

## ANÁLISE NUMÉRICA DA UTILIZAÇÃO DE ESTIMADORES DE ESTADO EM PROBLEMAS DE CONTROLE ATIVO DE ESTRUTURAS

Eduardo da Silva Castro<sup>a</sup>, Francisco José Gomes<sup>b</sup> and Flávio de Souza Barbosa<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional, Universidade Federal de Juiz de Fora, CEP 36036-330, Juiz de Fora, MG, Brasil, castro.eng@gmail.com, flavio.barbosa@ufjf.edu.br, <http://www.ufjf.br/mmc/>*

<sup>b</sup>*Departamento de Energia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora, CEP 36036-330, Juiz de Fora, MG, Brasil, chicogomes@terra.com.br*

**Keywords:** Dinâmica das Estruturas, Controle Ativo, Observadores de Estado.

**Abstract.** No problema de controle ativo com retroação aplicado à dinâmica das estruturas, onde as forças de controle são calculadas em função de deslocamentos e velocidades, depara-se com a dificuldade de se obter valores confiáveis dessas variáveis de estado da estrutura. De uma maneira geral, tal dificuldade pode ser minimizada com o incremento do número de sensores dispostos sobre a estrutura. Entretanto, esta prática nem sempre é factível, quer seja por limitações orçamentárias, pois o aumento do número de sensores eleva o custo da instrumentação, quer seja por restrições físicas, pois nem todo ponto na estrutura permite seu monitoramento.

Desta forma, apresenta-se neste trabalho uma análise numérica da utilização de estimadores de estado em problemas de controle ativo de estruturas. A utilização de estimadores de estado reduz a necessidade de se monitorar uma grande quantidade de pontos pois, através de modelos numéricos, deslocamentos e velocidades em pontos não sensoreados, podem ser estimados de forma precisa. Assim sendo, o uso desses algoritmos podem viabilizar a aplicação prática do controle ativo estrutural.

## 1 INTRODUÇÃO

Os avanços tecnológicos nas áreas de materiais, equipamentos eletrônicos e computação aliados a fatores econômicos e de criatividade, tem levado os engenheiros a projetar estruturas cada vez mais esbeltas, tornando estas estruturas mais suscetíveis a ação das forças dinâmicas, de acordo com [Barbosa \(1996\)](#). Outro ponto de destaque é a incapacidade de se prever as incertezas presentes nos projetos, que podem ser advindas das características físicas do sistema, ou do carregamento solicitante. Com o intuito de contornar estes problemas, pode-se utilizar técnicas de controle ativo com retroação. A utilização desta técnica visa atuar diretamente no problema da flexibilidade as vezes excessivas das estruturas, inserindo forças no sistema dinâmico para a redução das vibrações.

Existem vários registros de estruturas que fazem uso de controladores ativos. Vários destes exemplos estão situados no Japão: o edifício Kyobashi Seiwa em Tóquio, o primeiro edifício a fazer uso desta técnica; a torre Yokohama Land Mark Tower em Yokohama com 296 m de altura. Também existe casos em que o controle ativo é empregando estruturas de pontes, como a ponte Rainbow Bridge, ou a ponte Tsurumi Tsubasa, em que as torres destas pontes possuem uma altura de 119 m e 183 m, respectivamente. Vários outros exemplos de estruturas que fazem uso de controladores ativos estão citados em [Spencer and Sain \(1997\)](#) e [Tanida \(2002\)](#).

Uma dificuldade da utilização do controle ativo com retroação em estruturas reais é a necessidade do sensoriamento de todos os graus de liberdade do sistema analisado, o que na prática inviabilizaria sua aplicação. Mesmo com o auxílio de modelos discretos, devido às dimensões das estruturas, são necessários um grande número de pontos monitorados para que se obtenha bons resultados no controle ativo.

Desta forma, apresenta-se neste trabalho uma análise numérica da utilização de estimadores de estado em problemas de controle ativo de estruturas. A utilização de estimadores de estado reduz a necessidade de se monitorar uma grande quantidade de pontos na estrutura pois, através de modelos numéricos, deslocamentos e velocidades em pontos não sensoreados, podem ser estimados de forma precisa. Assim sendo, o uso desses algoritmos podem viabilizar a aplicação prática do controle ativo estrutural.

