

ANÁLISIS DE LA RADIACIÓN TÉRMICA COLIMADA EN UN MEDIO PLANO INFINITO

Daniel Rebollo^a, Rodolfo Rodrigo^b y Antonio Campo^c

^a*Instituto de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de San Juan, Libertador 1109 oeste, J5400ARL, San Juan, Argentina, drebollo@unsj.edu.ar*

^b*Departamento de Electromecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de San Juan, Libertador 1109 oeste, J5400ARL, San Juan, Argentina*

^c*Department of Mechanical Engineering, The University of Texas at San Antonio, San Antonio, TX 78249, USA*

Palabras Claves: Radiación Térmica Colimada, Dispersión anisotrópica, Teoría de Mie, Volúmenes Finitos.

Resumen. En este trabajo se ha simulado numéricamente un proceso de transferencia de calor por radiación térmica en un medio plano infinito que absorbe, emite y dispersa anisotrópicamente, sometido a una radiación exterior de tipo colimada, es decir, una irradiación formada por un haz de rayos paralelos a partir de un foco luminoso. Por irradiación colimada se entiende una radiación externa que penetra en el medio participante desde el exterior, por lo que sus fronteras son transparentes. Este es el caso opuesto a la radiación en un medio limitado por superficies emisoras difusas y opacas, comúnmente encontrado en las aplicaciones industriales en hornos y cámaras de combustión. Ejemplos típicos de radiación colimada son la radiación solar a través de la atmósfera, el océano, un lago o cualquier medio semitransparente a la radiación solar y la irradiación láser de partículas o líquidos. La irradiación colimada presenta fuertes discontinuidades en su distribución angular generando serios problemas de convergencia al tratar de implementar una solución numérica. Normalmente, para tener en cuenta la componente colimada, se ha empleado la función delta de Dirac, esta técnica requiere que la componente colimada coincida con alguna de las direcciones angulares en que se ha discretizado el dominio angular. Aquellos métodos numéricos (ordenadas discretas, transferencia discreta y elementos finitos) que utilizan las cuadraturas de Gauss para integrar angularmente las ecuaciones de la transferencia radiante, presentan serias limitaciones debido a la rigidez en la elección de las direcciones disponibles. Por el contrario, en el método de los volúmenes finitos las direcciones angulares pueden elegirse con total libertad evitando estos inconvenientes. Por este motivo se ha desarrollado un modelo y un código computacional basado en el acople del método de los volúmenes finitos y la teoría de la dispersión de Mie, para evaluar la función de dispersión anisotrópica bajo la acción de una componente colimada.

1 INTRODUCCIÓN

El análisis de la transferencia radiante para el caso de un haz de rayos colimados es muy importante en muchos campos de la ciencia como la ciencia atmosférica, la astrofísica, el censado remoto y la fabricación de láser.

Los primeros estudios sobre la irradiación colimada trataron con la radiación solar, aplicaciones atmosféricas y astrofísica en un medio unidimensional plano con irradiación uniforme. En el libro de Modest (1993) se presenta una revisión histórica bastante completa de los primeros trabajos realizados durante las décadas de los 70 y 80.

Con el rápido desarrollo de los láser de alta intensidad y la gran cantidad de aplicaciones en la industria, la irradiación colimada ha recibido mucha atención en las últimas dos décadas.

Modest (1991) presentó la solución exacta para obtener el flujo radiante en un medio plano paralelo, frío, absorbente, con dispersión isotrópica, sujeto a una irradiación paralela desde direcciones arbitrarias para diferentes espesores ópticos, albedos de dispersión y ángulos de incidencia.

Agrawal y Mengüç (1991) estudiaron la dispersión de una fuente de luz colimada incidente sobre un medio axisimétrico con dispersión simple y múltiple, derivaron expresiones analíticas para la distribución angular de la intensidad de radiación y realizaron un análisis inverso para determinar los coeficientes de la expansión en polinomios de Legendre de la función de dispersión.

Smith et al. (1995) diseñaron un sistema automático de inspección de contenedores de barcos para detección de contrabando usando técnicas nucleares no destructivas basadas en haces colimados de rayos gamma.

Wu y Wu (1997) aplicaron el método integral para resolver la ecuación del transporte radiante en un medio cilíndrico bidimensional expuesto a radiación colimada y analizaron los efectos de la relación de aspecto, el espesor óptico y el albedo de dispersión en el flujo de calor radiante.

Maruyama (1998) aplicó el método del elemento de radiación a través del modelo de emisión de rayos a un medio plano, paralelo, participante, con dispersión anisotrópica, usando la aproximación conocida como función delta, incluyendo paredes especulares y difusas con irradiación difusa y colimada en las fronteras.

Brede et al. (2000) desarrollaron un calorímetro de diseño compacto para la determinación absoluta de una dosis de agua absorbida en aplicaciones de terapia de rayos de neutrones, protones y iones pesados de diferentes energías, generados por campos de radiación colimada de láser incluyendo un código en elementos finitos para la determinación de los factores de corrección para diferentes condiciones de radiación.

Wu y Ou (2002) aplicaron la aproximación diferencial modificada y la aproximación $P_{1/3}$ para resolver la ecuación de la transferencia radiante en un medio plano dispersante expuesto a una irradiación colimada pulsante.

Liu y Tan, (2002) aplicaron el método de traceado de los rayos para resolver la ecuación del transporte radiante en un medio plano unidimensional semitransparente expuesto a una irradiación colimada y analizaron los efectos de la polarización producida por fronteras especulares sobre la absorción radiante.

Lacroix et al. (2002) aplicaron el método de las ordenadas discretas con una cuadratura de orden S_8 para resolver la ecuación de la transferencia radiante acoplada con conducción en un medio homogéneo, no gris, bidimensional, semitransparente y puramente absorbente

sometido a una irradiación en una dirección especificada.

Li et al. (2003) aplicaron el método de las ordenadas discretas para resolver la ecuación del transporte radiante considerando una componente colimada y aplicaron el concepto de peso infinitamente pequeño para salvar la rigidez que presentan las cuadraturas de Gauss al considerar direcciones arbitrarias.

Muresan et al. (2004) utilizaron el método de las ordenadas discretas con cuadraturas de direcciones adaptadas para resolver el transporte radiante y conductivo acoplados en un medio plano de dos capas con interfaces de Fresnel sujeto a una irradiación difusa y colimada, las cuales son tratadas en forma separada y los resultados fueron comparados con predicciones obtenidas por el método de Monte Carlo.

Sarma et al. (2005) presentaron una formulación general del método de la transferencia discreta para analizar problemas de transferencia de calor radiante en un medio plano, gris absorbente, con dispersión anisotrópica sujeto a una irradiación colimada y los resultados obtenidos para diferentes ángulos de incidencia fueron comparados con soluciones analíticas.

Li y Werther (2006) desarrollaron un método híbrido basado en el acople entre el método de Monte Carlo, usado para calcular el proceso de emisión, y el método de las ordenadas discretas, usado para calcular el proceso de dispersión, con un procedimiento alternativo de partición de energía para combinar ambos métodos, y de esta manera, reducir el efecto de los rayos del método de las ordenadas discretas, presente, fundamentalmente, en los problemas radiante con fuentes de radiación puntual, lineal o con un medio o una frontera aislada.

Okutucu y Yener, (2007) desarrollaron un nuevo método para la solución de la ecuación de la transferencia radiante en un medio unidimensional, plano, absorbente con dispersión isotrópica, sometido a un pulso corto de irradiación colimada sobre una de sus fronteras. La intensidad radiante, dependiente del tiempo, es expandida en una serie de polinomios de Laguerre, con el tiempo como argumento, y la ecuación de la transferencia radiante se reduce a un conjunto de ecuaciones algebraicas aplicando el método de Galerkin.

Balima et al. (2010) presentaron una extensión de la formulación de los elementos finitos con mínimos cuadrados al método de las ordenadas discretas para resolver problemas de irradiación colimada en dominios de frecuencia, separando el tratamiento colimado y la parte dispersante con el objeto de salvar las discontinuidades debidas a las condiciones de borde en aplicaciones de tomografía óptica.

