

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA DESHIDRATACIÓN DE FRUTAS POR MÉTODOS COMBINADOS: SECADO POR IMPREGNACIÓN Y MICROONDAS

Javier R. Arballo^{a,b,d}, Laura A. Campañone^{a,b,c} y Rodolfo H. Mascheroni^{a,b,d}

^a *CIDCA (Centro de Investigación y Desarrollo en Criotecnología de Alimentos), (CONICET La Plata – UNLP). Calle 47 y 116, La Plata (1900), Argentina, rmasche@ing.unlp.edu.ar, <http://www.cidca.org.ar>*

^b *MODIAL-Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de la Plata.*

^c *Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNLP.*

^d *Departamento de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería, UNLP.*

Palabras claves: Simulación numérica, Deshidratación osmótica, Microondas.

Resumen. La transferencia de energía y materia durante la deshidratación osmótica y por microondas de frutas fue estudiada teóricamente y experimentalmente mediante el modelado y simulación numérica. Con el fin de describir los fenómenos de transporte puestos en juego durante el proceso de deshidratación combinado, se plantearon los balances microscópicos de materia y energía. Para la primera etapa de deshidratación por impregnación se utilizó el modelo osmótico-difusional de Spiazzi-Mascheroni, el cual se basa en la transferencia de materia a través de las membranas celulares y la difusión multicomponente a través de los espacios intercelulares. A su vez, para la deshidratación por microondas, se plantearon los balances de energía y materia, utilizando propiedades globales en función de la humedad y del contenido de sólidos; la generación interna de calor debido a la interacción del alimento con la energía electromagnética fue considerada utilizando la Ley de Lambert. Los balances obtenidos constituyen ecuaciones diferenciales no lineales altamente acopladas que fueron resueltas aplicando métodos numéricos; para el proceso de deshidratación osmótica los balances de materia constituyen ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas que fueron resueltas empleando el método de Runge-Kutta de 4to Orden; en el caso de deshidratación por microondas los balances constituyen ecuaciones diferenciales parciales, que fueron resueltas a través del método de Diferencias Finitas Implícito Crank-Nicolson. Los métodos numéricos fueron programados en MATLAB 7.2. La validación del modelo se llevó a cabo en peras frescas y pre-tratadas osmóticamente durante 2 h en soluciones hipertónicas de 20, 40 y 60°Brix y posteriormente expuestas a microondas de 500 W durante 4 minutos. El modelo matemático fue evaluado exitosamente, permitiendo la predicción de perfiles de temperatura y humedad durante los procesos combinados de deshidratación por impregnación y microondas.

1 INTRODUCCIÓN

La deshidratación osmótica consiste en la inmersión de productos por un cierto período de tiempo en una solución hipertónica. Esto produce una deshidratación parcial del material a través del proceso osmótico. Cuando soluciones azucaradas son usadas para la deshidratación osmótica, se obtienen dos efectos beneficiosos que ayudan a producir alimentos de alta calidad: (1) inhibición de la polifeniloxidasas y (2) prevención de la pérdida de componentes volátiles durante la deshidratación, incluso con vacío. Es posible alcanzar una pérdida de humedad por encima del 50% del peso inicial del alimento, dependiendo de varios factores tales como concentración, temperatura, tipo de medio osmótico, tiempo de contacto, entre otros (Zang et al., 2006). Como el proceso osmótico es un método suave para la remoción de humedad, la actividad final de agua alcanzada es alta, siendo necesarios para estabilizarlos procesos adicionales, tales como secado por microondas (Erle y Schubert, 2001). Las microondas (MO) interactúan con las moléculas de agua en el interior del alimento, incrementando la presión de vapor, y aumentando la fuerza impulsora para la deshidratación (Datta y Zhang, 1999). Las MO se emplean en el procesamiento de alimentos debido a las ventajas con respecto a los otros procesos tradicionales de secado: menor impacto ambiental debido al uso de energía limpia y bajo consumo de energía, ahorro en espacio y tiempo de proceso.

Zang et al. (2006) afirman que a pesar que varios modelos han sido desarrollados para describir la transferencia de energía y materia durante la deshidratación combinada con microondas, aún existe una falta de análisis teóricos, modelado y simulación para la mayoría de los procesos involucrados en la deshidratación combinada con microondas de vegetales y frutas.

Los modelos existentes para modelar la transferencia de materia del proceso de deshidratación osmótica abarcan una amplia gama de enfoques y formas. Según Spiazzi y Mascheroni (2005) se los puede dividir en dos grandes grupos: los fenomenológicos y los microscópico-estructurales. Los primeros relacionan la pérdida de agua, ganancia de sólidos y/o reducción de volumen con las condiciones operativas a través de ecuaciones sencillas, generalmente de validez limitada, sólo al caso de estudio. Los modelos microscópico-estructurales más simplificados consideran difusión en un sistema homogéneo, en los cuales se plantea el balance microscópico de materia para el sistema y obteniendo la solución analítica de la segunda ley de Fick; luego la misma se emplea para obtener los coeficientes de difusión aparentes para cada componente, ajustando a los datos experimentales (Khin et al., 2006; Rastogi y Raghavarao, 1997). En este mismo grupo se encuentran modelos altamente elaborados como los desarrollados por Marcotte et al. (1991) y Yao y Le Maguer (1996) que combinan la difusión multicomponente con la existencia de elementos estructurales (pared celular, membrana protoplasmática, espacios intercelulares), a través de los cuales deben difundir los componentes, y que implican resistencias adicionales y generan la aparición de numerosos coeficientes, difíciles de calcular o medir. En el presente trabajo el modelo osmótico-difusional desarrollado por Spiazzi y Mascheroni (1997), inspirado en los trabajos de Toupin et al. (1989) y Marcotte et al. (1991), fue utilizado para modelar el proceso de deshidratación osmótica, el cual se basa en la transferencia de materia a través de las membranas celulares y la difusión multicomponente a través de los espacios intercelulares.

El transporte de agua durante la deshidratación con microondas es un fenómeno muy complejo que envuelve diferentes mecanismos (difusión de agua líquida y vapor, flujo capilar, difusión de Knudsen, flujo hidrodinámico, etc.). Además, la interacción de la energía electromagnética con el alimento debe ser tomada en cuenta en el modelado. El

comportamiento de los campos eléctrico y magnético dentro del horno de microondas es muy complejo. Las ecuaciones de Maxwell describen su distribución en el interior de los hornos MO, vacíos o cargados (Clemens y Saltiel, 1996; Verboven et al., 2003). En la actualidad, dos líneas de modelado han sido seguidas para predecir la distribución de la energía electromagnética dentro del alimento; resolver las ecuaciones de Maxwell (Dinčov et al., 2004) o el uso de una descripción aproximada: la Ley de Lambert, que considera un decaimiento exponencial de la energía dentro del alimento (Tong y Lund, 1993; Ni y Datta, 2002). Cuando ésta última es formulada correctamente, permite predecir – con adecuada exactitud – la distribución de la radiación en el interior del producto (Liu et al., 2005). En el presente trabajo a los fines de simplificar el modelado, se utiliza la Ley de Lambert para predecir la distribución del campo electromagnético dentro del alimento.