## 2 CONTROLE ATIVO DE ESTRUTURAS

Para o uso da teoria de controle multivariáveis no domínio do tempo é conveniente a utilização do espaço dos estados. Desta forma é necessário fazer um rearranjo do sistema de equações diferenciais de 2ª ordem que descrevem o comportamento dinâmico da estrutura na seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (1)$$

onde:  $\dot{\mathbf{x}}(t)$  e  $\mathbf{x}(t)$  representam vetores de estados avaliados no sistema, com dimensão  $2n$ , que são composições de  $\mathbf{q}$  deslocamentos,  $\dot{\mathbf{q}}$  velocidades e  $\ddot{\mathbf{q}}$  acelerações de graus de liberdade da estrutura, conforme apresentado nas equações Eq.(2) e Eq.(3)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}(t) \end{array} \right\}, \quad (2)$$

$$\mathbf{x}(t) = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{array} \right\}; \quad (3)$$

$\mathbf{u}(t)$  é o vetor de forças atuantes no sistema estrutural, com dimensão  $n$ , escrito como uma soma vetorial entre as  $n$  forças externas da estrutura ( $\mathbf{F}_e(t)$ ) e as  $n$  forças de controle ( $\mathbf{F}_c(t)$ ), conforme indicado na equação Eq.(4):

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}_e(t) + \mathbf{F}_c(t); \quad (4)$$

e as matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  são de dimensão  $(2n, 2n)$  e  $(2n, n)$ , respectivamente, e são escritas conforme as equações Eq.(5) e Eq.(6):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

sendo  $\mathbf{0}$  uma matriz de zeros com dimensão  $(n, n)$ ,  $\mathbf{I}$  uma matriz identidade com dimensão  $(n, n)$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{K}$  são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez da estrutura, respectivamente, e possuem dimensões  $(n, n)$ .

A determinação da força de controle ótimo pode ser feita utilizando como medidas de desempenho as amplitudes dos estados e a forças atuantes na estrutura em um sistema de ciclo fechado. A minimização dos estados  $\mathbf{x}$ , num período de tempo compreendido entre  $t_0$  e  $t_f$  pode ser feita tomando-se um funcional quadrático com as forças atuantes na estrutura inclusos da seguinte forma:

$$J = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T(t_f)\mathbf{H}\mathbf{x}(t_f) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} [\mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)] dt, \quad (7)$$

onde  $J$  é o funcional que deseja ser minimizado;  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  são matrizes de ponderação com dimensão  $(2n, 2n)$ ,  $(2n, 2n)$  e  $(n, n)$ , respectivamente.

Conforme descrito em Meirovitch (1990), para a minimização do funcional dado pela equação Eq.(7), é necessário a solução da equação de Riccati, mostrada na equação Eq.(8), o que resulta em uma força de controle dada pela equação Eq.(9).

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = -\mathbf{Q}(t) - \mathbf{A}^T(t)\mathbf{P}(t) - \mathbf{P}(t)\mathbf{A}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{R}^{-1}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t). \quad (8)$$

$$\mathbf{F}_c = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)\mathbf{x}(t). \quad (9)$$

Para um sistema controlável, com  $\mathbf{H} = \mathbf{0}$ , as matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  constantes em relação ao tempo e  $t_f \rightarrow \infty$ , as equações Eq.(8) e Eq.(9), respectivamente, podem ser rescritas da forma das equações Eq.(10) e Eq.(11), com  $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}$ .

$$-\mathbf{Q} - \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} = \mathbf{0}. \quad (10)$$

$$\mathbf{F}_c = -\mathbf{G}\mathbf{x}(t). \quad (11)$$

Nas equações Eq.(10) e Eq.(11),  $\mathbf{P}$  é a matriz de Riccati para o estado estacionário com dimensão  $(2n, 2n)$ , e  $\mathbf{G}$  é a matriz de ganho do sistema de controle com dimensão  $(n, 2n)$ .