La radiación térmica juega un rol muy importante en los procesos industriales, por lo que existe un gran interés en desarrollar modelos de análisis que permitan obtener resultados en forma rápida, precisa y económica. Además de la absorción y la emisión, la dispersión también es importante en la radiación térmica, como en el caso de la luz solar absorbida por una nube de polvo o dispersada por la atmósfera, la dispersión de la luz de las estrellas por el polvo interestelar, la propagación de las ondas de radio en la atmósfera y como herramientas de diagnóstico de gases.

La transferencia radiante en un medio plano unidimensional ha sido frecuentemente considerada por los investigadores en el campo de la astronomía y las ciencias atmosféricas y muchas técnicas de solución han sido usadas para resolver este tipo de problema. Recientes publicaciones en el campo de la transferencia radiante incluyen dispersión anisotrópica de Mie. La mayoría de los nuevos esquemas de solución son probados en una situación unidimensional antes de ser extendidos a situaciones de mayor dimensionalidad debido a que esta es mucho más simple y existen muchos resultados precisos. Debido a que el análisis unidimensional resulta la base para el análisis en otras geometrías más complejas, es importante conseguir un entendimiento claro del fenómeno analizado.

Existe una gran cantidad de trabajos relacionados al estudio de la radiación térmica en cavidades, la mayoría de ellos son simulaciones numéricas donde se aplica una gran variedad de métodos numéricos. Estos métodos se caracterizan por su capacidad de manejar geometrías multidimensionales de forma irregular; buena precisión para la mayoría de las condiciones físicas de medio participante, dispersión isotrópica o anisotrópica, medio gris o espectral, medio isotérmico o no isotérmico; facilidad de aplicación, de generalización y flexibilidad en la elección de los diferentes órdenes de aproximación; compatibilidad con métodos numéricos aplicados a la resolución de otros modos de transferencia de calor y facilidad de programación y bajo costo de computación. El método de los volúmenes finitos cumple con todas las condiciones detalladas anteriormente por lo que se ha transformado en uno de los métodos más usados y con mayor futuro. En el método de los volúmenes finitos la ecuación integral de conservación de la intensidad de radiación térmica se obtiene integrando la ecuación gobernante de la transferencia radiante sobre volúmenes de control y ángulos sólidos discretos. Se usan varios tipos de funciones de interpolación para la intensidad. La formulación captura la aproximación de difusión para medios fuertemente atenuantes y no esta tan afectada por el efecto de los rayos como el método de las ordenadas discretas. Este método es totalmente compatible con el método de los volúmenes finitos usado para resolver problemas de dinámica de fluidos computacional y transferencia de calor por conducción y convección.

El método de los volúmenes finitos fue desarrollado por Raithby y Chui (1990) aplicándolo a grillas ortogonales, Chui y Raithby (1993) lo extendieron a mallas no ortogonales. Chai et al. (1994 y 1995) presentaron una nueva versión del método de los volúmenes finitos para grillas ortogonales e irregulares, Kim y Beak (1997) analizaron el método de los volúmenes finitos en cavidades cilíndricas con un medio con dispersión anisotrópica. Mathur y Murthy (1999) aplicaron el método de los volúmenes finitos a geometrías periódicas. Gonçalves y Coelho (1997) desarrollaron una versión paralelizada del método de los volúmenes finitos. En todos los trabajos citados anteriormente el método de los volúmenes finitos ha sido usado en problemas de absorción y emisión con dispersión isotrópica o funciones de dispersión anisotrópicas muy sencillas.

Los primeros trabajos donde se consideran funciones de dispersión mas complejas fueron publicados por Kim y Lee (1988) y por Kim (1990). Kim utilizo las funciones de dispersión F1, F2, B1 y B2 calculadas usando expansiones en serie de los polinomios de Legendre, utilizando el método de las ordenadas discretas y el método de las diferencias finitas. Recientemente Hao et al. (2003) utilizaron el método de los volúmenes finitos para estudiar la dispersión anisotrópica en cavidades bidimensionales utilizando las mismas funciones de dispersión, calculadas de la misma manera que Kim (1990). Byun et al. (2004) utilizaron una combinación del método de los volúmenes finitos y el método de Monte Carlo para analizar la dispersión anisotrópica en cavidades bidimensionales de forma irregular. An et al. (2005) usaron el método de los elementos finitos para analizar la radiación difusa en una cavidad cuadrada con dispersión anisotrópica utilizando las mismas funciones de dispersión que en los trabajos anteriormente citados, calculadas de la misma manera.

Finalmente, Trivic (2004) utilizo el método de los volúmenes finitos con las mismas funciones de dispersión anisotrópicas utilizadas en los trabajos citados, pero obtenidas resolviendo las ecuaciones de Mie, con datos proporcionados por Kim y Lee (1988). Además, Trivic (2004) utilizo datos proporcionados por Modest (1993) y obtuvo funciones de dispersión para diferentes carbones y cenizas.

Existen varios códigos computacionales de acceso libre en Internet que permiten calcular las funciones de dispersión anisotrópicas con gran seguridad. Algunos de estos códigos pertenecen a Wiscombe (1980, 1996), Bohren y Huffman (1983) y Lentz quien modificó el código original de Dave (1969). Estos códigos de libre disponibilidad fueron usados para testear los resultados obtenidos con el código desarrollado en este trabajo.

Este trabajo muestra resultados de la transferencia radiante en un medio absorbente, emisor y dispersante siguiendo la teoría de Mie en una geometría plana unidimensional para emisión difusa y colimada simultánea desde las fronteras en un medio isotérmico. Se han simulado las mismas configuraciones geométricas y térmicas que estudio Kim (1990) y Sarma et al. (2005).

2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

2.1 Ecuación de la transferencia radiante

La ecuación de la transferencia radiante para un medio gris, absorbente, emisor y dispersante es (Modest, 1993; Siegel y Howell, 1992; Brewster, 1992; Kim, 1990; Chui, 1990; Chai, 1994)

$$\mathbf{s} \cdot \nabla i = -\beta i + S \quad (1)$$

donde i es la intensidad de radiación térmica, \mathbf{s} es el vector de dirección,

$$\beta = \kappa + \sigma \quad (2)$$

es el coeficiente de extinción y S el término fuente

$$S = \kappa i_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\Omega=0}^{4\pi} i \Phi d\Omega \quad (3)$$

donde κ es el coeficiente de absorción, σ es el coeficiente de dispersión, i_b es la intensidad de radiación térmica perteneciente al cuerpo negro, Φ es la función de dispersión y Ω es el ángulo sólido.

Separando la intensidad de radiación térmica i en el medio en dos componentes, (a) el remanente de la componente colimada i_c luego de la extinción parcial por absorción y dispersión a lo largo de su camino y (b) la componente íntegramente difusa i_d , la cual es el resultado de la emisión desde las fronteras, la emisión desde el medio y la radiación dispersada proveniente de la radiación colimada, resulta

$$i = i_c + i_d \quad (4)$$

donde la componente colimada remanente de la irradiación cumple con la ecuación (1) de la transferencia radiante sin fuentes

$$\mathbf{s} \cdot \nabla i_c = -\beta i_c \quad (5)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2), (3), (4) y (5) en la ecuación (1) se obtiene:

$$\frac{1}{\beta} \mathbf{s} \cdot \nabla i_d = \mathbf{s} \cdot \nabla i_d = -i_d + \frac{\omega}{4\pi} \int_{\Omega=0}^{4\pi} i_d \Phi d\Omega + (1 - \omega) i_b + \omega S_c \quad (6)$$

donde S_c es el término fuente resultante de la radiación dispersada desde la componente colimada y viene dada por

$$S_c = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega=0}^{4\pi} i_c \Phi d\Omega = \frac{1}{4\pi} (1 - \rho) q_0 e^{-\tau_c \Phi} \quad (7)$$

donde q_0 es el flujo radiante colimado incidente en la frontera, ω es el albedo de dispersión y τ es el espesor óptico.