Con el fin de modelar matemáticamente el proceso combinado de deshidratación osmótica seguido de la aplicación de microondas es necesario plantear y resolver los balances microscópicos de energía y materia en ambos procesos, los cuales conforman sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales altamente acopladas.

De acuerdo con las consideraciones previas los objetivos de este trabajo son:

-Plantear y resolver los balances microscópicos de materia y energía durante la deshidratación osmótica seguida de la aplicación de microondas, considerando las propiedades térmicas, electromagnéticas y de transporte variables con la temperatura y el estado del producto (húmedo y deshidratado).

-Validar las predicciones del modelo (temperatura y humedad) con datos experimentales obtenidos en nuestro laboratorio empleando peras (variedad *Packham's Triumph*).

2 MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Modelo Matemático

En el desarrollo del modelo matemático se consideraron dos etapas fundamentales: el proceso de deshidratación osmótica y la aplicación de las microondas como etapa final.

Deshidratación osmótica (Etapa 1). Para modelar la deshidratación osmótica, primera etapa del proceso, se utiliza el modelo osmótico-difusional de Spiazzi y Mascheroni (1997). Para obtener los perfiles de concentración, el volumen que representa el producto se divide en N elementos concéntricos de igual volumen. En cada elemento pueden distinguirse dos fases: la fase del contenido plasmático celular y la correspondiente a los espacios intercelulares. Cada volumen del espacio intercelular está sujeto a un flujo difusivo-convectivo entre los volúmenes adyacentes y un flujo transmembrana difusivo desde el plasma celular.

Los balances de materia y los flujos para el elemento de volumen V_ξ ($\xi=1,N$) se presentan a continuación.

$$\frac{d(M_{j_c}^\xi)}{dt} = -n_{j_c}^\xi A_c^\xi \quad (1)$$

$$n_{j_c}^\xi = kw_c \Delta(c_j^\xi)_{c-o} \quad (2)$$

$$\frac{d(M_{j_o}^\xi)}{dt} = \Delta(n_{j_o} A_o)_{\xi,\xi+1} + n_{j_c}^\xi A_c^\xi \quad (3)$$

$$n_{j_o}^\xi = D_j \cdot \nabla(c_{j_o})_{\xi,\xi+1} + c_{j_o}^\xi u^\xi \quad (4)$$

donde M , n , c son la masa, flujo y concentración de la especie j respectivamente. Los subíndices c y o indican intra o extracelular; D y kw son el coeficiente de difusión aparente de la especie j y el coeficiente de transferencia de masa, respectivamente; A_c^ξ y A_o^ξ son las áreas de transferencia celular y extracelular y z representa la distancia entre cada elemento V_ξ . En este modelo se tiene en cuenta la velocidad de encogimiento u , que se calcula a partir de la siguiente relación:

$$u^\xi = \frac{dz^\xi}{dt} \quad (5)$$

Los perfiles de concentración en la solución osmótica se deducen de los balances de materia totales:

$$\sum_{\xi=1}^N \frac{d(M_{jo}^\xi)}{dt} = - \frac{d(M_{j\text{sol}}^{\text{osm}})}{dt} \quad (6)$$

Deshidratación con Microondas (Etapa 2). Desde un punto de vista físico, el alimento puede ser considerado como una combinación de una matriz sólida, una fase acuosa y una fase gaseosa (aire y vapor de agua). Un esquema del modelo (1-D) se muestra en la Fig.1.

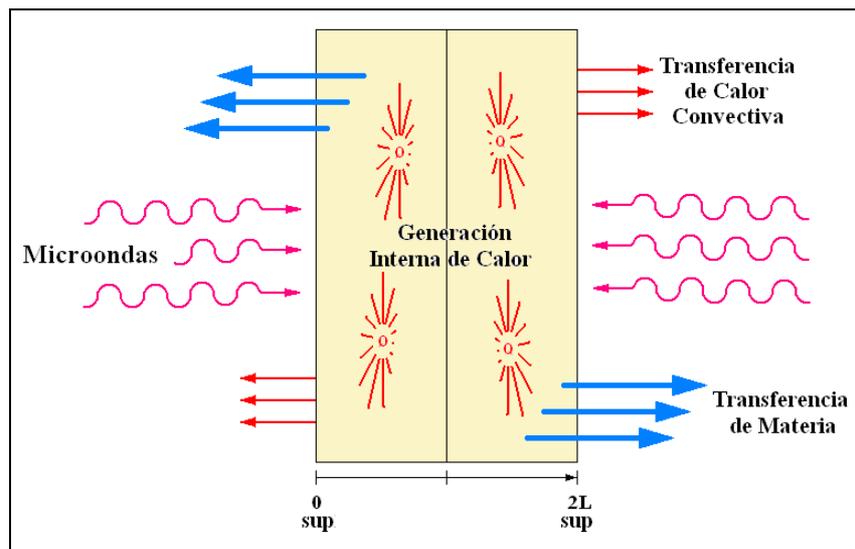


Figura 1. Esquema de la placa de producto y los flujos de Materia y Energía, tomados en cuenta en el modelo matemático.

Un modelo matemático completo debe permitir resolver la transferencia de materia y calor simultáneamente. Las siguientes consideraciones han sido realizadas para el desarrollo del modelo en esta etapa:

- 1- Temperatura y contenido de agua inicial uniformes dentro del producto,
- 2- Propiedades térmicas, dieléctricas, y de transporte dependientes de la temperatura y del contenido de humedad,
- 3- Tamaño constante (sin cambios de volumen),
- 4- Condiciones de contorno convectivas,
- 5- Geometría regular unidimensional (placa plana),
- 6- Distribución uniforme del campo eléctrico alrededor de la muestra, y una polarización dominante del campo eléctrico normal hacia la superficie.

El proceso de deshidratación comienza con el alimento a temperaturas menores que la de vaporización; además el modelo debe considerar la pérdida de peso durante la etapa de calentamiento inicial. En consecuencia, el análisis está dividido en dos etapas: Etapa 2.1 (calentamiento con vaporización leve) y etapa 2.2 (vaporización intensa). El mismo procedimiento fue aplicado por otros autores (Boldor et al., 2005).

