

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE VIGAS SANDUÍCHE

Flávia Carolina L. Borges, Ney Roitman, Carlos Magluta

Universidade Federal do Rio de Janeiro, Laboratório de Estruturas, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Palavras-chave: estruturas offshore, parâmetros modais, viga sanduíche

Resumo. Com o avanço tecnológico da indústria na construção civil, estruturas cada vez mais esbeltas têm sido construídas. Essas estruturas, por serem mais flexíveis, apresentam frequências naturais cada vez mais baixas, tornando-se necessário o conhecimento de seu comportamento dinâmico principalmente quando as frequências de excitação se aproximam das frequências naturais da estrutura, podendo conduzir esta a níveis indesejáveis de vibrações.

Dentre as formas para reduzir essas vibrações pode-se citar a utilização de materiais viscoelásticos associados a camadas de restrição, conhecidos na literatura como "estruturas sanduíche". Uma possível aplicação para o conceito de viga sanduíche está relacionada ao controle e redução de vibrações de risers rígidos em catenária.

O principal objetivo deste trabalho é aprofundar os conhecimentos sobre o comportamento de "vigas sanduíche" visando obter informações a fim de otimizar sua eficiência. Para isto foi realizada uma análise de sensibilidade a partir de um modelo analítico desenvolvido para estimar as frequências naturais e taxas de amortecimento estrutural de uma viga sanduíche com múltiplas camadas. Inicialmente os resultados do modelo analítico são avaliados através de testes experimentais em estruturas simples realizados em laboratório. Nesta análise foram variadas as características físicas do material viscoelástico (MVE) e as espessuras das camadas de restrição e do MVE. Também é apresentada a caracterização do material viscoelástico utilizado, ou seja, a estimação do módulo de cisalhamento, G , e do fator de perda, η , que representam a energia armazenada e a energia dissipada do MVE, respectivamente.

A partir da análise de sensibilidade realizada observa-se, em certas condições, um grande acréscimo da taxa de amortecimento, o que permitiria uma redução dos níveis de vibração e um acréscimo da vida útil das estruturas, como é, por exemplo, o caso dos risers rígidos.

1. INTRODUÇÃO

Com o avanço tecnológico da indústria na construção civil, tanto em materiais quanto em técnicas construtivas, estruturas cada vez mais esbeltas têm sido construídas. Essas estruturas, por serem mais flexíveis, apresentam freqüências naturais cada vez mais baixas, tornando-se muito importante à verificação de seu comportamento dinâmico principalmente quando as freqüências de excitação se aproximam das freqüências naturais da estrutura, podendo conduzir esta a níveis de vibrações indesejáveis. Para reduzir estes níveis excessivos de vibração, distintos sistemas de controle podem ser usados para aumentar a capacidade de dissipação de energia, reduzindo as amplitudes de vibrações a níveis admissíveis e, conseqüentemente, aumentando a segurança estrutural e o conforto humano.

Dentre as formas para reduzir as vibrações pode-se citar a utilização de materiais viscoelásticos. Estes materiais podem ser utilizados em conjunto com outros tipos de sistemas ou diretamente sobre a estrutura associados ou não a camadas de restrição. Quando estes são associados a camadas de restrição são conhecidos na literatura como "estruturas sanduíche" e permitem que sejam obtidas reduções substanciais nos níveis de vibração. Cabe ressaltar que este tipo de solução vem sendo aplicado com sucesso nas indústrias de construção civil, automobilística, naval, ferroviária e aeroespacial (OLSSON, 2000, VINSON, 2005, GALLIMORE, 2008).

A Viga Sanduíche é um sistema formado por uma camada de material viscoelástico compreendido entre duas camadas de material elástico, a estrutura base e a camada de restrição, como é mostrado na figura 1.

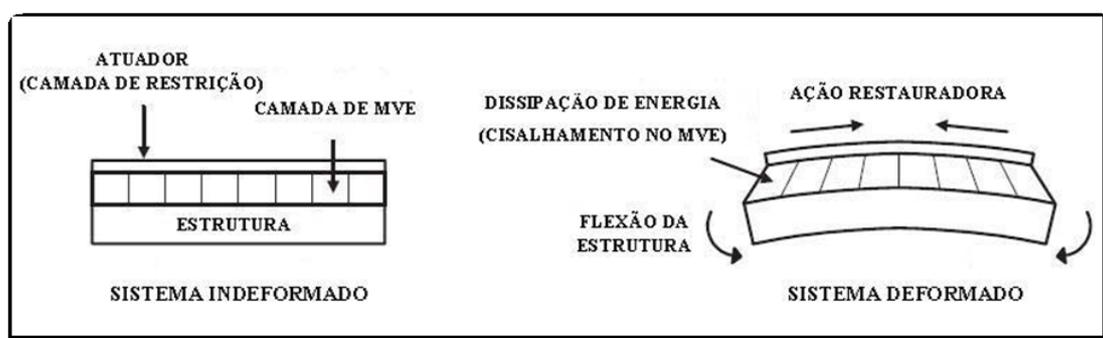


Figura 1: Esquema do sistema amortecedor do tipo viga sanduíche

De acordo com NASHIF (1985) é desejável que a camada de restrição seja tão rígida quanto possível para que seja introduzida máxima tensão cisalhante na camada visco elástica, mas que não exceda a da estrutura base. A tensão máxima é obtida quando a restrição é do mesmo tipo e geometria da estrutura base.

Uma aplicação para o conceito de viga sanduíche que vem sendo desenvolvida no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ está relacionada ao controle e redução de vibrações de *risers* rígidos (Magluta, Sclebin, Roitman, 2008). Estas estruturas são constituídas por tubos de aço e usualmente são dispostas em catenárias, tendo por objetivo conduzir o óleo ou gás entre os poços e as plataformas. Estas estruturas

estão submetidas a uma série de solicitações dinâmicas, dentre elas, pode-se destacar a que é induzida pelo despreendimento de vórtices quando a estrutura está submetida a correntes marinhas. Este tipo de solicitação leva os projetistas a tomar medidas preventivas para reduzir o processo de fadiga.

O principal objetivo deste trabalho é aprofundar os conhecimentos sobre o comportamento das "vigas sanduíche" visando obter informações a fim de otimizar sua eficiência. Para isto foram realizados uma série de testes experimentais e estudos paramétricos a fim de avaliar a influência das espessuras das camadas de restrição e viscoelástica na eficiência das vigas sanduíche. Também será mostrado como foi realizada a caracterização do material viscoelástico (MVE) utilizado, ou seja, a estimação do módulo de cisalhamento, G , e do fator de perda, η , que representam a energia armazenada e a energia dissipada do MVE, respectivamente.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Vários métodos têm sido desenvolvidos desde o final dos anos 50 para prever a resposta de sistemas dinâmicos amortecidos. Dentre eles podemos destacar os trabalhos de Ross, Kerwin e Ungar (1959), Kerwin (1959), Di Tranto (1965), Mead e Markus (1968), Barbosa (2000), Teng e Hu (2001), Bucher (2001), Castello (2004), Silva (2007), Galimore (2008).

Esta seção foi baseada na formulação apresentada por (Teng e Hu, 2001), o qual deduz a equação da rigidez flexional de um sistema de três camadas, a partir dos deslocamentos longitudinais, chegando à equação do modelo RKU.

A figura 2 mostra uma viga do tipo sanduíche, com três camadas onde a camada visco-elástica se encontra entre duas camadas elásticas. As espessuras da estrutura base, da camada visco-elástica e da camada de restrição são denotadas, respectivamente, por H_1 , H_2 e H_3 , onde D é a distância da linha neutra do sistema de três camadas à linha neutra da estrutura base.

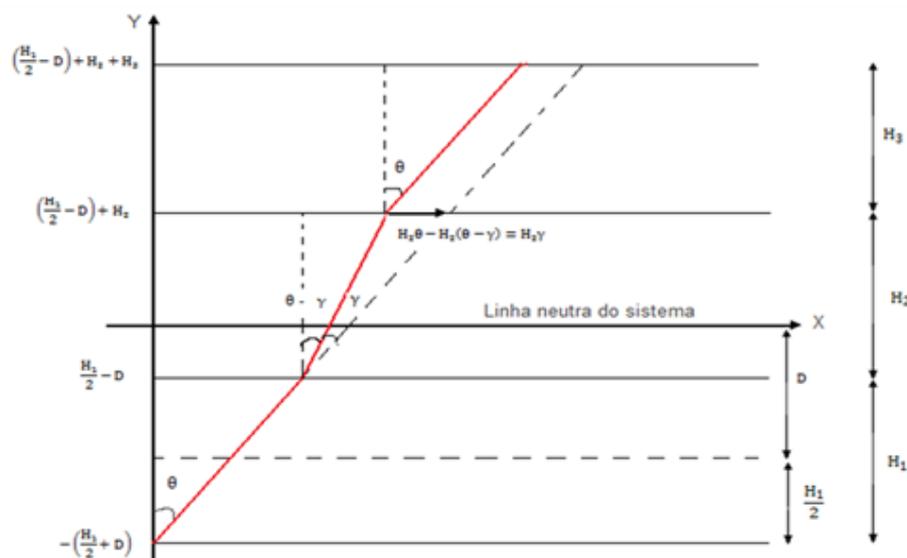


Figura 2: Deslocamentos longitudinais ao longo de cada camada

Essa análise assume que não há deslizamento entre as camadas, que a deformação por cisalhamento nas camadas elásticas é desprezível assim como a tensão longitudinal na camada visco-elástica, e que a seção plana em cada camada permanece plana após a deformação.