2.2 Función de dispersión anisotrópica

Según la teoría de Mie, la función de dispersión en una dirección dada, para una esfera simple, definida por el ángulo de dispersión Θ , esta dada por (Modest, 1993; Brewster, 1992; Trivic, 2004)

$$\Phi(\Theta) = 2 \frac{i_1 + i_2}{x^2 Q_{sca}} \quad (8)$$

las cantidades i_1 y i_2 son las intensidades polarizadas adimensionales, calculadas como

$$i_1(x, m, \Theta) = |S_1(\Theta)|^2 \quad (9)$$

$$i_2(x, m, \Theta) = |S_2(\Theta)|^2 \quad (10)$$

los $S_1(\Theta)$ y $S_2(\Theta)$ son las funciones de amplitud complejas, expresadas como

$$S_1(\Theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n(\cos \Theta) + b_n \tau_n(\cos \Theta)] \quad (11)$$

$$S_2(\Theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [b_n \pi_n(\cos \Theta) + a_n \tau_n(\cos \Theta)] \quad (12)$$

Las funciones dependientes de la dirección, también llamadas funciones angulares, π_n y τ_n están relacionados a los polinomios de Legendre $P_n(\cos \Theta)$ como

$$\pi_n(\cos \Theta) = \frac{dP_n(\cos \Theta)}{d(\cos \Theta)} \quad (13)$$

$$\tau_n(\cos \Theta) = \cos \Theta \pi_n(\cos \Theta) - \sin^2 \Theta \frac{d\pi_n(\cos \Theta)}{d(\cos \Theta)} \quad (14)$$

los coeficientes de dispersión de Mie a_n y b_n son funciones complejas de x y z

$$a_n = \frac{\psi'_n(z) \psi_n(x) - m \psi_n(z) \psi'_n(x)}{\psi'_n(z) \zeta_n(x) - m \psi_n(z) \zeta'_n(x)} \quad (15)$$

$$b_n = \frac{m \psi'_n(z) \psi_n(x) - \psi_n(z) \psi'_n(x)}{m \psi'_n(z) \zeta_n(x) - \psi_n(z) \zeta'_n(x)} \quad (16)$$

donde $m = n - ik$ es el índice de refracción complejo, $x = 2\pi r/\lambda$ es el parámetro de tamaño de la

partícula y $z = mx$, además

$$\psi'_n(z) = \frac{d\psi_n(z)}{dz} \quad (17)$$

$$\xi'_n(z) = \frac{d\xi_n(z)}{dz} \quad (18)$$

donde las funciones $\psi_n(z)$ y $\xi_n(z)$ son las funciones de Ricatti-Bessel y Ricatti-Hankel respectivamente. Ellas se pueden escribir como

$$\psi_n(z) = zj_n(z) \quad (19)$$

$$\xi_n(x) = zj_n(z) - i zy_n(z) \quad (20)$$

donde $j_n(z)$ y $y_n(z)$ son las funciones esféricas de Bessel de primera y segunda clase respectivamente. Los factores de eficiencia para la extinción, dispersión y absorción Q_{ext} , Q_{sca} y Q_{abs} están dados por

$$Q_{ext} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re}\{a_n + b_n\} \quad (21)$$

$$Q_{sca} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad (22)$$

$$Q_{abs} = Q_{ext} - Q_{sca} \quad (23)$$

El programa de computadora desarrollado en este estudio calcula todas las cantidades para partículas esféricas dado el radio de la partícula r , el índice de refracción complejo del material de la partícula m y el valor de la longitud de onda de la radiación incidente λ .

2.3 Divergencia de la energía radiante

El flujo de calor neto en la dirección \mathbf{s} se relaciona con la intensidad i de la siguiente manera (Brewster, 1992; Chai, 1994; Chui, 1990; Kim, 1990; Modest, 1993; Siegel y Howell, 1992)

$$\mathbf{q}_r = \int_{\Omega=0}^{\Omega=4\pi} i \mathbf{s} d\Omega \quad (24)$$

así, la divergencia de la energía radiante se puede escribir como

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_r = \kappa \left(4\gamma T^4 - \int_{\Omega=0}^{\Omega=4\pi} i d\Omega \right) \quad (25)$$

donde γ es la constante de Stefan–Boltzmann y T es la temperatura absoluta.

2.4 Condición de frontera radiante

En este trabajo solo se consideran superficies radiantes sólidas, grises, opacas, difusas e isotérmicas. La condición de borde para esta situación se puede escribir como (Chai, 1994;

Chui, 1990; Kim, 1990):

$$i = (1 - \rho) i_{0w} + \varepsilon i_{bw} + \frac{\rho}{\pi} \int_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{s} < 0} i |\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}| d\Omega \quad (26)$$

donde el subíndice w representa la pared, i_{0w} es la intensidad colimada incidente en la frontera, ε es la emisividad, ρ la reflectividad, i_b es la intensidad de radiación del cuerpo negro, la cual depende de la cuarta potencia de la temperatura absoluta de la pared y \mathbf{n} es la normal unitaria a la pared. El primer término de la ecuación (26) representa la penetración de la radiación colimada, el segundo término describe la emisión desde el medio que la rodea y el último término se debe a la reflexión difusa en la interfase.

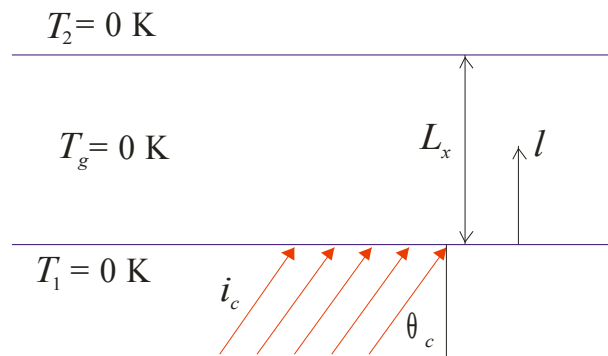


Figura 1: Configuración geométrica y térmica.

La componente colimada en la frontera tiene la siguiente expresión

$$i_c = (1 - \rho) q_0 \delta(\mathbf{s} \cdot \mathbf{s}_c) e^{-\tau_c} \quad (27)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4) y (27) en la ecuación (26) se obtiene la condición de frontera para la ecuación (6)

$$i_d = \varepsilon i_{bw} + \frac{\rho}{\pi} \left(H_c + \int_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{s} < 0} i_d |\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}| d\Omega \right) \quad (28)$$

donde H_c es la irradiación colimada en la superficie y viene dado por

$$H_c = \int_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{s} < 0} i_c |\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}| d\Omega = (1 - \rho) q_0 |\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}_c| e^{-\tau_c} \quad (29)$$

2.5 Detalles numéricos

Kim (1990) utilizó el método de las ordenadas discretas y el método de las diferencias finitas para resolver la ecuación de la transferencia radiante (1) con una cuadratura de Lobatto de 42 direcciones y una grilla espacial irregular de 26 puntos. Sarma et al. (2005) utilizaron el método de la transferencia discreta con 800 volúmenes de control de igual tamaño y 80 direcciones angulares. En este trabajo se utilizaron 100 volúmenes de control de igual tamaño, y para la grilla angular, se utilizaron 21 direcciones distribuidas uniformemente en el rango de 0 a π .

El proceso iterativo de cálculo de la intensidad radiante se detiene cuando se alcanza un error absoluto menor a 10^{-6} en todas las direcciones angulares y en todos los volúmenes de control. Para terminar el cálculo de las series infinitas se ha utilizado el criterio dado por Wiscombe (1980):

$$n_{\max} = \begin{cases} x + 4x^{1/3} + 1 & 0.02 \leq x \leq 8 \\ x + 4.05x^{1/3} + 2 & 8 \leq x \leq 4200 \\ x + 4x^{1/3} + 2 & 4200 \leq x \leq 20000 \end{cases} \quad (30)$$

Para el cálculo de las funciones de dispersión utilizando la teoría de Mie se han usado los valores del parámetro de tamaño de la partícula y el índice de refracción dados por Trivic (2004).