Etapa 2.1. Incluye el calentamiento del alimento hasta que el producto alcanza la temperatura de equilibrio T_{eq} . En esta etapa se plantea el balance microscópico de energía considerando un término de generación interna debido a la energía suministrada por las microondas (Lin et al., 1995). El balance microscópico resultante es el siguiente:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k\nabla T) + Q \quad (7)$$

donde ρ es la densidad, C_p capacidad calorífica específica, T temperatura, t tiempo, k conductividad térmica y Q (W/m^3) representa la generación volumétrica de calor. En términos de potencia, la Ec. (7) puede ser escrita como (Campañone y Zaritzky, 2005):

$$V\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = V(\nabla k\nabla T) + P \quad (8)$$

donde V es el volumen del producto (m^3) y P es la potencia generada por la absorción de microondas (W).

En este balance, las propiedades físicas corresponden al alimento fresco. Para completar el modelo, se plantean las siguientes condiciones iniciales y de contorno:

$$t = 0 \quad T = T_{ini} \quad 0 \leq x \leq 2L \quad (9)$$

$$x = 0, 2L \quad -k \frac{\partial T}{\partial x} = h(T - T_a) + L_{vap} k_m (C_w - C_{eq}) \quad t > 0 \quad (10)$$

donde L es el semiespesor, T_{ini} la temperatura inicial, h es el coeficiente de transferencia de calor, T_a la temperatura ambiente, L_{vap} es el calor de vaporización del agua, k_m es el coeficiente de transferencia de masa, C_w y C_{eq} son las concentraciones de agua y de equilibrio. La Ec. (10) incluye la vaporización en la superficie del alimento, esta suposición es válida sólo para la etapa de calentamiento porque el tiempo de exposición es corto y la temperatura del producto se encuentra por debajo de T_{eq} . En esta etapa, se asume que ocurre una vaporización leve y la Ec. (10) puede ser aplicada. Otros autores usaron estas condiciones de contorno en el proceso de calentamiento por microondas, en el modelado de la etapa inicial de calentamiento (Tong y Lund, 1993; Zhou et al., 2005; Pauli et al., 2007). Se consideró un valor de coeficiente de transferencia de energía de 5 ($W/(m^2\text{°C})$) correspondiente a convección natural alrededor del producto (Bird et al., 1976). El modelo considera la analogía entre de la transferencia de calor y materia para evaluar k_m . Se consideró analogía en los factores de Chilton y Colburn para la transferencia de calor y materia $J_H=J_D$ permitiendo estimar k_m a partir de los valores de h (Bird et al., 1976).

La potencia absorbida durante la irradiación con microondas por ambos lados (Fig. 2) y convertida en energía térmica es representada por el término P . La generación de calor es una función de la temperatura en cada punto interno del material. En este trabajo se considera válida la Ley de Lambert, por consiguiente la potencia absorbida se calcula como:

$$P = P_{De+Iz} = P_o'(e^{-2\alpha(L-x)} + e^{-2\alpha(x)}) \quad (11)$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{\epsilon' [(1 + \tan^2 \delta)^{1/2} - 1]}{2}} \quad (12)$$

$$\delta = \tan^{-1} (\epsilon'' / \epsilon') \quad (13)$$

donde P'_o es la potencia incidente en cada cara expuesta (W), D_e y I_z representan el sentido de la onda incidente, derecha e izquierda respectivamente, λ es la longitud de onda de la radiación y α es el factor de atenuación, que es función de la constante dieléctrica ϵ' y del factor de pérdida ϵ'' .

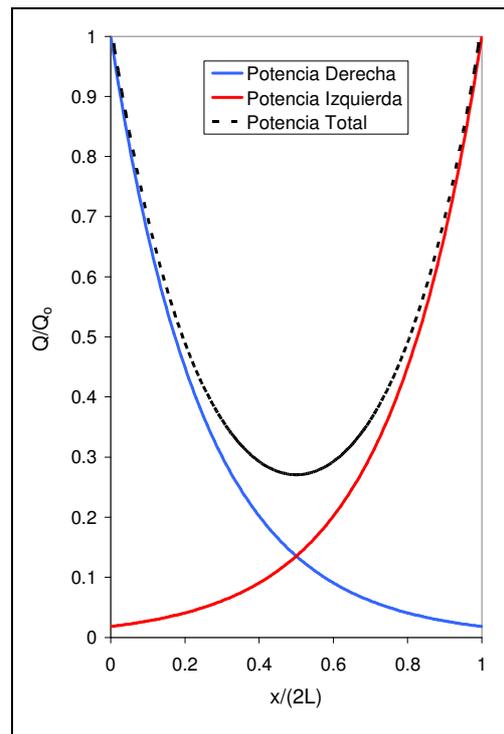


Figura 2. Potencia Absorbida Total en toda la profundidad del alimento proveniente de los aportes de las ondas de ambos lados del material.

Para predecir el perfil de humedad durante el calentamiento (Etapa 2.1) se plantea el balance microscópico de materia, en el cual se considera una transferencia de humedad por difusión en el interior del alimento. El balance es el siguiente:

$$\frac{\partial C_w}{\partial t} = \nabla (D_w \nabla C_w) \quad (14)$$

Las siguientes condiciones iniciales y de contorno son consideradas:

$$t = 0 \quad C_w = C_{w,ini} \quad 0 \leq x \leq 2L \quad (15)$$

$$x = 0, 2L \quad -D_w \frac{\partial C_w}{\partial x} = k_m (C_w - C_{eq}) \quad t > 0 \quad (16)$$

Etapa 2.2. Cuando la temperatura de todo el producto alcanza T_{eq} , comienza la vaporización intensa. Esta etapa finaliza cuando se termina el período de temperatura constante, a menos que haya algún requerimiento de seguir calentando el alimento luego de

ser deshidratado.

- Transferencia de energía: En esta etapa la temperatura se supone igual al valor de equilibrio dentro del alimento T_{eq} (T_{eq} es la temperatura alcanzada cuando la potencia absorbida se equilibra con la energía consumida en la vaporización):

$$0 \leq x \leq L \quad T = T_{eq} \quad (17)$$

La Ley de Lambert fue aplicada para evaluar la distribución de la energía electromagnética dentro del alimento. La siguiente ecuación fue aplicada:

$$P = P_{De+Iz} = P_o' (e^{-2\alpha_d(L-x)} + e^{-2\alpha_d(x)}) \quad (18)$$

donde α_d es el factor de atenuación calculado a partir de las propiedades dieléctricas del producto parcialmente deshidratado.

El modelo tiene en cuenta la aplicación continua e intermitente de la potencia de microondas considerando nula la potencia de las microondas incidentes cuando el magnetrón se encuentra apagado en un modo cíclico de operación.

- Transferencia de Materia: la vaporización ocurre volumétricamente dentro del producto. La velocidad de vaporización es calculada considerando que toda la potencia generada por las microondas es utilizada para la remoción del agua:

$$m_v L_{vap} = \int_0^V Q dV \quad (19)$$

donde m_v es la tasa de vaporización de agua (kg/s).

