

ANÁLISE DA RUPTURA POR FLEXÃO E CORTE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Carla Wagner Matzenbacher, Américo Campos Filho e Alexandre Rodrigues Pacheco

*Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
Avenida Osvaldo Aranha, 99 – 3º andar, Porto Alegre, RS, Brasil, ppgec@ppgec.ufrgs.br,
<http://www6.ufrgs.br/engcivil/ppgec>*

Palavras chave: Elementos finitos, Concreto Armado, Vigas.

Resumo. Este artigo apresenta um estudo onde foram simulados dezesseis ensaios de vigas de concreto armado realizados por (F. Leonhardt e R. Walther, *Beton und Stahlbetonbau*. 57(7) (1962)) e (B. Bresler e A. C. Scordelis, *Journal of the American Concrete Institute*. 60(1) (1963)). Estes ensaios cobrem uma grande variedade de comportamentos que podem ser observados nas vigas de concreto armado, incluindo situações de falhas por flexão e corte. Os resultados comparados são a distribuições de fissuras e tensões ao longo das vigas e diagramas de carga-deslocamento para os centros dos vãos. Os materiais foram considerados elastoplásticos. As barras de armadura foram consideradas através de um modelo incorporado, enquanto que a fissuração do concreto foi representada através de um modelo de fissuras distribuídas.

1 INTRODUÇÃO

O comportamento do concreto estrutural é bastante complexo, devido, entre outros fatores, à resistência à tração do concreto ser muito inferior a sua resistência à compressão, à aderência imperfeita entre o aço e o concreto, à não linearidade da relação tensão-deformação do concreto já para níveis de tensão relativamente baixos, à fissuração do concreto e à transmissão de esforços entre as fissuras, aos fenômenos da fluência e da retração do concreto e da relaxação nos aços de protensão. Estes fatores dificultam a análise e a compreensão do comportamento das estruturas de concreto e têm sido alvos de inúmeras pesquisas desde o início do século passado. Nos últimos anos, o método dos elementos finitos tem se mostrado uma ferramenta poderosa para simular o comportamento destas estruturas e esclarecer os mecanismos de funcionamento das mesmas.

Este trabalho apresenta as formulações adotadas na elaboração de um programa numérico de elementos finitos implementado em Fortran 90. O modelo numérico é utilizado para análise de vigas com ruptura por flexão e para vigas com ruptura por cisalhamento. Portanto, os programas experimentais de Leonhardt e Walther (1962) e de Bresler e Scordelis (1963) são utilizados, já que os modelos de vigas analisados nestes programas apresentam estes dois modos de ruptura.

O programa possui um pós-processador implementado em Matlab que lê os resultados obtidos para cada incremento de carga e apresenta em figuras de fácil visualização. Um total de 16 vigas são analisadas e para cada uma são apresentados resultados do diagrama carga-deslocamento, de distribuição de tensões normais, de distribuição das fissuras nos elementos de concreto e de tensões axiais na armadura.

2 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA O CONCRETO

2.1 Modelo de elementos finitos para o concreto

Para a modelagem do concreto, utilizou-se, neste trabalho, o elemento finito isoparamétrico quadrangular sugerido por Owen e Hinton (1980). Este elemento finito possui oito nós e é considerado um elemento da família Serendipity. Ele está ilustrado na Figura 1, tem dois graus de liberdade em cada nó, correspondentes às translações na direção dos eixos x-y, sistema global de coordenadas. Seu campo de deslocamento varia de forma quadrática e seu campo de deformação é linear.

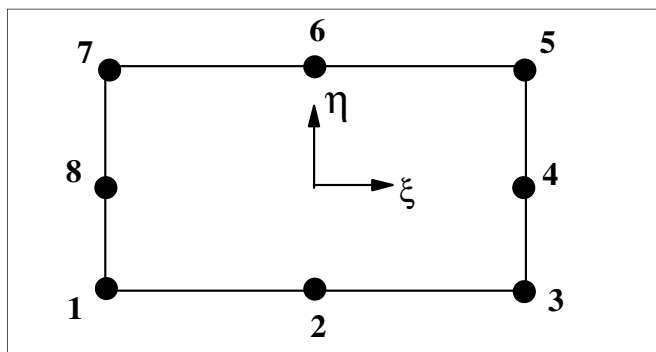


Figura 1: Elemento isoparamétrico quadrangular

A matriz constitutiva elástica utilizada é a matriz para o estado plano de tensão, apresentada na equação 1.

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Onde E é o módulo de elasticidade longitudinal e ν é o coeficiente de Poisson. As coordenadas naturais e os fatores de peso dos pontos de integração encontram-se em Owen e Hinton (1977).

2.2 Modelo de elementos finitos para a armadura

Para a representação da armadura, utilizou-se o modelo incorporado proposto por Elwi e Hrudey (1989), onde se supõe que esta resiste apenas a esforços axiais e que há compatibilidade de deslocamentos entre seus pontos e os pontos de concreto localizados na mesma posição. Desta forma, a matriz de rigidez da armadura tem a mesma dimensão da matriz de rigidez do elemento de concreto e a matriz de rigidez total é a soma das duas. Permite-se, com este modelo, uma disposição arbitrária das barras de aço no interior dos elementos de concreto, sem a geração de novas incógnitas no problema. Podem ocorrer várias barras de aço dentro de um mesmo elemento finito de concreto. Admite-se, também, aderência perfeita entre o concreto e o aço.

Os deslocamentos ao longo da barra de armadura são obtidos a partir dos deslocamentos nodais dos elementos de concreto correspondentes. A expressão final da matriz de rigidez, \mathbf{K} , do elemento resulta na equação 2.

