

## CONTROLE SEMI-ATIVO DE VIBRAÇÕES COM OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA

Mário O. M. de Carvalho<sup>a</sup> e Marco P. Guimarães<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *Grupo de Dinâmica de Sistemas, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Campus Darcy Ribeiro, s/n, Asa Norte, Brasília/DF, Brasil, molavo@unb.br*

<sup>b</sup> *Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Goiás, Campus Catalão, Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, 1120, Setor Universitário, Catalão/GO, Brasil, mp-gui@uol.com.br*

**Palavras chave:** controle semi-ativo, métodos estocásticos, vibrações, simulação computacional, otimização.

**Resumo:** Este trabalho propõe-se a avaliar recursos não-lineares para o controle Semi-Ativo de vibrações em uma estrutura modelada por parâmetros discretos. O controle Semi-Ativo é concebido e modelado para ser realizado através de um momento de controle produzido por atrito de Coulomb em um freio magnético. Estratégias de controle específicas são apresentadas considerando as flexibilidades e restrições apresentadas por este tipo de controlador. Técnicas de otimização estocásticas são utilizadas para se avaliar modelos não-lineares adotados para o momento de controle. Os resultados obtidos por simulação são comparados com os de um controle passivo clássico para a mesma estrutura e permitem avaliar a vantagem relativa da estratégia adotada.

## 1 INTRODUÇÃO

A estratégia de controle semi-ativo de vibrações apresenta diversas vantagens comparativas em relação a outros métodos. Nessa estratégia, a força de controle não atua diretamente sobre a estrutura ou componente que se deseja controlar, e sim sobre um dispositivo passivo, o qual atua sobre o sistema a ser controlado.

Dentre as vantagens do controle semi-ativo estão uma menor necessidade de energia empregada no controle, além de se ter características inerentemente estáveis, o que não acontece nos sistemas ativamente controlados. Em particular o controle semi-ativo por atrito seco apresenta um grande potencial ainda não plenamente explorado.

Dentre as estruturas, equipamentos ou componentes onde o controle semi-ativo pode potencialmente ser utilizado, estão estruturas como: pontes, torres, laminadores siderúrgicos, motores, geradores, eixos e árvores de aplicações diversas. O controle semi-ativo apresenta diversas vantagens quanto à intensidade da força de controle aplicável e à facilidade construtiva do dispositivo que pode ser eletricamente comandado. Na configuração mencionada, a força normal sobre a superfície em que a força de atrito é produzida pode ser controlada por um solenóide e comandada por um campo elétrico.

Diversos trabalhos foram realizados nessa configuração, especialmente em sistemas adaptativos, em que os parâmetros de controle seriam fixados em função das condições externas de excitação da estrutura. Apesar de certos problemas decorrentes do fenômeno *Stick-slip*, a força de controle pode ser linear, situação na qual se reproduz um controle semi-ativo equivalente a um amortecedor viscoso proporcional.

Dada a facilidade de se produzir, no controle semi-ativo, uma força de controle de classe bem mais ampla, neste trabalho será investigada a conveniência de se adotar uma força de controle não linear bem como a sua eficiência no controle de um sistema com vários graus de liberdade excitados harmonicamente.

Este trabalho se propõe a determinar, através de métodos estocásticos, as características (não-lineares) de uma força (momento) de controle a ser aplicado por um freio eletromagnético em um ponto de uma estrutura com quatro graus de liberdade, buscando minimizar a energia total de vibração do sistema.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Embora os sistemas de controle de vibração aplicados à área de interesse, isto é, em obras civis em geral, considere frequentemente o movimento de vibração por translação, existe uma analogia perfeita entre a vibração por translação e a vibração torsional. Tendo em vista a facilidade construtiva, bem como a existência de freios eletromagnéticos comercializados, foi concebido um modelo de vibração torcional com controle semi-ativo para o problema proposto.

No que concerne à estratégia de carregamento utilizada para o controle de vibrações podem ser identificados quatro grandes grupos: amortecedores passivos, semi-ativos, ativos e híbridos.

Os amortecedores passivos são largamente utilizados e, embora simples, têm a característica inerente de não conseguirem se adaptar às variações das condições de operação. Os amortecedores ativos usam fontes de energia externa para reduzir as vibrações aplicando forças às estruturas e têm a capacidade de se adaptar rapidamente a variações de carregamento de acordo com uma estratégia programado. Já os amortecedores semi-ativos não acrescentam energia aos sistemas controlados, mas tem propriedades que podem ser variadas, de forma controlada, de acordo com a necessidade ou conveniência do problema. Essa técnica de se

controlar uma força dissipativa através de uma segunda variável é chamada de controle semi-ativo (Dupont, Kasturi e Stokes, 1997). Os controles híbridos combinam características de mais de um grupo.

Devido às vantagens do controle semi-ativo, que são uma menor necessidade de energia no controle, além de suas características inerentemente estáveis, o foco desse trabalho se encontra nesse tipo de controlador.

Um amortecedor semi-ativo pode ser concebido através do controle da força normal aplicada pelo amortecedor por atrito.

Popp e Rudolph (2004) trazem um estudo de como utilizar o controle de vibrações visando evitar ou controlar o fenômeno do *stick-slip*, ocasionado devido ao efeito Striebeck. O presente modelo desenvolvido desconsidera esse efeito, em uma abordagem preliminar, embora para uma implementação experimental do controle de vibração, os efeitos das não linearidades na força de atrito causadas pelo efeito Striebeck devão ser considerados (D'Elia, 2003; Armstrong-Hélouvry, Dupont e De Wit, 1994).

Dentre os vários métodos para determinação da força dissipativa ótima, Popp, Panning e Sextro (2003), exploraram o *Harmonic Balance Method* (HBM), amplamente utilizado para analisar a dinâmica de sistemas com atrito seco, mas não explora toda a possibilidade de variação da força de controle.

## 2.1 Vibração torcional

Wachel e Szenasi (1993) enfatizam a analogia entre o comportamento de um sistema vibrante com graus de liberdade de translação e de rotação. No caso de rotação, para um modelo linear, as Eq. (1), (2) e (3) definem os parâmetros básicos: elástico, de amortecimento e de inércia.

$$a) \text{ rigidez torcional: } M_e = -k_t \cdot \theta \quad (1)$$

$$b) \text{ amortecimento à torção: } M_d = -c_t \cdot \dot{\theta} \quad (2)$$

$$c) \text{ inércia à torção: } M = I \cdot \ddot{\theta} \quad (3)$$

O modelo proposto para a avaliação da estratégia de controle de um sistema sujeito a vibração torcional com quatro graus de liberdade é representado na Figura 1. O modelo matemático para o controle desse sistema considera a existência de apenas um momento de controle  $M_c$  aplicado no 4º grau de liberdade, identificado por  $\theta_4$ .

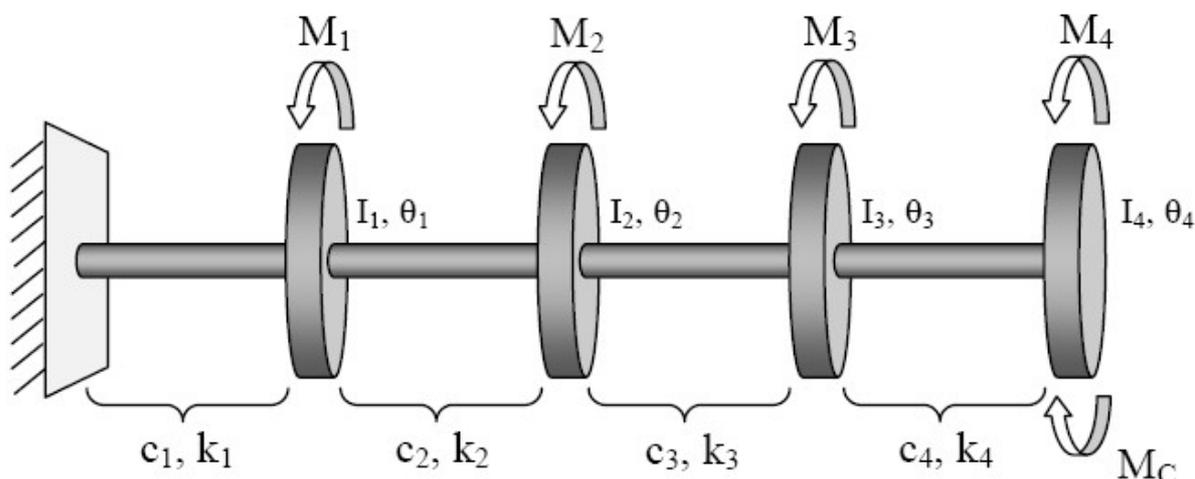


Figura 1: Sistema torcional com 4 graus de liberdade.