2.2 Experiencias de Deshidratación

Deshidratación osmótica. Con el fin de validar el modelo con productos con distinto contenido de azúcar se emplearon peras de la variedad *Packham's Triumph* deshidratadas osmóticamente. Las frutas fueron seleccionadas y lavadas con agua destilada para remover la suciedad superficial. Además, fueron peladas manualmente y cortadas en rodajas de 1.5cm de espesor (Fig. 3), con cuchillo de acero inoxidable. Las muestras fueron pesadas y colocadas en vasos de precipitado con solución osmótica a 30°C.

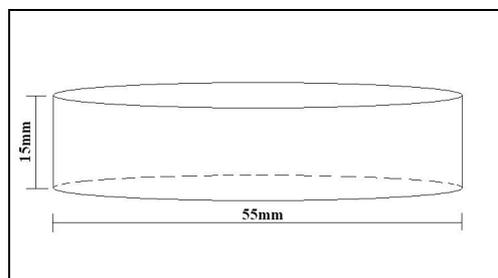


Figura 3. Rodaja de pera a procesar

Las concentraciones de sacarosa empleadas en las pruebas fueron 20, 40 y 60 °Brix. La relación muestra:solución utilizada fue 1:13 (p/p), para garantizar una concentración de solución constante durante todo el proceso. Los ensayos de deshidratación osmótica fueron realizados en un agitador, marca FERCA, modelo TT400 con agitación (90 rpm) durante 2 horas. Después del tiempo de inmersión, las muestras fueron drenadas, enjuagadas con agua

destilada, colocadas sobre papel absorbente para la remoción de la solución en exceso y pesadas nuevamente para la determinación de la pérdida de peso en relación a la masa inicial del producto. A las muestras deshidratadas se les determinó el contenido de azúcar y la humedad, valores iniciales para el proceso de deshidratación con microondas.

Deshidratación con microondas. Con el propósito de validar el modelo numérico para la segunda etapa del proceso se realizaron experimentos de deshidratación de peras frescas y osmodeshidratadas empleando un horno microondas marca BGH cuya potencia máxima es 1000 W, con una frecuencia de operación de 2450 MHz. Las mismas se colocaron dentro del horno en un soporte enrejado plástico, material transparente a la radiación y que permite la transferencia de energía y materia por ambas caras.

2.3 Determinaciones analíticas

Determinación del contenido de azúcar. El contenido de sólidos solubles ($^{\circ}$ Brix) fue medido en un refractómetro (Bellinham + Stanley Ltd.).

Determinación de humedad y pérdida de peso. Las muestras fueron pesadas al inicio y al final de cada corrida y fue determinado su contenido de agua secando en una estufa de vacío a 70°C (A.O.A.C., 2000) hasta obtener peso constante. Estas determinaciones se realizaron tanto en las muestras deshidratadas osmóticamente como para las muestras deshidratadas empleando microondas.

Determinación de temperaturas durante el secado con microondas. Las temperaturas en distintas posiciones dentro de las muestras, se midieron durante la deshidratación con sensores ópticos (Fiso Technol. Inc, Canada). Los mismos están conectados a un equipo de adquisición de datos conectado a su vez a una PC. El software permite registrar y almacenar los valores con un intervalo de 0.1 s.

Determinación de la potencia para distintas condiciones de operación. P_0 se midió por un método calorimétrico (Lin et al., 1995). La técnica consiste en el cálculo de la potencia absorbida por distintos volúmenes de agua sometidos al calentamiento, en las mismas condiciones operativas (posición, potencia y tamaño de envase) en las que se realizaron las experiencias con peras, cubriendo el rango de potencias nominales del horno MO a ser utilizadas.

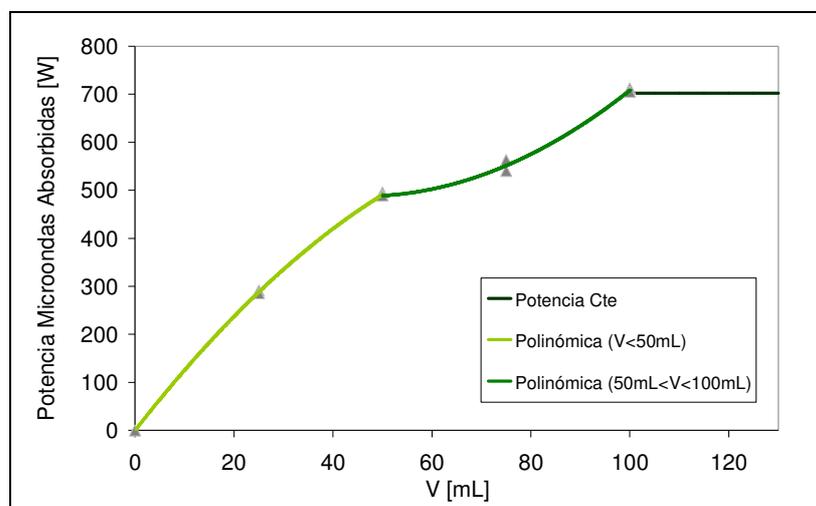


Figura 4. Potencia absorbida en relación al volumen de agua de la muestra.

Se propuso un modelo para la dependencia de la potencia con la cantidad de agua y se empleó un programa estadístico (SYSTAT 10) de regresión no lineal para estimar los parámetros del modelo y calcular la desviación. Así se obtuvo la curva de variación de la potencia con el contenido de agua de la muestra (Fig. 4).

Durante la deshidratación de las frutas se emplearon ciclos de potencia (50%). El modelo tuvo en cuenta esta operación intermitente: se consideran ciclos de 10s prendido/apagado.

3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Resolución Numérica

Modelo Deshidratación Osmótica (etapa 1). Planteando las ecuaciones para el agua ($j = w$) y para el soluto ($j = s$) se llega a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (2N ecuaciones para el agua y N ecuaciones para la sacarosa) que se resuelve a través del método de Runge Kutta de 4º orden programado en MATLAB® 7.2. (Mathworks). El dominio fue dividido en 10 elementos de volumen y fueron planteadas las Ec. (21-26) para la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias para cada volumen. Para cada incremento de tiempo se tiene:

Volumen Celular

$$\frac{d(M_{jc}^{\xi})}{dt} = \frac{d(c_j V_c^{\xi})}{dt} = f(t, c_j) \quad (21)$$

$$k_{RK1}^{\xi} = f(t, c_j^{\xi})$$

$$k_{RK2}^{\xi} = f(t + \Delta t / 2, c_j^{\xi} + k_{RK1}^{\xi} \Delta t / 2)$$

$$k_{RK3}^{\xi} = f(t + \Delta t / 2, c_j^{\xi} + k_{RK2}^{\xi} \Delta t / 2) \quad (22)$$

$$k_{RK4}^{\xi} = f(t + \Delta t, c_j^{\xi} + k_{RK3}^{\xi} \Delta t)$$

$$k_{RKT}^{\xi} = 1/6(k_{RK1}^{\xi} + 2k_{RK2}^{\xi} + 2k_{RK3}^{\xi} + k_{RK4}^{\xi})$$

$$M_{jc, t+\Delta t}^{\xi} = M_{jc, t}^{\xi} + k_{RKT}^{\xi} \cdot \Delta t \quad (23)$$