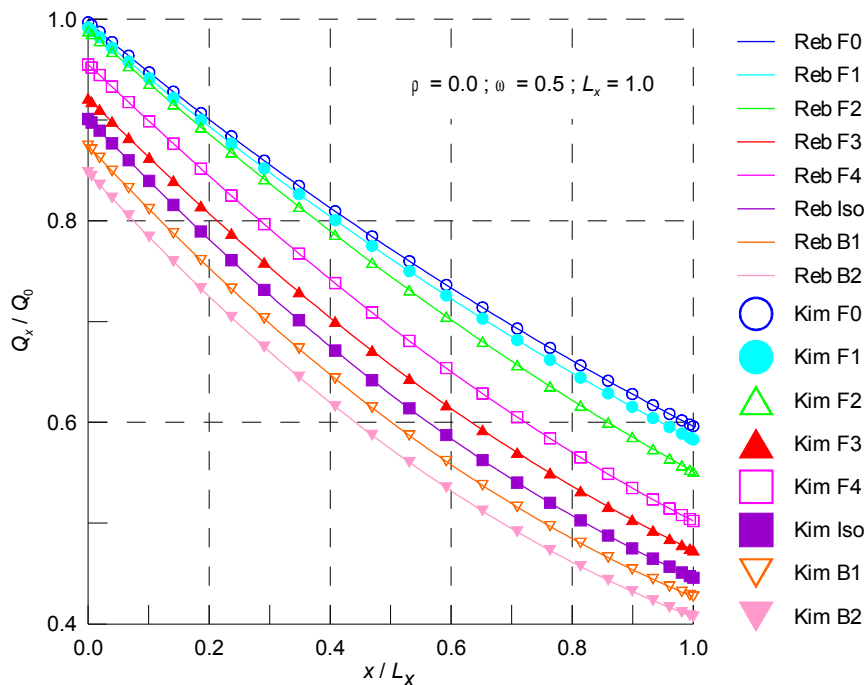


Figura 2: Efecto de la función de dispersión en el flujo neto bajo una irradiación colimada exterior.

3 CONFIGURACIONES TÉRMICAS ESTUDIADAS

Se estudia una cavidad unidimensional de placas planas, infinitas, separadas una longitud L_x , Figura 1, rellena con un medio gris, absorbente, emisor y anisotrópicamente dispersante. Las superficies interiores de la cavidad son opacas, grises y difusas. Las placas y el medio se consideran fríos, es decir, a la temperatura de 0 K. La única fuente radiante es el flujo de calor de la componente colimada q_0 y es el parámetro usado para adimensionalizar los flujos de calor con el objeto de facilitar la comparación con los resultados publicados por Kim (1990) y Sarma et al.(2005). Se ha tomado una coordenada local $l = x / L_x$ en la dirección normal a las caras, la cual está adimensionalizada con la longitud de la cavidad L_x . Todas las magnitudes usadas están expresadas en el sistema internacional de medidas.

Kim (1990) estudió el caso de irradiación colimada normal a la pared ($\mu = \cos \theta_c = 1.0$) y Sarma et al. (2005) consideraron una irradiación colimada con diferentes ángulos de inclinación ($\mu = \cos \theta_c = 1.0, 0.8, 0.6, 0.4$ y 0.2).

Además, Kim (1990) calculó la función de dispersión utilizando una expansión en serie de los polinomios de Legendre dada por:

$$\Phi(\theta^l, \theta^k) = 1 + \sum_{m=1}^M A_m P_m(\cos \theta^l) P_m(\cos \theta^k) \tag{31}$$

donde θ es el ángulo polar, k representa la dirección incidente, l representa la dirección emitida, A_m son los coeficientes de la serie de Legendre y P_m son los polinomios de Legendre.

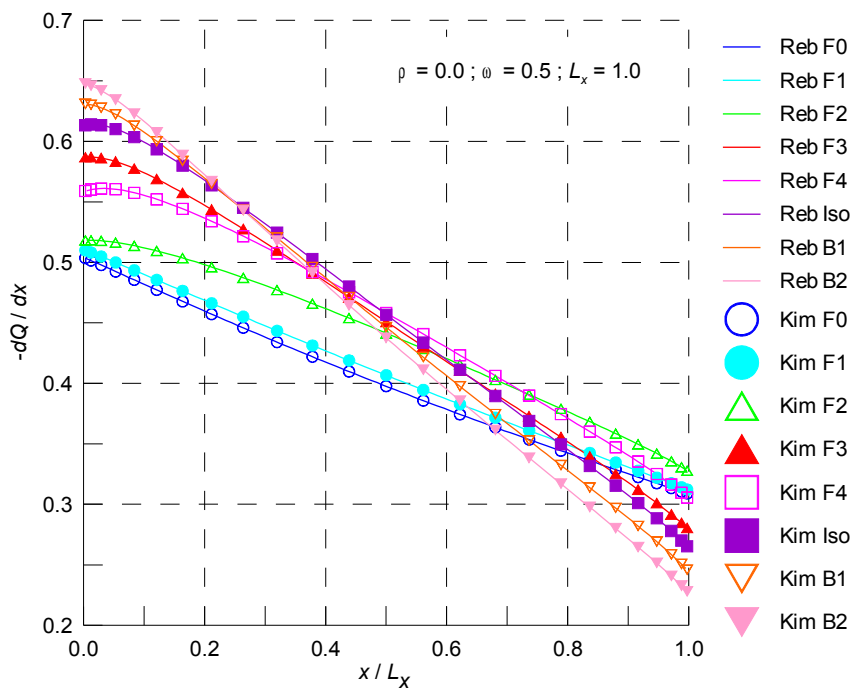


Figura 3: Efecto de la función de dispersión en la divergencia radiante bajo una irradiación colimada exterior.

Sarma et al. (2005) consideraron una función de dispersión lineal, mas sencilla, dada por:

$$\Phi = 1 + a \cos \varphi \cos \varphi' = 1 + a \mu \mu' \tag{32}$$

donde φ y φ' son los ángulos de las direcciones entrante y saliente en el volumen de control, respectivamente, y dependiendo del valor de a se pueden presentar tres situaciones, isotropía ($a = 0$), anisotropía lineal hacia adelante ($a = 1.0$) y anisotropía lineal hacia atrás ($a = -1.0$). La descripción detallada de las configuraciones estudiadas y reproducidas en este trabajo se puede encontrar en los trabajos de Kim (1990) y de Sarma et al. (2005).

4 RESULTADOS Y DISCUSIONES

Los resultados se agrupan en dos secciones, la primera corresponde a una irradiación

normal a la pared, estudiada por Kim (1990), quien publicó sus resultados tanto en forma gráfica como tabular, por lo que sus resultados tabulados han sido incorporados directamente en las gráficas presentadas en este trabajo. La segunda sección corresponde a la irradiación colimada externa oblicua estudiada por Sarma et al. (2005) cuyos resultados, presentados en forma gráfica, no han podido ser incluidos directamente en las gráficas mostradas en este trabajo.

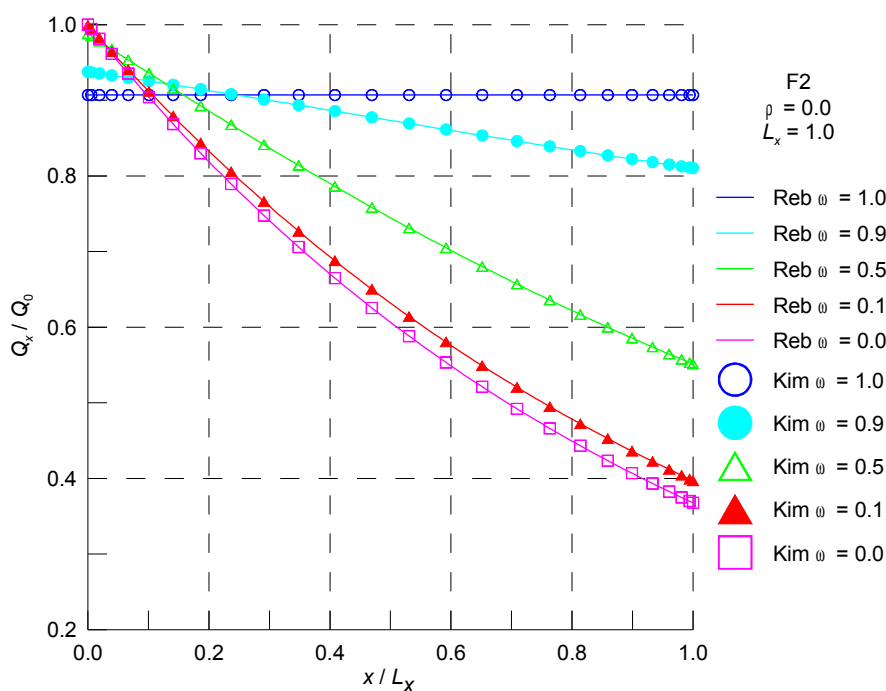


Figura 4: Efecto del albedo de dispersión en el flujo neto bajo una irradiación colimada exterior.

