

ANALYSIS OF A COMPOSITE SLAB SYSTEM CONSIDERING THE INFLUENCE OF FRICTION OF THE SUPPORT REGION

Armando C. C. Lavall, Rodrigo S. Costa, Francisco C. Rodrigues

Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Av. Presidente Antônio Carlos, 6627 Escola de Engenharia, 4º andar, Belo Horizonte, MG, Brasil, lavall@dees.ufmg.br, rsernizon@dees.ufmg.br, francisco@dees.ufmg.br, <http://www.pos.dees.ufmg.br>

Palavras-chave: laje mista de aço e concreto, cisalhamento longitudinal, interação parcial, atrito.

Resumo: O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento e a resistência de um sistema de lajes mistas de aço e concreto, após a cura, utilizando-se o método da Interação Parcial considerando-se a influência do atrito da região dos apoios. Para isto foram utilizados os resultados de ensaios realizados no Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), os quais consistiram de ensaios em uma série de 12 modelos com vãos simples biapoiados, submetidos à flexão. A análise dos resultados, durante toda a fase de carregamento até o seu colapso, foi feita baseando-se nas relações carga x deslizamento relativo de extremidade, carga x flecha no meio do vão e carga x deformação no aço. Procurou-se estabelecer critérios e determinar expressões analíticas para o cálculo do carregamento último através do método da Interação Parcial, recomendado pela EN 1994-1-1:2004. Serão apresentadas expressões de cálculo utilizadas no dimensionamento incorporando o atrito, cuja aplicação em um exemplo permitirá mostrar a eficiência do método no cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal.

1 INTRODUÇÃO

Conforme Veljkovic' (1996), a utilização do sistema de lajes mistas de aço e concreto em construções metálicas teve seu início na década de 1930. Entende-se por estes sistemas, aquelas lajes em que uma fôrma de aço de espessura bastante delgada, usualmente entre 0,80 mm e 1,25 mm, é incorporada ao sistema de sustentação de cargas, funcionando como fôrma permanente, suportando o concreto antes da cura e as cargas de construção. Após a cura, o concreto da laje e a fôrma de aço ficam solidarizados formando um único elemento estrutural misto. A fôrma de aço funciona como armadura positiva da laje.

Diversos métodos vêm sendo adotados no processo de construção de fôrma para suportar o concreto durante a fase de execução no sistema de laje mista. Atualmente, o sistema de lajes mistas do tipo Steel Deck tem prevalecido como um método dos mais adequados em termos de construção de lajes, podendo ser utilizado também em construções convencionais de concreto armado.

Do ponto de vista do comportamento estrutural, a fôrma de aço deve ser capaz de transmitir o cisalhamento longitudinal na interface entre o aço e o concreto. Se não existir uma vinculação mecânica ou uma vinculação por atrito entre a fôrma de aço e o concreto, a fôrma não será capaz de transmitir o cisalhamento longitudinal e, assim, a ação mista não será considerada efetiva.

O principal objetivo deste trabalho é analisar a influência do atrito da região dos apoios via método da Interação Parcial na determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal do sistema de laje mista *Deck-60*, após a cura do concreto. Para se alcançar este objetivo foi utilizado os resultados obtidos da pesquisa tecnológica desenvolvida por Rodrigues e Lavall (2005), quando se realizou uma análise teórico-experimental da resistência e do comportamento do sistema misto *Deck-60*.

2 CARACTERIZAÇÃO DOS MODELOS E DOS MATERIAIS EMPREGADOS

Para se desenvolver a análise do sistema pelo método da interação parcial foi ensaiada, à flexão, uma série de doze modelos com vãos simples biapoiados, considerando-se duas espessuras das fôrmas de aço do *Deck-60*, uma de 0,80 mm e outra de 0,95 mm. A Figura 1 mostra a seção transversal da fôrma de aço utilizada com suas dimensões básicas.

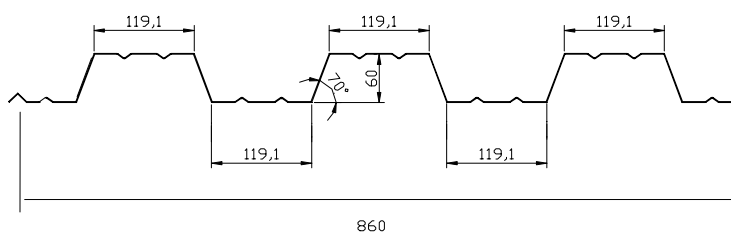


Figura 1. Seção transversal típica do perfil do Deck-60 (dimensões em mm)

As características dos modelos ensaiados são apresentadas na Tabela 1, onde t é a espessura nominal da fôrma; b é a largura da fôrma; L é o vão do modelo; h_t é a altura total do modelo e L_s é o vão de cisalhamento.

Os aços empregados na fabricação dos modelos foram o ZAR 280 ($t = 0,80$ mm) e ZAR 345 ($t = 0,95$ mm), com valores médios das resistências ao escoamento de 340 MPa e 390 MPa e valores médios das resistências à ruptura na tração de 450 MPa e 490 MPa, respectivamente e o módulo de elasticidade igual a 200 GPa. Para o concreto utilizado na

construção dos modelos foi especificada uma resistência característica à compressão, $f_{ck} \geq 20$ MPa.

Modelo	t (mm)	b (mm)	L (mm)	h_t (mm)	L_s (mm)
01A	0,80	860	2500	110	800
01B	0,80	860	2500	110	800
01C	0,80	860	2500	110	800
02A	0,80	860	2500	140	450
02B	0,80	860	2500	140	450
02C	0,80	860	2500	140	450
03A	0,95	860	2500	110	800
03B	0,95	860	2500	110	800
03C	0,95	860	2500	110	800
04A	0,95	860 ends <td 2500	140	450	
04B	0,95	860	2500	140	450
04C	0,95	860	2500	140	450

Tabela 1. Características nominais dos modelos ensaiados

Com a função de evitar o surgimento de fissuras oriundas da retração e da variação térmica do concreto foi colocada uma armadura de aço, consistindo de tela soldada, localizada no topo da laje com um cobrimento de, aproximadamente, 20 mm.

3 PROCEDIMENTOS DE ENSAIO

Os procedimentos de ensaio têm sido recomendados praticamente por toda a literatura internacional sobre o assunto, tanto através de normas técnicas, quanto através de publicações ou artigos técnicos atualizados. Como exemplo, pode-se citar, [ANSI/ASCE 3-91:1992](#), [EN 1994-1-1:2004](#) e [CSSBI S2:2008](#). Para este trabalho, foram utilizadas as recomendações da [EN 1994-1-1:2004](#).

