

ANÁLISE DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO POR IMAGEM ASSOCIADA À FRAÇÃO DE LÍQUIDO FUNDIDO EM UM PROBLEMA DE MUDANÇA DE FASE

Pedro Costa^{a,b}, Fabiana R. Leta^b, Gisele R. Vieira^c,
Sergio L. Braga^d, Dominique Gobin^e

^a*Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial – INMETRO, 25.250-020, Duque de Caxias, RJ, Brasil, pbcosta@inmetro.gov.br, <http://www.inmetro.gov.br>*

^b*Universidade Federal Fluminense – UFF, Departamento de Engenharia Mecânica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 24.210-240, Niterói, RJ, Brasil, fabiana@ic.uff.br, <http://www.lmdc.uff.br>*

^c*Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca - CEFET/RJ, Departamento de Engenharia Mecânica, 20.271-110, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, gisele.cefetrij@gmail.com, <http://www.cefet-rj.br>*

^d*Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-RJ, Departamento de Engenharia Mecânica, 22.453-900, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, slbraga@puc-rio.br, <http://www.mec.puc-rio.br>*

^e*FAST - CNRS - Université Paris VI, Campus Universitaire, Bât.502, 91405, Orsay, France, gobin@fast.u-psud.fr, <http://www.fast.u-psud.fr>*

Keywords: uncertainties, image-processing techniques, phase-change problem.

Abstract. This work analysis the associated uncertainties to the liquid fraction measurements of a phase-change experiment. The images produced by the experiment show the melting of a vertical ice layer into a differentially heated rectangular cavity in presence of natural convection and density maximum. The analysis of the melting problem in the presence of convection is very important for energy storage systems and other engineering applications. The non-linear density variation in the buoyancy term affects the movement of the interface, the flow structure and the heat transfer by natural convection. The test section where the melting experiments were performed allows to visualize the flow, measure temperatures, and take photographs of the flow structure and the interface evolution. Some image-processing techniques are used to analyze the phase-change problem with natural convection. The analysis and interpretation of images are very important for the correct understanding of the phenomenon under study. Methods of image processing are used to automate the process of extracting information from the experimental model.

1 INTRODUÇÃO

A compreensão e extração de dados de imagens de forma objetiva é de fundamental importância e envolve um grande interesse, sobretudo quando se trata de aplicações científicas que requerem um maior cuidado com os dados obtidos experimentalmente. O uso de técnicas de Visão Computacional pode oferecer auxílio em inúmeras áreas, conforme ilustram os trabalhos de Bovik (2005), Goshtasby (2005), Palmer (1999) e Nielsen (2005).

Imagens produzidas por testes experimentais podem ser melhor compreendidas através dessas técnicas. Através do emprego de sistemas artificiais, podem-se extrair informações de imagens digitais. Tal procedimento envolve a aquisição, o processamento e a análise da imagem. Quando é possível aliar as informações obtidas com as técnicas de Visão Computacional ao cálculo da incerteza de medição, é possível verificar o nível de qualidade das medições realizadas.

Os processos de visão computacional, que têm como resultado final um conjunto de medidas, devem ser avaliados quanto à dúvida deste resultado. A análise da incerteza de medição fornece o intervalo, com uma determinada probabilidade de acerto, em que o resultado de uma medição está contido, sendo, portanto fundamental seu estudo para que se tenha confiabilidade quanto aos resultados obtidos.

Neste contexto, no presente trabalhos, são aplicadas técnicas de processamento de imagem para a melhor compreensão do comportamento de um material em mudança de fase na presença de convecção natural. Além disso, são realizados cálculos referentes à incerteza de medição envolvida. Essa área de estudo, transferência de calor com mudança de fase, vem despertando um grande interesse devido às inúmeras aplicações. Pode-se citar, por exemplo, instalações de armazenamento de energia, controle térmico de ambientes, entre outras aplicações de engenharia. O problema em estudo envolve a fusão de uma substância pura na presença de convecção natural, em uma cavidade retangular, em virtude de um gradiente térmico horizontal.

Diversos estudos numéricos e experimentais têm sido relatados na literatura sobre o problema da fusão ou da solidificação na presença de convecção natural. Exemplos de estudos experimentais podem ser encontrados nas obras de Wolff e Viskanta (1987) e Bénard et al. (1985). Gobin e Le Quéré (2000) realizaram um exercício de comparação envolvendo a fusão de uma substância pura na presença de convecção natural. Nesse trabalho, foram aplicados diferentes procedimentos e modelos numéricos a um problema simples de mudança de fase. Estudos foram realizados com o intuito de estabelecer correlações que representem a evolução temporal da transferência de calor global na interface e do volume fundido. Jany e Bejan (1988) através de uma análise de ordem de grandeza contribuíram bastante nesse sentido.

Fluidos como a água, antimônio, bismuto líquido, gálio, ou telúrio exibem um máximo de densidade próximo ao ponto de congelamento. Este fenômeno ocorre com a água próximo à temperatura de 4°C, ou seja, um domínio de temperatura frequentemente encontrado na natureza e em diversas aplicações tecnológicas. Nesse caso, o problema se torna ainda mais complexa porque a hipótese de que a densidade varia linearmente com a temperatura não pode ser aplicada. Entre os trabalhos numéricos e experimentais envolvendo densidade máxima e convecção natural térmica encontrados na literatura, estão os trabalhos desenvolvidos por de Lin e Nansteel (1987) e Bennacer et al. (1993). Braga e Viskanta (1992) e Kowalewsky e Rebow (1999) analisaram o efeito do máximo de densidade na solidificação da água em uma cavidade retangular. Tsai et al. (1998) apresentaram um trabalho numérico e experimental envolvendo o efeito do máximo de densidade sobre escoamentos laminares em tubos com solidificação interna, envolvendo convecção mista.