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_c + \sum_{i=1}^{nb} \mathbf{K}_{s,i} \quad (2)$$

A variável “nb” denota o número de segmentos de barra de armadura no interior do elemento de concreto, \mathbf{K}_c é a matriz de rigidez do concreto e \mathbf{K}_s é a matriz de rigidez da barra de aço. A matriz de rigidez para cada barra de armadura é expressa pela equação 3.

$$\mathbf{K}_s = E_s A_s \int_s \mathbf{B}_s ds \quad (3)$$

Onde E_s é o módulo de elasticidade longitudinal do aço, A_s é a área da seção transversal da barra de armadura e \mathbf{B}_s é o vetor das relações deformações-deslocamentos para a armadura.

As barras de armadura são representadas por elementos unidimensionais isoparamétricos, permitindo-se modelar barras retas e curvas. A geometria das barras retas fica definida por dois pontos, enquanto que, para barras curvas, são necessários três pontos.

3 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS

O material concreto estrutural comporta-se de uma maneira extremamente complexa, apresentando uma resposta altamente não-linear.

A Figura 2 ilustra as três fases típicas pelas quais passa um elemento de concreto estrutural, quando submetido a uma sollicitação de flexão: a primeira, elástica-linear, com o concreto não-fissurado; a segunda, onde aparecem as fissuras e a terceira, plástica.

A fissuração do concreto, a plastificação do concreto e do aço, a diferença entre as resistências à tração e compressão do concreto, a não-linearidade da relação tensão-deformação e os fenômenos relacionados ao tempo como, fluência e retração do concreto e

relaxação do aço protendido, entre outros fatores, como o engrenamento dos agregados e o efeito de pino das barras de aço, são as causas desta não-linearidade.

Utilizando-se o método dos elementos finitos, uma ferramenta consagrada para solução numérica de uma variedade de problemas encontrados na engenharia, pode-se realizar uma análise mais racional destes fenômenos.

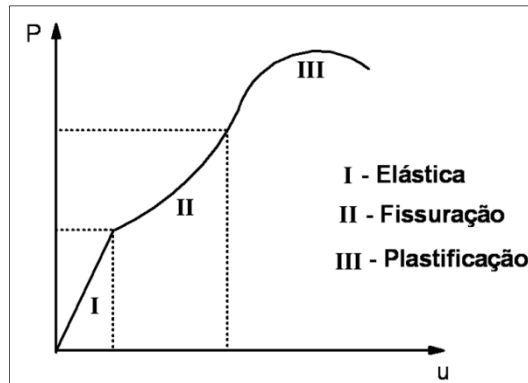


Figura 2: diagrama carga-deslocamento típico de um elemento de concreto estrutural

3.1 Modelos constitutivos para o concreto

O modelo elasto-plástico, utilizado para descrever o comportamento do **concreto comprimido**, compõe-se por um critério de ruptura, por um critério de plastificação e uma regra de endurecimento.

Admite-se, para o concreto não-fissurado, um comportamento isotrópico. Sua superfície de ruptura, f , pode ser expressa, em função das tensões principais, σ_1 , σ_2 e σ_3 , pela equação 4.

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \quad (4)$$

As tensões principais podem ser determinadas através da formulação apresentada por Owen e Hinton (1980) que resulta na seguinte equação 5.

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix} = \frac{2J_2}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \text{sen}(\theta + 2\pi/3) \\ \text{sen} \theta \\ \text{sen}(\theta + 4\pi/3) \end{pmatrix} + \frac{I_1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Com $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ e $-\pi/6 \leq \theta \leq \pi/6$.

Neste trabalho, utilizou-se o critério de ruptura, proposto por Ottosen (1977), o qual foi adotado pelo Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993) e é dado pela equação 6.

$$\alpha \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 = 0 \quad (6)$$

Onde f_{cm} é a resistência média à compressão do concreto e:

$$\begin{aligned} \lambda &= c_1 \cos[1/3 \arccos(-c_2 \text{sen } 3\theta)], \text{ para } \text{sen } 3\theta \leq 0 \\ \lambda &= c_1 \cos[1/3 \arccos(-c_2 \text{sen } 3\theta)], \text{ para } \text{sen } 3\theta > 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Com $\text{sen } 3\theta$ calculado através da equação fornecida por Owen e Hinton (1980).

Os quatro parâmetros do modelo, α , β , c_1 e c_2 , são determinados (equação 10), conforme o Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993), a partir da relação, k (equação 8), entre a resistência média à compressão uniaxial, f_{cm} , e a resistência média à tração uniaxial, f_{tm} (equação 9), do concreto.

$$k = \frac{f_{tm}}{f_{cm}} \quad (8)$$

Onde:

$$f_{tm} = 0,14(f_{cm})^{2/3}, \text{ em } kN/cm^2 \quad (9)$$

Assim, os parâmetros do critério de Ottosen são calculados por:

$$\alpha = \frac{1}{9k^{1,4}}$$

$$\beta = \frac{1}{3,7k^{1,1}} \quad (10)$$

$$c_1 = \frac{1}{0,7k^{0,9}}$$

$$c_2 = 1 - 6,8(k - 0,07)^2$$

A Figura 3 abaixo apresenta a forma geral da superfície de ruptura do concreto no espaço tridimensional de tensões, podendo ser vista por seus meridianos e suas seções transversais. Para um material isotrópico e com mesmas resistências à tração e compressão, a superfície de ruptura apresenta tríplice simetria com origem em zero, tornando-se necessário o estudo de apenas meio setor com $0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$. Como o concreto possui resistência à tração muito menor do que à compressão, mas considerando que este é um material isotrópico, continua havendo tal simetria, porém a origem passa a não ser mais em zero e o setor a ser estudado agora é de $-30^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$.

Desta forma, a superfície de ruptura do concreto é dependente dos três invariantes de tensão (I_1, J_2, J_3); tem uma forma suave e convexa, com exceção do seu vértice; tem meridianos que são parabólicos e que abrem no sentido negativo do eixo hidrostático; possui seções transversais que mudam, de uma forma triangular para circular, com o aumento da pressão hidrostática.