Em uma abordagem preliminar o momento de controle  $M_C$ , decorrente do atrito de um freio colocado na posição indicada, será assumido como sendo proporcional à velocidade. Esta condição iguala o controle semi-ativo ao controle passivo. A Eq. (4) mostra essa proporcionalidade.

$$M_C = -c_5 \cdot \dot{\theta} \quad (4)$$

Nessas condições, este modelo linear equivale a se considerar um amortecedor torcional de valor  $c_5$ .

À partir da configuração mostrada na Figura 1, podem ser formuladas as equações para o sistema em sua notação matricial, como se segue na Eq. (5):

$$[I]\{\ddot{\theta}\} + [C_t]\{\dot{\theta}\} + [K_t]\{\theta\} = \{M\} + \{M_c\} \quad (5)$$

onde:

$$[I] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 \end{bmatrix}; \quad [C_t] = \begin{bmatrix} (c_1 + c_2) & -c_2 & 0 & 0 \\ -c_2 & (c_2 + c_3) & -c_3 & 0 \\ 0 & -c_3 & (c_3 + c_4) & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & (c_4 + c_5) \end{bmatrix};$$

$$[K_t] = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & (k_3 + k_4) & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & (k_4 + k_5) \end{bmatrix};$$

$$[\theta] = \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{Bmatrix}; \quad [M] = \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{Bmatrix}; \quad \text{e} \quad [M_C] = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_C \end{Bmatrix}$$

Sendo este modelo linear e considerando ainda um momento de excitação  $[M]$  harmônico em uma frequência  $\omega$ , podemos transformar a Eq. (5) na Eq. (6):

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 I_1 + (c_1 + c_2)i\omega + k_1 + k_2 & -c_2 i\omega - k_2 & 0 & 0 \\ -c_2 i\omega - k_2 & -\omega^2 I_2 + (c_2 + c_3)i\omega + k_2 + k_3 & -c_3 i\omega - k_3 & 0 \\ 0 & -c_3 i\omega - k_3 & -\omega^2 I_3 + (c_3 + c_4)i\omega + k_3 + k_4 & -c_4 i\omega - k_4 \\ 0 & 0 & -c_4 i\omega - k_4 & -\omega^2 I_4 + (c_4 + c_5)i\omega + k_4 + k_5 \end{bmatrix} \{\theta\} = \{M\} \quad (6)$$

Essa equação linear foi resolvida numericamente em uma plataforma MatLab para diversos valores de  $\omega$  e de  $c_5$ . Para cada condição estudada foi calculada a energia total do sistema (energia cinética mais energia potencial), conforme Eqs. (7) e (8), a seguir.

$$\text{Energia Potencial} = \frac{1}{2} \cdot \{\theta\}^T [K_t] \cdot \{\theta\} \quad (7)$$

$$\text{Energia Cinética} = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} \cdot I_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2} \cdot I_4 \cdot \dot{\theta}_4^2 \quad (8)$$

Na condição mais adversa (o que ocorreu na frequência  $\omega = 3,3392$  rad/s), o menor valor de energia total encontrado foi de 8,8955 J, o que se verificou para um coeficiente de amortecimento  $c_5 = 27,75$  [N·m·s/rad].

O gráfico apresentado na Figura 2 mostra este resultado, considerando o modelo linear adotado.

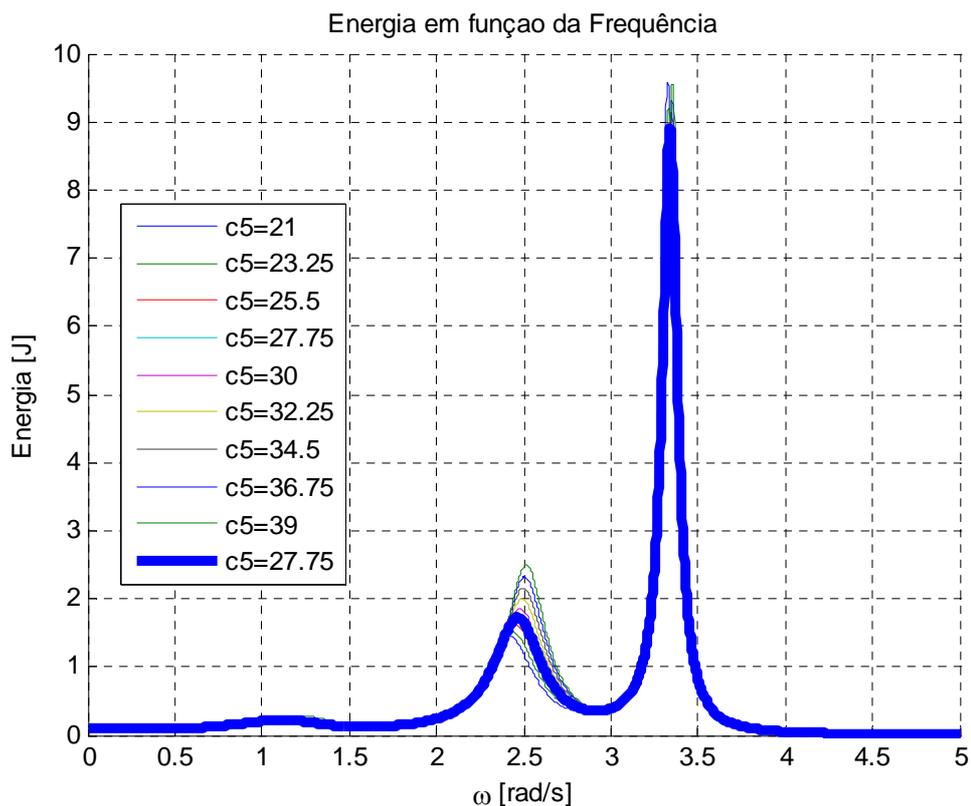


Figura 2: Amortecimento ótimo para o modelo linear.

Esse trabalho se propõe a determinar um modelo não-linear para o Momento de Controle que possa otimizar, de forma semi-ativa, a redução da energia vibratória total dos quatro graus de liberdade da estrutura. Para tanto, toma-se como partida a condição otimizada pelo controle passivo, determinada pela solução do modelo linear, descrito no procedimento anterior.

## 2.2 Estratégias de controle

Os resultados apresentados por Lu, Chung e Lin (2004) mostram que o controle semi-ativo resulta em uma excelente redução na aceleração se comparados aos amortecedores passivos, chegando a um desempenho próximo ao dos amortecedores ativos.

Gandhi e Anusonti-Inthra (2003) realizaram um estudo de controle adaptativo onde a rigidez é variável através de um controlador semi-ativo (K variável). De forma análoga, Unsal, Niezrecki e Crane III (2003) utilizam uma força constante como força de controle. O presente trabalho utiliza uma abordagem onde a força de controle é de classe mais ampla.

Uma comparação entre o amortecimento proporcionado por amortecedores por atrito e o amortecimento fluídico proporcionado pelos amortecedores a fluidos magnetoreológicos é

feita em Unsal, Niezrecki e Crane III (2004).

Já Dupont, Kasturi e Stokes (1997) fazem um estudo da aplicação de amortecedores por atrito retilíneos, onde é considerado o controle através de força de controle constante e força de controle proporcional à velocidade.