Este trabalho apresenta uma investigação experimental do processo da fusão de uma camada de gelo em uma cavidade retangular, na presença de convecção natural e máximo de densidade, onde duas paredes verticais opostas são diferentemente aquecidas e mantidas isotérmicas. Os experimentos realizados permitem a visualização do escoamento, medidas de temperaturas e fotografias com a estrutura do escoamento e a evolução da interface sólido-líquido. A fração de líquido fundido com o tempo é calculada a partir de técnicas de Visão Computacional e são realizados os cálculos referentes a incerteza de medição envolvida neste processo.

2 APARATO EXPERIMENTAL

A seção de testes utilizada na realização do experimento corresponde a uma cavidade retangular, tendo sido construída com as seguintes dimensões internas: 0.187 m de altura, 0.187 m de largura e 0.200 m de profundidade. A Figura (1) mostra um desenho esquemático do aparato experimental. Como pode-se observar, a cada uma das paredes verticais é acoplado um trocador de calor. Para controlar a temperatura dos fluidos de trabalho dos trocadores de calor, foram utilizados dois banhos termostáticos. Entre o trocador e a parede da seção são posicionadas resistências elétricas de 0.03 mm de espessura, R_1 a R_4 de um lado e R_5 a R_8 do outro, com o objetivo de fazer um controle térmico mais localizado. Para assegurar um bom contato térmico entre a parede da cavidade e a parede do trocador de calor, ambas em cobre, utilizou-se uma pasta condutiva. Desta forma, é possível alcançar a temperatura pré-estabelecida para o teste. Acionando-se individualmente cada resistência obtém-se uma temperatura praticamente uniforme para toda a superfície das paredes, compensando a variação local dos coeficientes convectivos internos.

Para a confecção das paredes, que são mantidas isotérmicas, foram utilizadas duas placas de cobre. Todas as outras paredes do cubo foram confeccionadas em acrílico, de forma a permitir a visualização do escoamento.

Para medir a distribuição da temperatura no interior da cavidade foram feitos oito orifícios na parede vertical ao fundo da cavidade, para inserção das sondas. Por hipótese, o escoamento é bidimensional, portanto, assume-se que não há variação da temperatura na terceira dimensão. Braga (1992), em um trabalho experimental anterior, constatou que sondas verticais funcionam como aletas, o que implica em um erro de leitura, minimizado pelo posicionamento horizontal das sondas. As temperaturas foram registradas selecionando-se um determinado intervalo de tempo entre medidas consecutivas, no caso 15 segundos. Tanto os termopares de superfície quanto os termopares internos são do tipo k , Chromel-Alumel (NiCr-NiAl), com as junções soldadas com solda de estanho e calibrados no Laboratório de Pressão e Temperatura (LPT) da PUC-Rio.

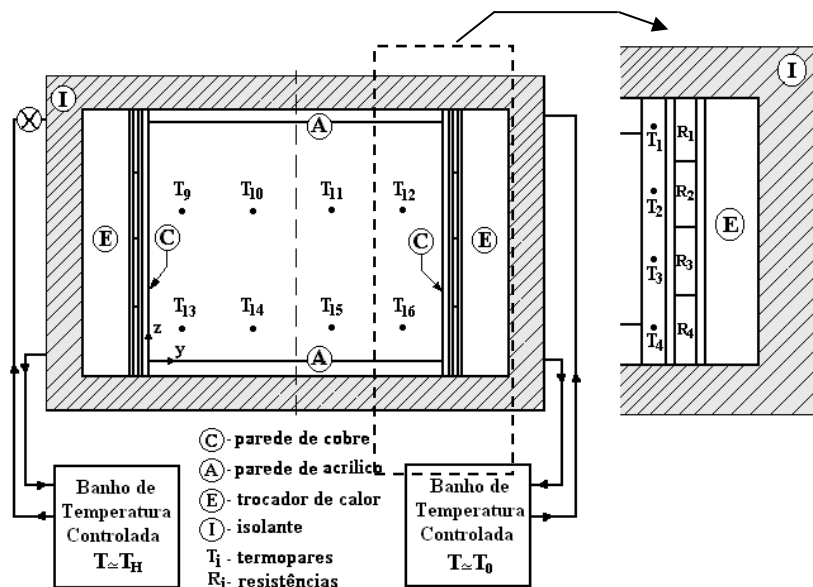


Figura 1. Desenho esquemático do sistema.

3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para permitir a entrada do líquido na cavidade, assim como a saída do ar do interior desta, foram feitos dois furos na parede horizontal superior. O gelo é obtido com a cavidade girada de 90° à esquerda, conforme ilustrado na Figura (2), de modo que os trocadores de calor fiquem na posição horizontal.

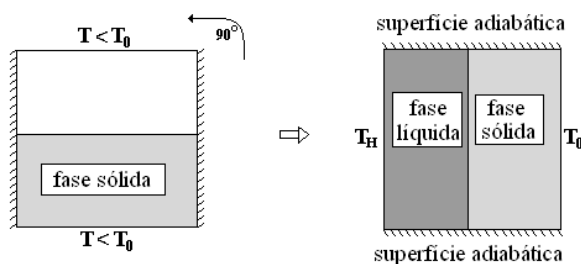


Figura 2. Condição Inicial.