### 3 OBSERVADORES DE ESTADO

A ideia do uso dos observadores de estado está na classificação da resposta do sistema estrutural em 3 tipos de estados: o primeiro tipo são os estados sensoreados ou medidos, que são estados cujo os valores são determinados diretamente através do uso de equipamentos de monitoração; o segundo tipo de estado são os estados observados, que são os estados do grau de liberdade da estrutura que não são sensoreados; e o terceiro tipo de estado são os estados estimados, que são estimativas para o segundo tipo de estado. Fica claro que os estados sensoreados em composição com os estados observados descrevem o comportamento dinâmico das estruturas, porém devido a incapacidade da determinação dos estados observados, faz-se uso dos estados estimados para a solução do problema.

Para um espaço dos estados com  $2n$  graus de liberdade descritos conforme a equação Eq.(1), a resposta deste sistema pode ser dada com o auxílio de duas equações da forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \\ \mathbf{p}(t) &= \mathbf{C}'\mathbf{x}(t), \end{aligned} \quad (12)$$

onde  $\mathbf{x}(t)$  é o vetor de estados com dimensão  $2n$ ,  $\mathbf{y}(t)$  é o vetor de estados sensoreados com dimensão  $m$ ,  $\mathbf{p}(t)$  é o vetor dos estados observados de dimensão  $2n - m$ , e  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{C}'$  são matrizes de dimensão  $(m, 2n)$  e  $(2n - m, n)$  respectivamente. Logo num formato matricial pode se escrever:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}' \end{bmatrix} \mathbf{x}(t). \quad (13)$$

Assumindo que a matriz do lado direito da equação Eq.(13) é uma matriz não-singular, o vetor de estados do sistema pode ser escrito da forma:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}' \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{L}_1\mathbf{y}(t) + \mathbf{L}_2\mathbf{p}(t). \quad (14)$$

Logo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}' \end{bmatrix}^{-1} = [\mathbf{L}_1 \quad \mathbf{L}_2]. \quad (15)$$

Na equação Eq.(15), as matrizes  $\mathbf{L}_1$  e  $\mathbf{L}_2$  possuem dimensão  $(2n, m)$  e  $(2n, 2n - m)$  respectivamente. Retornando para as equações de resposta do sistema Eq.(12) e as derivando em relação ao tempo e substituindo a equação de estados Eq.(1) tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}[\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)], \\ \dot{\mathbf{p}}(t) &= \mathbf{C}'\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}'[\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)]. \end{aligned} \quad (16)$$

Expandindo a equação Eq.(16) e substituindo as relações da equação Eq.(14) chega-se a:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{L}_1\mathbf{y}(t) + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{L}_2\mathbf{p}(t) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(t), \\ \dot{\mathbf{p}}(t) &= \mathbf{C}'\mathbf{A}\mathbf{L}_1\mathbf{y}(t) + \mathbf{C}'\mathbf{A}\mathbf{L}_2\mathbf{p}(t) + \mathbf{C}'\mathbf{B}\mathbf{u}(t). \end{aligned} \quad (17)$$

Conforme destacado anteriormente, os estados observados são estados cujo os valores não são possíveis de serem determinados, logo o vetor de estados  $\mathbf{p}(t)$  será estimado por um vetor de

mesma dimensão dado por  $\hat{\mathbf{p}}(t)$ , para o qual utilizar-se-á uma medida do erro dos estados sensoreados, conforme indicado em Meirovitch (1990). Logo a equação para os estados estimados  $\hat{\mathbf{p}}(t)$  pode ser dado por:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{p}}}(t) = & \mathbf{C}'\mathbf{A}\mathbf{L}_1\mathbf{y}(t) + \mathbf{C}'\mathbf{A}\mathbf{L}_2\hat{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C}'\mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ & + \mathbf{G}_o [\dot{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{C}'\mathbf{A}\mathbf{L}_1\mathbf{y}(t) + \mathbf{C}'\mathbf{A}\mathbf{L}_2\hat{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C}'\mathbf{B}\mathbf{u}(t)]. \end{aligned} \quad (18)$$

