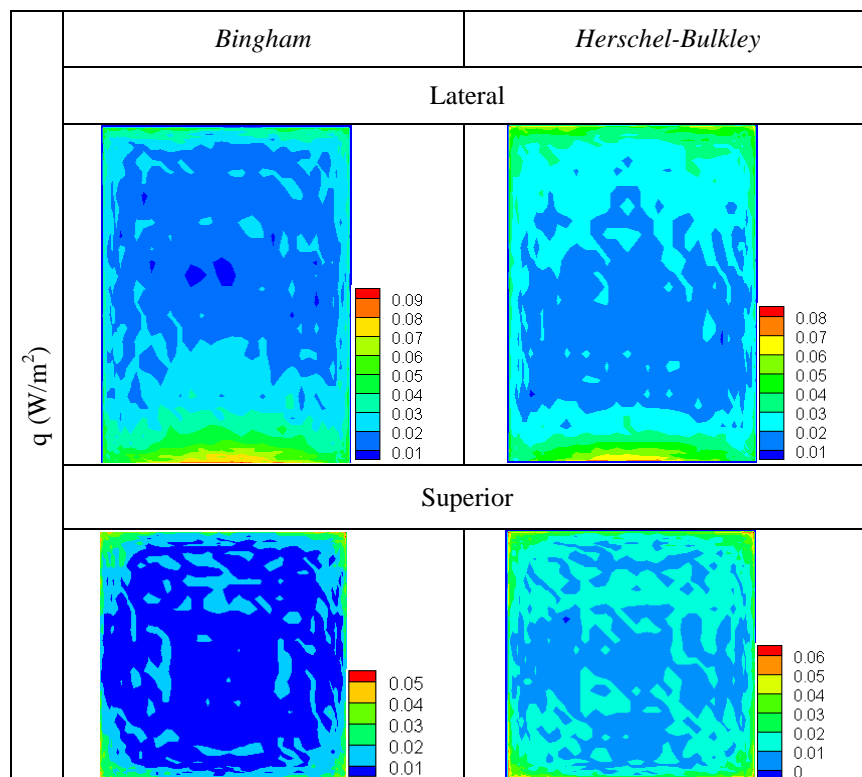
Una ventaja que ofrece el estudio de los procesos conjugados es que no es necesario implementar condiciones de borde de primera, segunda o tercera clase en el dominio de interés. En el caso del uso de una condición de tercera clase sería necesario el conocimiento previo del coeficiente convectivo de transferencia de calor, el cual por lo general se supone constante e independiente de la posición y la temperatura.

El conocimiento de las propiedades termofísicas del fluido de enfriamiento, las paredes del recipiente y el fluido de interés hace posible el cálculo de cantidades como el flujo de calor en las paredes y el coeficiente convectivo de transferencia de calor. En las [Figura 9](#) y [Figura 10](#) se muestran la distribución del flujo de calor y los coeficientes convectivos respectivamente, en la superficie superior y lateral izquierda del recipiente. Estos valores fueron obtenidos para ambos modelos de viscosidad mediante las ecuaciones (26) y (27).

$$q'' = -k_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial x_i} \right|_b \tag{26}$$

$$h = \frac{q''}{T_f - T_s} \tag{27}$$

En la [Figura 9](#) se observa como el flujo de calor a través de las paredes del recipiente aumenta hacia los bordes tendiendo a ser más bajo en el centro de las paredes. Respecto a los valores obtenidos para el coeficiente convectivo de transferencia de calor en las superficies se muestra una variación importante, especialmente en la pared superior (ver [Figura 10](#)). Esto comprueba la inexactitud en que se incurriría cuando en este tipo de procesos se usan condiciones de borde de tercera clase con un coeficiente convectivo constante.



**Figura 9. Distribución del flujo de calor por unidad de área  $q''$  ( $W/m^2$ ) en las paredes lateral y superior del recipiente.**

El modelo de Herschel-Bulkley predice valores superiores para los componentes de velocidad máximos y un menor intervalo de variación del coeficiente convectivo de transferencia de calor que el modelo de Bingham, tal como se ve en la [Tabla 2](#). Esta diferencia junto con las anteriores deja ver la importancia del modelo de viscosidad empleado en los resultados obtenidos.