Volumen Inter celular

$$\frac{d(M_{jo}^{\xi})}{dt} = \frac{d(c_{jo} V_o^{\xi})}{dt} = g(t, c_{jo}) \quad (24)$$

$$m_{RK1}^{\xi} = g(t, c_{jo}^{\xi})$$

$$m_{RK2}^{\xi} = g(t + \Delta t / 2, c_{jo}^{\xi} + m_{RK1}^{\xi} \Delta t / 2)$$

$$m_{RK3}^{\xi} = g(t + \Delta t / 2, c_{jo}^{\xi} + m_{RK2}^{\xi} \Delta t / 2) \quad (25)$$

$$m_{RK4}^{\xi} = g(t + \Delta t, c_{jo}^{\xi} + m_{RK3}^{\xi} \Delta t)$$

$$m_{RKT}^{\xi} = 1/6(m_{RK1}^{\xi} + 2m_{RK2}^{\xi} + 2m_{RK3}^{\xi} + m_{RK4}^{\xi})$$

$$M_{jo, t+\Delta t}^{\xi} = M_{jo, t}^{\xi} + m_{RKT}^{\xi} \cdot \Delta t \quad (26)$$

donde Δt es el incremento temporal (para todas las corridas 0.1s), $f(t, c_j)$ y $g(t, c_{jo})$ corresponden

a las variaciones de la masa del componente j con respecto al tiempo, dentro de la célula y en los espacios intercelulares respectivamente.

Modelo Deshidratación por Microondas (etapas 2.1 y 2.2). Los balances de energía y de materia en la Etapa 2.1 se encuentran acoplados y dichos balances con sus condiciones de contorno conforman un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales. Por las características del sistema se empleó para la resolución el método de Diferencias Finitas Implícito Crank-Nicolson que se caracteriza por ser incondicionalmente estable y convergente. En la Etapa 2.2, el contenido de humedad fue calculado para cada paso de tiempo usando la Ec. (19).

Un método de diferencias finitas desarrollado previamente por Campanone et al. (2001) fue utilizado para resolver la transferencia de energía unidireccional. Se empleó un incremento temporal de 0.1 s y se dividió el dominio en 15 incrementos espaciales. A continuación se muestran las ecuaciones correspondientes a la discretización de los puntos interiores y la superficie para obtener los perfiles de temperatura.

$$\begin{aligned}
 T_{i+1}^{n+1} & \left(-\frac{V_i k_i^n}{2\Delta x^2} - \frac{V_i (k_{i+1}^n - k_{i-1}^n)}{8\Delta x^2} \right) + T_i^{n+1} \left(\frac{V_i \rho_i^n C p_i^n}{\Delta t} + \frac{V_i k_i^n}{\Delta x^2} \right) + \\
 & + T_{i-1}^{n+1} \left(\frac{-V_i k_i^n}{2\Delta x^2} + \frac{V_i (k_{i+1}^n - k_{i-1}^n)}{8\Delta x^2} \right) = T_{i+1}^n \left(\frac{V_i k_i^n}{2\Delta x^2} + \frac{V_i (k_{i+1}^n - k_{i-1}^n)}{8\Delta x^2} \right) + \\
 & + T_i^n \left(\frac{V_i \rho_i^n C p_i^n}{\Delta t} - \frac{V_i k_i^n}{\Delta x^2} \right) + T_{i-1}^n \left(\frac{V_i k_i^n}{2\Delta x^2} - \frac{V_i (k_{i+1}^n - k_{i-1}^n)}{8\Delta x^2} \right) + P_i
 \end{aligned} \quad (27)$$

Esta ecuación es válida para $0 < i < b$ siendo b el número de nodos en que fue dividido el dominio. V_i es el volumen de un elemento ubicado entre los nodos $(i+1/2)$ y $(i-1/2)$, mientras P_i es la potencia calculada en los mismos nodos:

$$P_i = P_o \frac{A_{mc}}{A_i} \left[e^{-2\alpha(L-(i+1/2)\Delta x)} - e^{-2\alpha(L-(i-1/2)\Delta x)} \right] \quad (28)$$

En la superficie del alimento ($i=b$), la Ec. (27) presenta dos puntos ficticios $(i+1, n)$ e $(i+1, n+1)$.

Para obtenerlos, las condiciones de borde fueron utilizadas discretizándolas; por consiguiente las siguientes ecuaciones son válidas para el borde:

$$T_{i+1}^{n,f} = T_{i-1}^n - \frac{2\Delta x}{k_i^n} h T_i^n + \frac{2\Delta x}{k_i^n} h T_a \quad (29)$$

$$T_{i+1}^{n+1,f} = T_{i-1}^{n+1} - \frac{2\Delta x}{k_i^n} h T_i^{n+1} + \frac{2\Delta x}{k_i^n} h T_a \quad (30)$$

A través de reemplazar las Ec. (29) y (30) en la expresión general Ec. (27), la ecuación de la predicción de temperatura para la superficie del alimento fue obtenida:

$$\begin{aligned}
 & T_b^{n+1} \left(\frac{V_b \rho_b^n C p_b^n}{\Delta t} + \frac{V_b k_b^n}{\Delta x^2} + \frac{2V_b h \Delta x}{k_b^n} \left(\frac{k_b^n}{2\Delta x^2} + \frac{k_{b+1}^n - k_{b-1}^n}{8\Delta x^2} \right) \right) + \\
 & + T_{b-1}^{n+1} \left(\frac{-V_b k_b^n}{\Delta x^2} \right) = T_b^n \left(\frac{V_b \rho_b^n C p_b^n}{\Delta t} - \frac{V_b k_b^n}{\Delta x^2} + \frac{2V_b h \Delta x}{k_b^n} \left(-\frac{k_b^n}{2\Delta x^2} - \frac{k_{b+1}^n - k_{b-1}^n}{8\Delta x^2} \right) \right) + \\
 & + T_{b-1}^n \left(\frac{V_b k_b^n}{\Delta x^2} \right) + \frac{2V_b h \Delta x T_a}{k_b^n} \left(\frac{k_b^n}{2\Delta x^2} + \frac{k_{b+1}^n - k_{b-1}^n}{8\Delta x^2} \right) + P_b
 \end{aligned} \tag{31}$$

Las Ec. (27), (31) y la Ec. (31) modificada para el otro borde forman un sistema de ecuaciones lineales a partir de las cuales las temperaturas interiores y superficiales fueron determinadas. El mismo procedimiento se utilizó para resolver el balance microscópico de materia.