Substituindo a equação Eq.(17) na equação Eq.(18), expandido-a e simplificando esta equação, chega-se na seguinte forma:

$$\dot{\hat{\mathbf{p}}}(t) = \mathbf{C}'\mathbf{A}\mathbf{L}_1\mathbf{y}(t) + \mathbf{G}_o\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{L}_2\mathbf{p}(t) + (\mathbf{C}' - \mathbf{G}_o\mathbf{C})\mathbf{A}\mathbf{L}_2\hat{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C}'\mathbf{B}\mathbf{u}(t). \quad (19)$$

As equações Eq.(17) e Eq.(19), podem ser combinadas de forma a montar um único sistema, dado da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{y}}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{p}}}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{p}}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{L}_1 & \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{L}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}'\mathbf{A}\mathbf{L}_1 & \mathbf{C}'\mathbf{A}\mathbf{L}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}'\mathbf{A}\mathbf{L}_1 & \mathbf{G}_o\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{L}_2 & (\mathbf{C}' - \mathbf{G}_o\mathbf{C})\mathbf{A}\mathbf{L}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{p}(t) \\ \hat{\mathbf{p}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{C}'\mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{C}'\mathbf{B}\mathbf{u}(t) \end{Bmatrix} \quad (20)$$

Nesta equação,  $\mathbf{G}_o$  é a matriz de ganho do observador de estado com dimensões  $(2n-m, m)$ , e  $\mathbf{u}(t)$  é o vetor de forças atuantes.

Conforme descrito na equação Eq.(4), o vetor de forças atuantes na estrutura é uma composição entre as forças externas da estrutura e as forças de controle. Para o caso do uso da técnica dos observadores de estado é possível a determinação desta força de controle de duas formas diferentes. A primeira forma é a utilização dos estados sensoreados e observados na composição dos estados necessários para solução da equação Eq.(11), desta forma, a força de controle fica:

$$\mathbf{F}_c(t) = -\mathbf{G} \begin{Bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{Bmatrix}, \quad (21)$$

O sistema estrutural dado pela equação Eq.(20) solucionado utilizando esta forma para a determinação da força de controle, só tem interesse para estudos da precisão obtida dos estados estimados. A segunda forma para a determinação da força de controle, é a utilização da composição dos estados sensoreados e estimados na equação Eq.(11), de forma que:

$$\mathbf{F}_c(t) = -\mathbf{G} \begin{Bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \hat{\mathbf{p}}(t) \end{Bmatrix}. \quad (22)$$

Desta forma, o sistema pode ser implementado para aplicações reais, uma vez que a força de controle será determinada utilizando somente os estados sensoreados e os estimados.

Para o sistema estrutural que faz uso da técnica dos observadores de estados, descrito pelas equações Eq.(20), Eq.(21) e Eq.(22), pode-se montar o diagrama o fluxo que rege o comportamento dinâmico da estrutura. Este diagrama é representado pela figura Fig.(1).

#### 4 AVALIAÇÃO DO CONTROLE ATIVO

Para sistemas estruturais reais é impossível o completo sensoreamento da estrutura, seja por questões econômicas ou por questões de incapacidade física. Entretanto para a aplicação do controle ativo com retro-ação, tanto os graus de liberdades monitorados quanto os graus de