A [Figura 2](#) mostra o esquema de aplicação de carga utilizado nos ensaios. Os modelos foram ensaiados em vãos simplesmente apoiados e um sistema de vigas metálicas transmitia a carga ao modelo de modo que duas cargas concentradas lineares, dispostas simetricamente, fossem aplicadas de forma gradual e crescente até a carga última do modelo ser atingida.

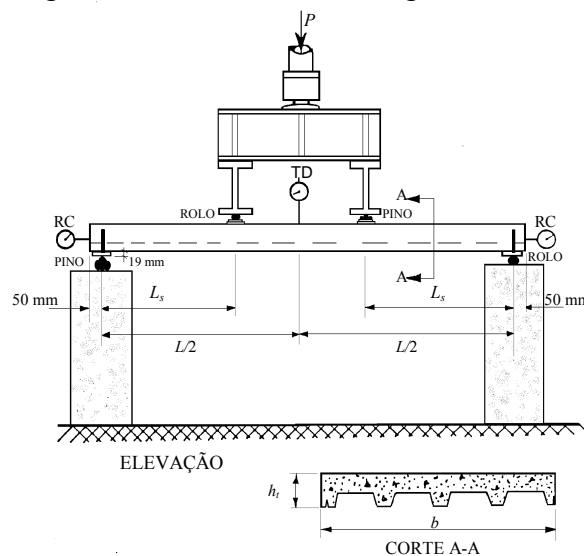


Figura 2. Esquema de aplicação de carga usado nos ensaios

Para medir os deslocamentos dos modelos durante os ensaios foram usados relógios comparadores digitais (RC) e transdutores de deslocamento (TD). A flecha no meio do vão foi registrada por meio de dois TD'S com precisão de 0,01 mm, simetricamente dispostos a, aproximadamente, 20 cm da borda da laje, e tomados como a média dos dois valores lidos. O deslizamento relativo de extremidade na interface aço-concreto (*end-slip*) foi registrado através de dois RC'S com precisão de 0,001 mm, posicionados nas extremidades de cada modelo, num total de quatro, dois de cada lado.

Foram colados extensômetros elétricos de resistência (EER) na fôrma de aço em todos os modelos para averiguar o estado de deformação do aço. Todos os EER's foram instalados no centro do vão, sendo um na extremidade inferior e outro na extremidade superior do deck metálico, conforme ilustra a [Figura 3](#).

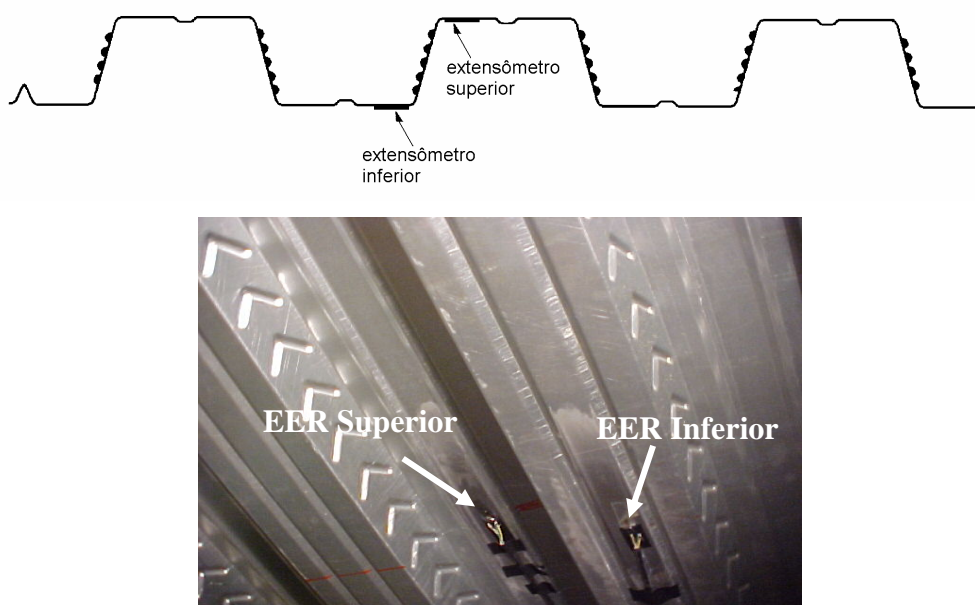


Figura 3. Localização dos extensômetros elétricos de resistência na fôrma metálica

O carregamento era aplicado de forma gradual e crescente, tendo sido feitas leituras em todos os incrementos de carga. A carga última do modelo é definida pelo valor máximo da carga atingida pelo atuador hidráulico no intervalo desde o início do ensaio até o colapso, desde que, conforme a [EN 1994-1-1:2004](#), a flecha máxima no meio do vão não exceda $L/50$.

A evolução dos deslocamentos de extremidade, da flecha e da deformação do aço foi registrada para todos os incrementos de carga, assim como o processo de fissuração do concreto foi também monitorado ao longo do ensaio.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS E DO COMPORTAMENTO DO SISTEMA MISTO

Para realização da análise dos resultados e do comportamento do sistema misto, foram estudadas as relações carga x deslizamento relativo de extremidade (*end-slip*), carga x flecha no meio do vão e carga x deformação no aço, através de gráficos comparativos para todos os modelos ensaiados.

A [Figura 4](#) apresenta a curva carga x deslizamento relativo de extremidade para os apoios fixos e móveis do modelo 01A, tomado como representativo dos demais modelos para ilustrar os comentários que serão feitos a seguir. Observa-se que, inicialmente, o deslizamento horizontal relativo de extremidade é praticamente nulo, ocorrendo a interação completa ao

cisalhamento entre a fôrma de aço e concreto. Após a formação das primeiras fissuras, ocorre a quebra da ligação química entre a fôrma e o concreto provocando deslizamentos relativos de extremidade, o que caracteriza a interação parcial. Segundo a EN 1994-1-1:2004, a carga de deslizamento de extremidade inicial, P_{des} , é aquela que provoca um deslizamento horizontal relativo de 0,5 mm entre a fôrma de aço e o concreto, na extremidade do modelo.