4.1 Irradiación colimada externa normal

Se estudian los efectos de la anisotropía de la función de dispersión, el albedo de dispersión, la separación entre placas y la reflectividad de las placas sobre la distribución del flujo de calor, ecuación (24), y la divergencia radiante, ecuación (25), entre las placas.

Representaciones gráficas de las funciones de dispersión consideradas en este trabajo se pueden encontrar en los trabajos de Kim (1990), Hao et al. (2003), An et al. (2005) y Rebollo (2007). Las funciones de dispersión $\Phi = F1, F2, F3$ y $F4$ corresponden a una dispersión hacia adelante, mientras que $\Phi = B1$ y $B2$ representan dispersión hacia atrás, el caso de dispersión isotrópica corresponde a $\Phi = 1$.

La Figura 2 muestra la distribución del flujo de calor neto obtenida para diferentes funciones de dispersión a lo largo de la coordenada l con paredes negras, es decir, reflectividad nula $\rho = 0$, con un albedo de dispersión $\omega = 0.5$ y separación entre las placas $L_x = 1$ m. Se puede comprobar los efectos de la anisotropía comparando los flujos de calor de cada función de dispersión. Se observa como el flujo de calor disminuye desde la función $F1$ hasta la función $B1$ en cada una de las coordenadas espaciales. Además, el flujo de calor disminuye con la coordenada espacial, como es de esperar, debido a que la única fuente de emisión

radiante se encuentra en la coordenada $l = 0$. Se observa que las funciones de dispersión hacia adelante F0, F1, F2, F3 y F4 transmiten más cantidad de energía radiante a través del medio cuando se las compara con la función de dispersión isotrópica. Por el contrario, las funciones de dispersión hacia atrás B1 y B2 transmiten menos cantidad de energía radiante que el caso isotrópico.

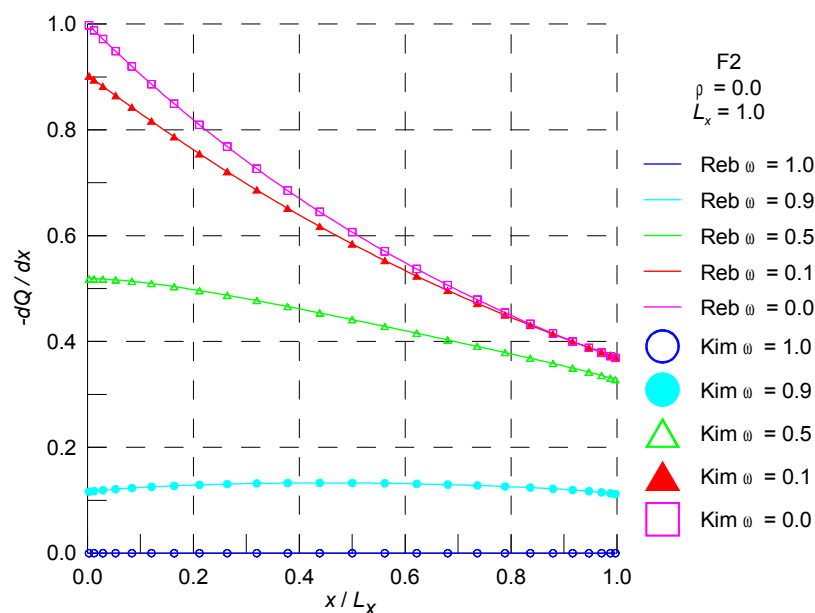


Figura 5: Efecto del albedo de dispersión en la divergencia radiante bajo una irradiación colimada exterior.

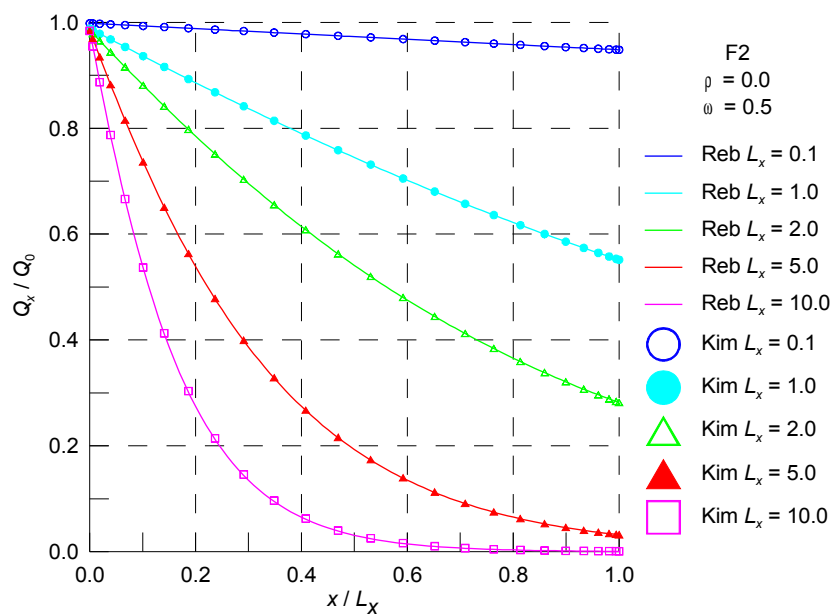


Figura 6: Efecto de la separación entre placas en el flujo neto bajo una irradiación colimada exterior.

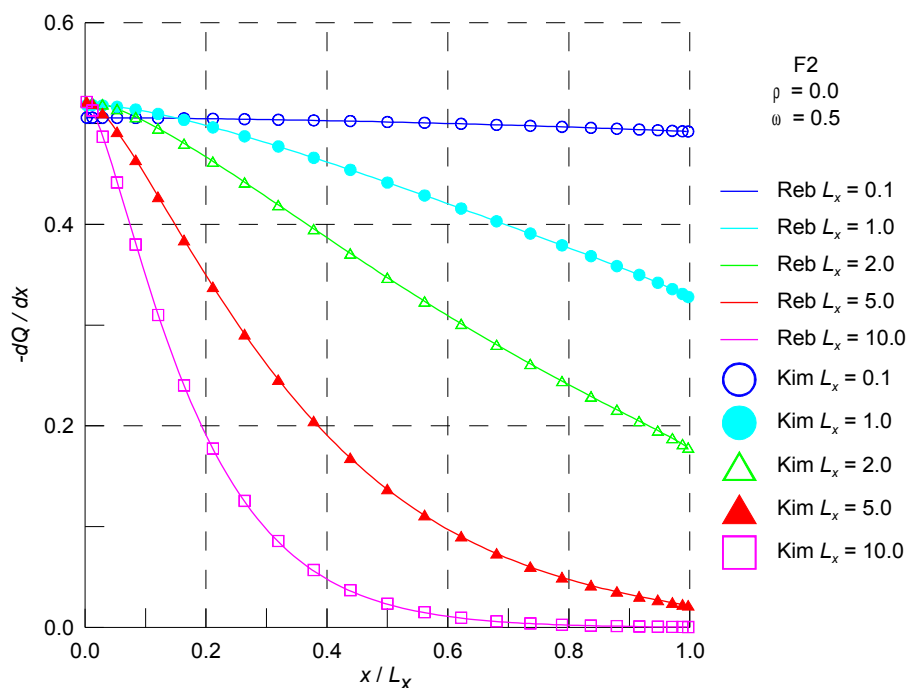


Figura 7: Efecto de la separación entre placas en la divergencia radiante bajo una irradiación colimada exterior.