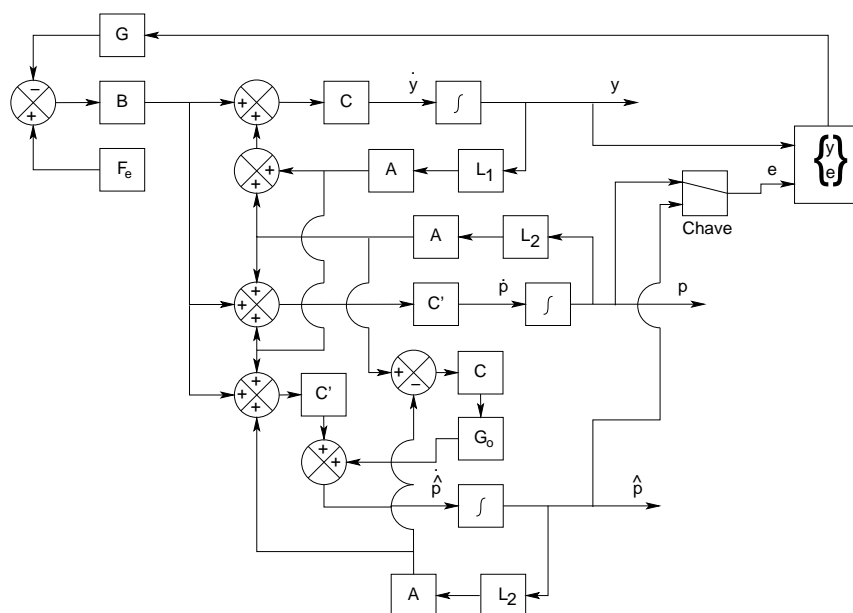


Figure 1: Diagrama do controle ativo de estruturas utilizando a técnica dos observadores de estados

liberdades observados são necessários. Visando criar uma alternativa para contornar este problema, é apresentado a seguir um estudo de 3 simulações numéricas onde o controle ativo é aplicado a uma estrutura para a qual apenas alguns graus de liberdades são monitorados. Nestes exemplos numéricos, os graus de liberdades monitorados são simulados pelos extraídos diretamente da equação Eq.(20). Em face à necessidade de se ter os graus de liberdades observados (não monitorados) para o cálculo das forças de controle, busca-se mostrar que os estados estimados tendem a se aproximar dos estados observados com o passar do tempo de análise. Assim sendo, comparações entre os estados observados e os estados estimados são também aqui realizados.

Para todos os casos estudados, a estrutura simulada é uma viga engastada e livre, com forças de controle e excitação aplicadas na extremidade, conforme apresentado na figura Fig.(2).

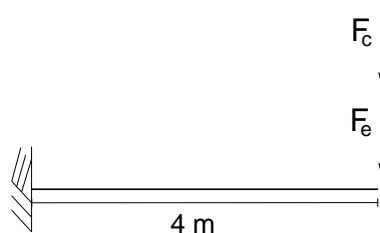


Figure 2: Modelo estrutural

Este modelo estrutural é discretizado utilizando 3 elementos finitos do tipo de viga, totalizando um modelo estrutural com 6 graus de liberdade, conforme apresentado na figura Fig.(3).

A força excitante no modelo é um somatório de senoides atuantes na direção vertical da extremidade do balanço, logo só existe força de excitação no grau de liberdade 5. O modelo da força excitação na extremidade livre da viga é dado pela equação:

$$F_e = F \left[ 1 + \sum_{i=1}^5 A_i \sin(\omega_i t + \theta_i) \right], \quad (23)$$

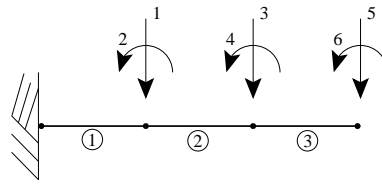


Figure 3: Modelo estrutural discretizado

onde  $F = 3.6$  kN,  $\mathbf{A} = \{0.015, 0.02, 0.01, 0.005, 0.015\}$ ,  $\omega = \{5, 7.5, 10, 15, 20\}$  e  $\theta = \{0.01, 0.05, 0.10, 0.15, 0.17\}$  rad.

As matrizes de ponderação do controle ativo adotadas são :

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= 3.5e^3 \mathbf{I}_{(2n,2n)}, \\ \mathbf{R} &= 4.5e^{-1} \mathbf{I}_{(n,n)}. \end{aligned} \quad (24)$$

Para a determinação da matriz de amortecimento, foi utilizado uma proporção da matriz de massa dada pela equação Eq.(25).

$$\mathbf{C} = 0.2 \mathbf{M}. \quad (25)$$

A determinação das matrizes de rigidez e massa do modelo é feita considerando que a seção transversal de todo modelo é constante com largura 5 cm e altura 10 cm. O módulo de elasticidade do material que constitui a viga é igual a 210 GPa e sua massa específica é de 7850 kg/m<sup>3</sup>.

A determinação da matriz de ganho da estrutura foi feita usando o algoritmo descrito no artigo [Barbosa and Castro \(2010\)](#).