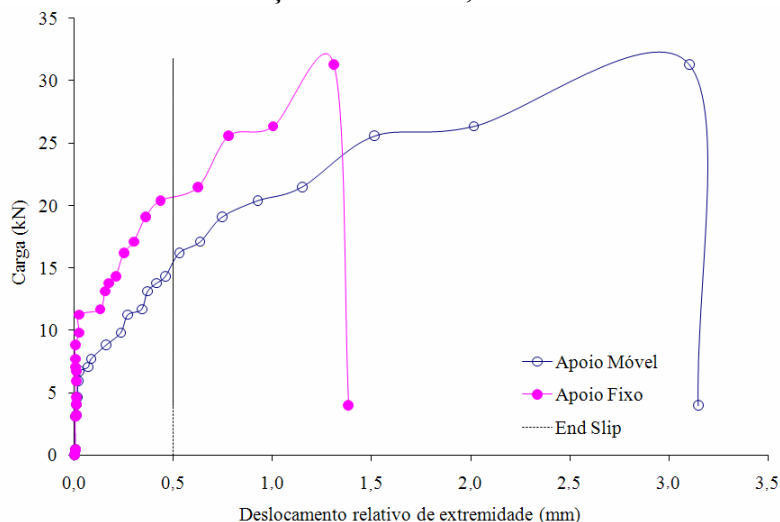


Figura 4. Gráfico carga x deslocamento relativo de extremidade do modelo 01A

A Figura 5 apresenta o gráfico carga x flecha no meio do vão para o modelo 01A, tomado como representativo para os demais modelos para ilustrar os comentários que serão feitos a seguir.

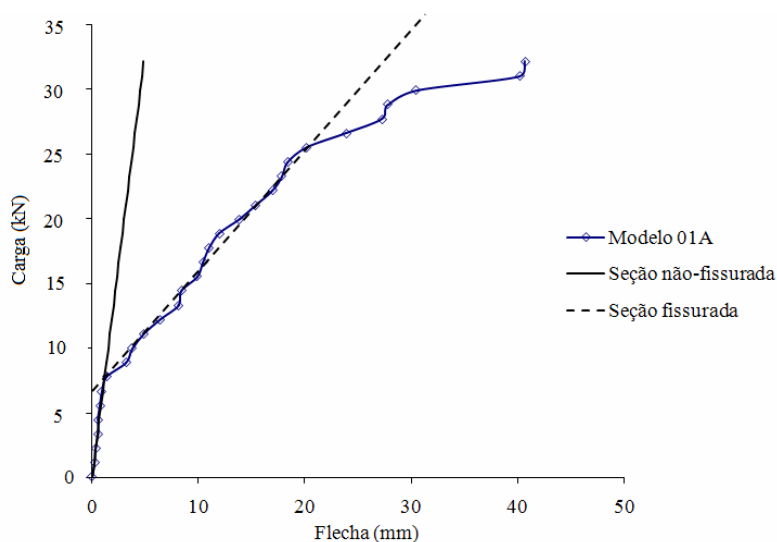


Figura 5. Gráfico de carga x flecha no meio do vão do modelo 01A

Observa-se na Figura 5 que quando a carga é aumentada a partir do valor zero, dois estágios no comportamento carga x flecha no meio do vão são identificados na seção da laje mista: o não-fissurado e o fissurado. No primeiro, nenhuma fissura visível foi observada em qualquer região do modelo e a seção permaneceu com interação total até a fissura inicial com comportamento linear. O estágio fissurado é indicado pela mudança de rigidez do modelo

com o aparecimento da fissura inicial, levando a um comportamento não-linear com interação parcial.

De acordo com a EN 1994-1-1:2004 pode-se classificar o comportamento do sistema de laje mista como dúctil ou frágil. O comportamento é classificado como dúctil se a carga máxima de colapso excede a carga que causa o deslizamento de extremidade inicial em mais que 10%. Nesse trabalho, observou-se que todos os modelos ensaiados apresentaram comportamento dúctil.

A Figura 6 apresenta a curvas carga x deformação no aço para o modelo 01A, onde os valores positivos indicam compressão no aço e os valores negativos indicam tração.

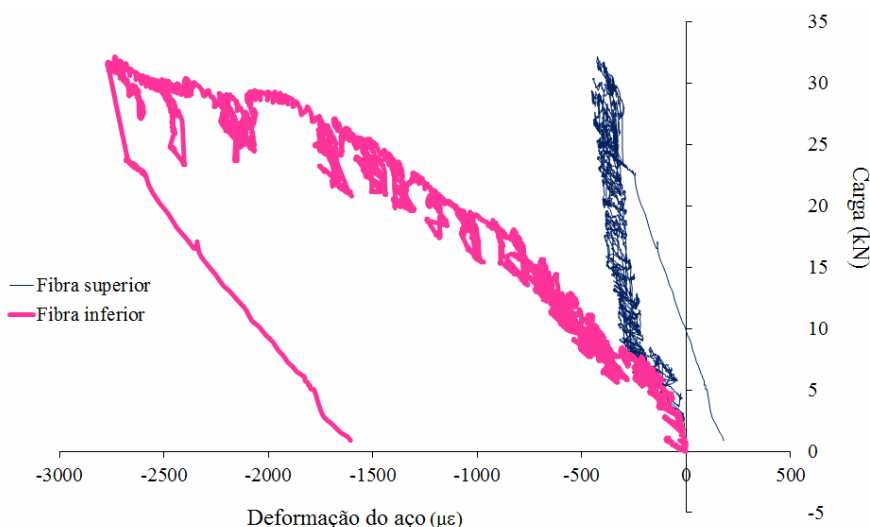


Figura 6. Gráfico de carga x deformação no aço do modelo 01A

Durante o estágio inicial, do concreto não-fissurado, verifica-se um aumento simultâneo e linearmente proporcional das deformações de tração na fôrma, tanto na parte inferior quanto superior, sugerindo a existência de uma única linha neutra na mesa de concreto. Após a fissura inicial, pode-se notar que a parte superior da fôrma tende a ficar menos tracionada. Isto significa a presença de duas linhas neutras na seção mista, caracterizando um comportamento de interação parcial entre a fôrma de aço e o concreto.

Fundamentado nas análises anteriores, foi observado somente um único modo de colapso para todos os modelos ensaiados, que é o colapso por cisalhamento longitudinal (*shear bond*). Este estado-limite último é caracterizado pela falha por cisalhamento da ligação entre as mossas da fôrma de aço e o concreto, fazendo com que o concreto da região do vão de cisalhamento, L_s , perca sua ação composta com a fôrma de aço. Esta falha é indicada por um deslizamento horizontal relativo elevado entre a fôrma de aço e o concreto na extremidade do modelo (deslizamento relativo de extremidade acima de 1,5 mm).

5 MÉTODO DA INTERAÇÃO PARCIAL

De acordo com a EN 1994-1-1:2004, para se calcular a resistência ao cisalhamento longitudinal utilizam-se dois métodos de cálculo que se baseiam em ensaios experimentais: o método semi-empírico “*m-k*” e o método da interação parcial (MIP).