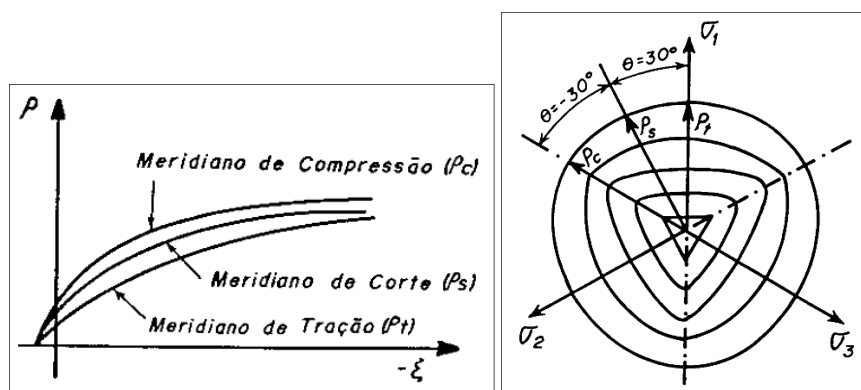


Figura 3: meridianos da superfície de ruptura (esquerda) e seções transversais da superfície de ruptura (direita)

A superfície de plastificação adotada tem a mesma forma da superfície de ruptura. Assim, considerando-se a tensão efetiva $\sigma_{ef} = F$ obtém-se, a partir da equação 6, que define o critério de ruptura, a expressão 11 para as superfícies de plastificação.

$$F = \sigma_{ef} = \frac{\lambda\sqrt{J_2} + \beta I_1 + \sqrt{(\lambda\sqrt{J_2} + \beta I_1)^2 + 4\alpha J_2}}{2} \quad (11)$$

Considerando nula a tensão de plastificação inicial, o domínio plástico, onde o material possui um comportamento elasto-plástico com endurecimento, ocorre para valores de σ_{ef} , dentro do intervalo $0 < \sigma_{ef} < f_{cm}$, conforme ilustrado na Figura 4.

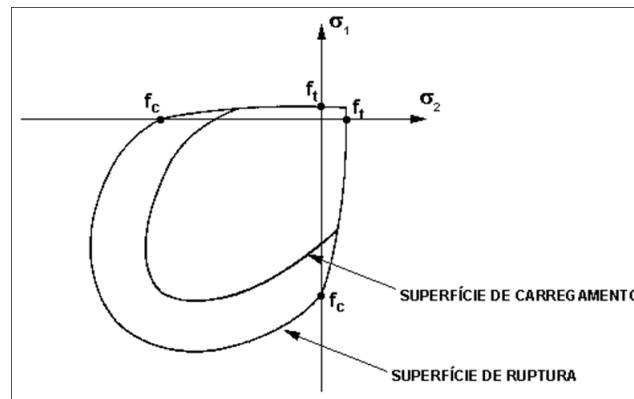


Figura 4: superfícies de ruptura e de carregamento

A regra de endurecimento define a maneira pela qual as superfícies de plastificação se movimentam (superfícies de carregamento), durante a deformação plástica. É determinada pela relação tensão-deformação plástica efetiva, onde, aplicando-se tais conceitos, é possível extrapolar os resultados de um simples ensaio uniaxial para uma situação multiaxial.

Neste trabalho, usou-se a curva tensão-deformação, proposta pelo Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993), para representar o comportamento do concreto, sob compressão uniaxial, cuja expressão é apresentada na equação 12.

$$\sigma = -\frac{-\frac{E}{f_{cm}}\varepsilon - \left(\frac{\varepsilon}{-0,0022}\right)^2}{1 + \left(\frac{E}{f_{cm}}0,0022 - 2\right)\frac{\varepsilon}{-0,0022}} f_{cm} \quad (12)$$

A Figura 5 apresentada a seguir representa o diagrama tensão-deformação, para o concreto comprimido.

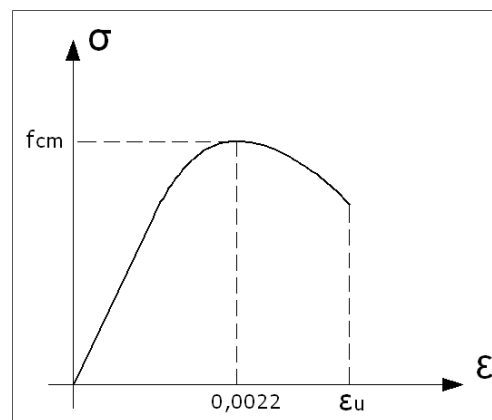


Figura 5: diagrama tensão-deformação para o concreto comprimido

No modelo implementado, considera-se plasticidade associada, por motivos práticos, já que há poucas evidências experimentais disponíveis para este fato, segundo Owen e Hinton (1980). Desta forma, dentro do domínio plástico, na relação tensão-deformação, o vetor de fluxo plástico é normal à superfície de plastificação.

O comportamento para o **concreto tracionado** foi modelado de acordo com os critérios apresentados a seguir. O fato do concreto possuir baixa resistência à tração resulta na sua fissuração, para baixos níveis de tensão, se comparados com as tensões de falha à compressão. O concreto fissurado segue o modelo de fissuras distribuídas. Neste modelo, necessita-se apenas que se atualize a relação tensão-deformação após a ocorrência da fissura, sem modificar-se a topologia da malha de elementos finitos durante a análise, como ocorre em outros modelos.

No presente trabalho, o concreto sob tração é modelado como sendo um material elástico com amolecimento (“strain-softening”) e o critério de ruptura de Ottosen foi empregado para se distinguir o comportamento elástico da fratura à tração. Para um ponto, no interior do elemento, previamente não-fissurado, as tensões principais e suas direções são avaliadas. Conforme o critério estabelecido pelo Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993) e tomando-se σ_1 como a tensão máxima principal, segue-se que:

- se $\sigma_1 \geq f_{tm}/2$, o ponto de integração fissurou;
- se $\sigma_1 < f_{tm}/2$, o ponto de integração esmagou.

