

METAHEURÍSTICAS BASADAS EN ALGORITMOS DE ESTIMACIÓN DE DISTRIBUCIONES PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE REDES INALÁMBRICAS

Silvia B. Simón, Alex Maraschi, José Luis Hernández, Mercedes Carnero

^aGrupo de Optimización, Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de Río Cuarto, Campus Universitario, 5800 Río Cuarto, Argentina, jlh@ing.unrc.edu.ar

Palabras claves: Redes inalámbricas, Optimización combinatoria, Algoritmos de estimación de distribuciones.

Resumen. La planificación de las redes inalámbricas celulares implica la toma de decisiones en función de distintas características y parámetros. Uno de los más importantes objetivos de la planificación de sistemas de telecomunicaciones móviles es el diseño de la configuración necesaria para prestar un servicio de manera óptima respecto de algún criterio de desempeño, a la vez que se satisface un conjunto de restricciones. Los criterios de desempeño pueden ser, por ejemplo el costo asociado a la topología o la calidad del servicio ofrecido. Uno de los problemas asociados a la etapa de planificación de los sistemas inalámbricos es la cobertura de un área determinada utilizando la mínima cantidad de estaciones radiobases.

En este trabajo se propone analizar el desempeño de una heurística de resolución basada en algoritmos de estimación de distribuciones, hibridizado con diferentes estrategias de búsqueda local, para el diseño óptimo de redes inalámbricas, cuando se desea encontrar la topología de mínimo costo sujeto a restricciones que garanticen una cobertura dada considerando las diferentes demandas de cada una de las áreas involucradas.

El objetivo es determinar el alcance de los algoritmos de estimación de distribuciones para resolver el problema propuesto y comparar el impacto que tiene en la calidad de las soluciones obtenidas, la incorporación de una heurística adicional de búsqueda local a un algoritmo de estimación de distribuciones básico. Se incluyen diferentes ejemplos de diseño correspondientes a diferentes instancias del problema.

1 INTRODUCCIÓN

Las tareas inherentes al diseño de redes inalámbricas tales como las redes de telefonía celular dan lugar a una variedad de problemas que deben ser resueltos con el objetivo de proveer un servicio de calidad a los usuarios. Muchos de dichos problemas tienen la característica de ser problemas combinatorios y de gran complejidad. La asignación de frecuencias (Luna, 2007), (Chaves, 2008) o el problema de localización de radio bases (Mendes, 2009), son ejemplos claros de problemas que surgen en esta área y que tienen su correlato en problemas clásicos. Para los ejemplos citados, la correspondencia se puede encontrar con los problemas de coloreo de grafos, *bin packing*, conjunto mínimo dominante respectivamente. En general siempre el objetivo del diseño es obtener una configuración de la red de manera tal de prestar un servicio óptimo una vez fijado un criterio de desempeño.

La resolución de los problemas de diseño de redes tiene importancia en varios campos de aplicación e impacto directo sobre de la ingeniería de las telecomunicaciones y en ámbitos tanto científicos como industriales.

En particular, la localización óptima de radiobases (LRB) es un problema de optimización clasificado como NP-Completo, (Garey, 1999) que consiste en maximizar la cobertura de un área dada con una cierta cantidad de radiobases cada una de las cuales tiene una zona de cobertura asociada.

Los algoritmos evolutivos (AEs) han demostrado ser una alternativa válida en la resolución de problemas combinatorios. Particularmente, dentro del conjunto de los algoritmos evolutivos, los Algoritmos de Estimación de Distribuciones (AED) constituyen un conjunto de métodos que sustituyen los operadores clásicos de cruzamiento y mutación, por una estimación de la distribución de probabilidades subyacente de la población de soluciones potenciales y un posterior muestreo de la misma. Después de la generación de una población inicial y posterior evaluación de todos sus miembros, se procede a seleccionar los mejores individuos para construir un modelo probabilístico de la población. A partir de él se realiza un muestreo para generar un nuevo conjunto de individuos. Este proceso se repite hasta que se alcanza algún criterio de detención. De esta manera el enfoque AED está basado en la evolución del modelo probabilístico del espacio de soluciones. En particular un AED llamado PBIL (*Population-Based Incremental Learning*) fue propuesto por Baluja (1994) quien introduce el concepto de aprendizaje competitivo (típico de redes neuronales) para guiar la búsqueda.