A diferenças dos casos estudados estão na quantidade e na posições dos estados observados:

- Caso 1: considera-se 1 grau de liberdade observado e este é o de número 5 na figura Fig.(3). A matriz de ganho do observador de estado  $\mathbf{G}_o$  é determinada utilizando a técnica de alocação de polos dada pela equação de Ackermann, conforme descrito em [Ogata \(2003\)](#), onde os polos do sistema são:  $(-3 + 40i; -3 - 40i)$ .
- Caso 2: Considera-se 2 graus de liberdades observados. Estes graus de liberdade são os de número 5 e 3 da figura Fig.(3). A matriz de ganho do observador de estado  $\mathbf{G}_o$  é determinada da mesma forma que o primeiro caso, com a diferença que os polos do sistema são:  $(-3 + 40i; -3 - 40i; -6 + 40i; -6 - 40i)$ .
- Caso 3: Considera-se 3 graus de liberdades observados. Estes graus de liberdade são os de número 5, 3 e 4 da figura Fig.(3). A matriz de ganho do observador de estado  $\mathbf{G}_o$  também é determinada da mesma forma que o primeiro caso, com a diferença que os polos do sistema são:  $(-3 + 40i; -3 - 40i; -6 + 40i; -6 - 40i; -8 + 40i; -8 - 40i)$ .

Como se deseja mostrar que os estados estimados tendem a se aproximar dos estados observados com o passar do tempo de análise, na simulação numérica foi imposto um erro inicial entre estes estados. Neste trabalho foi adotado um erro de 0,05 m no deslocamento e 0,05 m/s.

Para a avaliação de performance dos algoritmos de controle, é utilizado um critério de desempenho dado pela equação Eq.(26). Neste critério, quanto menor for o valor de  $\eta$ , melhor é o desempenho do controle da estrutura. A matriz  $\mathbf{Q}_e$  para os casos estudado é de:

$$\mathbf{Q}_e = 1.0e^{-5} \mathbf{I}_{(2n,2n)}.$$

$$\eta = \int_0^{t_f} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_e \mathbf{x}(t)] dt. \quad (26)$$

Como se trata de avaliar estruturas simuladas numericamente, a equação do sistema Eq.(20) pode ser solucionada utilizando-se como força de controle a equação Eq.(21), que utiliza estados sensoreados e observados, ou Eq.(22), que utiliza estados sensoreados e estimados. Logo são dois os tipos de sistema que podem ser resolvidos para os casos de 1 a 3. Como convenção será estipulado que o sistema do tipo 1 é o que utiliza a equação Eq.(21) para determinação da força de controle, e o sistema do tipo 2 é o que utiliza a equação Eq.(22).

A Tabela 1 mostra os valores de  $\eta$  dado pela equação Eq.(26) para os dois tipos de sistema nos três casos estudado e para um sistema sem controle ativo.

	$\eta$
Sem Controle	0.923888
Controlado, Sistema do tipo 1	0.153655
Caso 1, Sistema do tipo 2	0.176436
Caso 2, Sistema do tipo 2	0.176361
Caso 3, Sistema do tipo 2	0.170183

Table 1: Comparação do desempenho dos controles aplicados.

A primeira informação que fica evidente na tabela 1 é que o desempenho do sistema do tipo 1 é superior que a do sistema do tipo 2, o que era esperado uma vez que o sistema do tipo 1 representa uma situação hipotética onde todos os graus de liberdade da estrutura são monitorados. Também é observado que o sistema do tipo 2 não apresenta nenhuma regra de queda de desempenho devido a quantidade de graus de liberdades observados, uma vez que o desempenho do observador de estado depende da escolha dos polos, e estes são feitos de forma arbitrária, influenciando diretamente na determinação da matriz de ganho do observador de estado  $\mathbf{G}_o$ . Desta tabela observa-se também que o sistema do tipo 2 apesar de ter um desempenho inferior ao do tipo 1, tem uma performance razoável em comparação ao sistema sem controle.