Unsal (2002) faz uma análise do estado da arte na aplicação de amortecedores semi-ativos, mostrando vários estudos disponíveis com seus autores e suas particularidades, enquanto Zhang e Tong (2006) relatam suas experiências quando trabalhando com os métodos *Extended State Observer* e *Linear Quadratic Control*.

O presente trabalho está focado em obter uma curva para o momento de controle  $M_C$  que seja mais eficiente do que o modelo proporcional à velocidade. A curva não-linear e, portanto, de classe mais geral pode levar a um melhor desempenho, embora apresente algumas dificuldades adicionais inerentes ao controle não linear.

A realização experimental deste controle semi-ativo pode ser facilmente obtida por um freio eletromagnético que, no caso do modelo proposto, tem seu momento aplicado sobre o volante de inércia  $I_4$ . Sendo o momento aplicado pelo freio dependente da força normal e, como a força normal é uma função do campo elétrico, podemos, controlando a corrente no solenóide, construir uma força que resulte em um momento de controle ( $M_C$ ) de acordo com o perfil determinado pelo método descrito nesse artigo.

Segundo Unsal, Niezrecki e Crane III (2003), o principal motivo para os amortecedores semi-ativos não terem se desenvolvido de forma mais rápida se deve ao fato da força normal, no passado, ter sido alterada através da hidráulica, que é muito lenta. Já com o desenvolvimento e uso dos freios eletromagnéticos e atuadores piezoelétricos, esse problema foi sanado.

Uma nova estratégia de controle considera um momento de controle mais geral, dado pela Eq. (9), e que tem a Eq. (4) como um caso particular. Sendo mais geral, pode-se obter um momento de controle de classe mais ampla e que atinja um ponto ótimo de controle com um menor nível de energia total do sistema. Observe-se que a construção da Eq. (9) é compatível com o controle exercido por uma força passiva, isto é, que, a qualquer tempo, retira energia do sistema.

$$M_C = - \left[ ca_0 \frac{\dot{\theta}}{|\dot{\theta}|} + ca_1 \dot{\theta} + ca_2 \dot{\theta} |\dot{\theta}| + ca_3 \dot{\theta}^3 \right] \quad (9)$$

O inconveniente apresentado por esta abordagem é que, sendo o momento de controle não linear, a solução anteriormente apresentada na Figura 2 para o controle passivo, não mais se aplica.

### 2.3 Abordagem estocástica

Esse trabalho se propõe a encontrar os coeficientes  $ca_0$ ,  $ca_1$ ,  $ca_2$  e  $ca_3$  para a Eq. (9), através de uma abordagem estocástica, utilizando o Método de Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC). Segundo Carvalho e Mota (2009), os métodos de Monte Carlo via cadeias de Markov são processos estocásticos em uma versão interativa dos Métodos de Monte Carlo tradicionais não-interativos, onde a distribuição de probabilidade de um estado  $P_t$  depende apenas do valor da distribuição no estado anterior  $P_{t-1}$ .

A definição desta propriedade, também chamada de memória markoviana, é que os estados anteriores são irrelevantes para a predição dos estados seguintes, desde que o estado atual seja conhecido.

Desta maneira, através de uma abordagem estocástica, é possível determinar

parametricamente o perfil de um momento de controle ( $M_C$ ) que minimize a energia total da estrutura.

Nesse trabalho, como critério de avaliação para a eficiência do controle, foi utilizada a energia mecânica total dos quatro graus de liberdade do modelo (energia cinética mais energia potencial). Esse foi o parâmetro escalar em relação ao qual o controle foi otimizado. Considerando os parâmetros  $ca_0$ ,  $ca_1$ ,  $ca_2$  e  $ca_3$ , que governam o momento de controle  $M_C$ , buscou-se, através de um método estocástico, a combinação ótima de parâmetros que minimize a energia total, partindo do repouso para uma dada uma condição de excitação harmônica.

Os parâmetros e premissas consideradas para a programação do algoritmo de determinação do momento de controle, ver modelo da Figura 1, foram:

- a)  $I_1 = I_2 = I_3 = 15$ ;  $I_4 = 0,05$  [kg.m<sup>2</sup>]
- b)  $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 50$  [N/m];  $k_5 = 0$
- c)  $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = c_5 = 0,1$  [N.s/m]
- d) Como condição inicial o sistema estava em repouso sem carga aplicada.
- e) O problema direto evoluiu tempo suficiente para que se alcançasse o regime permanente.
- f) Assumiu-se uma excitação harmônica de igual frequência atuando sobre todos os modos, representada pela Eq. (10).

$$\{M\} = \{M_0\} \cdot \text{Re}(e^{i\omega t}) \quad (10)$$

O programa foi desenvolvido baseado no Método de Monte-Carlo via Cadeias de Markov conforme passos a seguir:

- 1°. Passo – Definição do amortecimento proporcional ótimo (controle passivo) utilizando o modelo linear, o qual será utilizado como condição inicial para o método na abordagem não linear;
- 2°. Passo – Solução numérica da equação diferencial não linear no tempo, partindo do repouso, (solução por integração direta);
- 3°. Passo – Cálculo da energia total do sistema (cinética e potencial elástica) após ter alcançado o regime permanente;
- 4°. Passo – Perturbação dos parâmetros não lineares do sistema e novo cálculo da energia total do sistema;
- 5°. Passo – Caso a energia total venha a ser menor que a obtida anteriormente, a nova configuração de parâmetros que caracterizam o Momento de Controle será armazenada e retorna-se ao 4° passo. Caso contrário, os novos parâmetros serão descartados e retorna-se ao 4° passo, até que seja atingido o número limite de iterações;
- 6°. Passo – Os coeficientes ótimos ( $ca_0$ ,  $ca_1$ ,  $ca_2$  e  $ca_3$ ) que definem ao Momento de Controle  $M_C$  conforme Eq. (9) são, então, calculados.

A estrutura principal do programa está representada no fluxograma da Figura 3.