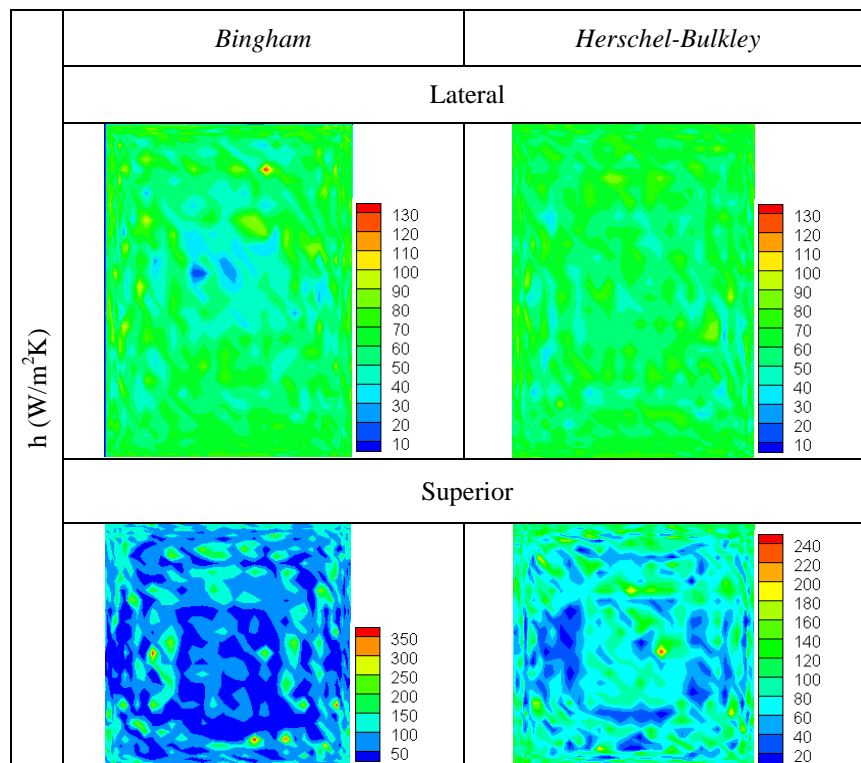


Figura 10. Distribución del coeficiente convectivo de transferencia de calor  $h$  ( $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ ) en las paredes lateral y superior del recipiente.

Modelo de Viscosidad	$U_{\max}$ (m/s)	$V_{\max}$ (m/s)	$W_{\max}$ (m/s)	$H_{\max}$ ( $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ )	$H_{\min}$ ( $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ )
Herschel-Bulkley	3.35E-3	3.33E-3	7.21E-3	256.87	18.35
Bingham	2.75E-3	2.69E-3	6.08E-3	385.31	21.41

Tabla 2. Valores máximos y mínimos para los componentes de velocidad y el coeficiente convectivo de transferencia de calor obtenidos para los modelos de viscosidad estudiados.

## 6 CONCLUSIONES

Se estudiaron dos modelos de viscosidad pseudoplásticos, que describen el comportamiento reológico del jugo de manzana, y su efecto en un proceso de enfriamiento en un dominio tridimensional. En general ambos modelos predicen un comportamiento diferente respecto a la transferencia de calor y la mecánica de fluidos.

El estudio en un dominio tridimensional permite observar flujos secundarios que resultan importantes en la mejor comprensión de los fenómenos de transferencia de cantidad de movimiento y calor. Mediante ambos modelos reológicos se obtuvieron comportamientos diferentes de las líneas de trayectoria de fluido y los perfiles de velocidad.

Se identificó que el índice de comportamiento tiene un efecto importante en la distribución de temperaturas. El modelo de viscosidad de Bingham predice un mayor gradiente de temperatura en la zona que se presume sería la de menor velocidad de enfriamiento.