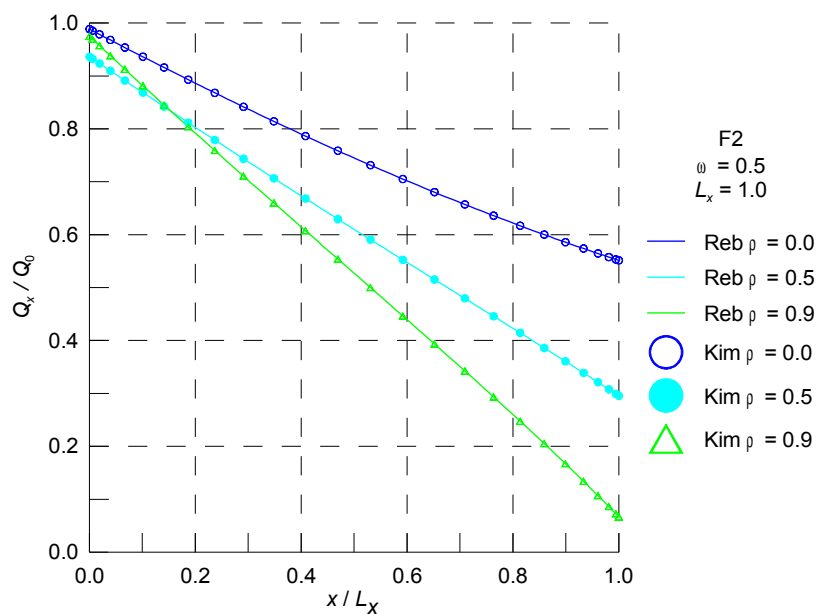


Figura 8: Efecto de la reflectividad interior de las paredes en el flujo neto bajo una irradiación colimada exterior.

En la Figura 3 se observa la distribución de la divergencia radiante obtenida para diferentes

funciones de dispersión a lo largo de la coordenada l con paredes negras ($\rho = 0$), con un albedo de dispersión $\omega = 0.5$ y separación entre las placas $L_x = 1$ m. Se aprecia que las fuentes radiantes son menores para las funciones de dispersión hacia adelante y mayores para las funciones de dispersión hacia atrás, cerca de la pared en $l = 0$, donde la componente colimada exterior es incidente. En las cercanías de la pared opuesta $l = 1$, alejados de la fuente radiante, las fuentes radiantes son mayores para las funciones de dispersión hacia adelante y menores para las funciones de dispersión hacia atrás. La gran cantidad de energía transmitida por las funciones de dispersión hacia adelante causa las grandes fuentes de radiación en la pared opuesta, alejados de la fuente radiante.

En la Figura 4 se aprecia el efecto del albedo de dispersión sobre la distribución del flujo de calor neto adimensional entre las placas negras ($\rho = 0$) separadas una distancia $L_x = 1$ m y rellenas de un medio con una función de dispersión F2. Un albedo de dispersión $\omega = 1$, representan un medio puramente dispersante, y $\omega = 0$, un medio puramente absorbente. Para $\omega = 1$ el flujo neto debería ser constante a lo largo de la coordenada l . Al disminuir el albedo de dispersión, disminuye la componente de dispersión y aumenta la componente de absorción, aumentando el flujo en la coordenada $l = 0$ y disminuyendo en la coordenada $l = 1$. Con la disminución del albedo de dispersión se reducen los efectos de la dispersión anisotrópica, y en el caso del medio puramente absorbente, $\omega = 0$.

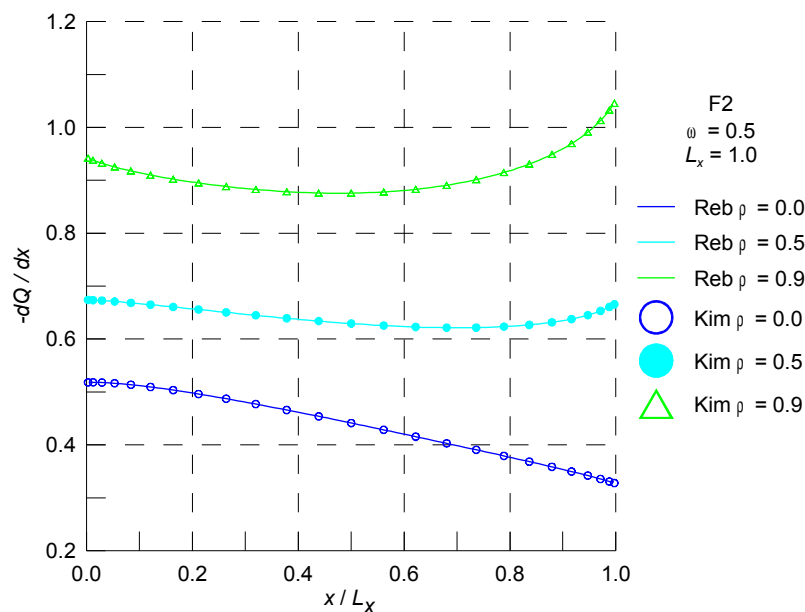


Figura 9: Efecto de la reflectividad interior de las paredes en la divergencia radiante bajo una irradiación colimada exterior.

La Figura 5 muestra el efecto del albedo de dispersión sobre la distribución de la fuente radiante adimensional entre las placas negras ($\rho = 0$) separadas una distancia $L_x = 1$ m y rellenas de un medio con una función de dispersión F2. Se observa que para dispersión pura la fuente radiante es nula, cuando el albedo de dispersión se reduce aumenta la absorción del medio y menos cantidad de energía radiante pasa a través del medio. Debido a que mientras más pequeño es el albedo de dispersión menores son los valores de intensidad dispersada, el

flujo de calor neto en las cercanías de la pared $l = 0$ resulta mayor cuando se lo compara con el caso puramente dispersante. Las distribuciones del flujo de calor neto (Figura 4), por lo tanto, muestran una rápida disminución con el incremento de l . Debido a la mayor cantidad de absorción del medio, la fuente radiante resulta mayor cuando disminuye el albedo de dispersión. Para un medio puramente absorbente el flujo neto (Figura 4) muestra las menores distribuciones y la fuente radiante los valores mayores.

En la Figura 6 se puede observar la distribución del flujo de calor neto adimensional para la función de dispersión F2, paredes negras ($\rho = 0$), un albedo de dispersión $\omega = 0.5$ y diferentes distancias entre placas L_x . Se advierte como se reduce el flujo de calor con la coordenada l , siendo mayor esta reducción a medida que aumente la distancia entre las placas. Para $L_x = 0.1$ m el medio absorbe solo un 5 % de la radiación emitida desde la pared saliente. Para $L_x = 10$ m el medio, a la altura de la coordenada $l = 0.8$, ya absorbió prácticamente toda la radiación emitida desde la pared emisora.

La Figura 7 presenta la distribución de la divergencia radiante para la función de dispersión F2, paredes negras ($\rho = 0$), un albedo de dispersión $\omega = 0.5$ y diferentes distancias entre placas L_x . Para pequeñas separación entre placas ($L_x = 0.1$ m), la fuente radiante sobre la placa entera es mayor y muestra un valor aproximadamente constante. Cuando se incrementa la separación entre las placas, se reduce rápidamente la penetración de la radiación a través del medio, para $L_x = 10$ m, el flujo transmitido (Figura 6) y la fuente radiante resultan aproximadamente nulas cerca de la pared opuesta a la fuente colimada externa.

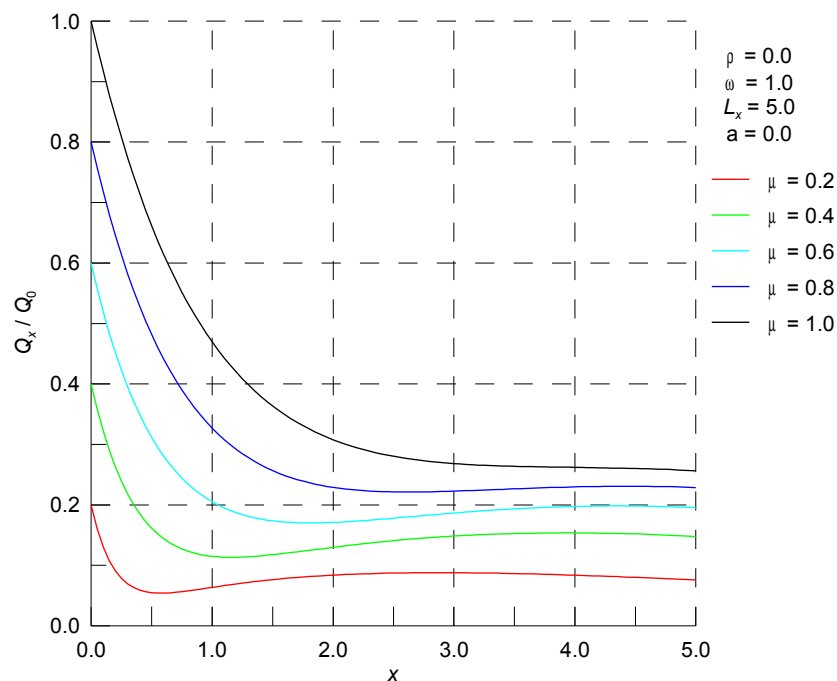


Figura 10: Efecto del ángulo de inclinación en el flujo de calor neto bajo una irradiación colimada exterior oblicua y dispersión isotrópica.