Como a velocidade de solidificação influencia na qualidade do gelo (transparência e quantidade de bolhas), optou-se, após alguns testes, por manter a temperatura dos banhos em torno de -13°C , durante o processo de formação do gelo. Uma vez confeccionado o gelo, os banhos de temperatura controlada são reajustados e espera-se até que se atinja a temperatura inicial de testes, dada por 0°C . A cavidade é, então, recolocada em sua posição original. Fecha-se a válvula que controla o fluxo entre o trocador de calor da parede quente e o respectivo banho, enquanto sua temperatura é elevada. Durante este período, preenche-se o restante da cavidade com água a 0°C . Em seguida, abre-se a válvula para que o fluido vindo do banho quente possa circular através do seu trocador, elevando a temperatura da parede em contato com o líquido até a temperatura pré-estabelecida T_H . Esta passa a ser controlada, com o auxílio dos alarmes.

Para possibilitar a visualização do escoamento, partículas de "pliolite", denominadas aqui de partículas traçadoras, foram espalhadas na água, de modo que, quando devidamente

iluminadas, permitem visualizar o escoamento do fluido de trabalho. A iluminação se faz por intermédio de um feixe luminoso, proveniente de um laser, que ao passar por uma lente cilíndrica se espalha formando um plano de luz. Maiores informações sobre este assunto podem ser obtidas no trabalho de Almeida (1997).

Para que fossem possíveis freqüentes observações visuais e a realização das “fotos do escoamento”, foram feitas duas paredes removíveis no isolamento, como mostra a Figura (3). A remoção da parede superior do material isolante permite a iluminação do escoamento, enquanto a remoção da parede de isolante frontal permite observações visuais através da parede dupla de acrílico. A razão desta parede dupla é reduzir o ganho de calor do ambiente quando o isolante ali é retirado e ainda evitar a condensação do vapor d’água naquela superfície, o que dificultaria a visualização e afetaria a qualidade das fotografias. A câmara fotográfica usada é da marca Nikon F4S, com objetiva MICRO NIKKOR 105 mm. Foram feitas diversas fotografias variando-se a abertura da lente e o tempo de exposição. As fotos apresentadas foram realizadas com a abertura da objetiva dada por $f=5.6$. Exposições típicas ao tempo levaram em torno de trinta segundos.

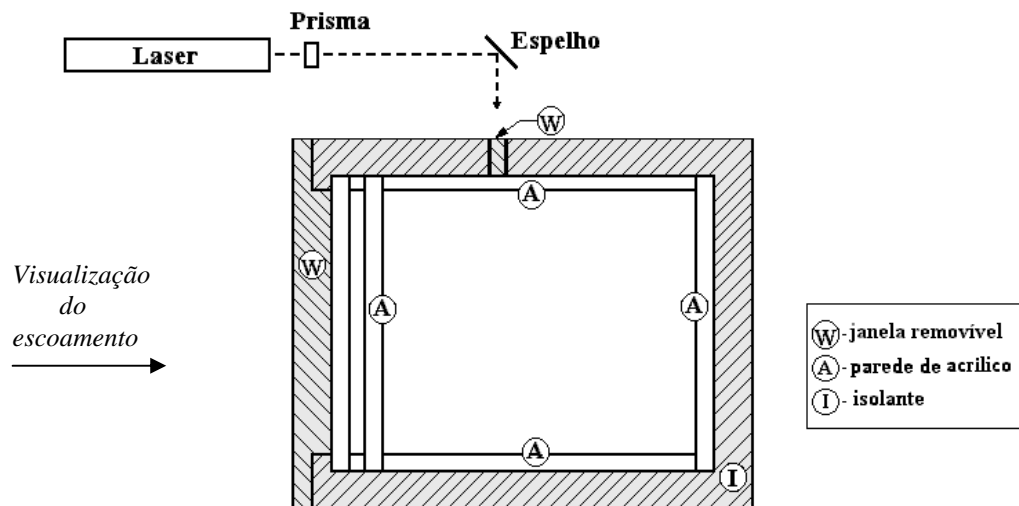


Figura 3. Sistema de iluminação do escoamento.

O tempo necessário para atingir a temperatura especificada para a parede quente é muito pequeno quando comparado a duração total do experimento. Tipicamente, a condição estipulada é obtida num intervalo de tempo que não ultrapassa 10 minutos, enquanto o experimento dura algumas horas. Durante o teste, verificou-se uma estabilidade de $\pm 0,1$ °C.

Adotou-se a equação proposta por Gebhart e Mollendorf (1977) para a densidade no termo de força de corpo da equação da quantidade de movimento, dada por:

$$\rho(T) = \rho_{ref} \cdot \left(1 - \gamma \cdot |T - T_{ref}|^q \right) \quad (1)$$

O termo ρ_{ref} é igual a densidade máxima do fluido, também denominada ρ_M ; onde γ é o coeficiente fenomenológico; para a água $\gamma = 8 \times 10^{-6}$ °C⁻² e $q=2$; e T_{ref} é igual a temperatura do máximo de densidade, também denominada T_M , para a água $T_M=3,98$ °C. Definiu-se um

número de Grashof e um número de Rayleigh modificados baseados em ΔT_{max} (intervalo máximo de temperatura considerado), dado por:

$$\Delta T_{max} = \text{Max}(\Delta T_1, \Delta T_2) \quad (2)$$

O efeito da variação de ρ é aproximadamente simétrico com relação ao máximo de densidade. A variação relativa da densidade, que induz o escoamento em cada uma das células, está ligada diretamente aos intervalos entre T_M e às temperaturas das paredes. Assim:

$$\Delta T_1 = T_H - T_M \quad (3)$$

$$\Delta T_2 = T_M - T_0 \quad (4)$$

O número de Grashof modificado é definido por:

$$Gr_{mod} = \frac{g \cdot H^3 \cdot \gamma \cdot (\Delta T_{max})^2}{\nu^2} \quad (5)$$