De acordo com (Teng e Hu, 2001), os deslocamentos longitudinais ao longo de cada camada são:

$$\begin{aligned}u_1 &= y\theta, \text{ com } y \text{ variando de } -\left(\frac{H_1}{2} + D\right) \text{ a } \left(\frac{H_1}{2} - D\right) \\u_2 &= y\theta - \left[y - \left(\frac{H_1}{2} - D\right)\right]\gamma, \text{ com } y \text{ variando de } -\left(\frac{H_1}{2} + D\right) \text{ a } \left(\frac{H_1}{2} - D\right) \\u_3 &= y\theta - H_2\gamma, \text{ com } y \text{ variando de } \left(\frac{H_1}{2} - D\right) + H_2 \text{ a } \left(\frac{H_1}{2} - D\right) + H_2 + H_3\end{aligned}$$

onde θ é o ângulo de rotação e γ é a distorção devido ao cisalhamento.

As deformações longitudinais são:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{\partial u_1}{\partial x} = y \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\partial u_2}{\partial x} = y \frac{\partial \theta}{\partial x} - \left[y - \left(\frac{H_1}{2} - D\right)\right] \frac{\partial \gamma}{\partial x} \\ \varepsilon_3 &= \frac{\partial u_3}{\partial x} = y \frac{\partial \theta}{\partial x} + H_2 \frac{\partial \gamma}{\partial x}\end{aligned}$$

A partir da Lei de Hook obtêm-se as tensões normais:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= E_1 \varepsilon_1 = E_1 y \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \sigma_2 &= E_2 \varepsilon_2 = E_2 y \frac{\partial \theta}{\partial x} - E_2 \left[y - \left(\frac{H_1}{2} - D\right)\right] \frac{\partial \gamma}{\partial x} \\ \sigma_3 &= E_3 \varepsilon_3 = E_3 y \frac{\partial \theta}{\partial x} - E_3 H_2 \frac{\partial \gamma}{\partial x}\end{aligned}$$

onde $E_i, i = 1, 2, 3$, é o módulo de elasticidade do material da estrutura base, do MVE e do material da camada de restrição.

Devido ao carregamento externo, a viga vibra transversalmente. Assim, considerando espessura unitária, o equilíbrio de forças na seção transversal é obtido por:

$$F = F_1 + F_2 + F_3 = \int_{-\left(\frac{H_1}{2} + D\right)}^{\left(\frac{H_1}{2} - D\right)} \sigma_1 dy + \int_{\left(\frac{H_1}{2} - D\right)}^{\left(\frac{H_1}{2} - D\right) + H_2} \sigma_2 dy + \int_{\left(\frac{H_1}{2} - D\right) + H_2}^{\left(\frac{H_1}{2} - D\right) + H_2 + H_3} \sigma_3 dy = 0.$$

Resolvendo cada uma das parcelas tem-se que:

$$\int_{-\left(\frac{H_1}{2}+D\right)}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)} \sigma_1 dy = -K_1 D \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

$$\int_{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2} \sigma_2 dy = K_2(H_{21} - D) \frac{\partial \theta}{\partial x} - K_2(H_{21} - D) \frac{\partial \gamma}{\partial x} + K_2 \left(\frac{H_1}{2} - D\right) \frac{\partial \gamma}{\partial x}$$

$$\int_{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2+H_3} \sigma_3 dy = K_3(H_{31} - D) \frac{\partial \theta}{\partial x} - K_3 H_2 \frac{\partial \gamma}{\partial x}$$

onde $K_1 = E_1 H_1$

$$K_2 = E_2 H_2$$

$$K_3 = E_3 H_3$$

$$H_{21} = \frac{H_1 + H_2}{2}$$

$$H_{31} = \frac{H_1 + 2H_2 + H_3}{2}$$

Portanto,

$$K_1 D \frac{\partial \theta}{\partial x} + K_2(H_{21} - D) \frac{\partial \theta}{\partial x} - K_2(H_{21} - D) \frac{\partial \gamma}{\partial x} + K_2 \left(\frac{H_1}{2} - D\right) \frac{\partial \gamma}{\partial x} + K_3(H_{31} - D) \frac{\partial \theta}{\partial x} - K_3 H_2 \frac{\partial \gamma}{\partial x} = 0.$$

Assim,

$$D = \frac{K_2 H_{21} + K_3 H_{31} - \left(\frac{K_2}{2} + K_3\right) H_2 \frac{\partial \gamma}{\partial \theta}}{K_1 + K_2 + K_3}.$$

Como não há deslizamento entre as camadas, as tensões cisalhantes entre as camadas 2 e 3, e 2 e 1 podem ser expressas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned}
 F_3 &= \int_{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2+H_3} \sigma_3 \, dy \therefore \frac{\partial F_3}{\partial x} = \int_{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2+H_3} \frac{\partial \sigma_3}{\partial x} \, dy \\
 \Rightarrow \tau_{23} &= -\frac{\partial F_3}{\partial x} = - \int_{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2+H_3} \frac{\partial \sigma_3}{\partial x} \, dy = K_3(H_{31} - D) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - K_3 H_2 \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} \\
 F_1 &= \int_{-\left(\frac{H_1}{2}+D\right)}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)} \sigma_1 \, dy \therefore \frac{\partial F_1}{\partial x} = \int_{-\left(\frac{H_1}{2}+D\right)}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)} \frac{\partial \sigma_1}{\partial x} \, dy \\
 \Rightarrow \tau_{21} &= \frac{\partial F_1}{\partial x} = \int_{-\left(\frac{H_1}{2}+D\right)}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)} \frac{\partial \sigma_1}{\partial x} \, dy = -K_1 D \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}
 \end{aligned}$$

Quando a tensão normal na camada visco-elástica é desprezada, a tensão cisalhante se aproxima a uma das anteriores.

A distorção γ pode ser expressa por:

$$\gamma = \frac{\tau_{21}}{G} = -\frac{K_1 D}{G} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \therefore \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = -\frac{G\gamma}{K_1 D}$$

Se a vibração for harmônica, pode-se escrever $\gamma = \gamma_0 e^{ipx}$ e $\theta = \theta_0 e^{ipx}$. Assim,

$$\frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} = -p^2 \gamma \text{ e } \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = -p^2 \theta.$$

Portanto,

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} = \frac{\frac{\partial \gamma}{\partial x}}{\frac{\partial \theta}{\partial x}} = \frac{ip\gamma}{ip\theta} = \frac{ip\gamma}{ip\theta} \frac{ip}{ip} = \frac{ip\gamma}{-p^2\theta} = \frac{ip\gamma}{\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \frac{1}{ip}} = \frac{-p^2\gamma}{-\frac{G\gamma}{K_1 D}} = \frac{p^2 K_1 D}{G}.$$

Assim, reescrevendo, tem-se:

$$D = \frac{K_2 H_{21} + K_3 H_{31} - \left(\frac{K_2}{2} + K_3\right) H_2 \frac{p^2 K_1 D}{G}}{K_1 + K_2 + K_3}$$

$$\therefore D = \frac{K_2 H_{21} + K_3 H_{31}}{K_1 + K_2 + K_3 + \left(\frac{K_2}{2} + K_3\right) H_2 \frac{p^2 K_1}{G}}$$

O momento fletor é dado por:

$$M = \int_{-\left(\frac{H_1}{2}+D\right)}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)} \sigma_1 y \, dy + \int_{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2} \sigma_2 y \, dy + \int_{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2+H_3} \sigma_3 y \, dy = B \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

onde B é a rigidez flexional do sistema de três camadas.

Resolvendo cada uma das parcelas tem-se que:

$$\int_{-\left(\frac{H_1}{2}+D\right)}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)} \sigma_1 y \, dy = (B_1 + K_1 D^2) \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

$$\int_{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2} \sigma_2 y \, dy = [B_2 + K_2 (H_{21} - D)^2] \frac{\partial \theta}{\partial x} - K_2 \left[\frac{H_2}{12} + \frac{1}{2} (H_{21} - D) \right] H_2 \frac{\partial \gamma}{\partial x}$$

$$\int_{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2}^{\left(\frac{H_1}{2}-D\right)+H_2+H_3} \sigma_3 y \, dy = [B_3 + K_3 (H_{31} - D)^2] \frac{\partial \theta}{\partial x} - K_3 (H_{31} - D) H_2 \frac{\partial \gamma}{\partial x}$$

onde $B_1 = E_1 \frac{H_1^3}{12}$, $B_2 = E_2 \frac{H_2^3}{12}$, $B_3 = E_3 \frac{H_3^3}{12}$.

Assim, tem-se que:

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + K_1 D^2 + K_2 (H_{21} - D)^2 + K_3 (H_{31} - D)^2 - \left[\frac{K_2 H_2}{12} + \frac{K_2}{2} (H_{21} - D) + K_3 (H_{31} - D) \right] \left(\frac{H_{31} - D}{1 + g} \right),$$

onde, $g = \frac{G}{H_2 K_3 p^2}$.

Para incorporar as parcelas de amortecimento na equação da rigidez flexional, é necessário substituir o cada termo a seguir pelo módulo complexo, isto é,

$$\begin{aligned} G &\rightarrow G(1 + i\eta_2) \\ E_1 &\rightarrow E_1(1 + i\eta_1) \\ E_2 &\rightarrow E_2(1 + i\eta_2) \\ E_3 &\rightarrow E_3(1 + i\eta_3) \\ B &\rightarrow B(1 + i\eta), \end{aligned}$$

onde η , é o fator de perda associado ao material visco-elástico (Nashif, 1985).