El objetivo de este trabajo es resolver el problema de la localización óptima de radiobases mediante la aplicación de un algoritmo PBIL hibridizado con dos diferentes estrategias de búsqueda local.

2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Dada un área geográfica a la cual se le desea dar cobertura, es factible discretizarla definiendo una grilla o cuadrícula en la cual, cada punto representa, o bien un nodo de demanda (Tutschku, 1996), o bien el lugar donde se localiza una radiobase que dará servicio a una región. Se supone, en este trabajo una distribución uniforme de la demanda en toda el área a cubrir.

Los lugares en la cuadrícula en los que es posible instalar una RB se le asignará el nombre de "Localizaciones Candidatas". La posibilidad de instalación de una RB depende de distintos factores, aunque las principales son cuestiones geográficas, económicas y/o políticas. Por ejemplo, se tiende a evitar la instalación de una radiobase en medio de un lago o sobre la cúpula de la catedral de la ciudad. Políticas ambientales restringen la ubicación de fuentes de

emisión electromagnética en determinadas zonas de una ciudad, etc. En definitiva, no todos los puntos de la grilla serán localizaciones candidatas para colocar radiobases.

El problema, entonces, es decidir en cuales de las posibles ubicaciones se colocarán las radiobases destinadas a cubrir la mayor área posible y con el menor número de estaciones.

Una RB cubre un área que puede ser calculada en función de la pérdida de potencia de la señal P_p , conforme crece la distancia entre la RB y el nodo demanda considerado a través de la siguiente expresión (Cruz, 2009):

$$P_p = a + b * \log(d) + N(\mu, \sigma) \quad (1)$$

Donde a y b son constantes, d es la distancia euclidiana de la antena a cada nodo, $N(\mu, \sigma)$ es una variable aleatoria gaussiana con media μ y varianza σ^2 . La P_p es calculada para cada radio base y cada nodo de demanda. Si P_p es menor que cierto umbral δ en un nodo dado, entonces dicho nodo es cubierto por la radio base y se considera como atendido.

Si un nodo de demanda es atendido por dos o más RB se considera que existe solapamiento en la cobertura. El grado de solapamiento g_{ij} exhibido es igual a la cantidad de RB que dan servicio al nodo (i,j) . En relación a g_{ij} se define el umbral de solapamiento u_s como una cota máxima de solapamiento permitida. En los casos reales se pretende que el servicio a los nodos de demanda se encuentre distribuido de manera uniforme.

La grilla mencionada en los párrafos anteriores se representa, en este trabajo, a través de una matriz $\mathbf{A}^{m \times n}$. Así a cada nodo de demanda (i,j) le corresponde un elemento a_{ij} de \mathbf{A} que representa, con un valor 1, si el elemento está servido por, al menos, una RB y g_{ij} representa la cantidad de RBs que lo atienden: $g_{ij}=1$ si el nodo de demanda (i,j) es cubierto por una RB, $g_{ij} \geq 2$ si es cubierto por 2 ó más RB, respectivamente, y $g_{ij}=0$ si el nodo de demanda no recibe cobertura.

Sea $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ el conjunto de localizaciones candidatas de RB, se define \mathbf{x} como un vector binario de dimensión k que representa la topología de RBs propuesta, tal que $x_i=1$ si la localización candidata S_i del conjunto S es utilizada. $x_i=0$ en el caso contrario.

La cobertura máxima C_m es la que resulta de considerar la colocación de una RB en todas y cada una de las k localizaciones candidatas y puede ser calculada de la siguiente manera:

$$C_m = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} \quad \text{con} \quad \sum_{i=1}^k x_i = k$$

donde

$$\begin{cases} a_{ij} = 1 & ; \text{si es cubierta por al menos una RB} \\ a_{ij} = 0 & ; \text{caso contrario.} \end{cases} \quad (2)$$

Formalmente, el problema a resolver en este trabajo puede ser expresado como sigue:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} \\ & \min \sum_{j=1}^n x_j \\ & \text{s.a.} \\ & g_{ij} \leq u_s \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3)$$

Es decir, el objetivo es, cubrir la mayor área posible con el menor número de RBs, sin que se supere, en ningún nodo de demanda, un umbral de solapamiento u_s . Esto es, ningún nodo

de demanda estará servido por más de u_s radiobases.