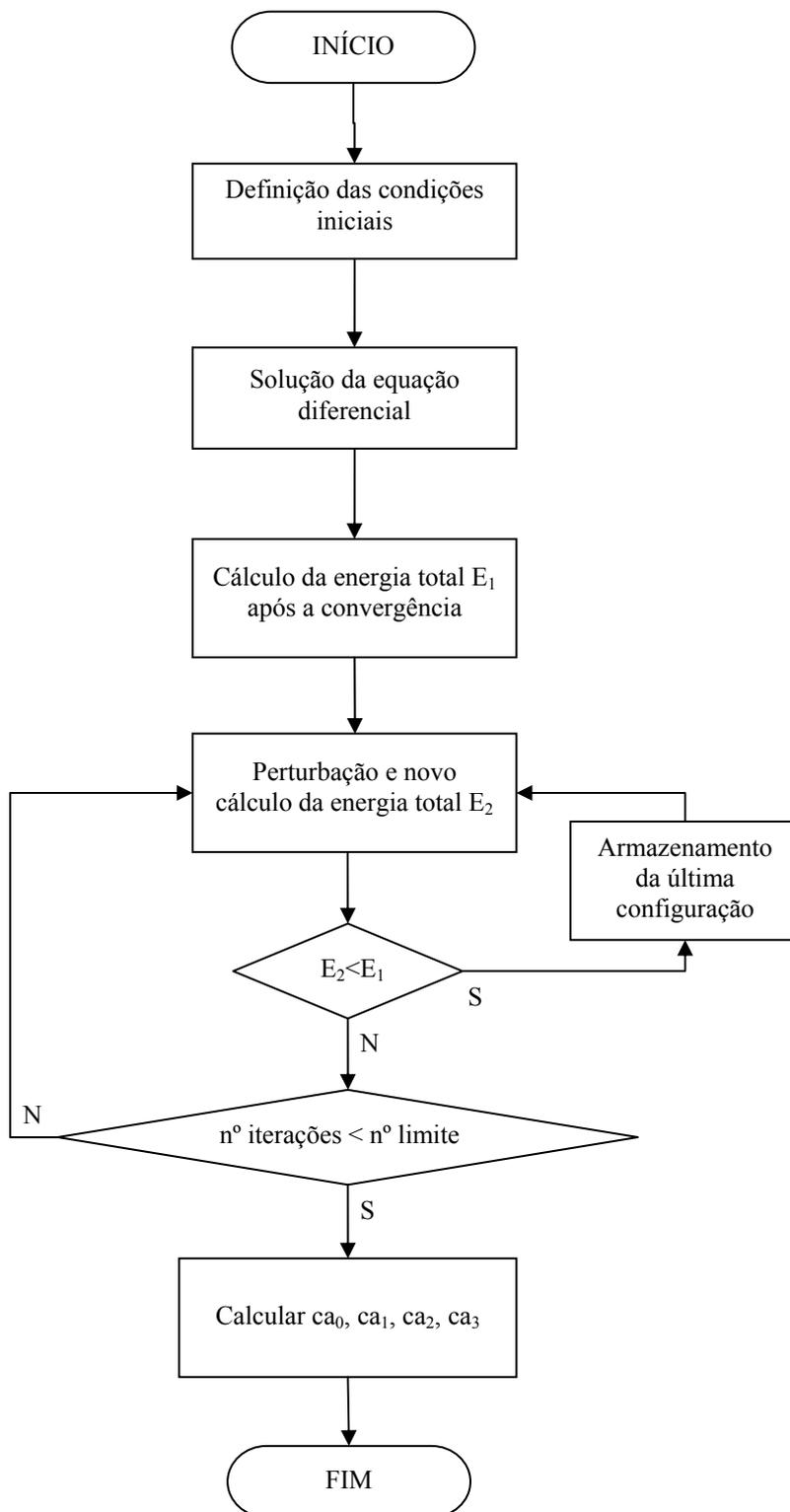


Figura 3: Fluxograma mostrando a evolução do método.

### 3 RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos considerando-se um forçamento harmônico, na frequência de  $\omega = 3,3417$  Hz, cuja amplitude está representada na Eq. (11). A escolha dessa amplitude, dada pela soma dos modos naturais de vibração, teve por objetivo excitar todos os modos naturais de vibração do sistema.

$$\{M_0\} = \begin{Bmatrix} 18,6404 \\ -17,8420 \\ -15,8772 \\ 4,1968 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

#### 3.1 Para o sistema sem controle

Para o sistema sem controle ( $M_C = 0$ ), a energia final máxima, após o transiente, atingiu o valor de 12,3138 J, enquanto no primeiro sobredepassamento a energia total do sistema atingiu 28 J. A Figura 4 ilustra o exposto.

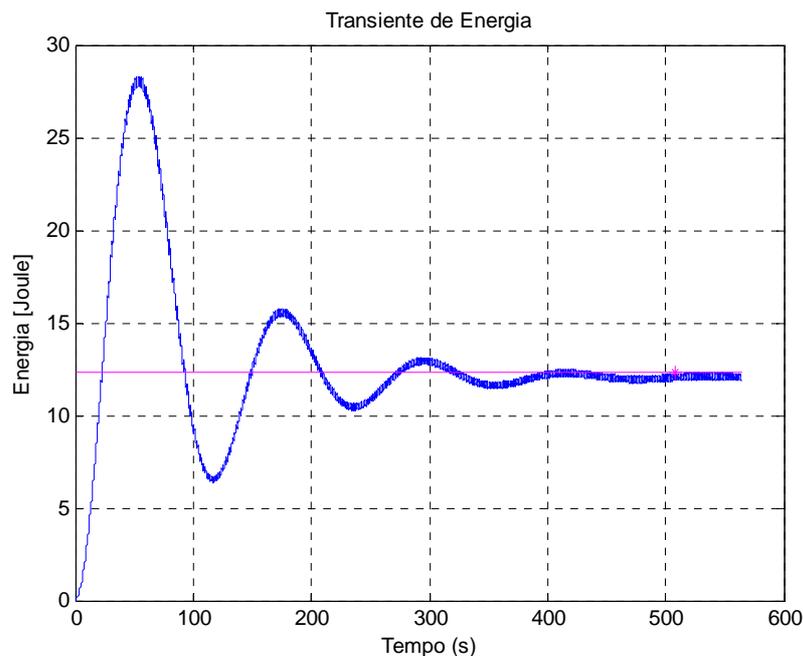


Figura 4: Transiente de energia no sistema sem controle.

Em relação ao deslocamento angular, no sistema sem controle, este atingiu 2 graus após o transiente, tendo alcançado 3 graus na fase transiente, conforme a Figura 5.

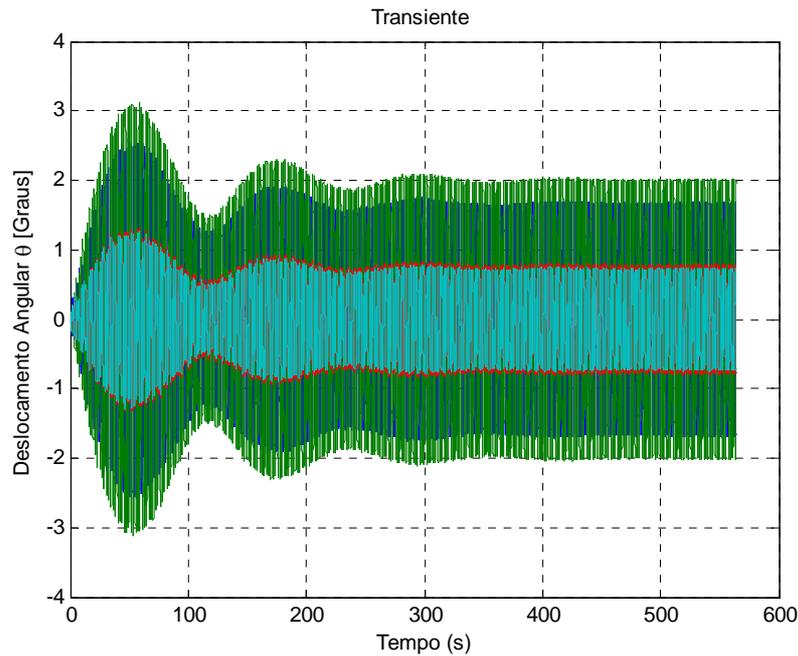


Figura 5: Transiente de deslocamento angular no sistema sem controle.

### 3.2 Caso “ $X_0$ ” onde o momento de controle independe de $\omega$ (depende de $\omega^0$ )

Para o caso  $X_0$ , considerando a Eq. (9), assumiu-se  $ca_0$  diferente de zero e  $ca_1$ ,  $ca_2$  e  $ca_3$  iguais a zero. Com isso o perfil do momento de controle determinado consiste em um momento constante. Foram assumidas condições iniciais de deslocamento e velocidade nulas.

No caso citado a energia final máxima atingiu 9,2286 J para um coeficiente  $ca_0$  igual a 8,5123. A Figura 6 ilustra o transiente de energia no sistema.

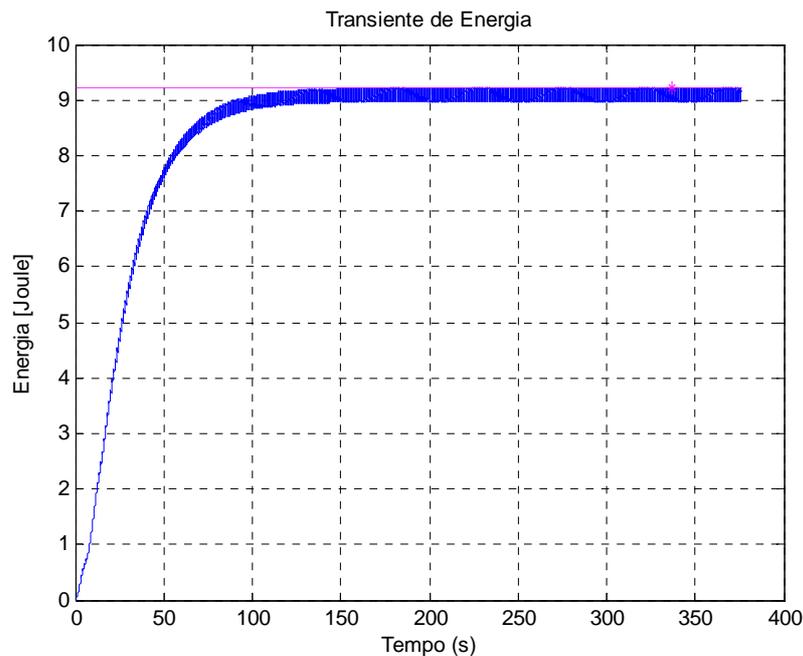


Figura 6: Transiente de energia no sistema para o caso  $X_0$ .