Portanto, B passa a ser uma grandeza complexa e para que a equação da rigidez flexional seja solucionada basta igualar as partes real e imaginária, obtendo então as expressões de η e B. A freqüência natural é estimada utilizando-se a parcela real de B, enquanto o fator de perda η é estimado pela razão entre as parcelas imaginária e real de B.

Assim, freqüência natural ω e a taxa de amortecimento ξ da viga sanduíche podem ser determinadas a partir de:

$$\begin{aligned} \omega_n &= \frac{a_n^2}{L^2} \sqrt{\frac{\text{Re}(B)}{m}}, \\ \eta &= \frac{\text{Im}(B)}{\text{Re}(B)}, \\ \xi &= \frac{\eta}{2} \end{aligned}$$

onde n é o modo desejado, L é o comprimento da viga, m é a massa total do conjunto, e a_n são os coeficientes associados às condições de contorno de cada tipo de viga.

3. ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Foi utilizada como estrutura base uma viga de alumino com espessura de 16,1 mm e comprimento de 1140 mm, com uma extremidade engastada e outra livre. O MVE possui 1.9 mm de espessura e a camada de restrição, também de alumínio, possui o comprimento da lâmina e espessura de 3.17 mm.

A figura 3.1 apresenta uma vista da viga sanduíche e dos sensores de deslocamento sem contato utilizados para medir a resposta da estrutura. Estes sensores, do tipo indutivo, foram fixados em um perfil rígido posicionados nos ventres do 6º, 5º e 4º modos, já que, de acordo com estudo prévio, nestas locações seria possível captar as freqüências naturais e as taxas de amortecimento até o 6º modo de vibração. A estrutura foi excitada através de impactos impostos no ventre do 6º modo.



Figura 3.1: Viga sanduíche

O método utilizado para a análise dos resultados foi o STFT (Short Time Fourier Transform), desenvolvida por (Bucher, 2001).

A figura 3.2 mostra a resposta típica de um sensor de deslocamento no domínio do tempo, enquanto as figuras 3.3 e 3.4 ilustram o espectro da resposta e crista da transformada tempo-freqüência (utilizada para estimar a taxa de amortecimento associada), na freqüência natural do 1º modo de vibração.

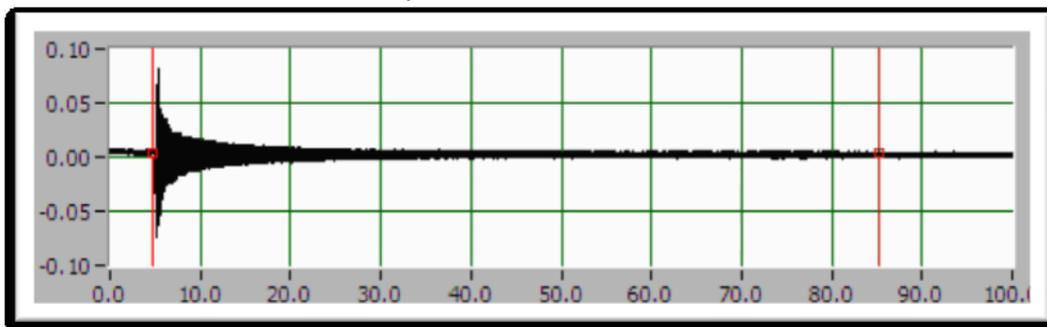


Figura 3.2: Resposta da estrutura no domínio do tempo

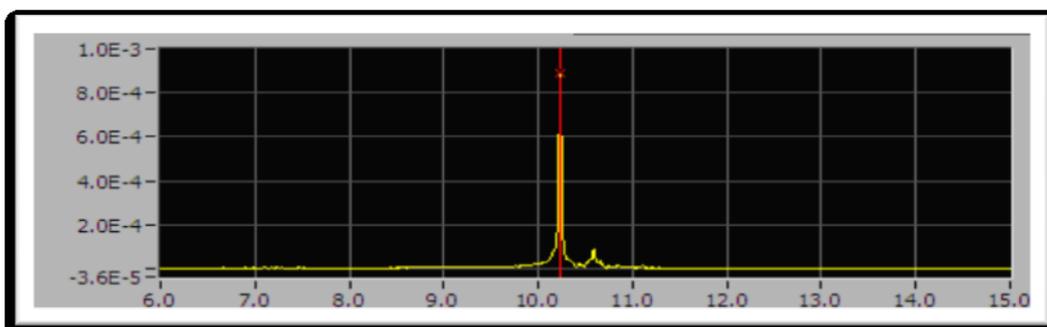


Figura 3.3: FRF

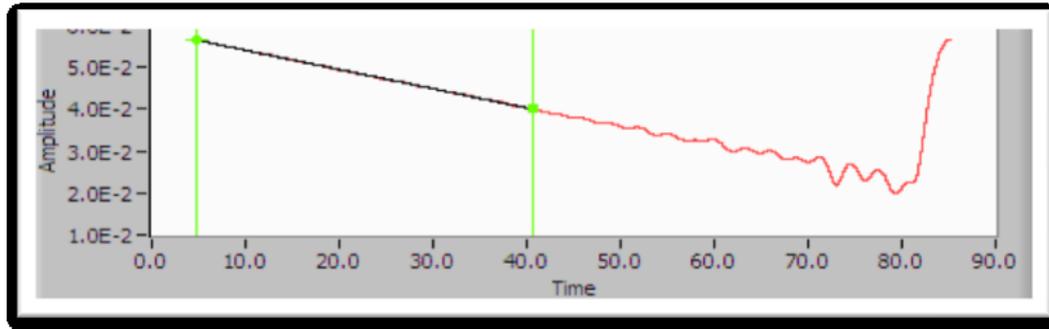


Figura 3.4: Transformada tempo- frequência

Os resultados obtidos experimentalmente para o 1º e para o 2º modos de vibração são apresentados na tabela 1. Deve-se destacar que após cada teste, a viga sanduíche foi desmontada e montada novamente a fim de verificar a repetibilidade dos testes. Os parâmetros modais experimentais apresentados na tabela 1 são os valores estatísticos obtidos a partir de cada montagem e de cada sensor, perfazendo assim um total de nove valores para cada modo.

modos	Freq. Nat. (Hz)		Tx. Amort. (%)	
	média	desvio	média	desvio
1º	11.3	0.02	5	0.11
2º	63.4	0.17	4.9	0.19

Tabela 1- Freqüências naturais e taxas de amortecimento experimentais para 1º e 2º modos de vibração

4. CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL VISCOELÁSTICO E CORRELAÇÃO TEÓRICA E EXPERIMENTAL

Uma das formas mais usuais para descrever o comportamento reológico de materiais viscoelásticos é a representação em forma complexa. O módulo cisalhante complexo pode ser expresso através da seguinte equação:

$$G^* = G + i\eta G.$$

Nesta equação a parte real representa a rigidez do material viscoelástico, a qual é a energia estocada, e a parte imaginária dividida pela parte real representa o fator de perda, que é a razão entre a energia dissipada por radiano e a energia estocada. A caracterização experimental dos materiais viscoelásticos pode ser dada através de suas propriedades – módulo cisalhante, G , e, fator de perda, η , que podem variar com a freqüência.

O método utilizado para a caracterização do MVE foi o Método Direto (Faísca, 1998), cuja denominação se deve ao fato de tanto a força aplicada quanto a resposta de o sistema serem medidos diretamente.

A formulação matemática do Método Direto pode ser encontrada na dissertação de FAÍSCA (1998).

A figura 4.1 apresenta a instrumentação desenvolvida para a aplicação do Método Direto e suas características.

A montagem é composta por duas cantoneiras de alumínio rígidas ligadas a uma caixa de alumínio, também rígida, através do material amortecedor. Esta montagem permite variar a área de contato do material amortecedor.

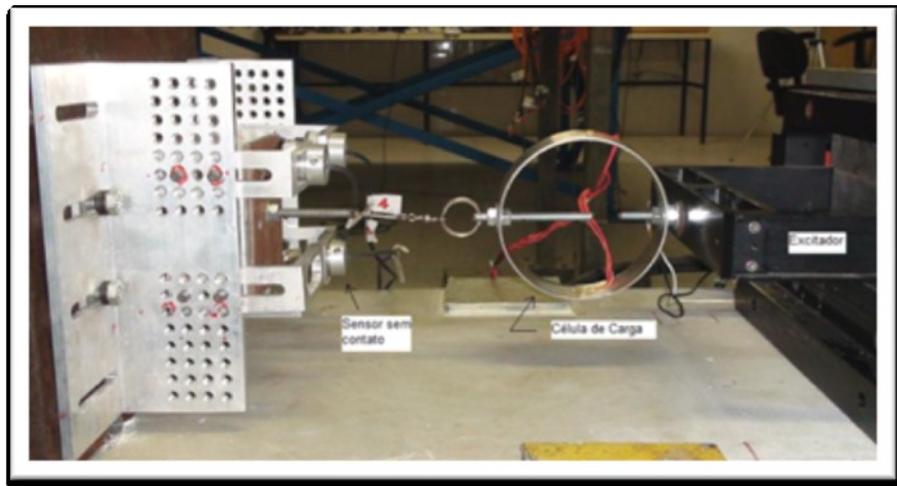


Figura 4.1: Aparato experimental utilizado no Método Direto

A área do material viscoelástico que une a caixa às cantoneiras também foi projetada visando otimizar a obtenção do módulo cisalhante, G , e do fator de perda, η . Isto foi realizado de forma a aumentar a magnitude da função de transferência, H_{xf} . Foram fixados oito pedaços de material viscoelástico VHB 4955 cada um com dimensões de 19 mm, 20 mm e 2 mm (comp., larg., esp.), sendo colocado quatro de cada lado, conforme mostrado na figura 4.2.