A fissura é formada no plano ortogonal a σ_1 . Após isso, considera-se o concreto ortotrópico, sendo desprezado o efeito de Poisson, conforme Hinton (1988), e os eixos materiais locais coincidem com as direções das tensões principais. A direção da fissura é admitida permanecer fixa, sendo isto conhecido como aproximação da fissura fixa. Como se trata de estado plano de tensão, apenas uma única fissura é permitida, para cada ponto no interior do elemento de concreto. Para um ponto já fissurado, verifica-se a formação de uma segunda fissura, que, por simplicidade, seria ortogonal à primeira fissura. Se ocorrerem duas fissuras, o concreto é suposto não colaborar mais na resistência da estrutura, tendo suas tensões anuladas no ponto em questão.

A direção da fissura é calculada, resolvendo-se um problema de autovetores. Calculam-se os cossenos diretores dos ângulos formados entre o autovalor equivalente à tensão principal máxima, σ_1 e o estado de tensão que originou a fissura.

Os primeiros estudos, feitos em análise numérica de concreto estrutural, admitiam o concreto como sendo um material elástico-frágil, sob tração. Quando uma fissura ocorria, a tensão normal à fissura era zerada. Esta idéia foi logo abandonada, por levar a dificuldades de convergência dos resultados.

Foi discutido que, devido às forças de aderência, o concreto entre as fissuras suporta certo nível de tensão de tração. O concreto adere às barras de armadura e contribui ativamente para a rigidez total da estrutura. Este efeito é conhecido como enrijecimento à tração (“tension stiffening”).

Neste trabalho, admite-se aderência perfeita entre o concreto e o aço e a degradação da aderência é considerada indiretamente pela introdução de um ramo descendente suave na curva tensão-deformação do concreto tracionado, de modo que as perdas de resistência à tração ocorram gradualmente após a fissuração. Isto equivale a considerar o concreto como um material com amolecimento em tração.

A curva tensão-deformação para o concreto tracionado empregada em Seixas (2003) foi adotada neste trabalho. Esta curva é composta por um ramo ascendente, que corresponde a uma resposta elástica linear, e um ramo descendente, pós-fissura, que considera a degradação linear da aderência (Figura 6). A relação constitutiva é expressa pela equação 13.

$$\sigma = \alpha \cdot f_{tm} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ctu}} \right) \quad (13)$$

Nesta equação, α é o parâmetro que define a inclinação do ramo linear descendente e ε_{ctu} é um parâmetro que indica a deformação limite para a qual a colaboração do concreto entre fissuras não deve mais ser considerada. Neste trabalho, adotou-se para α valores no intervalo $0,5 < \alpha < 1,0$ e para ε_{ctu} foi adotado o intervalo $0,04 < \varepsilon_{ctu} < 0,07$.

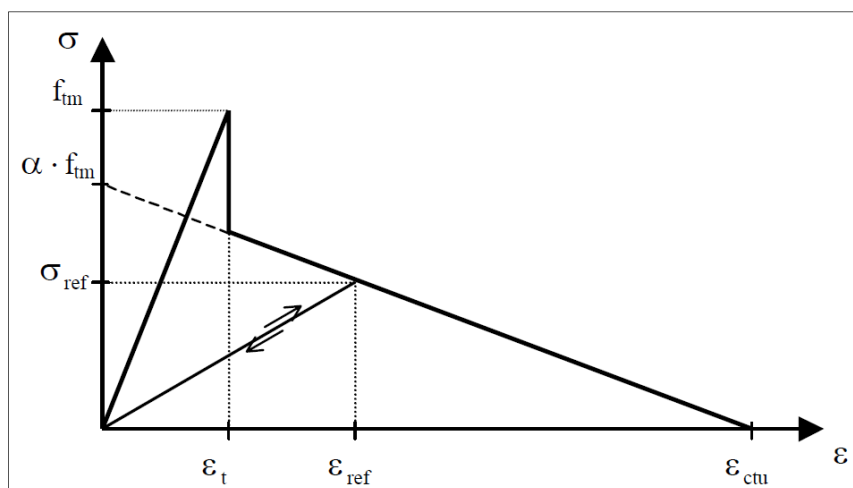


Figura 6: curva tensão-deformação para o concreto tracionado

A redistribuição de tensões devido à fissuração em outros pontos de integração ou carregamentos posteriores, pode eventualmente forçar algum ponto previamente fissurado a fechar total ou parcialmente. Esta possibilidade é considerada neste modelo. Se a deformação atual ε é pequena comparada à deformação ε_{ref} , armazenada como a máxima deformação de tração alcançada através da fissura pelo ponto de integração em questão, a tensão normal à fissura, σ , é calculada pela equação 14.

$$\sigma = \frac{\sigma_{ref}}{\varepsilon_{ref}} \varepsilon \quad (14)$$

Onde σ_{ref} é a tensão interpolada correspondente à deformação ε_{ref} . A trajetória desta “descarga” secante pode ser visualizada na Figura 6. A reabertura da fissura segue a mesma trajetória até ε_{ref} ser excedida, após a qual segue a trajetória descendente definida pela equação 13.

Assim como a tensão normal ao plano da fissura, a tensão paralela ao plano da fissura também sofre uma modificação. Duas situações possíveis podem acontecer: a deformação nesta direção ser de compressão, onde, para este caso, sugere-se que a tensão correspondente se comporte de acordo com o diagrama de um ensaio uniaxial à compressão, segundo o Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993). Por outro lado, se a deformação, na direção analisada, for de tração, uma relação tensão-deformação linear é adotada. O limite superior desta relação é a resistência à tração do concreto. Se este limite for atingido, o concreto é suposto fissurado nas duas direções e as tensões, no ponto, passam a serem nulas. Em ambos os casos, a deformação considerada está descontada da deformação de fissuração, ε_0 .