A figura Fig.(4) apresenta uma comparação entre as forças de controle do sistema do tipo 2 para os 3 casos de estudados e a força de controle determinada pelo sistema do tipo 1, mostrando que as diferenças são poucos significativas.

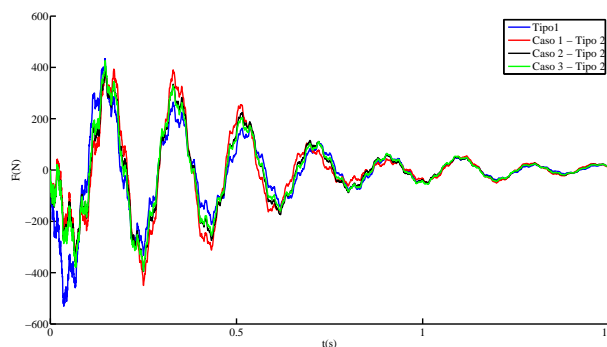


Figure 4: Força de controle no sistema do tipo 2



A figura Fig.(5) foi construída para avaliar a diferença das respostas entre: sistema que utiliza-se da técnica dos estimadores de estados (Caso #), sistema controlado como se todos os graus de liberdade fossem monitorados (Controlado) e sistema sem controle ativo (Sem Controle). Estas figuras são apresentadas para os deslocamentos verticais associados ao grau de liberdade número 5.

A figura Fig.(5) apresenta os resultados para o sistema do tipo 2, onde na figura os gráficos de *a* a *c* são comparações entre: sistema em controle, controlado com todos os graus monitorados e sistemas com graus de liberdade observados conforme os casos estudados. O gráfico 4 desta mesma figura, apresenta uma comparação entre os casos estudados.

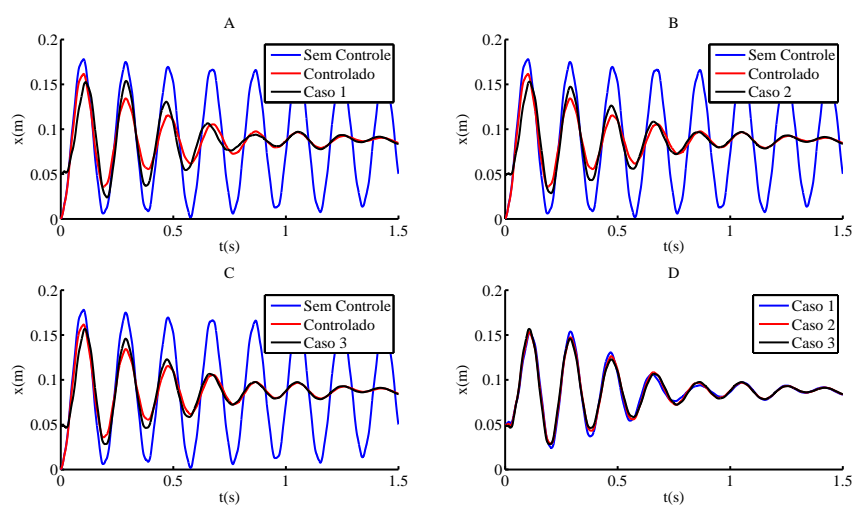


Figure 5: Comparações entre os deslocamentos verticais do graus de liberdades #5 para o sistema do tipo 1 com aplicação de técnicas dos observadores de estado.

Analisando as figuras Fig.(5), consegue-se perceber que o desempenho do sistema do tipo 2 é levemente inferior ao do sistema do tipo 1, mas ambos os tipos de sistemas se aproximam razoavelmente bem dos resultados para o para o sistema com todos os graus de liberdade monitorados. Também pode-se perceber que o aumento do número de estados observados não faz que o desempenho do controle ativo seja significativamente afetado.

As figuras Fig.(6), Fig.(7) e Fig.(8) representam uma comparação entre os estados estimados e os estados observados de um sistema do tipo 2, para os casos estudados respectivamente.