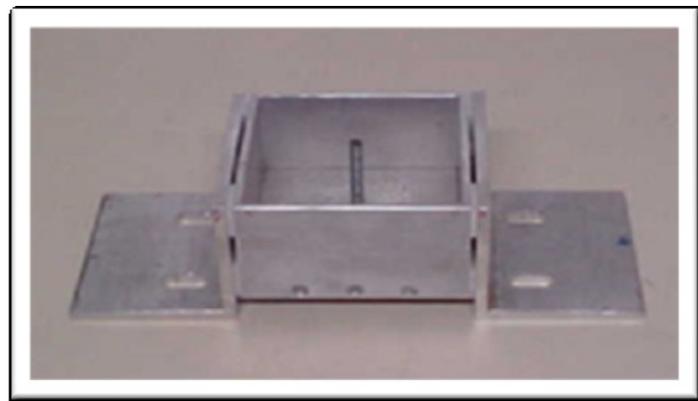


Figura 4.2: Vista da caixa de alumínio com material viscoelástico e cantoneiras (Silva, 2007)

Durante o ensaio, um excitador eletromagnético de grande curso (9,15 cm pico a pico) impõe deslocamentos às cantoneiras através de funções harmônicas ou ruído branco. Para a medição dos deslocamentos relativos entre as cantoneiras e a caixa de alumínio (deslocamento sofrido pelo MVE) foram utilizados quatro sensores indutivos sem contato, um em cada extremidade da caixa. Uma célula de carga foi fixada na tampa da caixa de alumínio para medir a força.

Depois de condicionados e filtrados, os sinais no domínio do tempo dos sensores são transformados para o domínio da frequência através de um analisador de espectro. Esse analisador estima a função de transferência entre a força e os deslocamentos medidos tornando possível a determinação da rigidez complexa. A figura 4.3 mostra um esquema dos equipamentos utilizados.

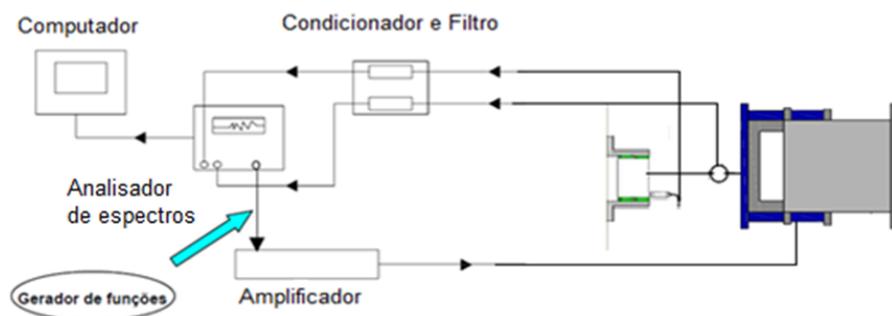


Figura 4.3: Esquema de montagem do Método Direto

O módulo de cisalhamento e o fator de perda são determinados a partir da rigidez complexa (Faísca, 1998, Silva, 2007)

$$K(\omega) = H_{xf}(\omega) + m \cdot \omega^2$$

onde m é a massa da caixa de alumínio, ω é a frequência angular obtida experimentalmente e $H_{xf}(\omega)$ é a função de transferência entre força e deslocamento medidos.

Como $H_{xf}(\omega)$ é uma função complexa, esta pode ser escrita na forma $H_{xf}(\omega) = a + bi$ onde $a = |H_{xf}| \cdot \cos \theta$ e $b = |H_{xf}| \cdot \sen \theta$.

O módulo de cisalhamento pode ser obtido por

$$G(\omega) = \frac{K(\omega) \cdot h}{2 \cdot d \cdot l}$$

onde $K(\omega)$ é a rigidez complexa, h a espessura do MVE, d a largura e l a soma dos comprimentos dos pedaços de MVE em cada lado da caixa. A constante "2" considera o fato de existir MVE em cada lado da caixa.

Assim, tem-se

$$G(\omega)_{Real} = \frac{[a + m\omega^2] \cdot h}{2 \cdot d \cdot l}$$

$$G(\omega)_{Imag} = \frac{b \cdot h}{2 \cdot d \cdot l}$$

Portanto,

$$G(\omega) = \sqrt{G(\omega)_{Real}^2 + G(\omega)_{Imag}^2}$$

$$\eta(\omega) = \frac{G(\omega)_{Imag}}{G(\omega)_{Real}}$$

Inicialmente foi realizada uma excitação do sistema na faixa de operação do excitador (0 a 100 Hz), porém verificaram-se flutuações do excitador para frequências superiores a 20 Hz, e por esta razão somente foi possível realizar a caracterização do MVE, por este método, até 20 Hz.

Os resultados obtidos para o módulo de cisalhamento e para o fator de perda na faixa de frequência de 0 a 20 Hz, para excitação harmônica e do tipo ruído branco são mostrados nas Figuras 4.4 e 4.5, respectivamente.

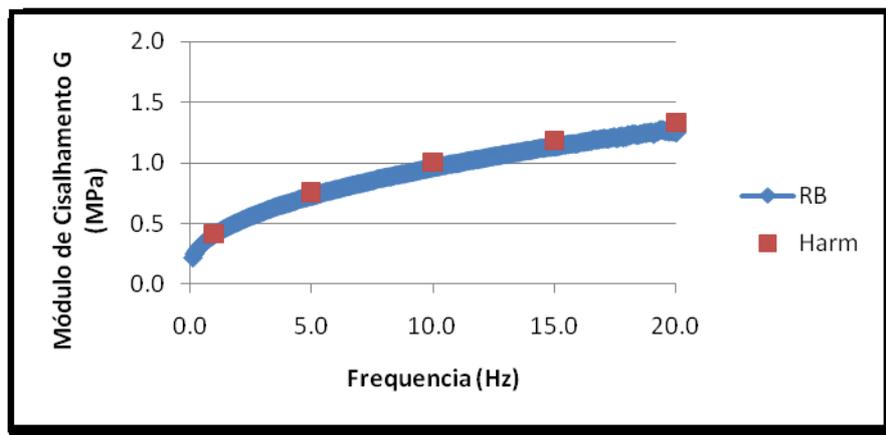


Figura 4.4: Módulo de cisalhamento do MVE submetido à vibração harmônica e do tipo ruído branco

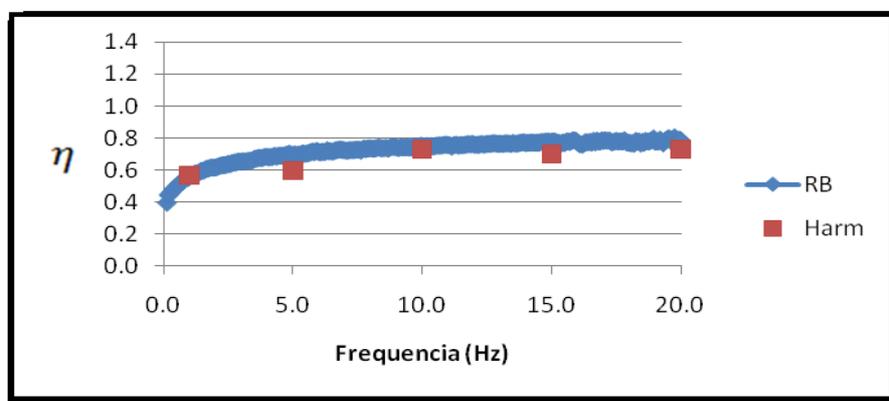


Figura 4.5: Fator de perda do MVE submetido à vibração harmônica e do tipo ruído branco

Observando-se as figuras 4.4 e 4.5 nota-se que os resultados obtidos com a excitação harmônica e do tipo ruído branco são muito próximos, indicando que os dois tipos de excitação podem ser utilizados. Deve-se ressaltar, no entanto, que a execução do teste com excitação do tipo ruído branco é bem mais rápida.

Cabe ser comentado que há a expectativa da temperatura ter se mantido constante, mas que esta não foi controlada apesar do ambiente durante os testes ser sempre refrigerado.

Para que a caracterização pudesse ser estendida até o 2º modo de vibração, como processo alternativo foi realizado um estudo paramétrico, utilizando-se a rigidez flexional para o sistema de três camadas, variando-se os parâmetros G e η de forma que a frequência natural e a taxa de amortecimento calculadas fossem o mais próximo possível das estimadas experimentalmente.

Neste procedimento, foram utilizados como dados de entrada, as frequências naturais e das taxas de amortecimento estimados para cada um dos modos de vibração. A fim de aumentar o número de dados na análise e de levar em consideração a dispersão verificada nos ensaios experimentais, além dos valores médios dos parâmetros de entrada foram utilizadas uma combinação destes com os seus respectivos desvios padrão. Os resultados destas análises são apresentados nos gráficos das figuras 4.6 e 4.7. Nestes gráficos são apresentados no eixo das abscissas a frequência média de cada modo de vibração e no eixo das ordenadas o parâmetro médio obtido e o parâmetro médio mais e menos um desvio padrão.