A rigidez transversal do concreto fissurado pode ser considerada da seguinte forma. Como uma regra geral, as primeiras fissuras que aparecem no concreto sob tração são perpendiculares à direção da mais alta tensão principal de tração do concreto, σ_1 . As direções

principais se modificam, por mudanças no carregamento ou por não-linearidades da estrutura, produzindo deslocamentos relativos das faces rugosas da fissura. Isto causa o surgimento de tensões de corte no plano da fissura. O valor destas tensões de corte depende das condições locais na fissura. O principal mecanismo de transferência de esforços transversais é o engrenamento dos agregados e as principais variáveis envolvidas são o tipo e a granulometria dos mesmos. Além disso, o efeito de pino da armadura que cruza a fissura (dowell effect) tem também importância na transferência de esforços. Neste caso, as principais variáveis envolvidas são o diâmetro das barras, a taxa de armadura e a inclinação das barras em relação ao plano da fissura. Ambos mecanismos são controlados pela abertura da fissura, que, quando aumenta, faz com que se reduza a capacidade de transferência de corte (shear transfer).

Os mecanismos acima mencionados não podem ser incluídos diretamente no modelo de fissuras distribuídas. Nos modelos de fissura fixa, tais mecanismos podem ser aproximados, conforme sugere Cervenka (1985), reduzindo-se o valor do módulo de elasticidade transversal do concreto, G , através de um fator β que varia entre 0 e 1. Desta forma, o novo valor para o módulo de elasticidade transversal, G_c , é dado conforme a equação 15.

$$G_c = \beta G \quad (15)$$

Em diversas análises, um valor constante foi atribuído a β , mas o mais realista seria relacioná-lo com a deformação normal à tração do concreto, ε_t . Cervenka (1985) apresentou a seguinte fórmula para β , também utilizada por Hinton (1988), a qual foi adotada neste trabalho conforme a equação 16.

$$\beta = 1 - \left(\frac{\varepsilon_t}{0,005} \right)^{k_1} \quad (16)$$

Sendo k_1 um parâmetro adotado com valor de 0,075.

3.2 Modelo constitutivo para a armadura

Nas estruturas de concreto estrutural, as barras de aço resistem, fundamentalmente, a esforços axiais. Deste modo, faz-se necessário apenas um modelo uniaxial para descrever o seu comportamento.

No modelo computacional, implementou-se um diagrama tensão-deformação bi-linear do aço. Considera-se o aço como um material elasto-plástico perfeito. Seu módulo de elasticidade longitudinal, E_s , é uma variável do problema. O material segue um comportamento elástico-linear até atingir o valor da tensão de escoamento do aço, f_y . A Figura 7 ilustra o diagrama tensão-deformação adotado neste trabalho para representar o comportamento das armaduras.

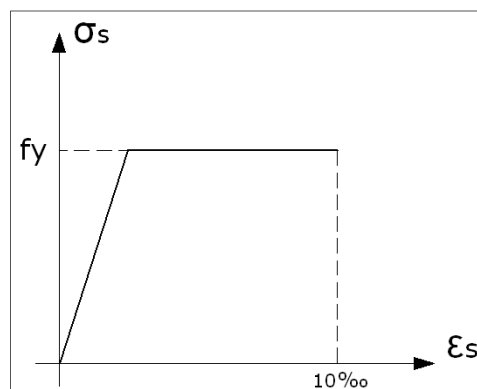


Figura 7: diagrama tensão deformação para as armaduras

4 ANÁLISE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Neste capítulo, comparam-se os resultados obtidos através do modelo computacional com valores determinados por ensaios experimentais para vigas bi-apoiadas de concreto armado. Estes ensaios foram realizados por Leonhardt e Walther (1962) e Bresler e Scordelis (1963). Mostram-se os resultados, obtidos pelo modelo computacional, para tensões no concreto e na armadura, para as distribuições de fissuras no concreto e para o diagrama carga-deslocamento.

4.1 Vigas de Leonhardt e Walther (1962)

Neste trabalho é estudado um conjunto de quatro vigas, denominadas ET1, ET2, ET3 e ET4, ensaiadas por Leonhardt e Walther (1962). Nessas vigas são aplicadas duas cargas concentradas, cuja posição pode ser vista na Figura 8. Sua resistência à compressão é de $2,42 \text{ kN/cm}^2$.

Todas as vigas possuem a mesma armadura longitudinal (Figura 8). Esta consiste, inferiormente, de quatro barras de 20 mm de diâmetro ($f_y = 42,8 \text{ kN/cm}^2$), sendo duas localizadas a 3 cm da borda inferior e duas localizadas a 6 cm da mesma borda e, superiormente, de duas barras de 8 mm de diâmetro ($f_y = 46,5 \text{ kN/cm}^2$) localizadas a 3 cm da borda superior. Todas as barras são de aço encruado a frio (antiga classe B). Os estribos verticais têm 6 mm de diâmetro ($f_y = 32 \text{ kN/cm}^2$, aço com encruamento natural, antiga classe A), uniformemente espaçados.

Para a análise computacional, utilizou-se a malha de elementos finitos com 20 elementos quadrangulares quadráticos de oito nós para estado plano de tensão, conforme a Figura 9. O peso próprio das vigas foi considerado carga de curta duração, uma vez que os ensaios eram montados na data da execução (aproximadamente, 28 dias após a concretagem).