Logo, tem-se para o número de Rayleigh modificado:

$$Ra_{mod} = \frac{g \cdot H^3 \cdot \gamma \cdot (\Delta T_{max})^2}{\nu \cdot \alpha} \quad (6)$$

A Tabela (1) descreve o teste realizado, apresentando os parâmetros considerados. Para o cálculo do número de Grashof, a aceleração da gravidade foi considerada 10.0 m/s^2 .

Tabela 1. Testes experimentais

Caso Teste	T_H (°C)	ΔT (°C)	ΔT_1 (°C) (Eq.3)	ΔT_{max} (°C) (Eq.2)	Ste	Pr	Gr_{mod} (Eq.5)
	12	12	8	8	0.15	10.71	1.49×10^7

Os valores das propriedades físicas envolvidas estão descritos na Tabela 2. Estes dados foram obtidos a partir da obra de Gebhart et al. (1988) e tomando como base a temperatura média do intervalo de temperatura considerado.

Tabela 2. Propriedades termofísicas.

PROPRIEDADES ↓	$T_H = 12^\circ \text{ C}$ $T_0 = 0^\circ \text{ C}$ $\Rightarrow T_{med} = 6^\circ \text{ C}$
Conductividade térmica: k (W/m.K)	0.6
Calor específico: c_p (J/Kg.K)	4200
Viscosidade cinemática: ν (m ² /s)	1.5×10^{-6}
Densidade: ρ (kg/m ³)	999.90
Calor latente: L_F (J/Kg)	3.3×10^5
Difusividade térmica α (m ² /s)	1.4×10^{-7}

4 PRÉ-PROCESSAMENTO DA IMAGEM

Para a obtenção do volume ocupado pelo gelo e pela água, é necessária a realização do processo chamado de segmentação da imagem. Este processo consiste em separar na imagem o que é o gelo e a água nas imagens. Este processo aparenta ser simples do ponto de vista de um ser humano, onde a separação entre gelo e água na figura 4 é bastante intuitiva. No entanto, do ponto de vista computacional essa tarefa se torna um desafio, onde é necessário o conhecimento de técnicas específicas para que essa separação seja realizada.

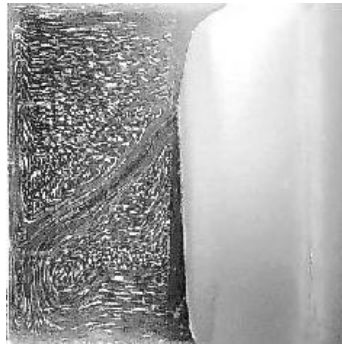


Figura 4. Foto tirada do experimento.

Com o objetivo de encontrar computacionalmente a parte representada pelo gelo, foi aplicada a imagem o algoritmo de Canny para atenuação de arestas. Este método é baseado critérios para que se possam obter resultados melhores que os métodos conhecidos (Canny, 1986).

A aplicação do método desenvolvido por Canny foi dividida em etapas, onde o primeiro passo é a realização da filtragem da imagem através de um filtro gaussiano, aplicado através da convolução da imagem (Ritter, 1996). A segunda etapa do algoritmo é determinar a magnitude da borda a partir do gradiente da imagem. Isto pode facilmente ser encontrado através da aplicação do operador de Sobel. Através dos valores obtidos para as derivadas em ambas as direções calcula-se assim o gradiente da imagem.

O próximo passo é a determinação das direções das bordas na imagem. Através dos valores do gradiente podem ser determinadas essas direções (Pratt, 2007). As direções possíveis de serem encontrados nesta etapa são apenas 0° , 45° , 90° , 135° . Os ângulos encontrados diferentes destes devem ser arredondados para o mais próximo dos quatro ângulos. Na penúltima etapa do algoritmo é realizado um processo de supressão. Este processo consiste em analisar através de uma matriz 3×3 todos os pontos nas direções obtidas através do cálculo do ângulo dos gradientes. Serão considerados como borda os pontos que tiverem intensidade maior que os vizinhos das direções opostas a ele.

Por fim, para se obter as bordas da imagem como saída do algoritmo, a imagem é analisada utilizando dois pontos de limiar, um alto e um baixo. Quando um pixel da imagem é maior do que o limiar alto e seus vizinhos precisam ser maiores que o limiar baixo para que a borda tenha continuidade.

4.1 Aplicação do algoritmo nas imagens

O algoritmo de Canny foi aplicado nas cinco imagens obtidas no experimento (Vieira et al., 2010).

Para reduzir as chances de erro do algoritmo e obter resultados computacionalmente mais rápidos, às imagens foram divididas ao meio (figura 5), já que neste experimento o espaço ocupado pelo gelo poderia ser de no máximo 50% do total da cavidade.