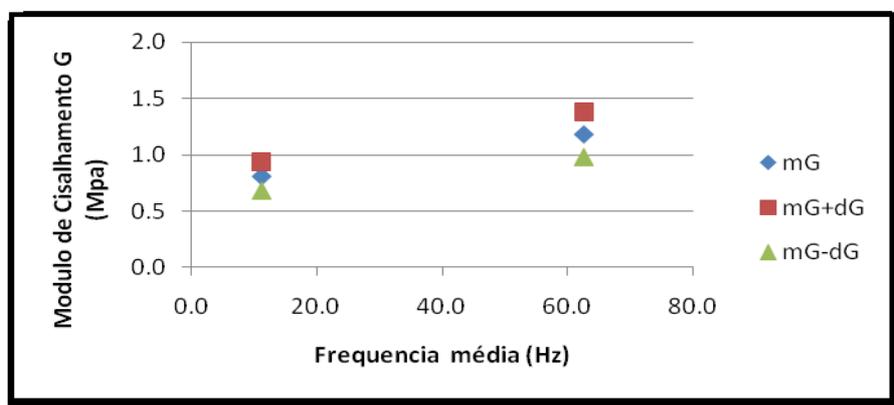


Figura 4.6: Módulo de Cisalhamento versus Frequência

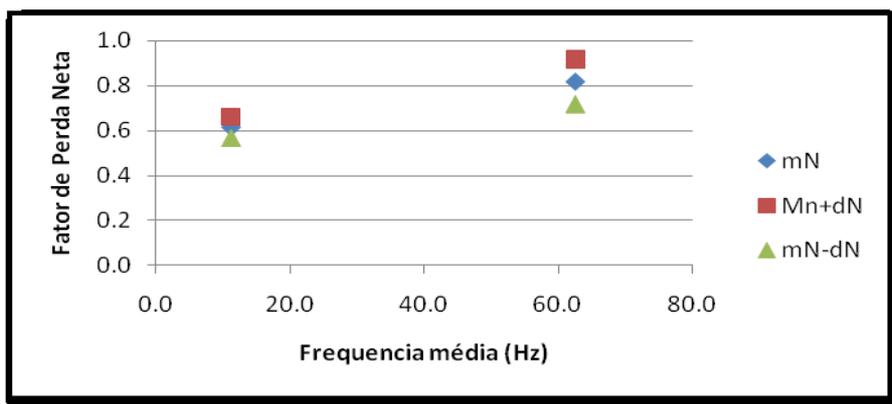


Figura 4.7: Fator de Perda versus Frequência

Essa metodologia só obtém G e η para as frequências naturais da viga. Nas figuras 4.8 e 4.9 são apresentados, respectivamente, os resultados para G e η versus frequência obtida através dos ensaios de ruído branco (RB) e com a metodologia desenvolvida (Ajuste). Nestas figuras também são apresentadas as curvas polinomiais do 3º grau ajustados aos pontos obtidos pelos dois métodos. Para esta análise foram considerados apenas alguns pontos obtidos do teste com excitação do tipo ruído branco a fim de que não fosse gerada nenhuma tendência na curva e os dois primeiros modos de vibração devido à dispersão observada nos resultados.

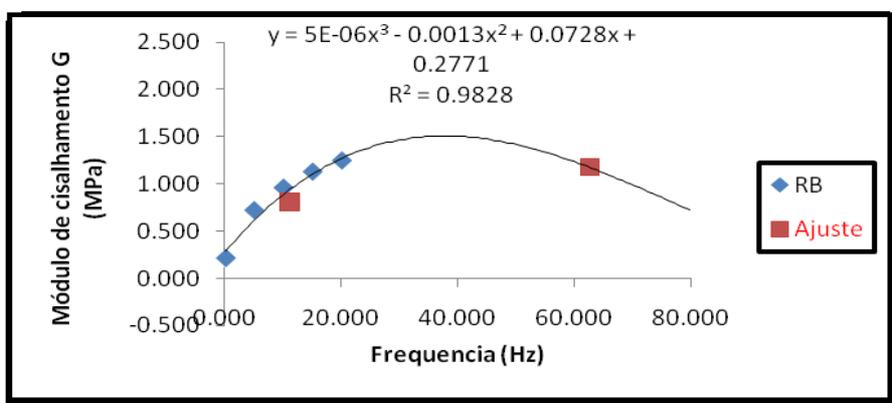


Figura 4.8: Função polinomial do 3º grau ajustada para G

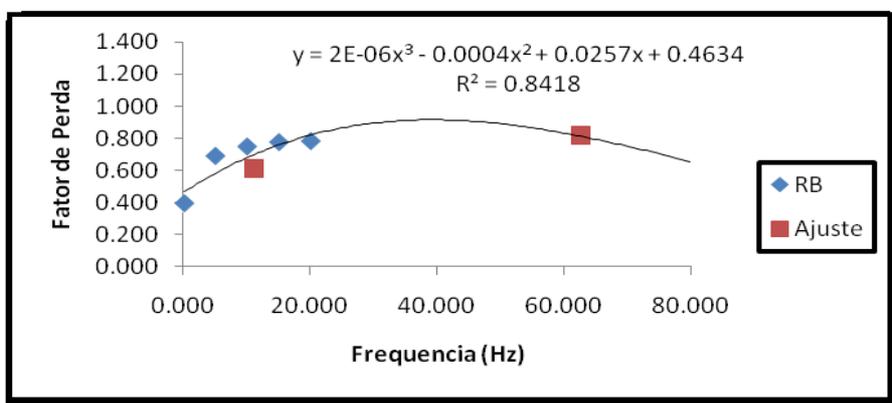


Figura 4.9: Função polinomial do 3º grau ajustada para η

Os resultados obtidos experimentalmente para o 1º e para o 2º modos de vibração são apresentados nas tabelas 2 e 3, as quais também mostram os resultados teóricos.

A partir da caracterização do MVE e da equação da rigidez flexional para sistema de três camadas, foi possível estimar frequência natural e taxa de amortecimento teóricos desse sistema, como é mostrado nas tabelas a seguir.

	Experimental		Teórico	Erro
	média	desvio		
Freq. Nat (Hz)	11.3	0.02	11.5	1.7%
Tx. Amort. (%)	5.0	0.11	5.1	2.9%

Tabela 2- Comparação entre resultados experimentais e teóricos – 1º modo de vibração

	Experimental		Teórico	Erro
	média	desvio		
Freq. Nat (Hz)	63.4	0.17	63.1	0.4
Tx. Amort. (%)	4.9	0.19	5.4	9.3

Tabela 3- Comparação entre resultados experimentais e teóricos – 2º modo de vibração

Pode-se observar nas tabelas 2 e 3 a excelente correlação obtida entre os resultados experimentais e teóricos, indicando que o modelo teórico representa bem a situação real, assim como os valores obtidos a partir da caracterização.

5. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Neste capítulo serão mostrados resultados de uma análise paramétrica, obtidos a partir do modelo analítico calibrado com os resultados experimentais, onde são variadas as características físicas do material viscoelástico e as espessuras das camadas de restrição e do material viscoelástico, para os dois primeiros modos de vibração da viga sanduíche, com uma camada de material viscoelástico e uma de restrição engastada.

5.1. Primeiro Modo de Vibração

A partir do modelo teórico foi realizado um estudo paramétrico a fim de verificar o comportamento da viga sanduíche. Para este estudo foi verificado como a frequência natural e a taxa de amortecimento do 1º modo de vibração da estrutura sanduíche se comporta em função das espessuras das camadas de restrição e do material viscoelástico, bem como de suas características, isto é, do módulo de cisalhamento e do fator de perda.

A frequência natural média encontrada experimentalmente para a estrutura base foi de 10.25 Hz, e a taxa de amortecimento de 0.05%. O módulo de cisalhamento do material viscoelástico, G , obtido experimentalmente para a frequência natural do 1º modo de vibração foi 0,96 MPa e o fator de perda, η , 0.72.

Nas figuras 5.1 a 5.4 a razão entre a espessura da camada de restrição e da estrutura base encontra-se no eixo das abscissas. Nas figuras 5.1 e 5.2, o eixo vertical apresenta a razão entre a frequência natural da viga sanduíche (S1) e da estrutura base (EB), enquanto nas figuras 5.3 e 5.4 este eixo mostra essa mesma razão para as taxas de amortecimento. As figuras 5.1 a 5.4 são apresentadas para diferentes módulos de cisalhamento e fatores de perda. Deve-se destacar que os valores das abscissas superiores ao valor um representam que a camada de restrição possui uma espessura maior do que a da estrutura principal. Estes valores foram utilizados somente para facilitar uma melhor visualização das tendências obtidas, mas na prática estes não têm sentido em serem utilizados.