La Figura 8 muestra la distribución del flujo de calor neto adimensional para la función de dispersión F2, un albedo de dispersión $\omega = 0.5$, una separación entre placas $L_x = 1$ m y

diferentes reflectividades en las paredes internas de la cavidad. Se puede observar como se reduce el flujo de calor con la coordenada l , siendo mayor esta reducción a medida que aumente la reflectividad en las paredes. Para la incidencia colimada externa, la cantidad de energía entrante es independiente de la reflectividad interna de la pared. Para paredes no reflectantes ($\rho = 0$) el flujo neto es dominado por el flujo de entrada colimada y muestra grandes valores sobre toda la placa. Al incrementarse la reflectividad, se incrementa la componente reflejada por la pared opuesta ($l = 1$), por lo que el flujo neto en la pared donde se encuentra la entrada colimada ($l = 0$) se reduce significativamente. Para $\rho = 0.9$ la componente del flujo reflejada tiene aproximadamente la misma magnitud que el flujo colimado el cual se transmite a través del medio, y el flujo neto resultante es casi nulo en la proximidad de la pared opuesta ($l = 1$). Como la pared en $l = 0$ además refleja la energía radiante incidente proveniente del medio y de la pared en $l = 1$, el flujo neto resultante en $l = 0$ para $\rho = 0.9$ resulta mayor que el correspondiente a $\rho = 0.5$. La pendiente relativamente empinada en la distribución del flujo neto resulta en grandes valores de la fuente radiante para paredes altamente reflectantes, como se aprecia en la Figura 9.

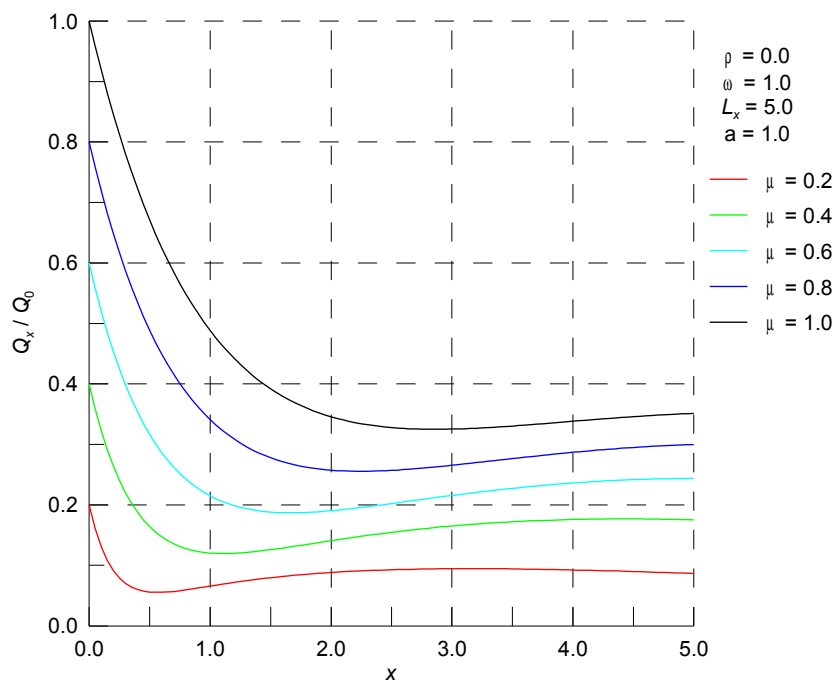


Figura 11: Efecto del ángulo de inclinación en el flujo de calor neto bajo una irradiación colimada exterior oblicua y dispersión anisotrópica lineal hacia adelante.

4.2 Irradiación colimada externa oblicua

Los resultados de Sarma et al. (2005) corresponden al caso de medio transparente, es decir, un medio que no absorbe ni emite radiación térmica, por lo que el coeficiente de absorción $\kappa = 0$ y el albedo de dispersión $\omega = 1$, y de esta manera, el flujo de calor neto es siempre igual al flujo de calor colimado entrante q_0 , por este motivo, se representa la distribución del flujo de calor en la dirección (positiva) de avance de la coordenada x . En la pared incidente ($x = 0$) el

flujo de calor solo depende del ángulo de incidencia y su valor coincidirá con el coseno del ángulo de incidencia θ_c , por lo que en las Figuras 10 a 12, independientemente del valor de la anisotropía, se observa que para $x = 0$, $q_x / q_0 = \mu$.

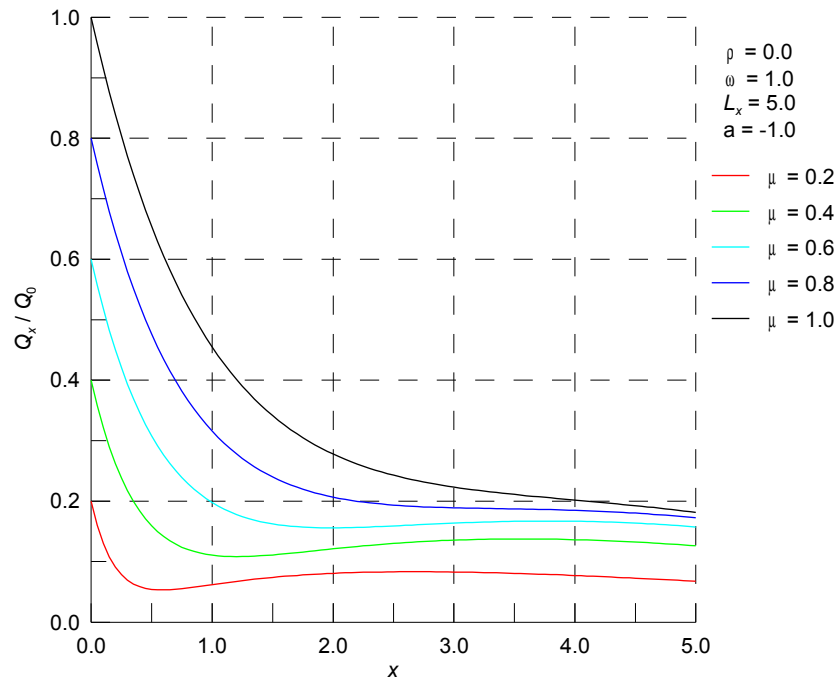


Figura 12: Efecto del ángulo de inclinación en el flujo de calor neto bajo una irradiación colimada exterior oblicua y dispersión anisotrópica lineal hacia atrás.

En las Figuras 10 a 12 se observa que el flujo de calor positivo disminuye con el avance de la coordenada x , esto se debe a que el medio se va haciendo cada vez más participativo redistribuyendo la intensidad radiante por el efecto de la dispersión. También se observa que para un valor de x determinado, el valor del flujo de calor disminuye con el crecimiento del ángulo de incidencia. Se advierte además, que para una coordenada x y un ángulo de incidencia θ_c determinado, el flujo de calor correspondiente a dispersión anisotrópica hacia adelante ($a = 1$) es mayor que el correspondiente a dispersión isotrópica ($a = 0$) y este mayor que el correspondiente a dispersión anisotrópica hacia atrás ($a = -1$). Esto se explica debido a que la dispersión anisotrópica hacia adelante redirecciona una cantidad importante de la intensidad radiante en la dirección de avance de la coordenada espacial, incrementando el flujo de calor en la dirección positiva y disminuyéndolo en la dirección negativa. Para dispersión anisotrópica hacia atrás ocurre lo contrario, una importante cantidad de radiación térmica está siendo redireccionada en la dirección contraria al avance de la coordenada espacial, disminuyendo el flujo de calor en la dirección positiva y aumentándolo en la dirección negativa. Para dispersión isotrópica la intensidad radiante está siendo redireccionada en todas direcciones con la misma probabilidad por lo que su disminución es intermedia entre los casos de dispersión anisotrópica hacia adelante y atrás.