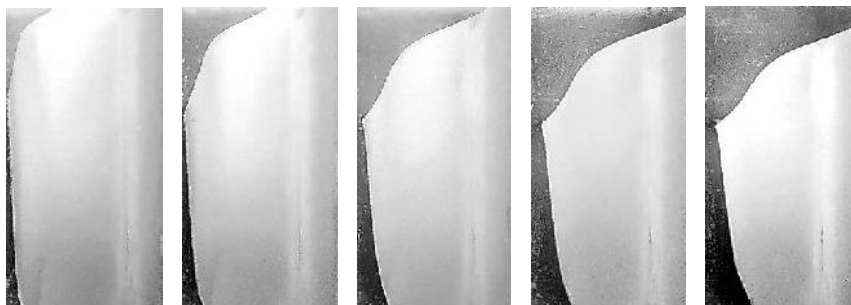


Figura 5. Imagens do experimento cortadas em 50% do total.

O resultado do algoritmo aplicado às imagens é apresentado na Figura 6:

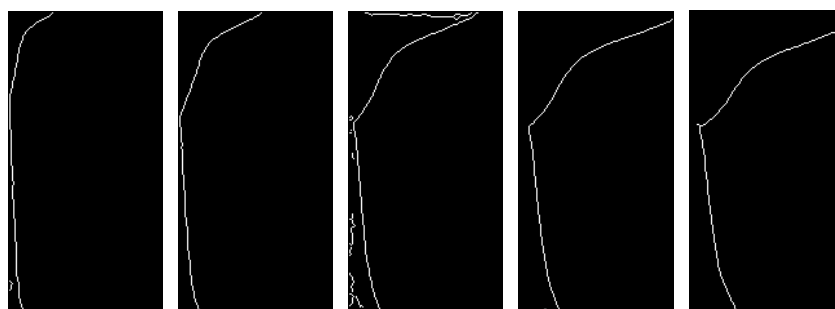


Figura 6. Imagens após a detecção das bordas.

Através da aplicação do algoritmo nas imagens foi possível destacar completamente nas imagens as bordas ao redor do gelo. Estas imagens foram utilizadas como uma máscara, onde esta máscara foi comparada às imagens originais. O resultado final é a representação dos pixels das imagens originais dentro do contorno do gelo, e os pixels restantes que representariam a água nas imagens, preenchidos com pixels de valor zero (figura 7).



Figura 7. Separação do gelo nas imagens do experimento.

5 DETERMINAÇÃO DO VOLUME DO GELO

Após o pré-processamento da imagem descrito no item 4, a etapa seguinte consiste na determinação do volume ocupado pelo gelo no experimento.

Primeiramente o algoritmo realiza a contagem de todos os pixels da imagem com valor de intensidade diferente de 0. Isto fornecerá a informação da área ocupada pelo gelo na imagem.

Entretanto essa informação de área será dada apenas por uma quantidade de pixels, havendo a necessidade de transformar esse valor para a unidade de comprimento.

Para isso devem ser levadas em consideração algumas características do experimento para a construção de um modelo matemático de fornecerá os resultados para o volume do gelo nas imagens.

$$V_{\text{gelo}} = \frac{LH_{\text{cavidade}}}{NH_{\text{foto}}} \cdot \frac{LV_{\text{cavidade}}}{NV_{\text{foto}}} \cdot N_{\text{pixel}} \cdot LP_{\text{cavidade}} \quad (7)$$

Onde,

V_{gelo}	<i>Volume do gelo</i>
LH_{cavidade}	<i>Largura da cavidade</i>
LV_{cavidade}	<i>Altura da cavidade</i>
NH_{foto}	<i>Número de colunas da resolução da imagem</i>
NV_{foto}	<i>Número de linhas da resolução da imagem</i>
N_{pixel}	<i>Número total de pixels de gelo</i>
LP_{cavidade}	<i>Profundidade da cavidade</i>

O resultado obtido para as cinco imagens analisadas foi:

Tabela 3. Resultados para o volume do gelo através da análise das imagens.

	NH_{foto}	NV_{foto}	N_{pixel}	$V_{\text{gelo}} (m^3)$
<i>Foto 1</i>	237	235	26807	0,0034
<i>Foto 2</i>	237	235	25542	0,0033
<i>Foto 3</i>	237	235	22963	0,0029
<i>Foto 4</i>	240	235	20972	0,0026
<i>Foto 5</i>	240	235	20163	0,0025

Como a cavidade utilizada foi a mesma em todo o experimento, as demais componentes do modelo permanecem constantes para todas as imagens.

LH_{cavidade}	<i>0,187 m</i>
LV_{cavidade}	<i>0,187 m</i>
LP_{cavidade}	<i>0,200 m</i>

6 INCERTEZA DE MEDIÇÃO PARA A DETERMINAÇÃO DO VOLUME

A declaração do resultado de uma medição somente é completa se esta for composta por um valor medido acompanhado de uma incerteza de medição associada a este valor. Isto se deve ao fato de que uma medição depende de vários fatores que podem influenciar o seu resultado final, e todos esses fatores devem ser tratados como variáveis aleatórias (ISO GUM, 1995).

O objetivo da incerteza de medição é caracterizar a dispersão do resultado de uma medição. O mensurando, que neste caso é o volume do gelo, é composto por grandezas de entrada, chamadas X_i ($i = 1, 2, \dots, M$), que são todas as variáveis que podem afetar a grandeza de saída Y .

A relação entre as grandezas de entrada X_i e a grandeza de saída Y é expressa através de uma função f que para a medição do volume do gelo descrita pela equação 6.

Convencionalmente o cálculo da incerteza de medição é dividido em duas partes, incerteza tipo A e incerteza tipo B.