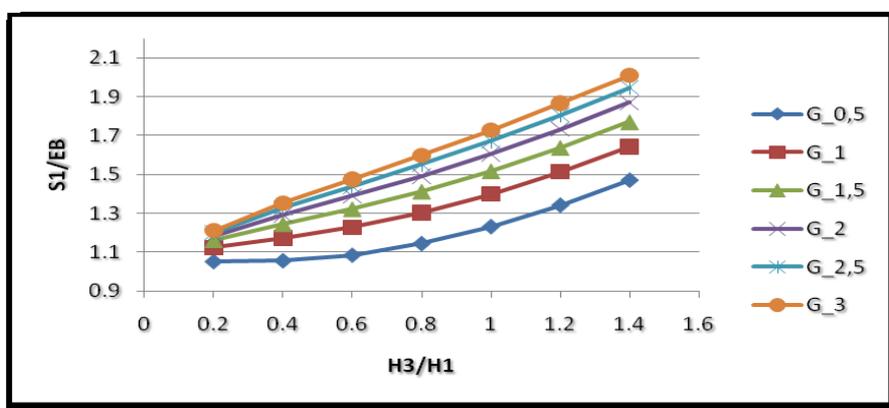


Figura 5.1: Variação da frequência natural do 1º modo de vibração com H_3 e com G

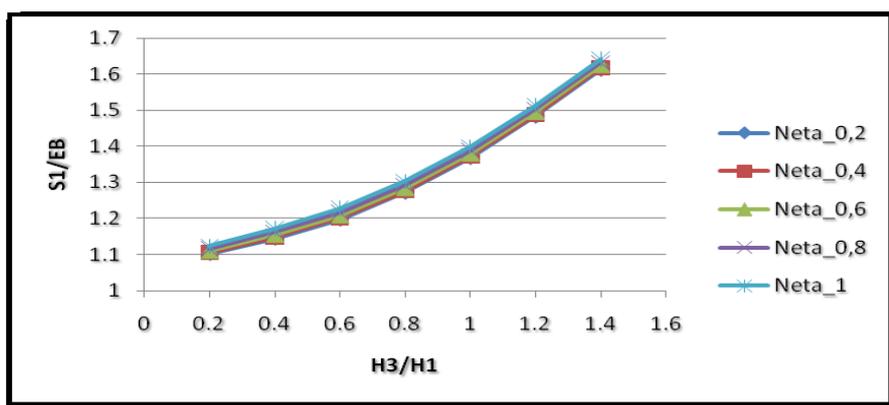


Figura 5.2: Variação da frequência natural do 1º modo de vibração com H_3 e com η

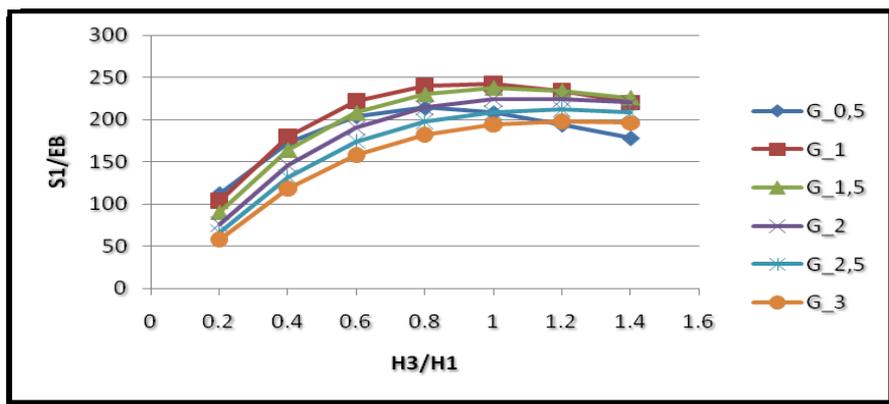


Figura 5.3: Variação da taxa de amortecimento do 1º modo de vibração com H_3 e G

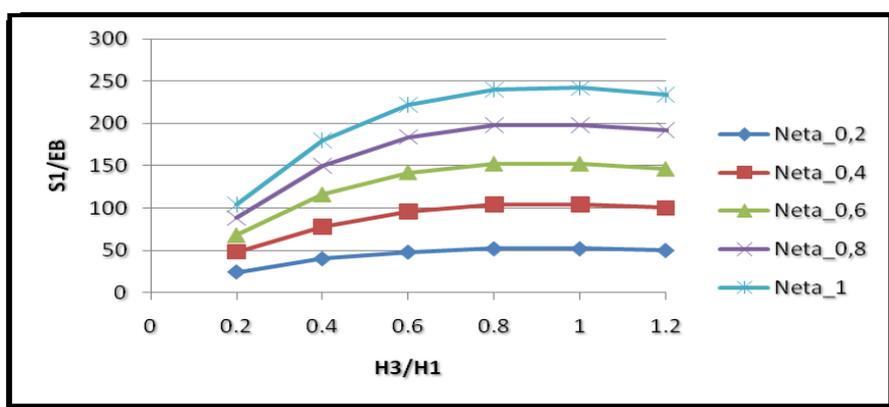


Figura 5.4: Variação da taxa de amortecimento do 1º modo de vibração com H_3 e η

Pode-se observar nas figuras 5.1 e 5.2 que a frequência natural aumenta com o acréscimo da espessura da camada de restrição e com o aumento, tanto do módulo de cisalhamento, quanto do fator de perda.

A taxa de amortecimento também aumenta com o acréscimo da camada de restrição apresentando neste caso seu máximo quando os valores de H_3 e H_1 são iguais. Este máximo surge em função da simetria, já que valores de H_3 superiores a H_1 representaria uma inversão de papéis, isto é, a estrutura de base passaria a ter a espessura de H_3 enquanto a camada de restrição possuiria a espessura H_1 devido ao fato de que ambas estão fixadas a base.

Os gráficos das figuras 5.5 a 5.8 apresentam no eixo das abscissas a razão entre as espessuras da camada viscoelástica e da estrutura base, e os eixos das ordenadas são iguais aos das figuras 5.1 a 5.4.

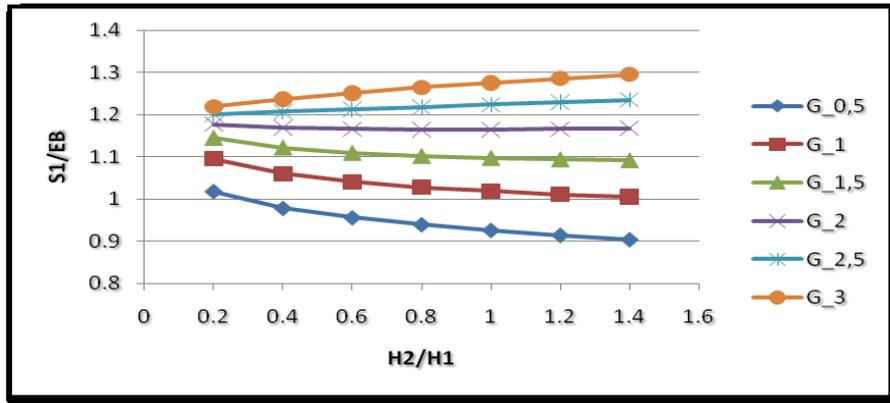


Figura 5.5: Variação da frequência natural do 1º modo de vibração com H_2 e G

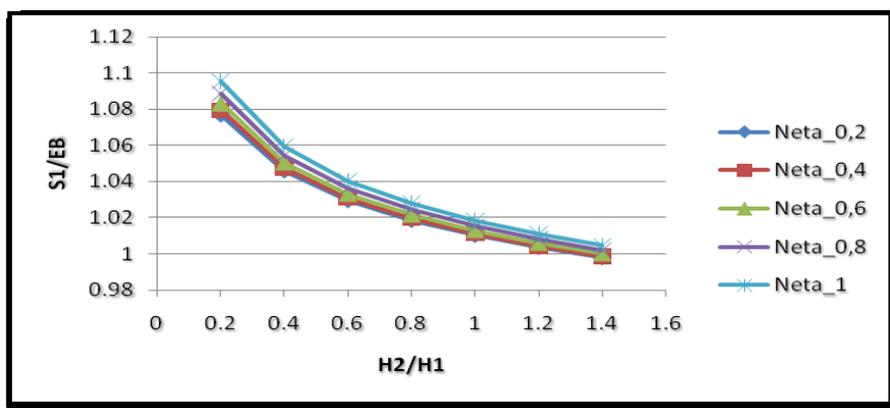


Figura 5.6: Variação da frequência natural do 1º modo de vibração com H_2 e η

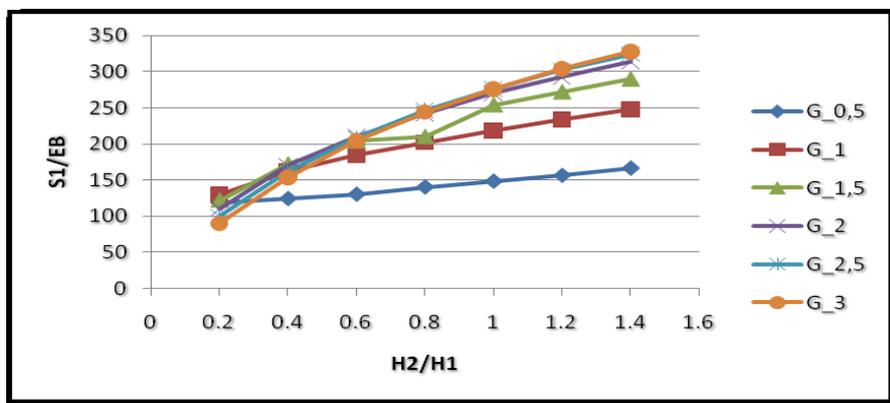


Figura 5.7: Variação da taxa de amortecimento do 1º modo de vibração com H_2 e G

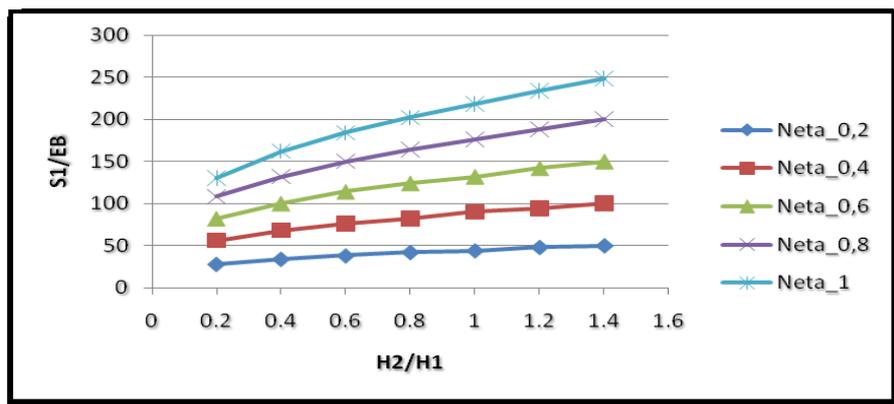


Figura 5.8: Variação da taxa de amortecimento do 1º modo de vibração com H_2 e η

Pode-se observar na figura 5.5 que, com o aumento da espessura do material viscoelástico, a frequência natural diminui para valores de G menores que duas vezes o valor de G do material viscoelástico, e aumenta para valores maiores que estes. Na figura 5.6 observa-se que a frequência natural diminui com o aumento da espessura do material viscoelástico.