A Figura 7 mostra o transiente de deslocamento no sistema.

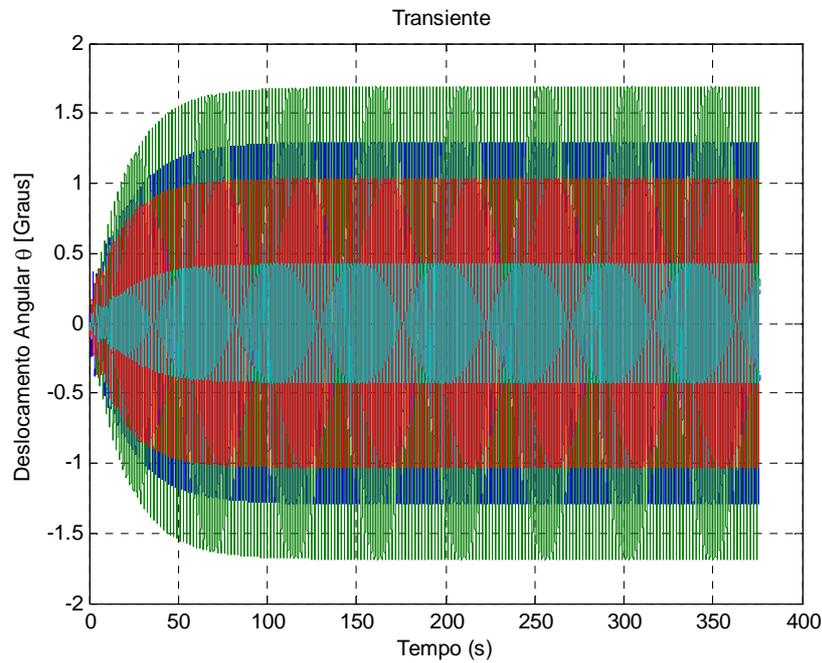


Figura 7: Transiente de deslocamento no sistema para o caso  $X_0$ .

A Figura 8 mostra, em detalhe, uma ampliação na região próxima à origem do gráfico que representa o transiente de deslocamento no sistema.

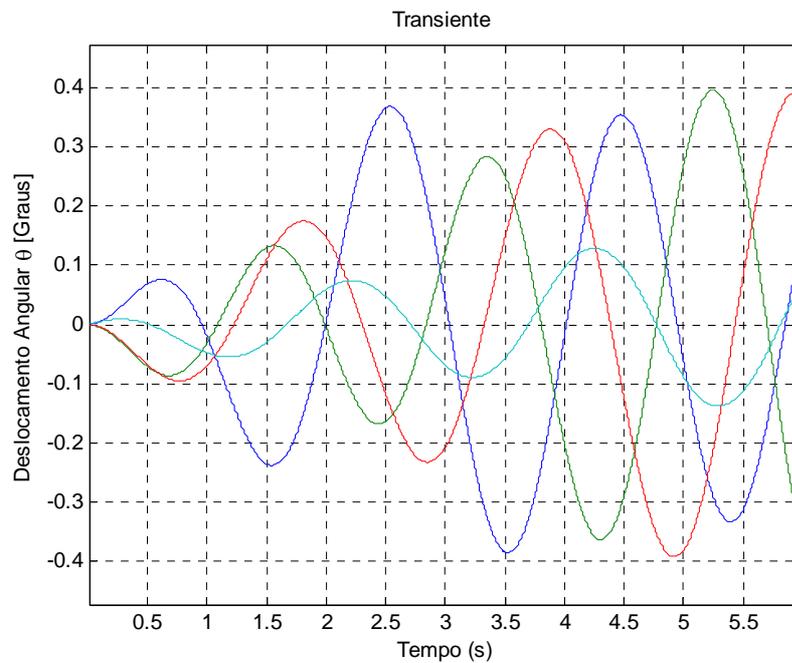


Figura 8: Ampliação da figura do deslocamento no sistema para o caso  $X_0$ , permitindo observar a evolução do deslocamento angular dos 4 graus de liberdade em separado.

Após a convergência do método, para as condições especificadas, o cálculo do momento de controle ótimo indicou um valor constante de módulo igual a 2,1 Nm como o melhor momento para amortecimento do sistema. A Figura 9 mostra esse momento.

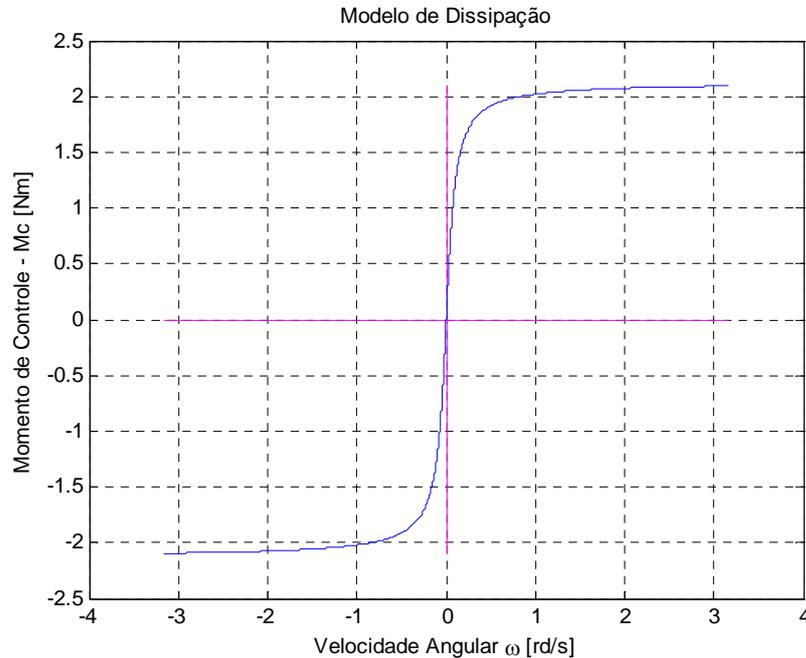


Figura 9: Momento de controle determinado no caso  $X_0$ .

Por razões numéricas, a função degrau dada por  $Degrau = \dot{\theta}/|\dot{\theta}|$  é instável e em seu lugar foi utilizada uma aproximação de classe mais elevada, conforme ilustra a Figura 9.

### 3.3 Caso “ $X_1$ ” onde o momento de controle depende de $\omega^1$

Para o caso  $X_1$ , considerando a Eq. (9), assumiu-se  $ca_1$  diferente de zero e  $ca_0$ ,  $ca_2$  e  $ca_3$  iguais a zero. Com isso o momento de controle determinado mostra-se linear (de primeira ordem).

No caso citado a energia final máxima atingiu 8,9675 J para  $ca_1$  igual a 27,55. Figura 10 ilustra o transiente de energia no sistema.