3 METODOLOGÍA UTILIZADA

Los algoritmos que provienen del campo de la computación evolutiva, han demostrado ser útiles en la resolución de problemas combinatorios de complejidad tal como el que se ha planteado en este trabajo.

Un algoritmo evolutivo (AE) simula la capacidad de adaptación de las especies al medio en el que viven. Dada una población de individuos, aquellos que resultan más aptos tienen mayores posibilidades de sobrevivir mientras que los que presentan menor aptitud, tienden a perecer. Más allá de la terminología y analogías con la evolución natural, los AEs son procedimientos estocásticos que mantienen una población de individuos $P(t)$ para cada iteración t . Cada individuo constituye una solución potencial del problema a tratar, la cual se representa mediante una estructura determinada. La solución se evalúa utilizando una medida de su aptitud o función de *fitness*. Posteriormente se forma una nueva población (iteración $t+1$) seleccionando los mejores individuos de $P(t)$. Algunos miembros de la nueva población sufren transformaciones unarias \mathbf{m}_i (mutación), que crean un nuevo individuo a partir de sí mismo y transformaciones de mayor orden, tales como el cruzamiento, que crean nuevos individuos combinando partes de dos o más individuos. El algoritmo se ejecuta hasta que un cierto número de generaciones haya evolucionado o bien hasta que se satisface algún criterio de detención. El mejor individuo se considera una solución del problema cercana a la óptima.

Los algoritmos de estimación de distribuciones (AED) son heurísticas que comparten características de los algoritmos evolutivos pero donde las soluciones potenciales al problema que conforman la población son consideradas como realizaciones de una variable aleatoria multidimensional, cuya distribución conjunta de probabilidades puede ser estimada y actualizada a través de diferentes mecanismos.

En este contexto, una solución puede ser considerada como el valor asumido por un vector aleatorio n -dimensional $\mathbf{Q} = (Q_1, \dots, Q_n)$, donde cada Q_i puede asumir sólo dos valores: 0 o 1. Asociado con \mathbf{Q} se tiene la función de distribución de probabilidades conjunta $f(Q_1, \dots, Q_n)$ y con cada variable aleatoria unidimensional Q_i su función de distribución marginal; esto es $P(Q_i=q_i) = p_i$. Por lo tanto, cada población de individuos en la iteración t , constituye una muestra aleatoria de tamaño N de la variable aleatoria \mathbf{Q} .

A diferencia del AE, donde los operadores específicos utilizan la información de los individuos de la población para guiar la búsqueda, en un AED se lleva a cabo el proceso de optimización a través de la construcción y evolución de un modelo probabilístico del espacio de soluciones. Esto es, las soluciones potenciales son evaluadas a través de la función objetivo y, realizando un proceso de selección de la o las mejores, se utiliza la información obtenida para actualizar el vector de probabilidades a partir del cual se muestrea la siguiente población.

En este trabajo se utiliza una metodología propuesta inicialmente por Baluja (1994), que introduce el concepto de aprendizaje competitivo, típico de las redes neuronales, para guiar el proceso de búsqueda. Se supone que las variables aleatorias son independientes y por lo tanto la distribución conjunta es el producto de las distribuciones marginales respectivas. La distribución conjunta es actualizada teniendo en cuenta la estructura de las mejores soluciones encontradas hasta el momento. Si bien esto constituye un modelo simplificado de las interrelaciones entre las variables del problema, este enfoque ha resultado exitoso para la resolución de problemas combinatorios complejos tales como el problema de asignación de canales en redes celulares, problemas de planificación de tareas, etc. (Chaves, 2008) (Pang, 2006).

A continuación se analiza cada una de las componentes del AED aplicado a la resolución del problema planteado en este trabajo.