6.1 Incerteza tipo A

O resultado de uma medição é obtido através do cálculo da média de N valores. Através da dispersão desses valores é calculada a incerteza tipo A. Esta incerteza é obtida pela razão entre o desvio padrão das medições e a raiz quadrada do número de medições realizadas (Eq. 8).

$$u(V_{\text{gelo}}) = \frac{s}{\sqrt{N}} \quad (8)$$

Durante a aquisição da seqüência de imagens mostradas na figura 6, foi capturada apenas uma imagem para cada instante de tempo. Podendo-se assim apenas obter um único valor de volume em cada instante, o que torna inviável o cálculo do desvio padrão das medições para a incerteza tipo A.

Como forma de obter outros valores para o volume nas imagens, a detecção da borda através do algoritmo de Canny foi realizada utilizando cinco diferentes valores de *threshold*, tornando possível obter cinco valores de volume para cada uma das imagens para o cálculo de um desvio padrão para as medições.

6.2 Incerteza tipo B

A segunda parte da avaliação da incerteza de medição tem o objetivo de considerar as dúvidas associadas às grandezas de entrada X_i . Essa avaliação pode ser realizada com base na experiência do operador, no conhecimento do experimento, em resultados de outras medições prévias ou em certificados de medição de padrões utilizados.

Para cada grandeza de entrada deve ser atribuída uma estimativa x_i , que deve ser considerada como um intervalo de limites a_i e a_i^+ para a dúvida das grandezas de entrada.

6.2.1 Incerteza devido à determinação do volume da cavidade

As grandezas de entrada contidas no modelo matemático que estão relacionadas com o volume da cavidade são: LH_{cavidade} , LV_{cavidade} e LP_{cavidade} .

As estimativas para as incertezas dessas três grandezas são aproximadamente o quanto de dúvida existe na determinação das dimensões da cavidade. Neste experimento essa dúvida foi estimada como sendo de ± 1 mm para cada dimensão.

O desvio padrão para as três dimensões é determinado pela razão entre as estimativas x_i e o divisor 2, assumindo que estas seguem uma distribuição normal padrão.

No entanto, as unidades obtidas para cada desvio devem ser convertidas para a unidade do mensurando (mm^3), essa conversão é realizada através do produto do desvio padrão de cada grandeza pela derivada parcial de cada uma dessas grandezas em relação ao V_{gelo} (Eq. 9). As derivadas são chamadas de c_i (Coeficiente de sensibilidade).

$$\frac{\partial LH_{\text{cavidade}}}{\partial V_{\text{gelo}}} = \frac{1}{NH_{\text{pixel}}} \cdot \frac{LV_{\text{cavidade}}}{NV_{\text{pixel}}} \cdot N_{\text{pixel}} \cdot LP_{\text{cavidade}}$$

$$\frac{\partial LV_{cavidade}}{\partial V_{gelo}} = \frac{LH_{cavidade}}{NH_{pixel}} \cdot \frac{1}{NV_{pixel}} \cdot N_{pixel} \cdot LP_{cavidade} \quad (9)$$

$$\frac{\partial LP_{cavidade}}{\partial V_{gelo}} = \frac{LH_{cavidade}}{NH_{pixel}} \cdot \frac{LH_{cavidade}}{NV_{pixel}} \cdot N_{pixel}$$

6.2.2 Incerteza devido à resolução das imagens

A resolução das imagens é dada pelo número de linhas e o número de colunas da matriz de pixels da imagem. Essas variáveis exercem a função de quantificar o tamanho dos pixels no modelo matemático.

As incertezas associadas a estas variáveis devem ser consideradas, pois o tamanho dos pixels nas imagens está diretamente relacionado com a distância a câmera e a cavidade na captura das imagens. Como a dimensão da cavidade é fixa, se a distância da câmera em relação a cavidade for variada diferentes áreas serão ocupadas pela cavidade nas imagens. Consequentemente obtendo diferentes tamanhos para os pixels.

A estimativa de dúvida para essa grandeza de entrada foi determinada com sendo no máximo 5 pixels de variação na área ocupada pela cavidade nas imagens, provocada por pequenas variações na distância durante a captura das imagens.

Para o cálculo do desvio padrão destas grandezas de entrada foram atribuídas distribuições de probabilidade uniforme pelo desconhecimento dos possíveis valores intermediários aos limites de 5 pixels estimados como dúvida. Os coeficientes de sensibilidade para a resolução vertical e horizontal das imagens estão contidos nas equações 10 e 11.

$$\frac{\partial NH_{foto}}{\partial V_{gelo}} = \frac{-LH_{cavidade}}{NH_{foto}^2} \cdot \frac{LV_{cavidade}}{NV_{foto}} \cdot N_{pixel} \cdot LP_{cavidade} \quad (10)$$

$$\frac{\partial NV_{foto}}{\partial V_{gelo}} = \frac{-LH_{cavidade}}{NH_{foto}} \cdot \frac{LV_{cavidade}}{NV_{foto}^2} \cdot N_{pixel} \cdot LP_{cavidade} \quad (11)$$

6.2.3 Incerteza devido à detecção das bordas do gelo

O objetivo desta grandeza de entrada é garantir que seja considerada a hipótese de possíveis falhas na detecção das bordas do gelo nas imagens. Isto acontece pelo fato de não ser possível realizar uma leitura da imagem em frações do pixel. Portanto se a borda de uma determinada parte do gelo estiver em qualquer parte no interior de um pixel a leitura da borda será um valor inteiro, ignorando a real posição da borda.