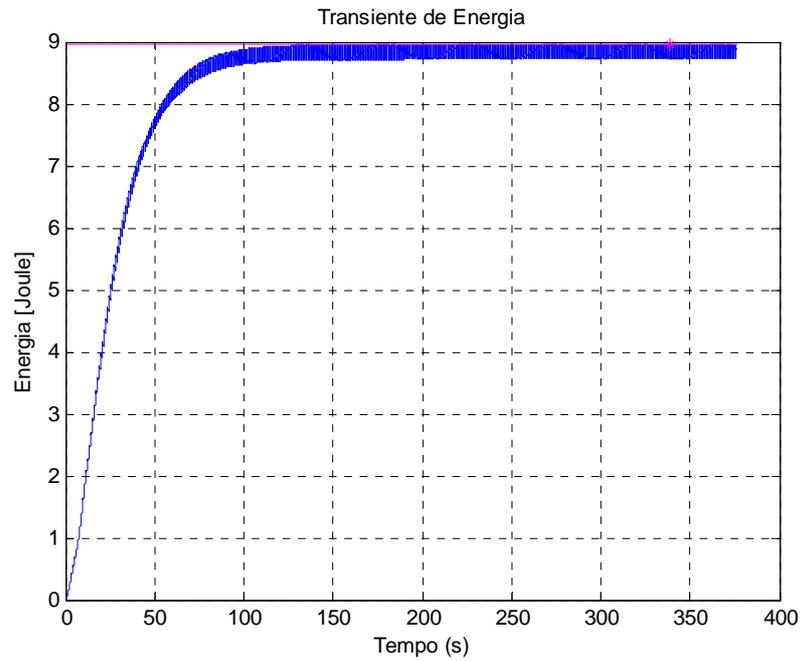


Figura 10: Transiente de energia no sistema para o caso  $X_1$ .

O deslocamento angular correspondente é de difícil representação, não agrega informação relevante em relação às Figura 7 e 8 e terá seu resultado omitido.

Após a convergência do método, e após o cálculo do momento de controle ótimo, foi obtido o momento linear, conforme mostra a Figura 11.

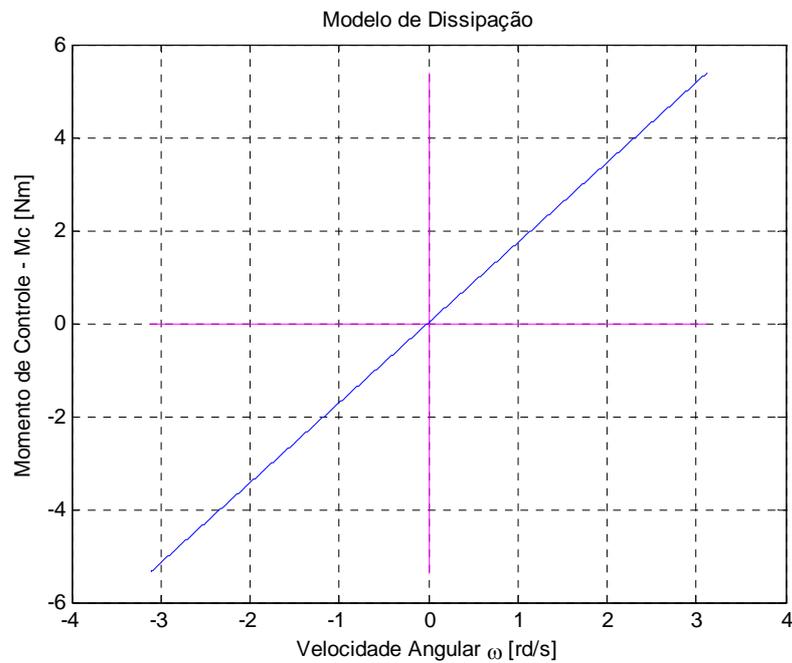


Figura 11: Momento de controle determinado no caso  $X_1$ .

### 3.4 Caso “X<sub>2</sub>” onde o momento de controle depende de $\omega^2$

Para o caso X<sub>2</sub>, considerando a Eq. (9), assumiu-se  $c_2$  diferente de zero e  $c_0$ ,  $c_1$  e  $c_3$  iguais a zero. Com isso o perfil do momento de controle determinado consiste em um momento caracterizado por uma equação de segunda ordem.

Neste caso a energia final máxima atingiu o valor de 9,3342 J para um coeficiente  $c_2$  igual a 293,8884. A Figura 12 mostra o transiente de energia no sistema.

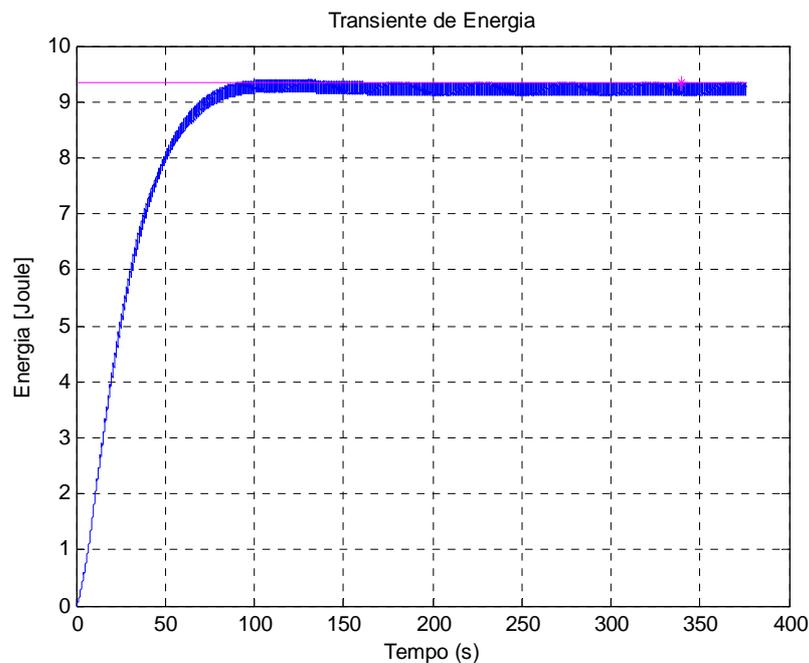


Figura 12: Transiente de energia no sistema para o caso X<sub>2</sub>.

O deslocamento angular correspondente é de difícil representação, não agrega informação relevante e terá seu resultado omitido.

Após a convergência do método, e após o cálculo do momento de controle ótimo, foi obtido um momento conforme mostra a Figura 13.

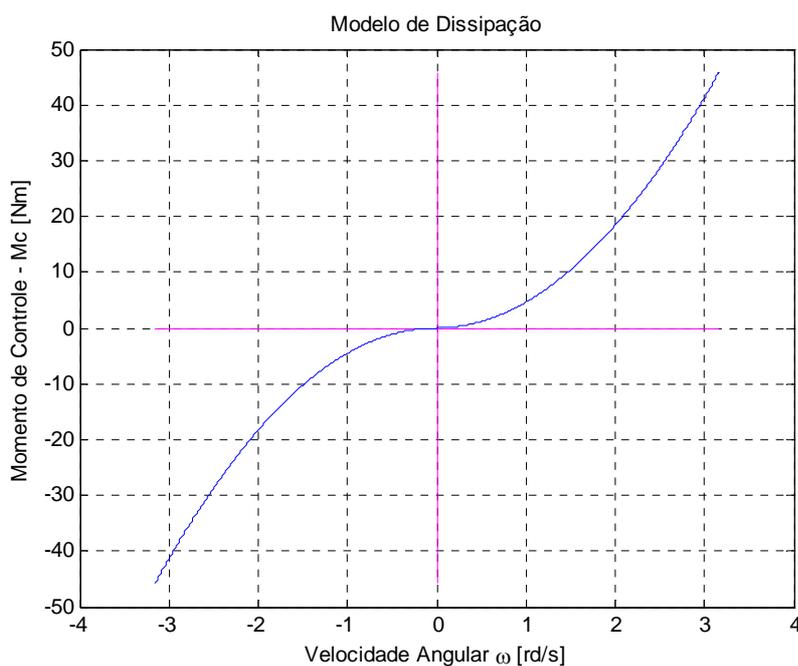


Figura 13: Momento de controle determinado no caso  $X_2$ .