Adicional al dominio tridimensional, el estudio de procesos conjugados también proporciona mayor información sobre el fenómeno de interés. En este caso se calcularon el

coeficiente convectivo de transferencia de calor y el flujo de calor por unidad de área en las paredes del recipiente, encontrándose una variación considerable de ambos parámetros, especialmente del coeficiente convectivo.

## 7 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo recibido de CONICYT en el proyecto FONDECYT 1070186 y al profesor Eduardo Castro Montero de la Universidad de Chile por su valioso aporte en los modelos reológicos utilizados en el presente trabajo.

## REFERENCIAS

- Acrivos A., A theoretical analysis of laminar natural convection heat transfer to non Newtonian fluids. *AIChE Journal*, 16:584-590, 1960.
- Aiying W., Shaozhi Z., Guangming C., Experimental study on the freezing characteristics of four kinds of vegetables. *LWT - Food Science Technology*, 40:1112-1116, 2007.
- Bayindirli L., Mathematical analysis of variation of density and viscosity of apple juice with temperature and concentration. *Journal of Food Processing and Preservation*, 16:23-28, 1992.
- Christiansen E.B., Craig S.E., Heat transfer to pseudoplastic fluids in laminar flow, *AIChE Journal*, 8:154-160, 1962.
- Denier J.P., Dabrowski P.P., Asymptotic matching constraints for a boundary layer flow of a power-law fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 460:261- 279, 2004.
- Frandas A., Bicanic D., Thermal properties of fruit juices as a function of concentration and temperature determined using the photopyroelectric (PPE) method. *Journal of Science Food Agriculture*, 79:1361-1366, 1999.
- Huan Z., He S., Ma Y., Numerical simulation and analysis for quick-frozen food Processing. *Journal of Food Engineering*, 60:267-273, 2003.
- Kannan A., Gourisankar Sandaka P., Heat transfer analysis of canned food sterilization in a still retort. *Journal of Food Engineering*, 88:213-228, 2008.
- Kays W., Crawford M., *Convective Heat and Mass Transfer (3ed.)*, McGraw-Hill, 1993.
- Khan W., Culham J.R., Yovanovich M., Fluid flow and heat transfer in power-law fluids across circular cylinders: analytical study. *Journal of Heat Transfer*, 128:870-878, 2006.
- Kim E., Natural convection along a wavy vertical plate to non-Newtonian fluids. . *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40:3069-3078, 1997.
- Kim G.B., Hyun J.M., Kwak H.S., Transient buoyant convection of a power-law non Newtonian fluid in an enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46: 3605–3617, 2003a.
- Kim M.C., Lee S.B., Kim S., Chung B.J., Thermal instability of viscoelastic fluids in porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46:5065–5072, 2003b.
- Moraga N.O., Andrade M., Vasco D.A, Unsteady conjugate mixed convection phase change of a power law non-Newtonian fluid in a square cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53:3308-3318, 2010.
- Moraga N., Barraza H., Predicting heat conduction during solidification of a food inside a freezer due to natural convection. *Journal of Food Engineering*, 56:17-26, 2002.
- Patankar S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, 1980.
- Patankar S.V., *Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer*, Innovative Research, 1991.
- Pham Q., Modeling heat and mass transfer in frozen foods: a review. *International Journal of Refrigeration*, 29:876-888, 2006.

- Salazar J., Determinación de las propiedades reológicas de concentrado de manzana, su dependencia de la temperatura y la concentración. *Memoria Ingeniero en Alimentos*, Universidad de Chile, 1986.
- Sorn A., Chen J.L.S., Free convection of non-Newtonian fluids over non-isothermal two-dimensional bodies. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 110:604-607, 1988.
- Wang S-C., Chen C-K., Yang Y-T., Natural convection of non-Newtonian fluids through permeable axisymmetric and two-dimensional bodies in a porous medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45:393-408, 2002.
- Wang Z., Wu H., Zhao G., Liao X., Chen F., Wu J., Hu X., One-dimensional finite difference modeling on temperature history and freezing time of individual food. *Journal of Food Engineering*, 79:502-510, 2007.