Essa estimativa é feita como sendo a metade de um pixel o valor máximo que se pode errar na detecção de uma borda. No entanto esse erro pode ocorrer, no pior dos casos, em todas as linhas analisadas da imagem. Obtendo então a metade do número de linhas de resolução como estimativa para essa grandeza de entrada.

A esta estimativa é atribuída uma distribuição uniforme pois como não se tem informação sobre o interior de um pixel, a probabilidade de que uma borda esteja localizada no interior desse pixel é a mesma para todos demais pontos.

O coeficiente de sensibilidade para esta grandeza é dado pela equação 12.

$$\frac{\partial N_{\text{pixel}}}{\partial V_{\text{gelo}}} = \frac{LH_{\text{cavidade}}}{NH_{\text{foto}}} \cdot \frac{LV_{\text{cavidade}}}{NV_{\text{foto}}^2} \cdot LP_{\text{cavidade}} \quad (12)$$

6.2.4 Incerteza padrão combinada

A incerteza padrão combinada para a determinação do volume do gelo foi calculada de acordo com a equação 13, e os valores inseridos na equação foram extraídos da tabela 4.

$$u_c^2(V_{\text{gelo}}) = \left[\frac{\partial LH_{\text{cavidade}}}{\partial V_{\text{gelo}}} \right]^2 \cdot u^2(LH_{\text{cavidade}}) + \left[\frac{\partial LV_{\text{cavidade}}}{\partial V_{\text{gelo}}} \right]^2 \cdot u^2(LV_{\text{cavidade}}) + \left[\frac{\partial LP_{\text{cavidade}}}{\partial V_{\text{gelo}}} \right]^2 \cdot u^2(LP_{\text{cavidade}}) + \left[\frac{\partial NH_{\text{foto}}}{\partial V_{\text{gelo}}} \right]^2 \cdot u^2(NH_{\text{foto}}) + \left[\frac{\partial NV_{\text{foto}}}{\partial V_{\text{gelo}}} \right]^2 \cdot u^2(NV_{\text{foto}}) + \left[\frac{\partial N_{\text{pixel}}}{\partial V_{\text{gelo}}} \right]^2 \cdot u^2(N_{\text{pixel}}) \quad (13)$$

Tabela 4. Contribuições para a incerteza de medição.

Grandeza de influência	Distribuição	$u(x_i)$ / Unidade	ν_i	c_i / Unidade	$u(V_{\text{gelo}}) \text{ m}^3$
$u(V_{\text{gelo}})$	N	$5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$	4	1	$2.24 \cdot 10^{-5}$
$u(LH_{\text{cavidade}})$	N	$1.0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	Infinito	$1.83 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$	$9.15 \cdot 10^{-6}$
$u(LV_{\text{cavidade}})$	N	$1.0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	Infinito	$1.80 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$	$9.00 \cdot 10^{-6}$
$u(LP_{\text{cavidade}})$	N	$1.0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	Infinito	$1.71 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$	$8.55 \cdot 10^{-6}$
$u(NH_{\text{foto}})$	R	5	Infinito	$-1.46 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$	$4.20 \cdot 10^{-5}$
$u(NV_{\text{foto}})$	R	5	Infinito	$-1.44 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$	$4.17 \cdot 10^{-5}$
$u(N_{\text{pixel}})$	R	120	Infinito	$1.28 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$	$8.84 \cdot 10^{-6}$

A incerteza padrão combinada, u_c , para os valores citados acima foi de $6.57 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$.

6.2.5 Determinação da incerteza expandida de medição

Para a determinação da incerteza expandida de medição foi utilizada a incerteza padrão combinada, calculada de acordo com a equação 14, e o fator de abrangência k . Para a determinação deste fator de abrangência foi calculado o número de graus de liberdade efetivo. O valor obtido no cálculo dos graus de liberdade efetivo, de acordo com a tabela para a distribuição- t , retorna como fator de abrangência para uma probabilidade de 95,45% de confiança, o valor de k igual a 2. Tornando possível a determinação da incerteza expandida de medição.

$$U_{95.45\%} = u_c \cdot k \quad (14)$$

A incerteza obtida foi de $1.31 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$. Este valor representa uma dúvida na determinação do volume do gelo através do processamento de imagem de aproximadamente **3.8%** do volume total.

7 RESULTADOS

As fotografias produzidas pelo experimento mostram a evolução da fração de líquido fundido com o tempo. Observa-se que a variação não-linear da densidade no termo de força de empuxo afeta a transferência de calor por convecção natural, o movimento da interface e a estrutura do escoamento. Tal fenômeno cria uma estrutura complexa de duas células com sentidos opostos de rotação e deve ser levado em conta na previsão do movimento da interface sólido-líquido. A temperatura correspondente ao máximo de densidade está localizada sobre a isoterma que separa as duas células. A camada de fluido próxima à interface atinge a sua maior temperatura na parte superior da cavidade. A incidência deste fluido mais quente, normal à interface, é responsável pela fusão acelerada do gelo neste ponto.

As medidas referentes à evolução temporal da fração líquida estão apresentadas no gráfico da Figura 8, considerando a incerteza de medição envolvida. F_{liq} representa a fração do volume do material que se encontra na fase líquida e τ indica o tempo dado por Stefan x Fourier. O comportamento aproximadamente linear da frente de fusão concorda com a correlação proposta por Jany e Bejan (1988).