O método da Interação Parcial é uma alternativa ao método “*m-k*” que, segundo Johnson (1994), explora melhor o comportamento dúctil das fôrmas com boa ligação mecânica e grandes vãos, além de permitir que se considere teoricamente a contribuição da ancoragem de extremidade na resistência ao cisalhamento longitudinal.

5.1 Modelo Analítico

O método é fundamentado em um modelo analítico similar ao de vigas mistas com conectores dúcteis e permite determinar o grau de interação ao cisalhamento longitudinal entre a fôrma de aço e o concreto em lajes mistas com comportamento dúctil.

O modelo analítico para o MIP pode ser melhor compreendido através do módulo típico da laje mista, conforme a Figura 7(a). A distribuição de tensões normais considerando a interação parcial onde se observam duas linhas neutras, uma no concreto (LNP_c) e outra na fôrma metálica (LNP_f), é mostrada na Figura 7(b), que é decomposta, por simplificação, nos diagramas das Figura 7(c) e (d).

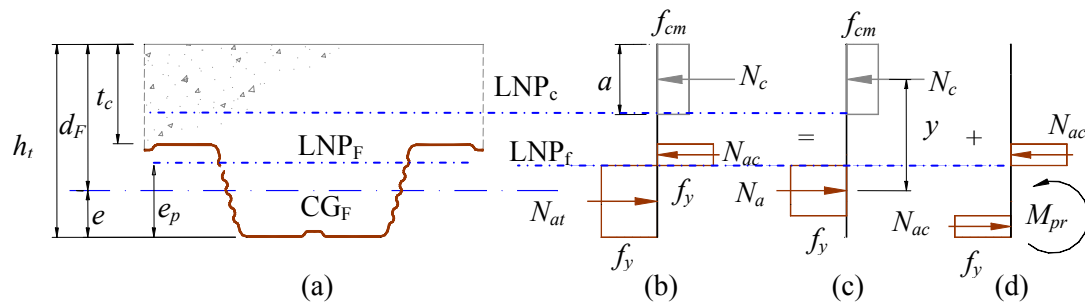


Figura 7. Distribuição de tensões normais no módulo típico da seção transversal da laje mista considerando a interação parcial

Sendo que na Figura 7(a) h_t é a altura total da laje mista; e é a distância do centro de gravidade da área efetiva da fôrma metálica à face externa da mesa inferior; d_F é a altura efetiva da laje mista: $d_F = h_t - e$; e_p é a distância da linha neutra plástica da fôrma metálica à face externa da mesa inferior; t_c é a altura de concreto acima da mesa superior da fôrma metálica. Na Figura 7(b) f_y é a resistência ao escoamento do aço; f_{cm} segundo a EN 1994-1-1:2004, é a resistência característica média do concreto à compressão de cada grupo que deve ser tomada como o valor médio, quando o desvio de cada modelo do valor médio não exceder 10%. Quando o desvio da resistência à compressão média excede 10%, a resistência do concreto, deve ser tomada como o valor máximo observado; a é a altura do bloco de tensão do concreto; N_c é a força normal de compressão no concreto considerando interação parcial; N_{at} é a força normal de tração na fôrma metálica; N_{ac} é a força normal de compressão na fôrma metálica. Na Figura 7(c) y é o braço de alavanca; $N_a = N_{at} - N_c$ é uma parcela da força normal de tração na fôrma metálica.

O momento resistente nominal é dado por:

$$M_{Rp} = N_c y + M_{pr} \quad (1)$$

onde M_{pr} é o momento resistente plástico reduzido da fôrma metálica, redução esta devido à presença da força normal de tração na fôrma, $N_a = N_c$.

5.2 Determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal considerando o atrito

Em estudos já realizados, conforme Veljkovic (1996), Tenhovuori (1996), Melo (1999) e Souza Neto (2001), entre outros, observou-se que em modelos com vãos de cisalhamento relativamente curtos a influência do atrito nos apoios é relevante no cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal, e em vãos maiores este efeito fica reduzido. Desse modo, a metodologia utilizada pela EN 1994-1-1:2004 na apresentação do método da interação

parcial, desconsiderando o efeito do atrito nos apoios, leva a resultados conservadores no cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal.

A força de atrito, F_{at} , é causada pela reação vertical concentrada nos apoios e aparece na interface da fôrma metálica com o concreto, como ilustra a Figura 8, podendo ser considerada de acordo com Bode & Minas (1996) e outros pesquisadores, proporcional à reação de apoio, V_{ut} :

$$F_{at} = \mu V_{ut} \quad (2)$$

onde μ é o coeficiente de atrito na interface fôrma metálica e concreto.

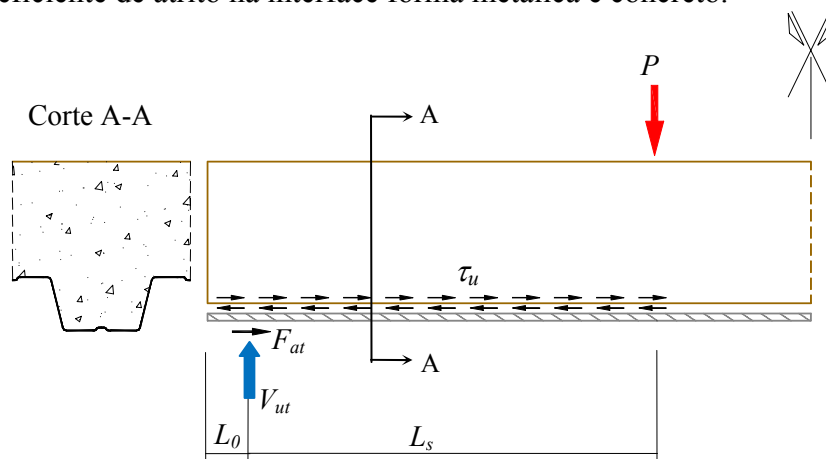


Figura 8. Força de atrito na região do apoio na interface da laje mista

Para se determinar a resistência ao cisalhamento longitudinal considerando o atrito na região dos apoios, é traçado o diagrama de resistência a interação parcial para cada modelo, ilustrado na Figura 9. Esse diagrama deve ser traçado para se determinar o grau de interação, utilizando-se os valores obtidos dos ensaios e da Eq. (1). O momento fletor último dos ensaios, M_{ensaio} , é dividido pelo momento fletor resistente da laje, M_R . Seguindo o caminho $A \Rightarrow B \Rightarrow C$ do diagrama de interação, o grau de interação ao cisalhamento longitudinal, $\eta_{ensaio} = N_c/N_{cf}$ é determinado para um modelo específico, sendo N_{cf} a força normal de compressão no concreto considerando interação total.