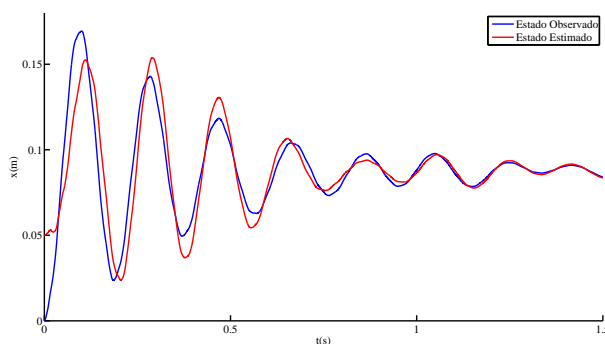


Figure 6: Comparações entre estado observado e estado estimado em sistema do tipo 2 - Caso 1.

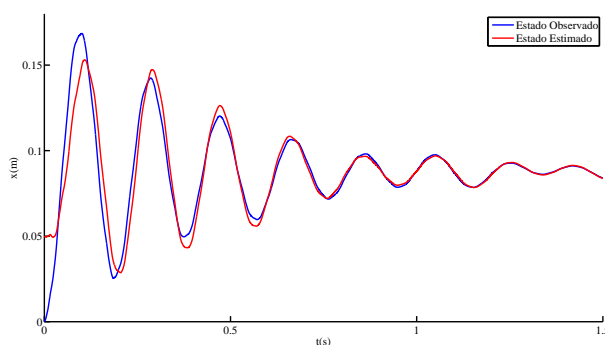


Figure 7: Comparações entre estado observado e estado estimado em sistema do tipo 2 - Caso 2.

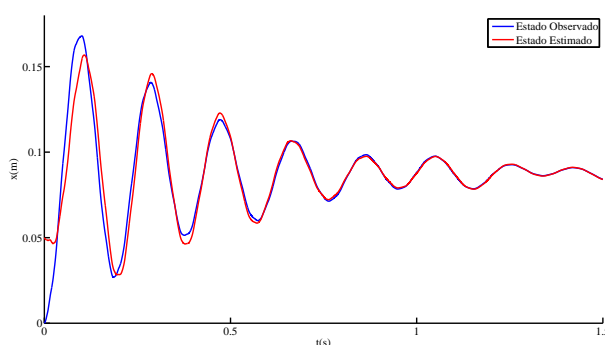


Figure 8: Comparações entre estado observado e estado estimado em sistema do tipo 2 - Caso 3.

Nestas figuras ficam evidente que os estados estimados tendem a se aproximar dos estados observados com o decorrer do tempo, e que o número de graus de liberdade observados não influenciam de forma significativa na redução do desempenho do controle do sistema.

## 5 CONCLUSÕES

Ao analisar os resultados obtidos com o uso dos observadores de estado, observa-se que esta técnica consegue estimar com precisão os graus de liberdades não sensorados, não importando o tipo de sistema utilizado para a determinação da força de controle. Desta forma, apresentou-se neste trabalho uma análise numérica da utilização de estimadores de estado em problemas de controle ativo de estruturas. A utilização de observadores de estado reduz a necessidade de se monitorar uma grande quantidade de pontos, pois através do uso de modelos numéricos, os deslocamentos e as velocidades em pontos não sensorados podem ser estimados de forma precisa. Logo, pode se concluir que está técnica é bastante promissora para a utilização em estruturas reais.

## 6 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES, a UFJF, ao CNPq e à FAPEMIG pelo auxílio financeiro.

## REFERENCES

Barbosa F. *Controle Ativo Modal de Vibrações Estruturais*. Master's Thesis, COPPE/UFRJ, 1996.

- Barbosa F. and Castro E. Applying the newton–raphson method in order to solve the riccati algebraic equations in dynamic structural controlled models. *Journal of Vibration and Control*, 2010.
- Meirovitch L. *Dynamics And Control Of Structures*. John Wiley & Sons, 1990.
- Ogata K. *Engenharia de Controle Moderno*. Pearson Prentice Hall, 2003.
- Spencer J. and Sain M. Controlling buildings: A new frontier in feedback. Technical Report, IEEE Control Systems Magazine on Emerging Technology, 1997.
- Tanida K. Progress in the application of active vibration control technologies to long-span bridges in japan. *Prog. Struct. Engng Mater.*, 2002.