Un esquema del algoritmo de resolución del proceso combinado se muestra en la Fig. 5. La resolución del sistema de ecuaciones para el cálculo de las temperaturas y humedad se programó en Matlab® 7.2 (Mathworks).

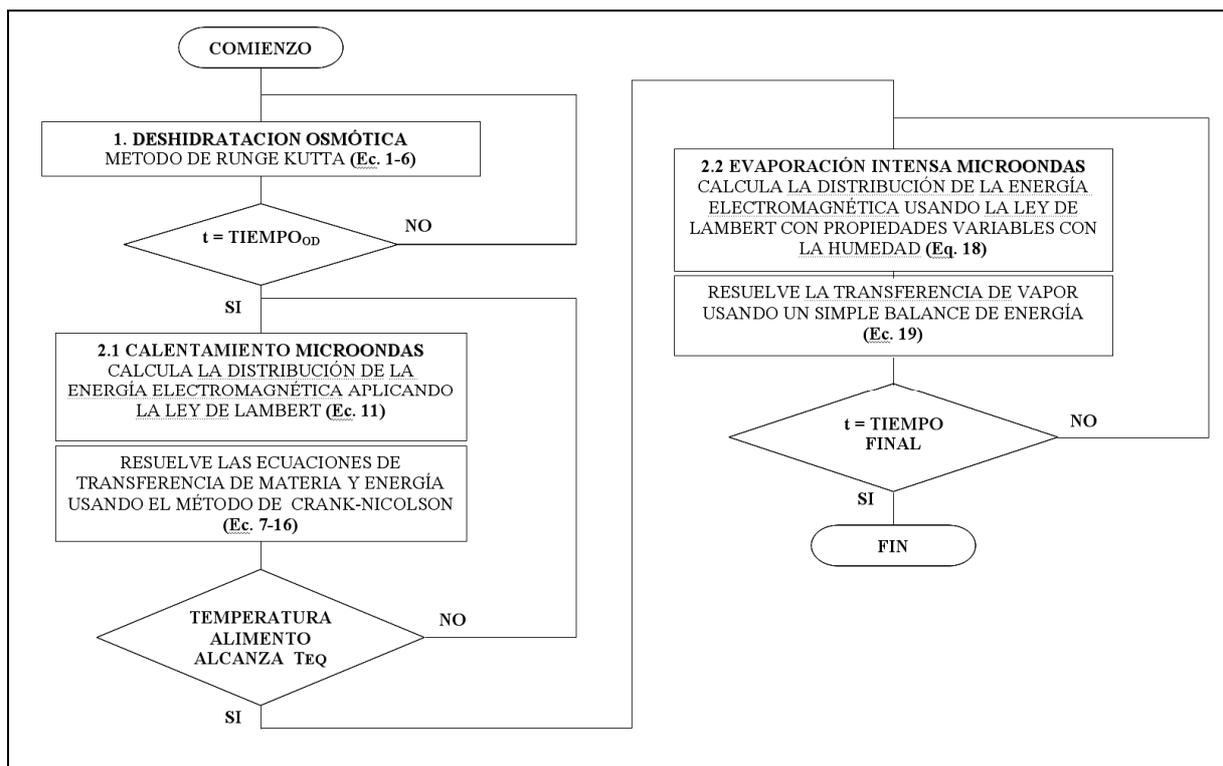


Figura 5. Diagrama de Bloques del Algoritmo para la Solución

3.2 Validación del Modelo

El modelo matemático se validó contra datos experimentales de temperatura y humedad obtenidos en nuestro laboratorio. Las propiedades físicas empleadas son informadas en la Tabla 1.

Propiedad	Pera	Pera DO
Y_0 (°Brix)	0.844/12.8	0.83/14 (20°Bx) 0.80/18 (40°Bx) 0.77/21 (60°Bx)
ρ (kg/m ³)	1000 ^a	1056.7 ^a (20°Bx) 1065.5 ^a (40°Bx) 1065.5 ^a (60°Bx)
k (W/(m°C))	0.595 ^b	0.514 ^a (20°Bx) 0.506 ^a (40°Bx) 0.500 ^a (60°Bx)
Cp (J/(kg °C))	3600 ^c	3125 ^d
ϵ' (adimensional)	$71.06-0.052T-3 \times 10^{-4}T^2$ ^e	67.3 ^f
ϵ'' (adimensional)	$20.95-0.25T+1.4 \times 10^{-3}T^2$ ^e	13.28 ^f (20°Bx) 30 ^f (40°Bx) 23 ^f (60°Bx)

Tabla 1: Propiedades térmicas, de transporte y electromagnéticas de peras

a Agnelli y col. (2005); b Sweat (1974); c Polley y col. (1980); d Tocci y Mascheroni (1996); e Sipahioglu y Barringer (2003); f valores en el rango correspondientes a frutas y soluciones azucaradas (Datta y Anatheswaran, 2001).

En la Fig. 6a se observan las predicciones numéricas y los datos experimentales de la deshidratación osmótica de peras procesadas con tres tipos de soluciones de sacarosa (20, 40 y 60°Brix). Se observa que a mayor concentración de la solución hipertónica las muestras pierden mayor cantidad de agua a igual tiempo de proceso; esto está de acuerdo con trabajos anteriores que afirman que a mayor concentración de las soluciones osmóticas mayor es la fuerza impulsora para la deshidratación lo que resulta en una mayor pérdida de agua (Conway et al., 1983; Marcotte y Le Maguer, 1991; Torregiani, 1993; Rastogi y Raghavarao, 1994; Panagiotou et al., 1998). Se obtuvo muy buena concordancia entre la solución numérica y los valores experimentales.

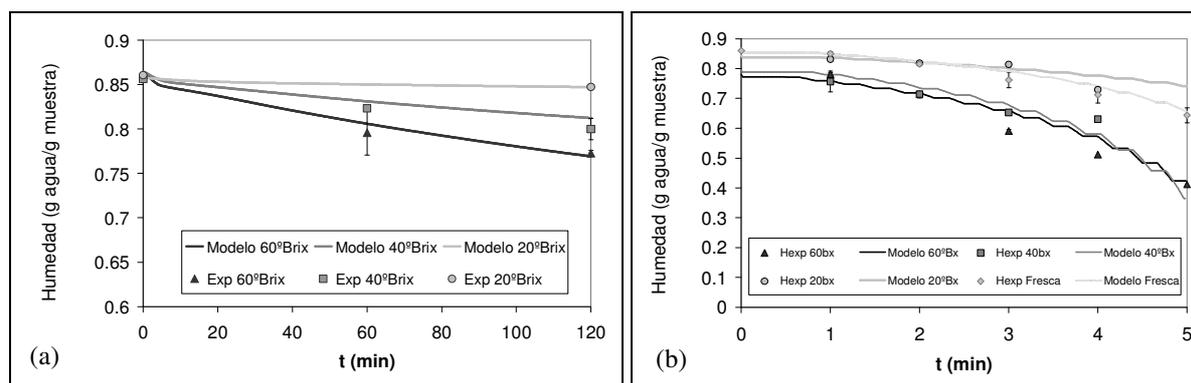


Figura 6. Valores de humedad predichos (líneas) y experimentales (símbolos) de peras osmo-deshidratadas con soluciones de 20, 40 y 60 °Brix en función del tiempo. a) Proceso de Deshidratación Osmótica b) Deshidratación con Microondas.