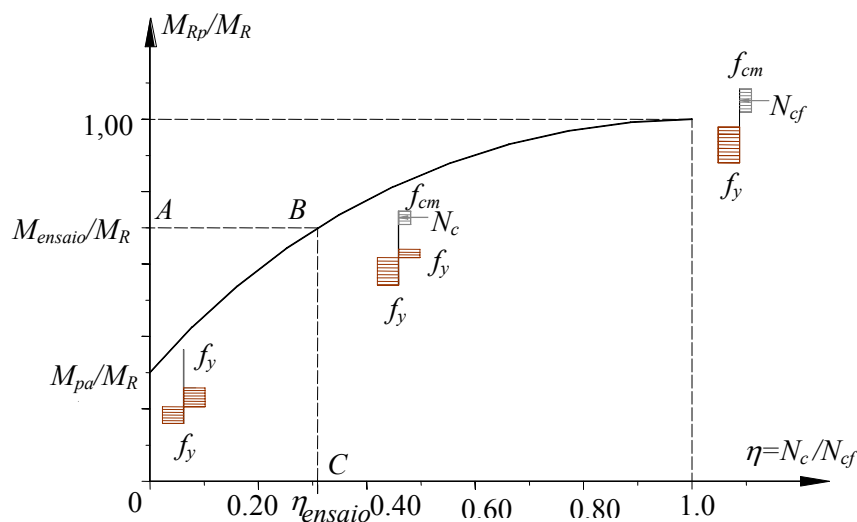


Figura 9. Diagrama de interação parcial para a determinação do grau de interação

Após a determinação do valor de η_{ensaio} , a intensidade da força de compressão no concreto, N_c , é dada por:

$$N_c = \eta_{ensaio} N_{cf} \quad (3)$$

A resistência última ao cisalhamento longitudinal na interface aço-concreto para cada modelo, τ_u , é assumida uniforme ao longo do comprimento (L_s+L_o) e seu valor é determinado pela seguinte equação:

$$\tau_u = \frac{N_c - \mu V_{ut}}{b(L_s + L_o)} \quad (4)$$

onde L_o é a distância do apoio à extremidade da laje mista ($L_o = 50\text{mm}$) e $\mu = 0,5$, segundo EN 1994-1-1:2004.

Conforme a EN 1994-1-1:2004 a resistência característica ao cisalhamento, $\tau_{u,Rk}$, deve ser calculada utilizando-se os valores dos ensaios com o quantil de 5%, através de um modelo estatístico apropriado, de acordo com a EN 1990:2002, anexo D, ou seja:

$$\tau_{u,Rk} = \tau_{u,m} - t s \quad (5)$$

onde, $\tau_{u,Rk}$ é a resistência característica ao cisalhamento longitudinal; $\tau_{u,m}$ é o valor médio dessa resistência última resultante dos ensaios; t é o coeficiente de confiança da Distribuição de Student ($t = 2,015$) que depende da probabilidade de serem obtidos resultados inferiores a $\tau_{u,Rk}$; s é o desvio padrão das resistências ao cisalhamento longitudinal.

Na Tabela 2 são mostrados os graus de interação de cada modelo ensaiado, as forças de compressão no concreto N_c , dadas pela Eq. (3), onde os valores de N_{cf} foram calculados através da expressão $N_{cf} = N_{pa} = A_{F,ef} f_y$. A resistência última ao cisalhamento longitudinal, τ_u , para cada modelo, é dada pela Eq. (4). Utilizando-se $t = 2,015$ na Distribuição de Student e os desvios padrão, s , determinou-se a resistência característica $\tau_{u,Rk}$ conforme Eq. (5).

Modelos	η_{ensaio}	N_c (kN)	τ_u (MPa)	$\tau_{u,m}$ (MPa)	s	$\tau_{u,Rk}$ (MPa)
01A	0,592	183,47	0,2383	0,2407	0,0177	0,2050
01B	0,619	191,90	0,2503			
01C	0,604	187,24	0,2430			
02A	0,357	110,72	0,2179			
02B	0,344	106,71	0,2100			
02C	0,396	122,69	0,2434	0,2696	0,0214	0,2265
03A	0,528	224,69	0,2910			
03B	0,488	207,88	0,2677			
03C	0,456	194,04	0,2507			
04A	0,298	126,81	0,2485			
04B	0,322	137,11	0,2715			
04C	0,355	151,12	0,3015			

Tabela 2. Determinação da resistência característica $\tau_{u,Rk}$

A resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, $\tau_{u,Rd}$, é dada por:

$$\tau_{u,Rd} = \frac{\tau_{u,Rk}}{\gamma_{sl}} \quad (6)$$

onde que γ_{sl} é o coeficiente de ponderação da resistência ao cisalhamento longitudinal que deve levar em conta as variações adversas na resistência dos materiais e na mão de obra, bem como as aproximações inerentes à própria formulação em relação ao comportamento real.

A EN 1994-1-1:2004 recomenda que o valor de cálculo obtido com γ_{sl} para as cargas de serviço não ultrapasse a carga de deslizamento de extremidade inicial, obtidas nos ensaios, dividida por 1,2. O valor de γ_{sl} determinado para este sistema foi igual a 1,60.

Finalmente, a Tabela 3 apresenta os valores da resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, $\tau_{u,Rd}$ conforme Eq. (6), para as duas espessuras do Deck-60.

t (mm)	$\tau_{u,Rk}$ (MPa)	γ_{sl}	$\tau_{u,Rd}$ (MPa)
0,80	0,2050	1,60	0,1281
0,95	0,2265		0,1416

Tabela 3. Resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, $\tau_{u,Rd}$

A partir da resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, a força de compressão na laje pode ser calculada em qualquer seção a uma distância L_x a partir da extremidade, ou seja:

$$N_c = b L_x \tau_{u,Rd} + \mu V_{l,Rd} \leq N_{cf} \quad (7)$$

onde $V_{l,Rd}$ é a reação de apoio de cálculo.

Assim, é possível determinar a resistência de cálculo ao momento fletor, M_{Rd} , em qualquer seção da laje mista. O comprimento mínimo, L_{sf} , para haver interação total entre o aço e o concreto é:

$$L_{sf} = \frac{N_{cf} - \mu V_{l,Rd}}{b \tau_{u,Rd}} \quad (8)$$

Tomando-se o valor da força N_c (Eq. 7) e com o auxílio da Eq. (1), determina-se o diagrama de interação parcial de cálculo, $M_{Rd} \times L_x$, ilustrado na Figura 10, utilizado para o dimensionamento, onde M_{Rd} é o momento fletor resistente de cálculo à flexão, considerando a interação total.