Nota-se nas figuras 5.7 e 5.8 que a taxa de amortecimento aumenta com o módulo de cisalhamento, com o fator de perda e com o incremento da espessura da camada viscoelástica.

5. 2. Segundo Modo de Vibração

Para o 2º modo de vibração, a frequência natural média encontrada experimentalmente para a estrutura base foi de 63.38 Hz, e a taxa de amortecimento de 0.03%. O fator de perda e o módulo de cisalhamento encontrados a partir da caracterização descrita no item 4 foram 0,9 e 1,28 MPa respectivamente.

Assim como para o 1º modo de vibração, nas figuras 5.9 a 5.12 a razão entre a espessura da camada de restrição e da estrutura base encontra-se no eixo das abscissas. Nas figuras 5.9 e 5.10, o eixo vertical apresenta a razão entre a frequência natural da viga sanduíche ($S1$) e da estrutura base (EB), enquanto nas figuras 5.11 e 5.12 este eixo mostra essa mesma razão para as taxas de amortecimento. As figuras 5.9 a 5.12 são apresentadas para diferentes módulos de cisalhamento e fatores de perda.

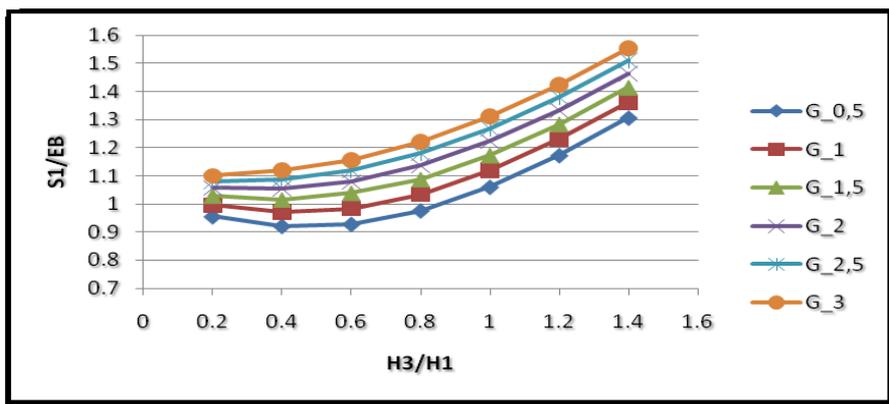


Figura 5.9: Variação da frequência natural do 2º modo de vibração com H_3 e com G

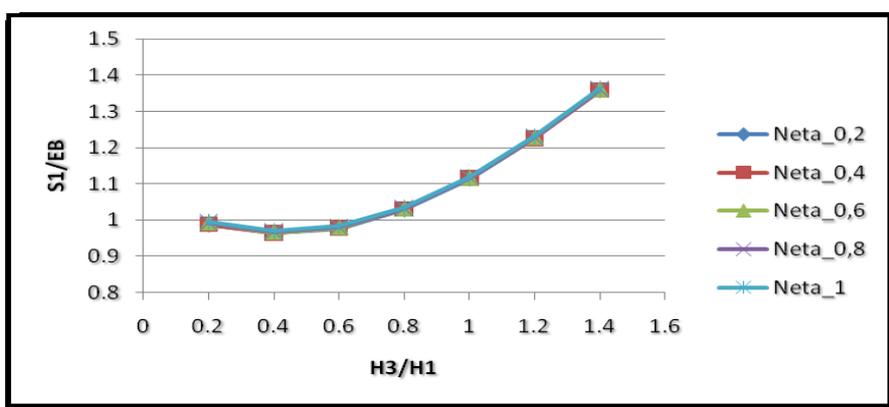


Figura 5.10: Variação da frequência natural do 2º modo de vibração com H_3 e com η

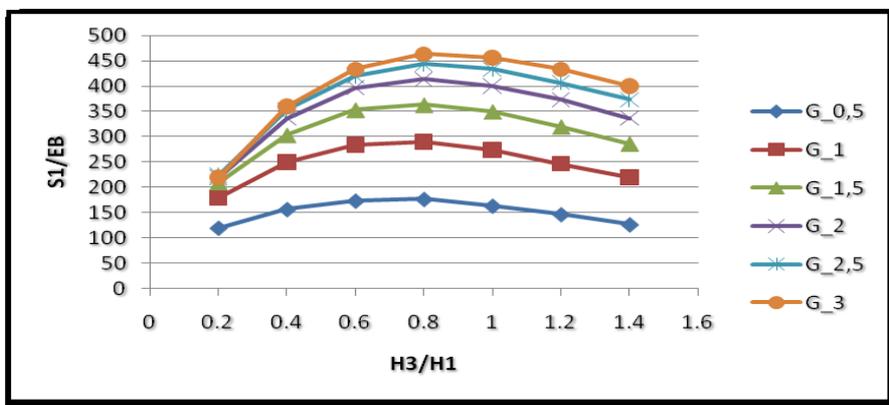


Figura 5.11: Variação da taxa de amortecimento do 2º modo de vibração com H_3 e G

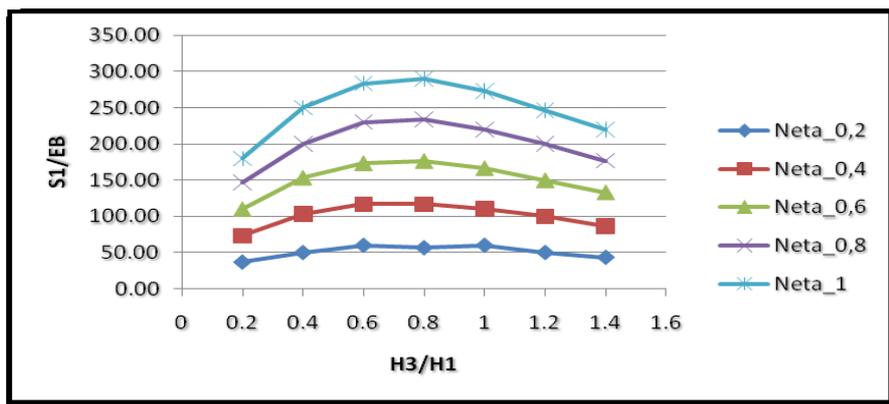


Figura 5.12: Variação da taxa de amortecimento do 2º modo de vibração com H_3 e η

Com relação à frequência natural, figuras 5.9 e 5.10, observa-se que esta tende a aumentar com o módulo de cisalhamento e com o incremento da espessura da camada de restrição, mas praticamente não sofre alteração com relação à variação do fator de perda.

A taxa de amortecimento, figuras 5.11 e 5.12, também tende a aumentar com o acréscimo da camada de restrição, porém observa-se que há um valor máximo para o módulo de cisalhamento e para o fator de perda, sendo que este valor é para H_3 igual a $0,8H_1$ e não no ponto de simetria ($H_1=H_3$). Este fato mostra que neste caso o máximo estaria indicando a existência de um ponto de ótimo para os dois parâmetros analisados.

Mantendo o padrão dos gráficos relativos ao 1º modo de vibração, as figuras 5.13 a 5.16 apresentam no eixo das abscissas a razão entre as espessuras da camada viscoelástica e da estrutura base, e os eixos das ordenadas são iguais aos das figuras 5.9 a 5.12.