La Fig. 6b muestra la evolución de la humedad y los valores predichos en la segunda etapa de deshidratación (MO), donde puede apreciarse que los valores iniciales corresponden a las humedades finales del pretratamiento osmótico. En términos generales puede apreciarse que a

medida que la concentración de la solución deshidratante aumenta, la pérdida de peso en la deshidratación con microondas se incrementa en los primeros tres minutos del proceso. Observándose además que en el caso de las peras deshidratadas en sacarosa a 20°Brix aparece un efecto de disminución en la pérdida de agua en relación a lo que ocurre con peras frescas, este efecto puede ser debido a la modificación en las propiedades dieléctricas del material biológico dando como resultado una disminución en la capacidad de transformar las microondas en energía térmica. También puede apreciarse de la Fig. 6b que los pretratamientos con soluciones a 40 y 60°Brix dieron como resultado un aumento en la velocidad de deshidratación con microondas, no presentando diferencias significativas entre ellos.

En la Fig. 7a se muestran los datos experimentales de temperatura en el centro de placas de peras previamente impregnadas durante la aplicación con microondas, mientras que en las Fig. 7b y 7c se observan los valores predichos y experimentales para peras frescas y osmodeshidratadas en soluciones de 20 y 40 y 60°Brix, respectivamente. De la Fig. 7a puede observarse un mayor aumento de temperatura durante la etapa de calentamiento (Etapa 2.1) en las muestras deshidratadas previamente con soluciones de 40 y 60° Brix en relación a lo que ocurre a 20°Brix. Esto puede atribuirse al comportamiento del azúcar incorporado por la fruta durante su tratamiento previo. En trabajos de literatura (Liao, 2004, Datta y Anatheswaran, 2001) se describe el comportamiento de las propiedades dieléctricas de soluciones azucaradas en función de la temperatura. Los resultados obtenidos en dichos trabajos para soluciones de glucosa demuestran que las soluciones más concentradas tienen mayor capacidad de interacción con la radiación debido al valor de sus propiedades dieléctricas.

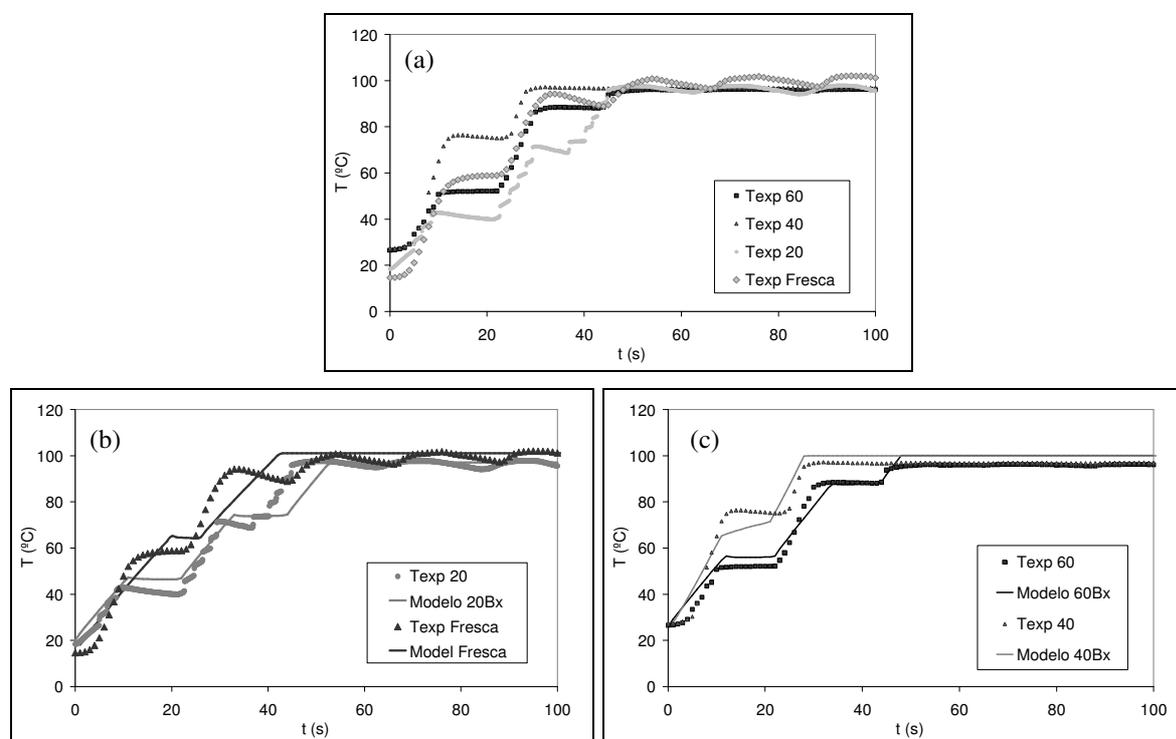


Figura 7. Evolución de la Temperatura, experimental (a) y experimental y calculada (b-c) durante la deshidratación con microondas de peras frescas y osmodeshidratadas en soluciones de sacarosa a 20, 40 y 60°Brix.

Por otro lado puede apreciarse en las Fig. 7b y 7c que el modelo numérico se adapta

correctamente a las modificaciones que ocurren en los perfiles de temperatura en la etapa de deshidratación con microondas generadas a partir de los diferentes pretratamientos aplicados (OD 20, 40 y 60°Brix) y que también puede captar el fenómeno on-off de control del horno de MO.

A partir de los resultados obtenidos se puede observar un buen ajuste de las predicciones para temperatura y humedad, realizadas por el modelo matemático desarrollado. En la tabla 2 se informan los errores relativos absolutos promedio.

El mismo puede ser empleado para la predicción de pérdida de peso en diferentes condiciones de operación.

Modelo	ERA (%)
Fresca	2.06
20°Brix	2.22
40°Brix	4.41
60°Brix	5.97

Tabla 2. Error Relativo Absoluto Promedio de los modelos predictivos.

4 CONCLUSIONES

Un modelo matemático completo y a la vez relativamente simple y fácil de utilizar ha sido desarrollado para la predicción simultánea de los perfiles de temperatura y humedad durante el proceso combinado de deshidratación osmótica y por microondas. Su principal originalidad es poder considerar el proceso inicial de DO y ligar sus resultados con la transferencia simultánea de energía y materia en la etapa de calentamiento por MO, incluyendo, además, la generación de energía interior y el efecto del control del horno.