### 3.5 Caso “ $X_3$ ” onde o momento de controle depende de $\omega^3$

Para o caso  $X_3$  assumiu-se  $ca_3$  diferente de zero e  $ca_0$ ,  $ca_1$  e  $ca_2$  iguais a zero. Com isso o perfil do momento de controle determinado consiste em um momento caracterizado por uma equação de terceira ordem.

Neste caso a energia final máxima atingiu 9,2093 J para um coeficiente  $ca_3$  igual a 999,1695. A Figura 14 mostra o transiente de energia no sistema.

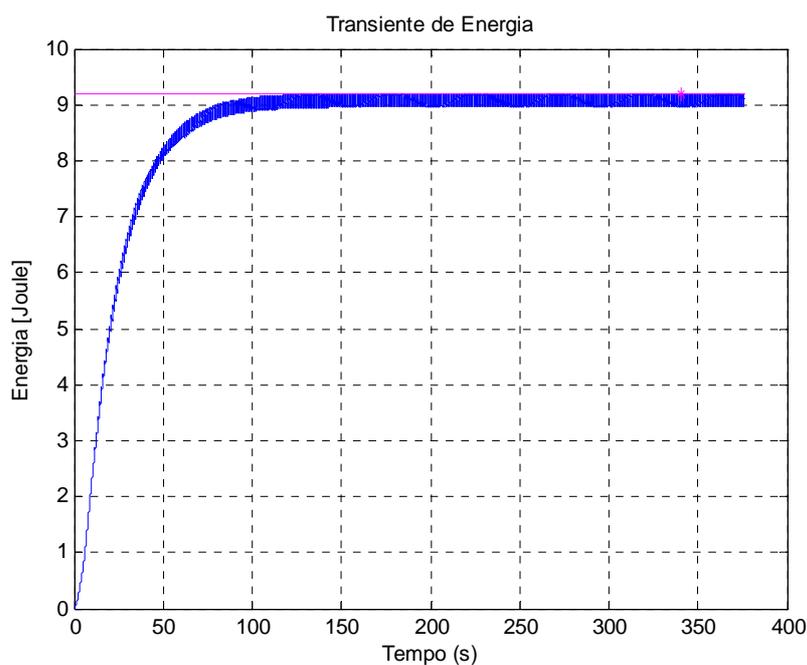


Figura 14: Transiente de energia no sistema para o caso  $X_3$ .

O deslocamento angular correspondente é de difícil representação, não agrega informação relevante e terá seu resultado omitido.

Após a convergência do método, e após o cálculo do momento de controle ótimo, foi obtido um momento conforme mostra a Figura 15.

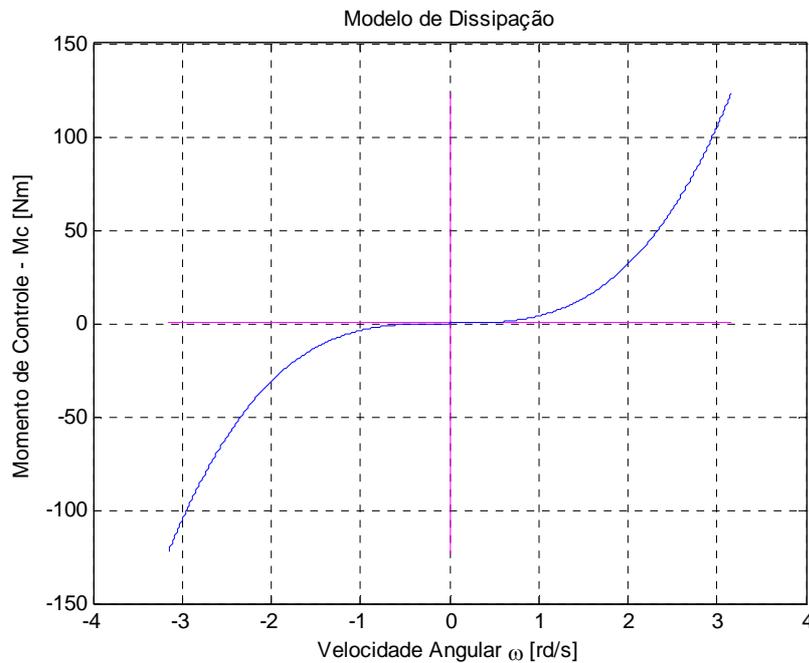


Figura 15: Momento de controle determinado no caso  $X_3$ .

### 3.6 Caso “ $X_0X_1X_2X_3$ ” onde o momento de controle depende de $\omega^0$ , $\omega^1$ , $\omega^2$ e de $\omega^3$

Para o caso  $X_0X_1X_2X_3$  assumiu-se  $ca_0$ ,  $ca_1$ ,  $ca_2$  e  $ca_3$  diferentes de zero. Com isso o perfil do momento de controle determinado consiste em um momento caracterizado por uma equação de terceira ordem.

Neste caso a energia final máxima atingiu 8,9663 J para valores dos coeficientes  $ca_0$ ,  $ca_1$ ,  $ca_2$  e  $ca_3$  representados na Eq. (12).

$$\begin{Bmatrix} ca_0 \\ ca_1 \\ ca_2 \\ ca_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,762232 \\ 22,7078 \\ 3,12468 \\ 27,9952 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

A Figura 16 mostra o transiente de energia no sistema.

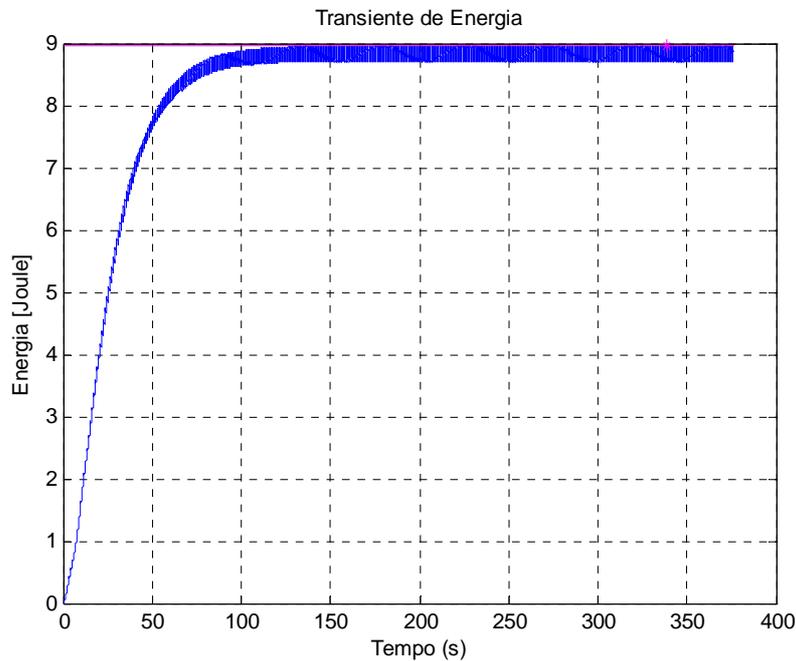


Figura 16: Transiente de energia no sistema para o caso  $X_0X_1X_2X_3$ .

O deslocamento angular correspondente é de difícil representação, não agrega informação relevante e terá seu resultado omitido.

Após a convergência do método foi obtido um momento de controle ótimo conforme mostra a Figura 17.