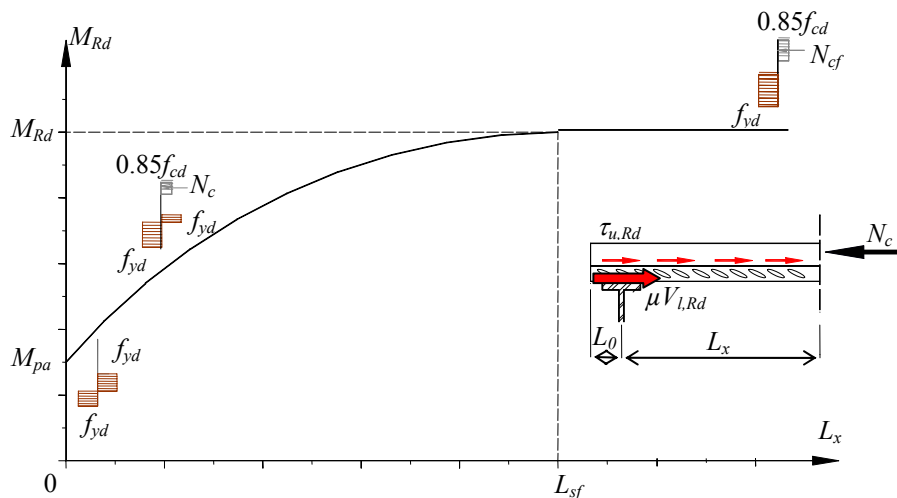


Figura 10. Diagrama de interação parcial de cálculo

A resistência de cálculo ao momento fletor em cada seção transversal de uma laje mista biapoiada, M_{Rd} , fica representada no diagrama de interação parcial de cálculo. Em lajes sem ancoragem de extremidade, considera-se que a resistência da laje no apoio é devido somente à fôrma metálica.

Para um dimensionamento seguro, a curva de resistência, M_{Rd} , deve ficar sempre acima ou tangenciar o diagrama de momento fletor para o carregamento aplicado, isto é, $M_{Sd} < M_{Rd}$, como mostra a Figura 11.

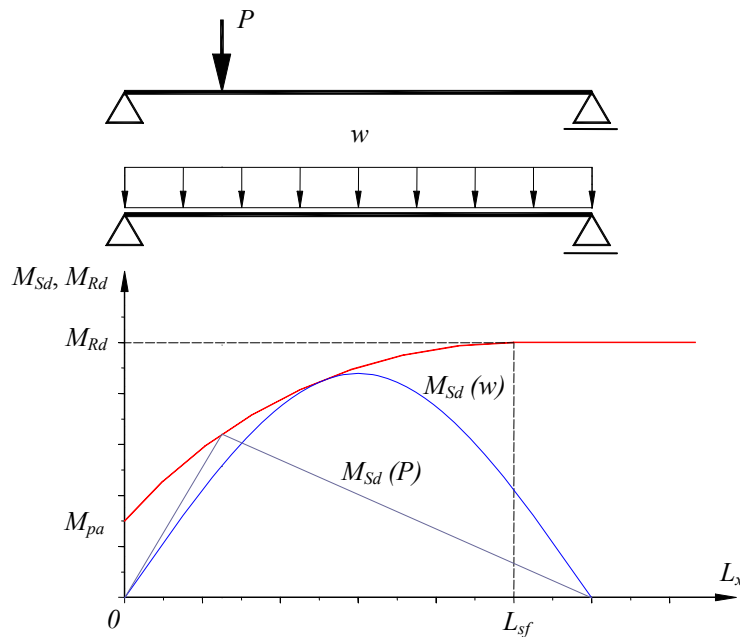


Figura 11. Verificação da laje mista não ancorada – cisalhamento longitudinal

Diferentes modos de carregamento podem ser utilizados na verificação. Na Figura 11, uma laje mista simplesmente apoiada é verificada para os casos de carregamento uniformemente distribuído, w , e de uma carga concentrada, P .

A seção transversal crítica é definida pelo ponto no qual a curva de M_{Sd} tangencia a curva de M_{Rd} . Se tal seção estiver posicionada a uma distância menor que L_{sf} , dado pela Eq. (8), o colapso é considerado por cisalhamento longitudinal, caso contrário, o colapso se dá por flexão.

5.3 Exemplo

Considerando-se uma laje mista de aço e concreto de largura (b) de um metro e utilizando-se a fôrma metálica *Deck-60*, pede-se determinar a carga sobreposta nominal máxima que pode ser aplicada na laje mista considerando-se a resistência ao cisalhamento longitudinal com atrito e sem atrito, utilizando-se a Eq.(1). Três casos distintos de carregamento conforme as Figura 12 (a), (b) e (c) serão analisados. Comparar os resultados com aqueles obtidos através do método semi-empírico “ $m-k$ ”, conforme faz Costa R. S. (2009).

- Carga uniformemente distribuída (w_{sp});
- Duas cargas concentradas (P_{sp}) aplicadas em linha equidistantes dos apoios, com o vão de cisalhamento $L_s = 450$ mm;
- Carga concentrada (P_{sp}) aplicada no meio do vão.

Sendo w_{sp} a carga sobreposta nominal máxima; P_{sp} a carga concentrada sobreposta nominal máxima e $V_{l,R}$ a força cortante resistente nominal.