El modelo puede ser empleado para la predicción de pérdida de peso en un amplio rango de condiciones de operación.

REFERENCIAS

Agnelli, M.E., Marani, C.M. y Mascheroni, R.H. Modelling of heat and mass transfer during (osmo) dehydrofreezing of fruits. *Journal of Food Engineering*, 69(4):415-424, 2005.

A.O.A.C. Official Methods of Analysis of the Association of Official Analytical Chemists, 17th ed., Gaithersburg, Ed. William Horwitz, 2000.

Bird, R.B., Stewart, W.E. y Lightfoot, E.N. Transport phenomena. *John Wiley and Sons*, New York, 1976.

Boldor, D., Sanders, T.H., Swartzel, K.R. y Farkas, B.E. A model for temperature and moisture distribution during continuous microwave drying. *Journal of Food Process Engineering*, 28:68-87, 2005.

Campañone, L.A. y Zaritzky, N.E. Mathematical analysis of microwave heating process. *Journal of Food Engineering*, 69(3):359-368, 2005.

Clemens, J. y Saltiel, C. Numerical modeling of materials processing in microwave furnaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39:1665-1675, 1996.

Conway, J., Castaigne, F., Picard G. y Vovan, X. Mass transfer considerations in the osmotic dehydration of apples. *Can. Inst. Food Sci. Technol. J.* 16:25-29, 1983.

Datta, A.K. y Zhang, J. Porous media approach to heat and mass transfer in solid foods. *ASAE Meeting Presentation*, 99-3068:1-33, 1999.

Datta, A.K. y Anantheswaran, R.C. Handbook of microwave technology for food

applications. *Marcel Dekker*, USA, 2001.

Dinčov, D.D., Parrott, K.A. y Pericleous, K.A. Heat and mass transfer in two-phase porous materials under intensive microwave heating. *Journal Food Engineering*, 65:403-412, 2004.

Erle, U. y Schubert, H. Combined osmotic and microwave-vacuum dehydration of apples and strawberries. *Journal of Food Engineering*, 49:193-199, 2001.

Khin, M.M., Zhou, W. y Perera, C.O. A study of the mass transfer in osmotic dehydration of coated potato cubes. *Journal of Food Engineering*, 77:84-95, 2006.

Liao, X., Raghavan, G.S.V., Dai, J. y Yaylayan, V.A. Dielectric properties of α -D-glucose aqueous solutions at 2450 MHz. *Food Research International*, 36:485-490, 2003.

Lin, Y.E., Anantheswaran, R.C. y Puri, V.M. Finite element analysis of microwave heating of solid foods. *Journal of Food Engineering*, 25:85-112, 1995.

Liu, C.M., Wang, Q.Z. y Sakai, N. Power and temperature distribution during microwave thawing, simulated by using Maxwell's equations and Lambert's law. *International Journal of Food Science and Technology*, 40:9-21, 2005.

Marcotte, M. y Le Maguer, M. Repartition of water in plant tissue subjected to osmotic processes. *Journal of Food Process Engineering*, 13:297-320, 1991.

Marcotte, M., Toupin, C.J. y Le Maguer, M. Mass transfer in cellular tissues. Part I: The mathematical model. *Journal of Food Engineering*, 13, 199-220, 1991.

Ni, H. y Datta, A.K. Moisture as related to heating uniformity in microwave processing of solids foods. *Journal of Food Process Engineering*, 22, 367-382, 2002.

Panagiotou N.M., Karathanos V.T. y Maroulis Z.B. Mass transfer modeling of the osmotic dehydration of some fruits. *Int. J. Food Sci. Technol.*, 33:267-284, 1998.

Pauli, M., Kayser, T., Adamiuk, G. y Wiesbeck, W. Modeling of mutual coupling between electromagnetic and thermal fields in microwave heating. *IEEE 2007:1983-1986*, 2007.

Polley, S.L., Snyder, O.P. y Kotnour, P. A compilation for thermal properties of foods. *Food Technology*, 34, 76-94, 1980.

Rastogi, N.K. y Raghavarao, K.S.M.S. Effect of temperature and concentration on osmotic dehydration of coconut. *Lebensmittel- Wissenschaft und Technologie*, 27:564-567, 1994.

Rastogi, N.K. y Raghavarao, K.S.M.S. Water and solute diffusion coefficients of carrot as a function of temperature and concentration during osmotic dehydration. *Journal of Food Engineering*, 34:429-440, 1997.

Sipahioglu, O. y Barringe, S.A. Dielectric properties of vegetables and fruits as a function of temperature, ash and moisture content. *Journal of Food Science*, 68(1):234-239, 2003.

Spiazzi, E.A. y Mascheroni, R.H. Mass transfer model for osmotic dehydration of fruits and vegetables. I. Development of the simulation model. *Journal of Food Engineering*, 34(4):387-410, 1997.

Spiazzi, E.A. y Mascheroni R.H. Modelo de deshidratación osmótica de alimentos vegetales. *MAT – Serie A*, 4:23-32, 2001.

Sweat, V.E. Experimental values of thermal conductivity of selected fruits and vegetables. *Journal of Food Science*, 39, 1080-1083, 1974.

Tocci, A.M. y Mascheroni, R.H. Determinación por calorimetría diferencial de barrido de la capacidad calorífica y entalpía de frutas parcialmente deshidratadas en soluciones acuosas concentradas de azúcar. En: *I Congreso Ibero-Americano de Ingeniería de Alimentos*, vol(I):411-420, 1996.

Tong C.H. y Lund D.B. Microwave heating of baked dough products with simultaneous heat and moisture transfer. *Journal of Food Engineering*, 19:319-339, 1993.

Torregiani, D. Osmotic dehydration in fruit and vegetables. *Food Research International*, 26:59-68, 1993.

Toupin, C.J., Marcotte, M. y Le Maguer, M. Osmotically induced mass transfer in plant storage tissues: a mathematical model - Part I. *Journal of Food Engineering*, 10:13-38, 1989.

Verboven, P., Datta, A.K., Anh, N.T., Scheerlinck, N. y Nicolai, B.M. Computation of airflow effects on heat and mass transfer in a microwave oven. *Journal of Food Engineering*, 59:181-190, 2003.

Yao, Z. y Le Maguer, M. Mathematical modelling and simulation of mass transfer in osmotic dehydration processes. Part I: Conceptual and mathematical models. *Journal of Food Engineering*, 29:349-360, 1996.

Zhang, M., Tang, J., Mujumdar, A.S. y Wang, S. Trends in microwave-related drying of fruits and vegetables. *Trends in Food Science and Technology*, 17:524-534, 2006.

Zhou, L., Puri, V.M., Anantheswaran, R.C. y Yeh, G. Finite element modelling of heat and mass transfer in food materials during microwave heating-model, development and validation. *Journal of Food Engineering*, 25:509-529, 1995.