3.1 Generación del vector inicial de probabilidades

En este caso el valor inicial para el vector de probabilidades es 0.5 para cada una de sus componentes, tal como lo sugiere la versión estándar del AED. A partir de este vector se generarán individuos.

3.2 Función de aptitud

La función de *fitness* utilizada es el área cubierta penalizada en función del grado de violación a la restricción impuesta en la ecuación 3. Para considerar los dos objetivos mencionados se construye una función agregativa compuesta por una combinación lineal de los objetivos escalados. Esto es

$$\Psi(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}) & \text{si } \mathbf{x} \text{ está en la zona factible} \\ f(\mathbf{x}) + P(\mathbf{x}) & \text{si } \mathbf{x} \text{ no es factible} \end{cases}$$

donde

$$f(\mathbf{x}) = \alpha \cdot \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i + \beta \cdot \frac{1}{m \times n} \left(Cm - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} \right) \quad y \quad (4)$$

$$P(\mathbf{x}) = (g_{ij} - u_s)^2$$

α y β son los pesos de la combinación lineal, $1/k$ y $1/(m \cdot n)$ son los factores de escalado de las funciones intervinientes y $P(x)$ es la función de penalización que tiene en cuenta el grado de violación de la restricción. Además, m y n representan la cantidad de filas y de columnas de la matriz que discretiza el área a cubrir, C_m es el mayor área de cobertura posible, obtenida cuando se colocan radiobases en todas las localizaciones candidatas y u_s es el grado de solapamiento admisible.

3.3 Actualización del vector de probabilidades

En este punto la idea central es que el algoritmo pueda “aprender” de las mejores soluciones encontradas hasta el momento. Esto puede ser realizado mediante la implementación de un operador de selección, que genere una muestra de las mejores soluciones y estime nuevamente, en dicho conjunto, la distribución de probabilidades s_i para cada variable involucrada. Esta información es utilizada junto con la tasa o velocidad de aprendizaje, LS , para actualizar la distribución de probabilidades según:

$$p_i = p_i \cdot (1 - LR) + s_i \cdot LR \quad i = 1, \dots, n \quad (5)$$

El conjunto de selección puede contener como caso extremo, un único elemento, esto es la mejor solución encontrada hasta el momento. El valor del parámetro LR, juega un rol preponderante en la convergencia del método: valores muy altos introducen un fuerte sesgo hacia cierto tipo de estructura en las soluciones generadas, de manera tal que el algoritmo no alcanza a explorar otras regiones del espacio de búsqueda y converge prematuramente.

Con el objetivo de introducir diversidad en el proceso de búsqueda se realiza una mutación sobre el vector de probabilidades con un monto MS de acuerdo a:

$$p_i = p_i \cdot (1 - MS) + (\text{rand} > 0.5) \cdot MS \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

3.4 Paralelización simulada

En este trabajo se ha realizado una implementación que permite que se ejecuten varias instancias de PBIL independientemente, si bien las instancias se ejecutan secuencialmente. Esto permite incorporar un elemento de mejora en la exploración del espacio de búsqueda: después de que cada población evoluciona una iteración, sus vectores de probabilidad son relacionados por medio de un operador de cruzamiento uniforme. El algoritmo resultante se muestra a continuación

```

Iniciar NPBIL vectores de probabilidad  $\mathbf{p}_k$  ( $k=1, \dots, NPBIL$ )
while (criterio_de_detención = .FALSO.)
  for  $k = 1, \dots, NPBIL$  do
    Generar  $N$  individuos por simulación conforme a  $\mathbf{p}_k$ 
    Evaluar la función de aptitude  $F$  para cada miembro de la población
    Aplicar los métodos de mejora a cada miembro de la población
    Seleccionar la mejor solución
    Actualizar  $\mathbf{p}_k$  usando la mejor solución y la tasa de aprendizaje  $LR$ 
    Mutar  $\mathbf{p}_k$  usando la probability de mutación  $PMUTA$  y una cantidad de
    mutación  $MS$ 
  end for
  OffSpring =  $\emptyset$ 
  for  $k = 1, \dots, NPBIL$  step 2 do
    Seleccionar 2 individuals (padres) entre todos los vectores  $\mathbf{p}$ 
    if random <  $Pinteraction$ 
      Usar cruzamiento uniforme para calcular dos hijos
      Agregar hijos a OffSpring
    else
      Agregar padres a OffSpring
    endif
  endfor

  for  $k=1, \dots, NPBIL$  do
     $\mathbf{p}_k = \text{OffSpring}(k)$ 
  endfor
endwhile