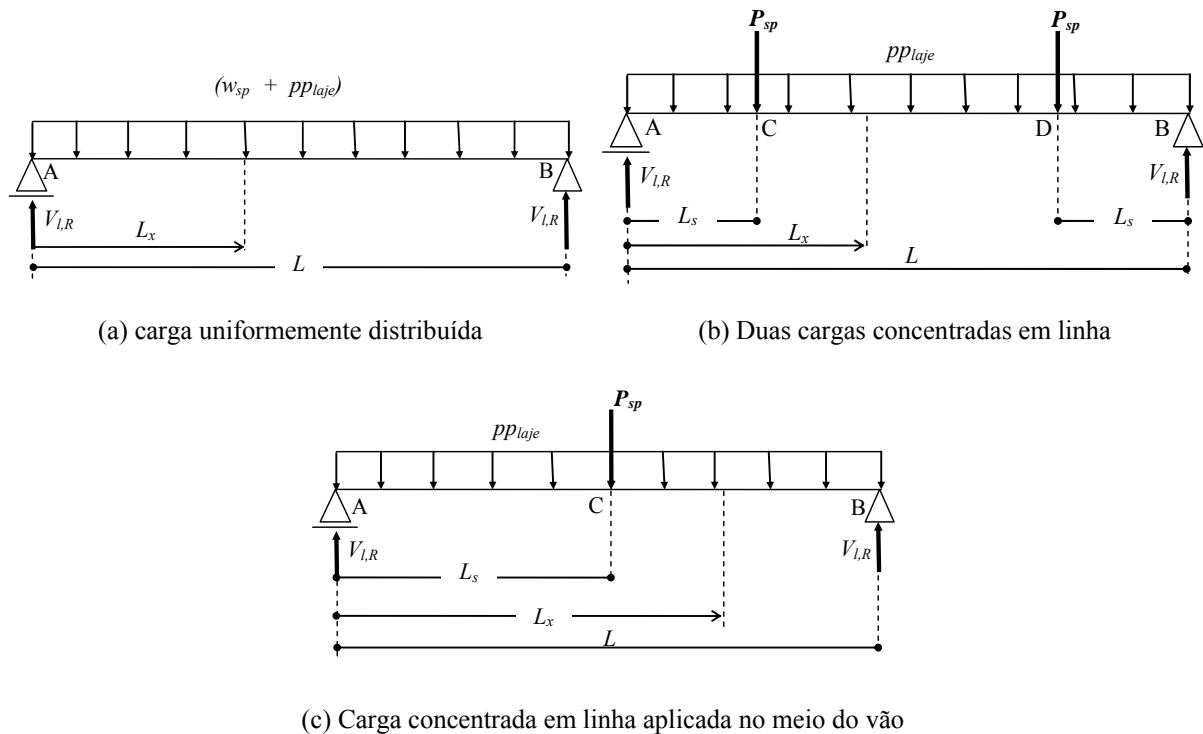


Figura 12. Tipos de carregamentos aplicados em uma viga biapoiada

Dados da *Fôrma Metálica Deck-60*:

$$\begin{aligned}
 t &= 0,80 \text{ mm}; & A_{F,ef} &= 1060,47 \text{ mm}^2/\text{m}; & h_F &= 60 \text{ mm}; & e = e_p &= 30 \text{ mm}; \\
 f_y &= 280 \text{ N/mm}^2; & E_a &= 200000 \text{ N/mm}^2; & m &= 35,172 \text{ N/mm}^2; & k &= 0,2233 \text{ N/mm}^2; \\
 \tau_{u,Rk}^* &= 0,2283 \text{ N/mm}^2; & \tau_{u,Rk}^{**} &= 0,2050 \text{ N/mm}^2.
 \end{aligned}$$

onde que t é a espessura nominal da fôrma de aço; $A_{F,ef}$ é a área efetiva da fôrma; h_F é a altura da fôrma; e é a distância do centro de gravidade da área efetiva da fôrma metálica à face externa da mesa inferior; e_p é a distância da linha neutra plástica da fôrma metálica à face externa da mesa inferior; f_y é a resistência ao escoamento do aço da fôrma; E_a é o módulo de elasticidade do aço; m e k são os parâmetros do método; $\tau_{u,Rk}^*$ é a resistência característica ao cisalhamento longitudinal da laje mista sem atrito; $\tau_{u,Rk}^{**}$ é a resistência característica ao cisalhamento longitudinal da laje mista com atrito.

Dados da *Laje mista*:

$$\begin{aligned}
 h_t &= 140 \text{ mm}; & d_F &= 110 \text{ mm}; & b &= 1000 \text{ mm}; & L &= 2500 \text{ mm}; \\
 pp_{laje} &= 0,00276 \text{ N/mm}^2; & f_{ck} &= 20 \text{ N/mm}^2; & E_c &= 21287 \text{ N/mm}^2.
 \end{aligned}$$

onde h_t é a altura total da laje mista; d_F é a altura efetiva da laje mista; b é a largura unitária da laje; L é o vão total da laje; pp_{laje} é o peso próprio da laje mista; f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto; E_c é o módulo de elasticidade do concreto.

A **Tabela 4** apresenta os resultados das cargas sobrepostas nominais máximas obtidas pelos dois métodos estudados, “*m-k*” e MIP, visando à análise comparativa em relação ao MIP**.

Casos de Carregamentos	Cargas Máximas	Métodos			Relação	Relação
		“ <i>m-k</i> ”	MIP*	MIP**	$\frac{(MIP^{**} - m-k)}{MIP^{**}}$	$\frac{(MIP^{**} - MIP^*)}{MIP^{**}}$
					%	%
(a)	w_{sp} (kN/m ²)	22,14	26,48	27,19	18,57	2,61
(b)	P_{sp} (kN)	30,23	27,46	28,57	-5,81	3,89
(c)	P_{sp} (kN)	48,79	43,19	41,00	-19,00	-5,34

*sem atrito; ** com atrito.

Tabela 4. Análise comparativa dos resultados obtidos pelos métodos *m-k* e MIP

Neste trabalho ficou demonstrado que ambos os métodos “*m-k*” e MIP apresentaram excelente correlação considerando-se caso (b), em que foram aplicadas duas cargas concentradas em linha, representando um dos ensaios realizados. Para o exemplo com carga distribuída, caso (a), o resultado pelo método “*m-k*” mostrou-se bastante conservador em relação ao Método da Interação Parcial. Isso pode ser atribuído à aproximação utilizada no método “*m-k*” para transformar a condição do ensaio em laboratório, com duas cargas concentradas, numa condição equivalente de carga uniformemente distribuída que, segundo a literatura, é conservadora. Por sua vez, os resultados do MIP, com e sem atrito, foram bastante próximos, mostrando a consistência do método.

Para o caso (c), em que se tem uma carga concentrada aplicada em linha no meio do vão, observa-se na **Tabela 4**, que a aplicação direta do método “*m-k*” fornece resultado contra a segurança, devendo, portanto, ser considerada no cálculo a largura efetiva da linha de carga concentrada, conforme sugere a **EN 1994-1-1:2004**. Mais uma vez, os resultados do MIP, com e sem atrito, apresentaram boa correlação indicando a consistência do método.

Adotando-se o coeficiente de ponderação da resistência ao cisalhamento longitudinal considerando-se o atrito, $\gamma_{sl} = 1,60$, a **Figura 13** mostra, graficamente, a verificação de cálculo da laje mista para o caso de duas cargas concentradas.