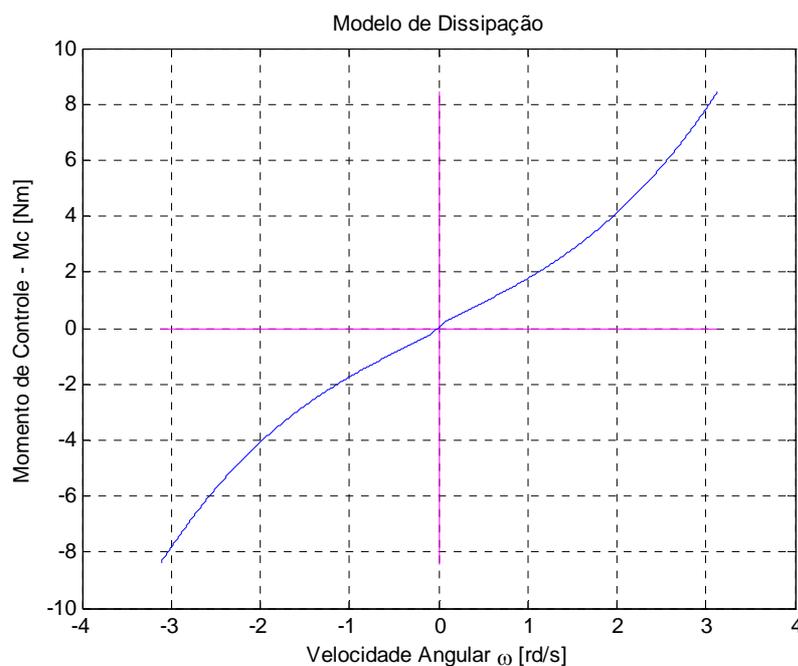


Figura 17: Momento de controle determinado no caso  $X_0X_1X_2X_3$ .

Organizando os resultados apresentados anteriormente, a Tabela 1 possibilita uma comparação entre esses valores.

Caso	Momento de Controle $M_c$	$ca$	Energia Total (Joule)
Sem controle	0	$ca = 0$	12,3138
Caso $X_0$	$M_c = -ca_0 \cdot \dot{\theta} /  \dot{\theta} $	$ca_0 = 8,5123$	9,2286
Caso $X_1$	$M_c = -ca_1 \cdot \dot{\theta}$	$ca_1 = 27,55$	8,9675
Caso $X_2$	$M_c = -ca_2 \cdot \dot{\theta} \cdot  \dot{\theta} $	$ca_2 = 293,8884$	9,3342
Caso $X_3$	$M_c = -ca_3 \cdot \dot{\theta}^3$	$ca_3 = 999,1695$	9,2093
Caso $X_0 X_1 X_2 X_3$	$M_c = -[ca_0 \cdot \dot{\theta} /  \dot{\theta}  + ca_1 \cdot \dot{\theta} + ca_2 \cdot \dot{\theta} \cdot  \dot{\theta}  + ca_3 \cdot \dot{\theta}^3]$	$\begin{cases} ca_0 \\ ca_1 \\ ca_2 \\ ca_3 \end{cases} = \begin{cases} 0,762232 \\ 22,7078 \\ 3,12468 \\ 27,9952 \end{cases}$	8,9663

Tabela 1: Comparação entre os resultados obtidos.

#### 4 CONCLUSÕES

O presente trabalho simulou e avaliou o comportamento dinâmico de um sistema sujeito à vibração torcional, modelado por quatro graus de liberdade. A simulação foi realizada utilizando parâmetros característicos de uma bancada experimental, construída para o controle semi-ativo de vibrações através de um freio eletromagnético.

Considerando-se a flexibilidade de se atuar no controle através de um freio eletromagnético que possibilita, com facilidade, a aplicação de forças de controle não lineares, este trabalho teve por finalidade avaliar a vantagem de se utilizar um controlador não linear.

Para tanto o sistema foi simulado submetido a uma excitação torcional harmônica e a um momento de controle não linear descrito de forma paramétrica.

Sem entrar no mérito das dificuldades de se implementar esse controle, foi resolvido um problema inverso que consistiu em se identificar, em uma otimização paramétrica, qual o momento de controle que minimizava a energia total do sistema quando em regime permanente, ao ser excitado por um momento harmônico.

Um método de otimização estocástica paramétrica baseado em Cadeias de Markov foi implementado e apresentou como resultado a combinação ótima de parâmetros que minimizavam a energia total do sistema vibrante para as condições estabelecidas.

Os resultados obtidos permitem a comparação entre o controle não linear e o controle clássico passivo, no qual o momento de controle é proporcional à velocidade angular. Os resultados obtidos indicam, como esperado, que quando o controle é realizado por uma classe de função mais geral (a solução proporcional é um caso particular), a otimização obtém uma energia total do sistema menor para a condição de regime permanente. No entanto, a vantagem apresentada se mostrou apenas ligeiramente melhor que aquela condição obtida pelo momento de controle linear, o qual corresponde ao amortecimento proporcional clássico.

Embora o controle semi-ativo de vibrações possibilite ainda o controle adaptativo em função de variação de frequência ou de outros parâmetros do problema, nesse trabalho essa alternativa não foi avaliada.

Outro resultado importante obtido foi que o controle semi-ativo em que o momento de controle independe da velocidade angular apresentou uma eficiência ligeiramente inferior ao

controle proporcional, mesmo sendo muito mais fácil de ser implementado que este último, já que dispensa a monitoração do sistema. Isto é, um controle em malha aberta.

Quanto ao método de otimização estocástica, este se mostrou bastante eficiente, robusto e de convergência relativamente rápida, especialmente quando se partia da solução linear ótima, previamente encontrada, para se aproximar a solução não-linear procurada.

Neste estudo, a função de controle considerada apresenta uma não-linearidade na velocidade angular. Especula-se, em trabalhos futuros avaliar uma classe de função de controle não linear ainda mais ampla, incorporando-se uma dependência também no deslocamento angular.

Um protótipo de médio porte está sendo construído e permitirá confrontar os dados obtidos nas simulações constantes nesse trabalho com resultados obtidos experimentalmente.

## REFERÊNCIAS

- Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P., e De Wit, C. C., A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction. *Automatica*, 30:1083-1138, 1994.
- Carvalho, M. O. M., Mota, C. A. A., Otimização via Spline em problemas inversos. In: CILAMCE PROCEEDINGS, 2009, Armação dos Búzios. *Anais do CILAMCE 2009*. Armação dos Búzios: CILAMCE, 2009.
- D'elia, C. L. M., *Compensação de Atrito em Atuadores Hidráulicos Utilizando Redes Neurais*. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 86 p.
- Dupont, P., Kasturi, P., e Stokes, A., Semi-active control of friction dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 202:203-218, 1997.
- Gandhi, F., e Anusonti-Inthra, P., Adaptive Control of Semiactive Variable Stiffness Devices for Narrow-band Disturbance Rejection. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 14:191-201, 2003.
- Lu, L., Chung, L., e Lin, G., A General Method for Semi-active Feedback Control of Variable Friction Dampers. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 15:393-412, 2004.
- Popp, K., Panning, L., e Sextro, W., Vibration Damping by Friction Forces: Theory and Applications. *Journal of Vibration and Control*, 9:419-448, 2003.
- Popp, K., e Rudolph, M., Vibration Control to Avoid Stick-Slip Motion. *Journal of Vibration and Control*, 10:1585-1600, 2004.
- Unsal, M., *Force control of a new semi-active piezoelectric-based friction damper*. 2002. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola de Pós-graduação, Universidade da Flórida, Gainesville. 88 p.
- Unsal, M., Niezrecki, C., e Crane III, C., A New Semi-Active Piezoelectric Based Friction Damper. In: SPIE PROCEEDINGS SERIES, v. 5052, 2003, San Diego. *Proceedings of the*

*SPIE*. San Diego: SPIE, 2003. p. 413-420.

Unsal, M., Niezrecki, C., e Crane III, C., Two Semi-Active Approaches for Vibration Isolation: Piezoelectric Friction Damper and Magnetorheological Damper. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHATRONICS, 1., 2004, Istanbul. *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics*. Istanbul: IEEE, 2004. p. 60-65.

Wachel, J. C., e Szenasi, F. R., Analysis of torsional vibrations in rotating machinery. In: TURBOMACHINERY SYMPOSIUM, 22., 1993, College Station. *Proceedings of 22<sup>nd</sup> Turbomachinery Symposium*. College Station: Turbomachinery Laboratory, 1993. p. 127-151.

Zhang, R., e Tong, C., Torsional vibration control of the main drive system of a rolling mill based on an extended state observer and linear quadratic control. *Journal of Vibration and Control*, 12:313-327, 2006.