```

Adicionalmente se proveyó al algoritmo de dos mecanismos de mejora de soluciones. En el primero de ellos, M1, la estrategia se aplica a una solución, candidata a ser mejorada. Se genera un conjunto formado por ésta y una vecindad conformada por las soluciones que tienen una distancia de Hamming igual a 2 respecto de la original y se las evalúa. Se devuelve la de mejor ajuste.

En el segundo mecanismo, M2, se toman parejas de soluciones de dicho conjunto y se define una vecindad con todos los posibles valores de soluciones para los bits no comunes de cada pareja. Como ejemplo, considérense las soluciones $\text{sol}_1 = [1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0]$ y $\text{sol}_2 = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]$. Éstas difieren en los bits 4 y 5. El esquema es $[1 \ 1 \ 0 \ * \ *]$ y se analiza la vecindad para los bits 4 y 5 considerando todas las combinaciones posibles; esto es: (0 0), (0 1), (1 0) y (1 1). Por lo

tanto, la vecindad es el conjunto $\{[1\ 1\ 0\ 0\ 0], [1\ 1\ 0\ 0\ 1]^*, [1\ 1\ 0\ 1\ 0]^*, [1\ 1\ 0\ 1\ 1]\}$. Las soluciones marcadas con asteriscos son las iniciales y son excluidas de la vecindad. Finalmente, se evalúan las soluciones de la vecindad y se reemplaza la pareja con las vecinas sólo si estas últimas son mejores.

4 EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

El algoritmo descrito se implementó para un ejemplo de 841 nodos de demanda (Cruz, 2009) distribuidos en un área representada por una matriz $\mathbf{A}^{29 \times 29}$. El conjunto de localizaciones candidatas, representado por el vector \mathbf{S} , consta de 100 elementos, distribuidos según se muestra en la Tabla 1. Además, en la misma se observan los datos correspondientes al área máxima cubierta C_m (medida en términos de cantidad de nodos de demanda atendidos) y el grado máximo de solapamiento inicial g_{si} .

S	1 12 25 37 49 52 62 71 85 96 101 108 112 117 120 122 129 138 161 163
	183 189 200 206 232 242 244 250 266 275 288 294 306 309 325 333 337
	350 352 363 364 365 385 394 404 423 433 434 460 467 471 482 484 495
	499 500 509 510 511 514 527 529 539 542 559 580 585 588 604 609 611
	612 613 619 627 637 658 661 682 687 688 692 694 702 709 711 724 730
	752 753 765 780 789 800 801 805 826 835 836 841
C_m	815
g_{si}	10

Tabla 1: Datos para el ejemplo propuesto

Se realizaron ejecuciones para 2, 4 y 6 PBILs. Los parámetros utilizados en el algoritmo se muestran en la Tabla 2.

Tamaño de la población	100
Cantidad de PBILs	2-4-6
Probabilidad de mutación	0.01
N° iteraciones	100
Tamaño de la población	11
Tasa de aprendizaje (LR)	0.1
Monto de mutación	0.05

Tabla 2: Datos para el ejemplo propuesto

Los experimentos que se realizaron tuvieron en cuenta la aplicación de cada uno de los métodos de mejora por separado y también juntos. La tabla 3 muestra los resultados promedio sobre 20 ejecuciones obtenidos en cada caso

Como puede observarse, si el algoritmo no está dotado de ningún mecanismo de mejora por búsqueda local, se obtienen valores de área cubierta menores y con mayor número de estaciones RB a instalar. Estos resultados no pueden ser mejorador a través del aumento de la cantidad de poblaciones que evolucionan en paralelo.