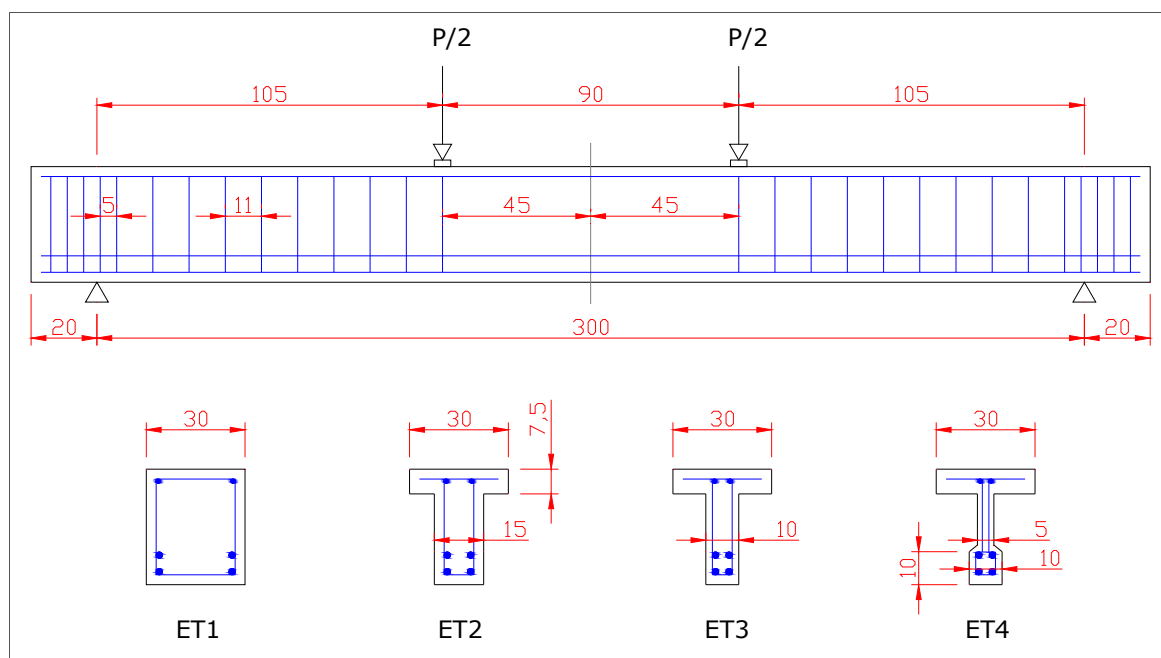


Figura 8: representação das vigas de Leonhardt e Walther (1962)

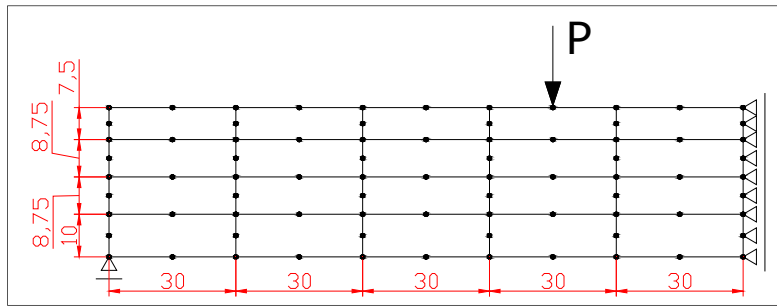


Figura 9: modelo de elementos finitos adotado

Os resultados para as vigas ET1 a ET4 podem ser vistos nas figuras a seguir. Em cada uma delas está representado o diagrama carga-deslocamento no ponto central inferior do vão da viga. O ponto verde assinala para que ponto da curva estão medidos os valores da distribuição das tensões normais, da distribuição de fissuras nos elementos e da tensão axial nas barras de armadura, também apresentados na mesma figura. Nos gráficos de abertura de fissuras, os asteriscos vermelhos indicam que o ponto fissurou nas duas direções.

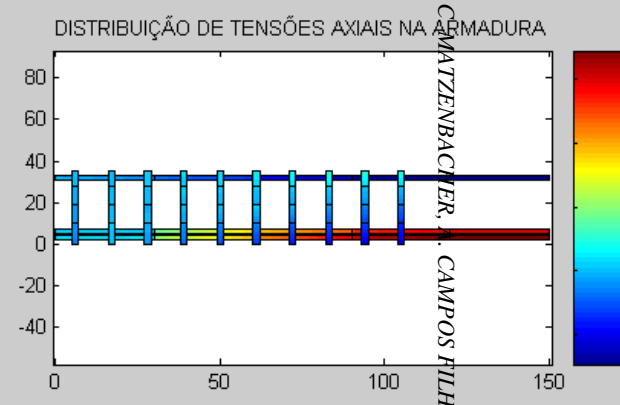
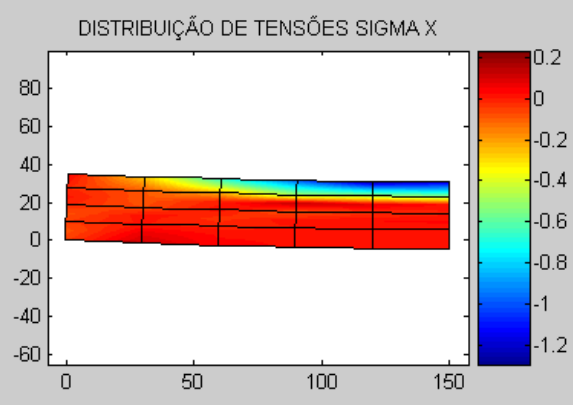
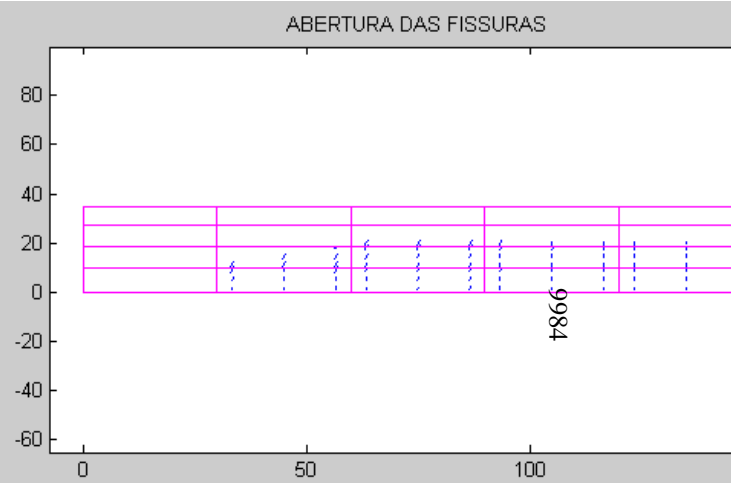
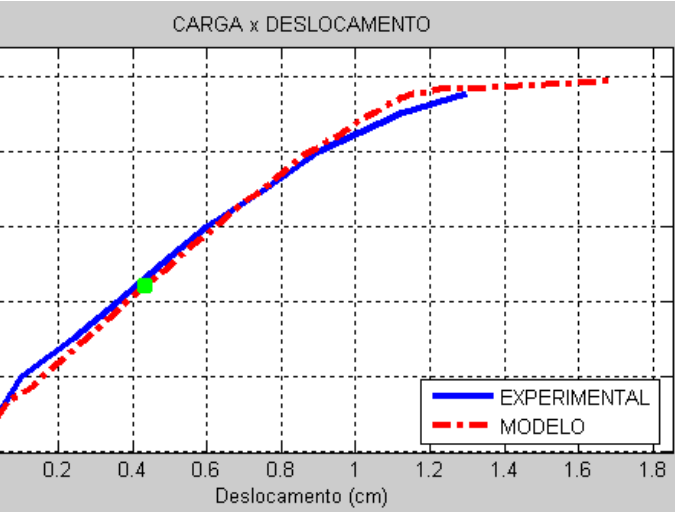