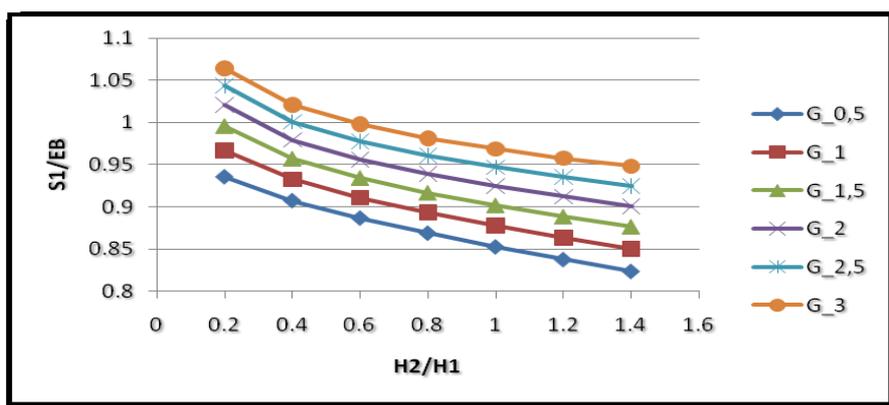


Figura 5.13: Variação da frequência natural do 2º modo de vibração com H_2 e G

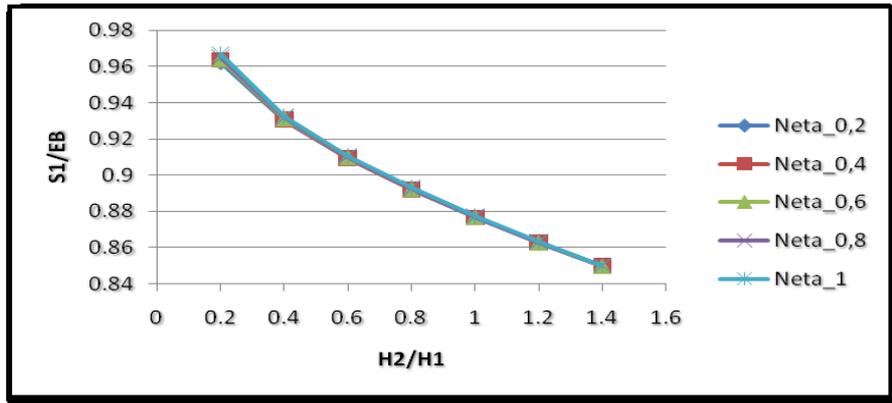


Figura 5.14: Variação da frequência natural do 2º modo de vibração com H_2 e η

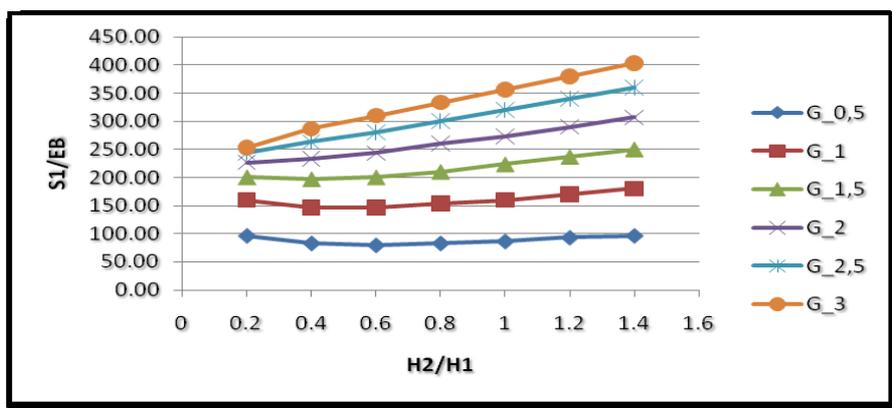


Figura 5.15: Variação da taxa de amortecimento do 2º modo de vibração com H_2 e G

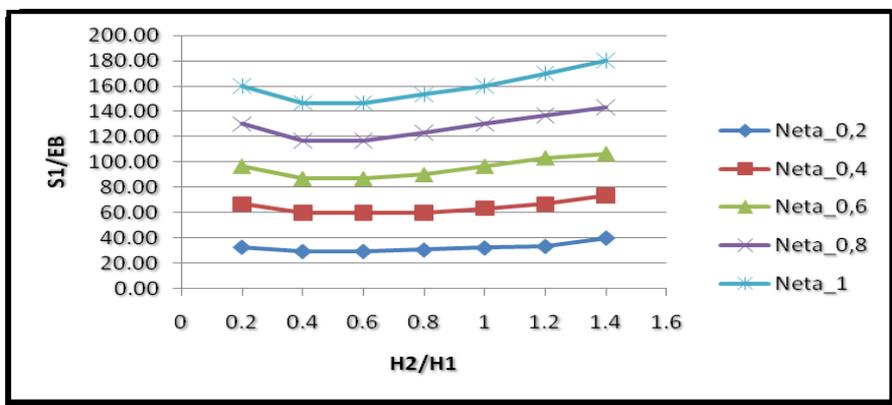


Figura 5.16: Variação da taxa de amortecimento do 2º modo de vibração com H_2 e η

Observando-se as figuras 5.13 e 5.14, pode se perceber que a frequência natural tende a diminuir com o incremento da espessura da camada viscoelástica e a aumentar com o acréscimo do módulo de cisalhamento, mas não sofre alteração com a variação do fator de perda.

Com relação à taxa de amortecimento, figuras 5.15 e 5.16, observa-se que, de um modo geral, esta tende a aumentar com o aumento do módulo de cisalhamento, do fator de perda e da espessura do material viscoelástico a partir da relação

$H_2/H_1=0.6$, enquanto na região entre 0.2 a 0.6 algumas situações apresentam uma redução da eficiência do sistema, indicando assim que esta região deveria ser evitada.

Deve-se ressaltar que apesar dos resultados apresentados serem bastante elucidativos sobre o comportamento do sistema, estes foram obtidos através de simulações numéricas de uma viga engastada e livre, e desta forma, não é garantido que estes possam ser generalizados para qualquer situação.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse trabalho foi possível observar que tanto a frequência natural quanto a taxa de amortecimento obtidas a partir da modelagem matemática estão bem correlacionadas as obtida experimentalmente.

No que diz respeito à caracterização do MVE observou-se que os resultados obtidos com a excitação harmônica e do tipo ruído branco são muito próximos, indicando que os dois tipos de excitação podem ser utilizados.

Observou-se também que os valores de G e de η obtidos a partir do estudo paramétrico realizado (Ajuste) são bem próximos dos obtidos com o Método Direto, para o primeiro modo de vibração. Além disso, os procedimentos devem ser melhorados para que seja possível reduzir as incertezas nas estimativas destes dois parâmetros, permitindo assim que as estimativas realizadas sejam mais próximas das reais.

A partir do estudo paramétrico observou-se que:

- A frequência natural aumenta com o acréscimo da espessura da camada de restrição e com o aumento tanto do módulo de cisalhamento, quanto do fator de perda, para o 1º e para o 2º modos de vibração.
- A taxa de amortecimento também tende a aumentar com o acréscimo da camada de restrição, indicando que há um valor ótimo para o módulo de cisalhamento e para o fator de perda, tanto para o 1º modo quanto para o 2º modos.
- O aumento da espessura do material viscoelástico provoca, em geral, uma diminuição da frequência natural. Em relação ao 1º modo de vibração, a frequência natural tende a aumentar apenas para valores de G superiores a duas vezes o valor de G do MVE.
- A taxa de amortecimento aumenta com o incremento do módulo de cisalhamento, do fator de perda e da espessura da camada visco-elástica. Em relação ao 2º modo, este aumento ocorre para valores de H_2 maiores que $0.6H_1$.

REFERÊNCIAS:

- Barbosa, F. S., 2000. Modelagem Computacional com Camadas Viscoelásticas Amortecedora. Tese de D.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- Bucher, H. F., 2001. Metodologias para Aplicação de Técnicas Tempo- Freqüência em Dinâmica Estrutural e ao Método dos Elementos de Contorno. Tese de D. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- Castello, D. A., 2004. Modelagem e Identificação de Materiais Viscoelásticos no Domínio do Tempo. Tese de D.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- Di Taranto, R. A., 1965. Theory of Vibratory Bending for Elastic and Viscoelastic Layered Finite-Length Beams. *Journal of Applied Mechanics*, pp. 881-886.
- Faisca, R.G., 1998, Caracterização de Materiais Viscoelásticos como Amortecedores Estruturais, Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Galimore, C. A., 2008. Passive Viscoelastic Costrained Layer Damping Application for a Small Aircraft Landing Gear System. Dissertação de M.Sc. Polytechnic Institute, Blacksburg, VA, USA.
- Kerwin Jr., E. M., 1959. Damping of Flexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layer. *Journal of Acoustical Society of America*, v.31(7), pp.952-962.
- Magluta, C., Sclebin, M. A., Roitman, N., 2008, Desenvolvimento de Metodologias para caracterização de Materiais Viscoelásticos. In: *Redução dos Níveis de Vibração em Risers Rígidos Através do Acréscimo de Amortecimento Estrutural*.
- Mead, D. & Markus, S., 1968. The Forced Vibration of a Three Layered, Damped, Sandwich Beam with Arbitrary Boundary Conditions. *Journal of Sound and Vibration*, vil. 10 (2), pp. 163-175.
- Nashif, Ahid D. & Jones, David I. G., 1985. *Vibrational Damping*. A Wiley-Interscience Publication – John Wiley & Sons Inc.
- Olsson, Karl-Axel et al., 2000, *Materials for Transportation Technology*, EUROMAT, vol. 1. Edited by P. J. Winkler, Alemanha.
- Ross, D. & Ungar, E. & Kerwin, E., 1959. *Damping of Plate Flexural Vibration by Means of Viscoelastic Laminate Structures*, ASME, New York, USA, pp. 49-88.
- Silva, R. P., 2007. *Desenvolvimento de Metodologias para Caracterização de Materiais Visco Elásticos em Baixas Freqüências*, Dissertação de MSc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- Tso-Ling Teng & Ning-Kan Hu, 2001. Analysis of Damping Characteristics of Viscoelastic Laminated Beams. *ELSEVIER*, 190, pp. 3881-3892.
- Vinson, J. R., 2005, *Sandwich Structures: Past, Present, and Future*, Department of Mechanical Engineering, University of Delaware, Newark, DE, USA.