Si se comparan ambos mecanismos de mejora puede observarse que el algoritmo hibridizado con M1 ofrece áreas de cobertura un 5% mayores, en promedio, que las arrojadas por el algoritmo equipado sólo con el mecanismo M2, aunque esto se logra a expensas de aumentar el número de RB. Con el objeto de utilizar las capacidades de cada uno de los

métodos y lograr soluciones de compromiso aceptables, es conveniente la hibridización de PBIL con ambos mecanismos de búsqueda local, lo cual, por otra parte, puede verificarse observando los correspondientes resultados en la tabla 3.

N° de PBILs	Mecanismo de mejora	Area Cubierta	N° RB
1	Ninguno	749	32
	M1	788	30
	M2	756	29
	Ambos	776	28
2	Ninguno	729	30
	M1	795	31
	M2	758	29
	Ambos	783	29
4	Ninguno	753	31
	M1	795	31
	M2	763	29
	Ambos	785	29
6	Ninguno	750	33
	M1	801	31
	M2	757	29
	Ambos	786	29

Tabla 3: Comparación de casos con diferente cantidad de conjuntos PBIL y diferentes mejoras en búsqueda local implementadas.

Además si se comparan los resultados obtenidos mediante la evolución de más de un PBIL y con cruzamiento de vectores de probabilidades al finalizar cada ciclo puede concluirse que es mayor el impacto de la hibridización que de la paralelización sobre la calidad de las soluciones obtenidas.

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha resuelto un problema típico de diseño de redes: la localización óptima de radiobases en redes inalámbricas. Se ha utilizado para su resolución un algoritmo de estimación de distribuciones. Los resultados obtenidos han demostrado un buen desempeño del algoritmo planteado. Los mecanismos de mejora utilizados para hibridizar el algoritmo propuesto, permiten explotar el espacio de búsqueda en algunas regiones y mejorar la calidad de las soluciones. La aplicación de los dos mecanismos permite obtener soluciones de compromiso entre el área de cobertura y la cantidad de RBs utilizadas para una topología determinada. La facilidad intrínseca de paralelización del PBIL permitirá, en futuras implementaciones, la consecución de resultados en un menor tiempo de cómputo.

REFERENCIAS

- Baluja, S. *Population-based incremental learning: A method for integrating genetic search based function optimization and competitive learning* (Technical Report CMU-CS-94-163); Carnegie Mellon University; Pittsburgh, PA, USA, 1994
- Cruz I.; Simón, S.; Hernández, J.; Carnero, M. Comparación de Estrategias para el Diseño Óptimo Multiobjetivo de Redes Inalámbricas. *Mecánica Computacional*, Vol. XXVIII. N°

31. (2009)
- Chaves, J. Domínguez, D, Vega, M. Gomez, J., Sánchez, J.: *SS vs PBIL to Solve a Real-World Frequency Assignment Problem in GSM networks*. EvoWorkshops 2008. LNCS 4974. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Pp. 21-30 (2008)
- Garey, M. y Johnson, D., *Computers and Intractability. A guide to the theory of NP-Completeness*, W.H. Freeman and Company, New York. 1999
- Luna, F.; Alba, E.; Nebro, A.; Pedraza, S. *Evolutionary Algorithms for Real-World Instances of the Automatic Frequency Planning Problem in GSM Networks*. Lecture Notes in Computer Science, Volume 4446/2007, pp108-120 (2007)
- Mendes, S.; Molina, G.;Vega-Rodríguez, M.;Gómez-Pulido,J.; Sáez, Y.;Miranda, G.;Segura C.; Alba, E.;Isasi, P.;León, C.;Sánchez-Pérez, J. *Benchmarking a wide spectrum of metaheuristic techniques for the radio network design problem*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation. Volume 13 , N° 5. pp. 1133-1150. (2009)
- Pang. H, Hu, K. Hing, Z.. *Adaptive PBIL Algorithm and its Application to Solve Scheduling Problems*. Proceedings of then 2006 Conference on Computer Aided Control System Design. Munich. Pp 784-789 (2006)
- Tutschku, K., Gerlich, N., Tran-Gia, P. *An integrated approach to cellular network planning*. Proceedings of the 7th International Network Planning Symposium (Networks 96), Sydney, 1996.