Figura 10: resultados da viga ET1 para carga intermediária, tensões em kN/cm²

C. MATZENBACHER, A. CAMPOS FILHO, A. RODRIGUES PACHECO

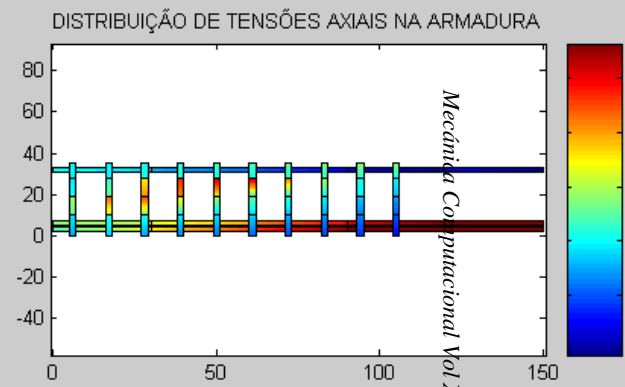
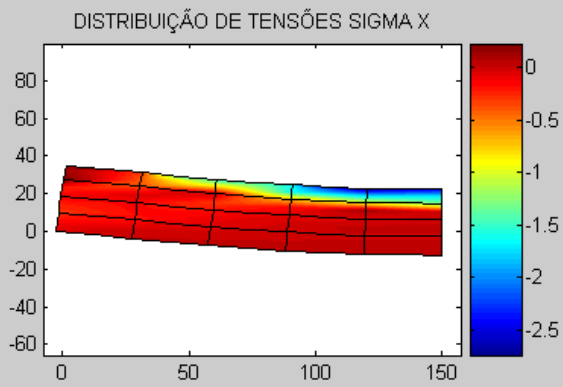
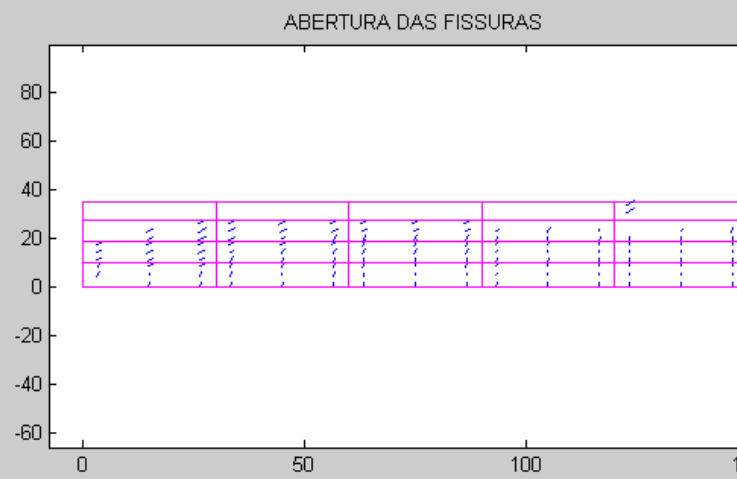
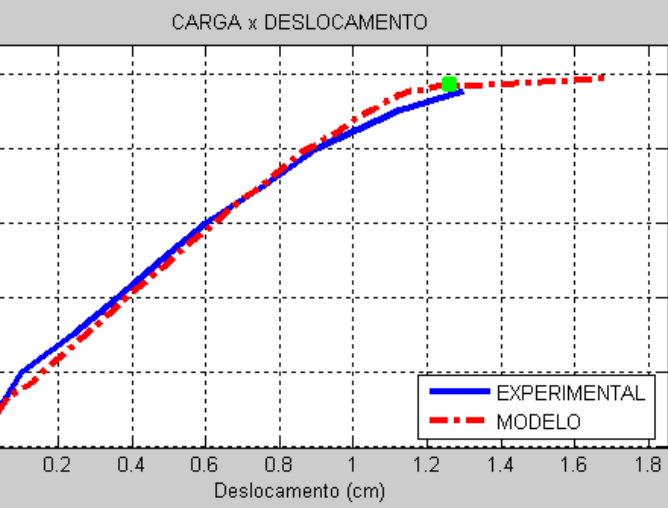