5 CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo matemático y un código computacional para radiación térmica con dispersión anisotrópica entre placas planas infinitas paralelas sometido a una irradiación externa colimada con diferentes ángulos de inclinación, acoplando el método de los volúmenes finitos y la teoría de Mie. Se han discutido las características del modelo matemático y del método numérico.

Los resultados obtenidos fueron comparados con resultados existentes en la literatura, donde se ha usado un método numérico diferente para resolver la ecuación de la transferencia radiante y generar las funciones de dispersión anisotrópica.

De esta comparación se puede concluir que los resultados obtenidos en este trabajo son muy buenos.

Los errores obtenidos en la comparación de las distintas funciones de dispersión se pueden atribuir a las particularidades propias de los diferentes métodos numéricos y condiciones de borde utilizadas para generar los resultados.

Se ha verificado la precisión del método de los volúmenes finitos para resolver problemas de radiación térmica bajo una irradiación colimada externa con diferentes ángulos de incidencia. El método de los volúmenes finitos se ha mostrado totalmente confiable y seguro para resolver las configuraciones térmicas analizadas en este trabajo.

REFERENCIAS

- Agrawal B. M., Mengüç M. P., Forward and inverse analysis of single and multiple scattering of collimated radiation in an axisymmetric system, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 34, n. 3, pp. 633-647, 1991.
- An W., Ruan L. M., Qi H., Liu L. H., *Finite element method for radiative heat transfer in absorbing and anisotropic scattering media*, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 96, 409-422, 2005.
- Balima O., Pierre T., Charette A., Marceau D., A least square finite element formulation of the collimated irradiation in frequency domain for optical tomography applications, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 111, n. 2, pp. 280-286, 2010.
- Bohren C., Huffman D., *Absorption and scattering of light by small particles*, Wiley, New York, 1983.
- Brede H. J., Hecker O., Hollnagel R., An absorbed dose to water calorimeter for collimated radiation fields, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 455, n. 3, pp. 721-732, 2000.
- Brewster M. Q., *Thermal radiative transfer and properties*, John Wiley & Sons, 1992.
- Byun D., Lee C., Beak S. W., *Radiative heat transfer in discretely heated irregular geometry with an absorbing, emitting, and anisotropically scattering medium using combined Monte-Carlo and finite volume method*, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 47, 4195-4203, 2004.
- Chai J. C. K., *A finite volume method for radiation heat transfer*, PhD Thesis, 1994.
- Chai J. C., Lee H. S., Patankar S. V., *Finite Volume Method for Radiation Heat Transfer*, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 8, no. 3, pp. 419-425, 1994.
- Chai J. C., Parthasarathy G., Lee H. S., Patankar S. V., *Finite Volume Radiative Heat Transfer Procedure for Irregular Geometries*, *Journal of Thermophysics and Heat Mass*

- Transfer, vol. 9, no. 3, pp. 410-415, 1995.
- Chui E. H. K., *Modeling of radiative heat transfer in participating media by the finite volume method*, PhD Thesis, 1990.
- Chui E. H., Raithby G. D., *Computation of radiant heat transfer on a non-orthogonal mesh using the finite-volume method*, Numerical Heat Transfer, Part B, vol. 23, no. 3, pp. 269-288, 1993.
- Dave J. V., *Scattering of electromagnetic radiation by a large, absorbing sphere*, IBM Scientific center, Palo Alto, California, 1969.
- Gonçalves J., Coelho P., *Parallelization of the finite volume method*, Second international symposium on radiation transfer, Turkey, 1997.
- Hao J., Ruan L., Tan H., *Effect of anisotropic scattering on radiative heat transfer in two-dimensional rectangular media*, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 78, 151-161, 2003.
- Kim M. Y., Beak S. W., *Analysis of radiative transfer in cylindrical enclosures using the finite volume method*, Journal of Thermophysics and heat transfer, vol. 11, No. 2, pp. 246-252, 1997.
- Kim T. K., Lee H., *Effect of anisotropic scattering on radiative heat transfer in two-dimensional enclosures*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol.31, no. 8, pp. 1711-1721, 1988.
- Kim T. K., *Radiation and combined mode heat transfer analysis in absorbing, emitting, and Mie-anisotropic scattering media using the s-n discrete ordinates method*, Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1990.
- Lacroix D., Parent G., Asllanaj F., Jeandel G., *Coupled radiative and conductive heat transfer in a non-grey absorbing and emitting semitransparent media under collimated radiation*, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 75, n. 5, pp. 589-609, 2002.
- Li H. S., Flamant G., Lu J. D., *An alternative discrete ordinate scheme for collimated irradiation problems*, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 30, n. 1, pp. 61-70, 2003.
- Li H. S., Werther J., *Computation of radiative image formation in isolated source and collimated irradiation problems*, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 97, n. 1, pp. 142-159, 2006.
- Liu L. H., Tan H. P., *Effects of polarization on radiation absorption in one-dimensional semitransparent slab exposed to collimated irradiation*, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 74, n. 1, pp. 115-123, 2002.
- Maruyama S., *Radiative heat transfer in anisotropic scattering media with specular boundary subjected to collimated irradiation*, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 41, n. 18, pp. 2847-2856, 1998.
- Mathur S. R., Murthy J. Y., *Radiative Heat Transfer in Periodic Geometries Using a Finite Volume Scheme*, ASME Journal of Heat Transfer, vol. 121, n. 2, pp. 357-364, 1999.
- Modest M. F., *Oblique collimated irradiation of an absorbing, scattering, plane-parallel layer*, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 45, n. 5, pp. 309-312, 1991.
- Modest M. F., *Radiative heat transfer*, Mc Graw-Hill, 1993.
- Muresan C., Vaillon R., Menezo C., Morlot R., *Discrete ordinates solution of coupled conductive radiative heat transfer in a two-layer slab with Fresnel interfaces subject to diffuse and obliquely collimated irradiation*, *Journal of Quantitative Spectroscopy and*

- Radiative Transfer*, vol. 84, n. 4, pp. 551-562, 2004.
- Okutucu T., Yener Y., Participating media exposed to collimated short-pulse irradiation – A Laguerre–Galerkin solution, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 50, n. 21-22, pp. 4352-4359, 2007.
- Raithby G. D., Chui E. H., *A Finite-Volume Method for Predicting Radiant Heat Transfer in Enclosures with Participating Media*, ASME Journal of Heat Transfer, vol. 112, no. 2, pp. 415-423, 1990.
- Sarma D., Mishra S. C., Mahanta P., Analysis of collimated radiation in participating media using the discrete transfer method, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 96, n. 1, pp. 123-135, 2005.
- Siegel R., Howell J. R., *Thermal Radiation Heat Transfer*, Taylor & Francis, 1992.
- Smith R. C., Hurwitz M. J., Tran K. C., System to detect contraband in cargo containers using fast and slow neutron irradiation and collimated gamma detectors, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, vol. 99, n. 1-4, pp. 733-735, 1995.
- Trivic D. N., O'Brien T. J., Amon C. H., *Modeling the radiation of anisotropically scattering media by coupling Mie theory with finite volume method*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 47, 5765-5780, 2004.
- Wiscombe W. J., *Improved Mie scattering algorithms*, Applied optics, vol. 9, pp. 1505-1509, 1980.
- Wiscombe W. J., *Mie scattering calculations: advances in technique and fast, vector-speed computer codes*, NCAR technical note, National center for atmospheric research, 1979 (edited/revised 1996).
- Wu C. Y., Ou N. R., Differential approximations for transient radiative transfer through a participating medium exposed to collimated irradiation, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 73, n. 1, pp. 111-120, 2002.
- Wu S. C., Wu C. Y., Radiative heat transfer in a two-dimensional cylindrical medium exposed to collimated radiation, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 24, n. 4, pp. 475-484, 1997.