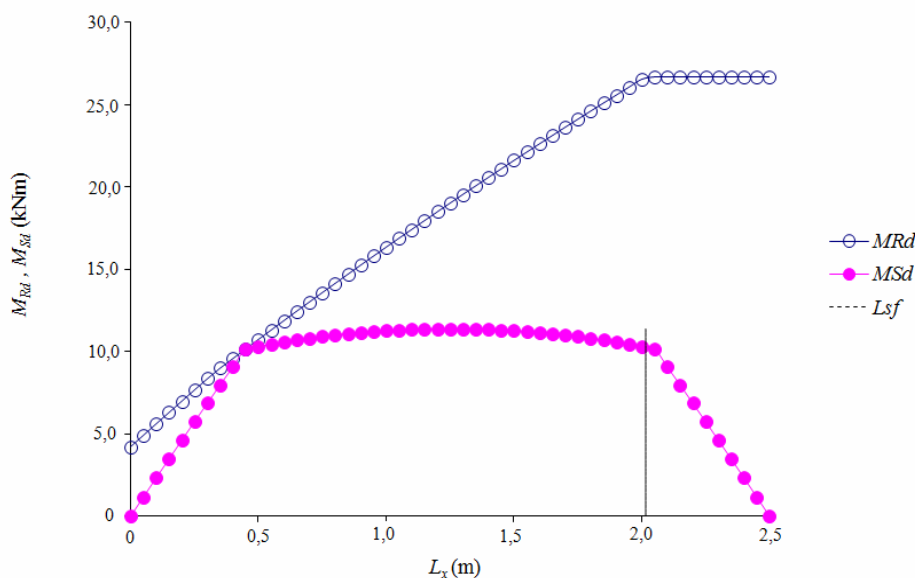


Figura 13. Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal com atrito (MIP**)

Verifica-se na [Figura 13](#), que a curva do momento fletor solicitante de cálculo, M_{Sd} , tangencia a curva do momento fletor resistente de cálculo, M_{Rd} , mostrando um dimensionamento seguro, onde $M_{Sd} \leq M_{Rd}$.

Observa-se também nessa figura que no ponto onde $M_{Sd} = M_{Rd}$, o valor do comprimento L_x é menor do que comprimento mínimo L_{sf} ($L_x < L_{sf}$). O comprimento L_{sf} define o valor a partir do qual a interação ao cisalhamento é total e o colapso da laje ocorre por flexão. Portanto, pode-se concluir que o colapso ocorre por cisalhamento longitudinal com interação parcial.

6 CONCLUSÃO

Essa análise mostrou-se adequada para o comportamento dúctil de todos os modelos ensaiados e permitiu determinar, com precisão, o modo de colapso do sistema misto, definido como colapso por *cisalhamento longitudinal*.

Em função dos resultados experimentais e, posteriormente, com a definição do modo de colapso, procurou-se estabelecer critérios para o cálculo da resistência última ao cisalhamento longitudinal pelo MIP considerando a influência do atrito da região dos apoios, visando determinar expressões analíticas que pudessem ser utilizadas em escritórios de projeto.

A [EN 1994-1-1:2004](#) recomenda que o coeficiente de ponderação da resistência ao cisalhamento longitudinal (γ_{sl}) adotado seja igual a 1,25, mas que o valor de cálculo obtido com esse coeficiente para as cargas de serviço não ultrapasse a carga de deslizamento de extremidade inicial, obtida nos ensaios, dividida por 1,2. Verificou-se então, que nesse sistema, *Deck-60*, para que γ_{sl} atenda à condição da norma, ele deve ser tomado igual a 1,60, mostrando que não se pode considerar diretamente o valor de γ_{sl} da [EN 1994-1-1:2004](#) sem uma avaliação criteriosa.

O exemplo analisado mostrou que os resultados obtidos pelo MIP, com e sem atrito, apresentaram uma excelente correlação com os resultados dos ensaios, indicando a consistência do método. A sua aplicação em outros casos de carregamento mostrou resultados coerentes e uniformes, sendo que para a situação de projeto, quando se considera o carregamento distribuído, a consideração do atrito permite que se aumente a carga última em torno de 3% em relação MIP sem atrito.

As análises dos resultados mostraram que o MIP considerando a influência do atrito da região dos apoios é um método eficiente, seguro e com formulações analíticas consistentes para o uso corrente.

AGRADECIMENTOS

Os autores são gratos ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e à FAPEMIG - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais, pelo apoio recebido para a realização deste trabalho de pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ABNT NBR 8800. *Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas. 2008
- ANSI/ASCE 3-91. *Standard for the Structural Design of Composite Slabs*, American Society of Civil Engineers. 1992.
- Bode, H. & Minas, F. *Composite Slabs with and without End Anchorage under Static and Loading*, p. 265-270. 1996
- Costa, R. S., *Análise de um Sistema de Lajes Mistas considerando a Influência do Atrito dos Apoios e a Avaliação do Momento de Inércia Efetivo*. 193p. Dissertação de Mestrado -

- Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2009.
- CSSBI S2. *Criteria for the Testing of Composite Slabs*. Ontario, Canada: Canadian Sheet Steel Building Institute, Willodale, revised. 2008.
- EN 1990. *Basic Structural Design*. CEN - European Committee for Standardization. 2002.
- EN 1994-1-1. *Design of Composite Steel and Concrete Structures*. Part 1.1, General rules and rules for building. London, England. British Standards Institution. 2004.
- Johnson, R. P., *Composite Structures of Steel and Concrete - Beams, Slabs, Columns and Frames for Buildings*, vol. 01, *Blackwell Scientific Publications*, 2ª edição, Oxford. 1994.
- Melo, C. B. F., *Análise do Comportamento e da Resistência do Sistema de Lajes Mistas*. 141 p. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 1999.
- Rodrigues F. C. & Lavall A. C. C., *Estudo do comportamento estrutural do sistema de laje mista DECK-60 – USIMINAS*. Relatório técnico. 2005.
- Souza Neto, A.S., *Análise do Comportamento e da Resistência de um Sistema de Lajes Mistas com ancoragem de extremidade com considerações sobre a fôrma de aço isolada e o atrito nos apoios*. 211p. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2001.
- Tenhovuori, A., *Parameters and Definitions for Classifying the Behaviour of Composite Slabs*, *Composite Construction in Steel and Concrete III*, Proceedings of an Engineering Foundation Conference, New York: American Society of Civil Engineers. 1996.
- Veljkovic', M., *Behaviour and Resistance of Composite Slabs. Experiments and Finite Element Analysis*. Doctoral Thesis - Luleå University of Technology, Tuleå, Swedish. 1996.