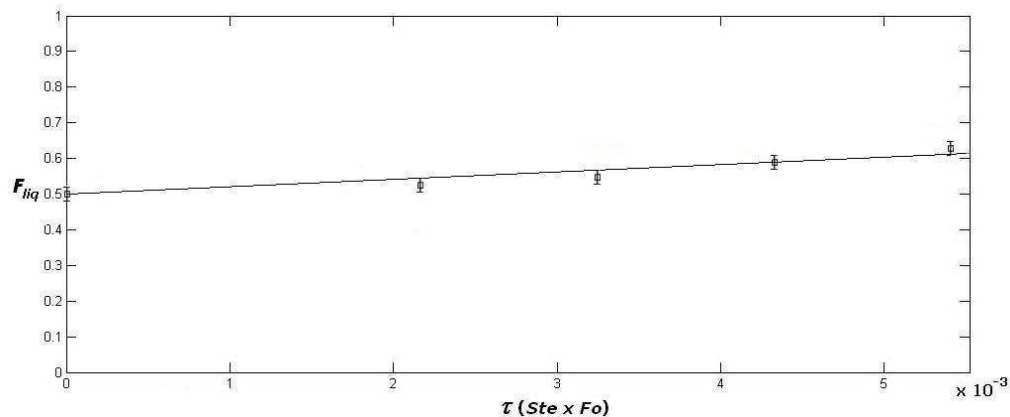


Figura 8. Fração líquida

8 CONCLUSÕES

Este trabalho analisou a incerteza de medição associada à fração de líquido fundido em um problema de mudança de fase. O resultado de uma medição com a incerteza associada é fundamental para a confiabilidade e qualidade do processo. O procedimento experimental permitiu a realização de fotografias com a estrutura do escoamento e a evolução da interface sólido-líquido. Os dados apresentados foram extraídos a partir de técnicas de visão computacional. Os resultados obtidos considerando a incerteza envolvida foram bastante satisfatórios e concordam com o fenômeno físico em estudo. O valor obtido através das medições por imagem e suas respectivas incertezas englobam os valores resultantes do modelo estudado.

AGRADECIMENTOS

A segunda autora agradece à FAPERJ (E-26/171.362/2001) pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

- Almeida, J. A., “Sistemas de velocimetria por imagens de partículas”, Tese de Doutorado; Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 1997.
- Bénard, C., Gobin, D. and Martinez, F., “Melting in rectangular enclosures: Experiments and numerical simulations”, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol.107, pp.794-803, 1985.
- Bennacer, R., Sun, L.Y., Toguyeni, Y., Gobin, D., and Bénard, C., “Structure d’écoulement et transfert de chaleur par convection naturelle au voisinage du maximum de densité”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.36, No.13, pp.3329-3342, 1993.
- Bovik A (ed.), “Handbook of Image & Video”. 2nd ed. *Elsevier Academic Press*, New York, USA, 2005.
- Braga, S.L. and Viskanta, R., “Effect of density extremum on the solidification of water on a vertical wall of a rectangular cavity”, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol.5, pp.703-713, 1992.
- Braga, S.L. and Viskanta, R., “Transient natural convection of water near its density extremum in a rectangular cavity”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.35, No.4, pp.861-875, 1992.
- Canny, J., “A Computational Approach to Edge Detection”. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. PAMI-8, 6:679-698, 1986.
- Gebhart, B., Jaluria, Y., Mahajan, R.L. and Sammakia, B., “Buoyancy-induced flows and transport”, *Hemisphere Publishing Corporation*, New York, 1988.
- Gebhart, B., and Mollendorf, J., “A new density relation for pure and saline water”, *Deep Sea Res.*, Vol.24, 831-848, 1977.
- Gobin, D. and Le Quéré, P., “Melting from an isothermal vertical wall”, *Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences*, 7-3, pp.289-306, 2000.
- Goshtasby A A., “2-D and 3-D Image Registration”. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, 2005.
- ISO - International Organization for Standardization, Guide to the expression of uncertainty in measurement. First edition, corrected and reprinted, Switzerland, 1995.
- Jani, P., and Bejan, A., “Scaling theory of melting with natural convection in a enclosure”. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.31, No.6, pp.1221-1235, 1988.
- Kowalewsky TA., and Rebow M., “Freezing of water in a differentially heated cubic cavity”. *Int. J. of Computational Fluid Dynamic*, 11:193-210, 1999.
- Lin, D.S., and Nansteel, M.W., “Natural convection heat transfer in a square enclosure containing water near its density maximum”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.30, pp.2319-2329, 1987.
- Nielsen, F., “Visual Computing: Geometry, Graphics and Vision”. Charles River Media, Inc., Massachusetts, USA, 2005.
- Palmer, S. E., “Vision Science – Photons to Phenomenology”. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1999.
- Pratt W K., “Digital Image Processing. 4th edn.” John Willey, Canada, 2007.
- Tsai, C.W., Yang, S.J., and Hwang, G.J., “Maximum density effect on laminar water pipe flow solidification”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.41, pp.4251-4257, 1988.
- Wolff, F., and Viskanta, R., “Melting of a pure metal from a vertical wall”, *Experimental Heat Transfer*, Vol.1, pp.17-30, 1997.
- Ritter, G. X., and Wilson J N., “Handbook of Computer Vision Algorithms in Image Algebra”, CRC Press, Florida, 1996.
- Vieira, G. M. R., Leta, F. R., Costa, P. B., Braga, S. L., Gobin, D., “Computer Vision Analysis of a Melting Interface Problem with Natural Convection”, 4th International Conference on Advanced Computational Engineering and Experimenting, ACE-X 2010, Paris, França, 2010.