Figura 11: resultados da viga ET1 para carga de ruptura, tensões em kN/cm^2

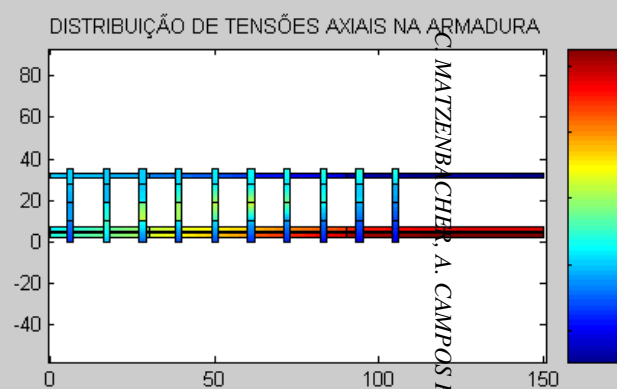
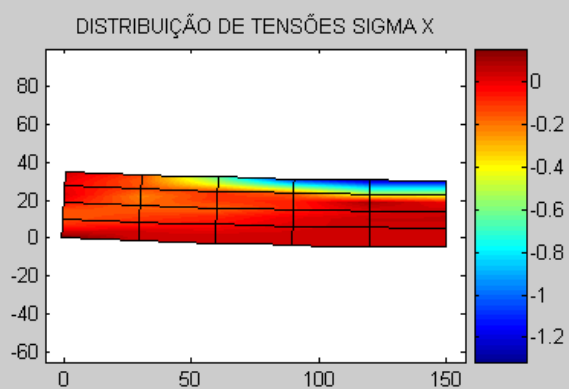
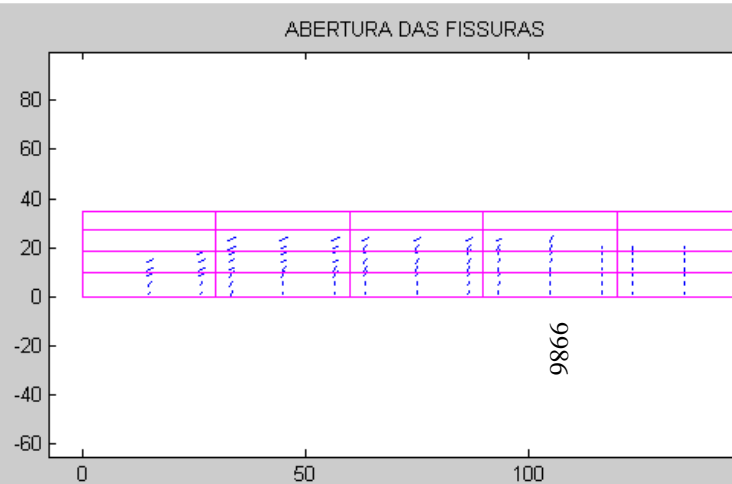
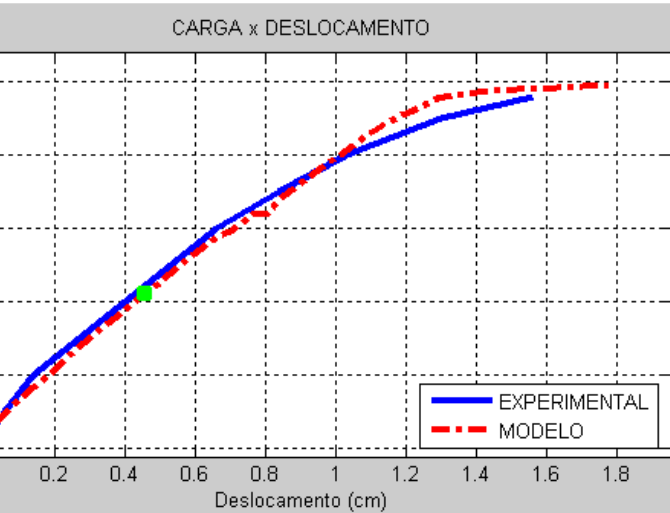


Figura 12: resultados da viga ET2 para carga intermediária, tensões em kN/cm²

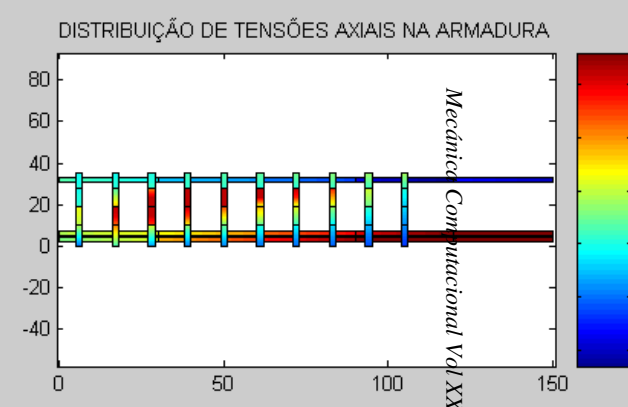
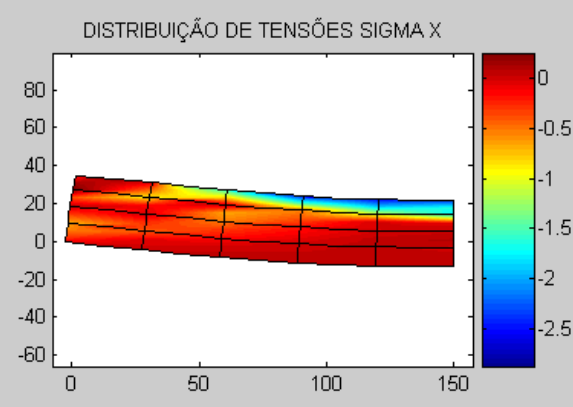
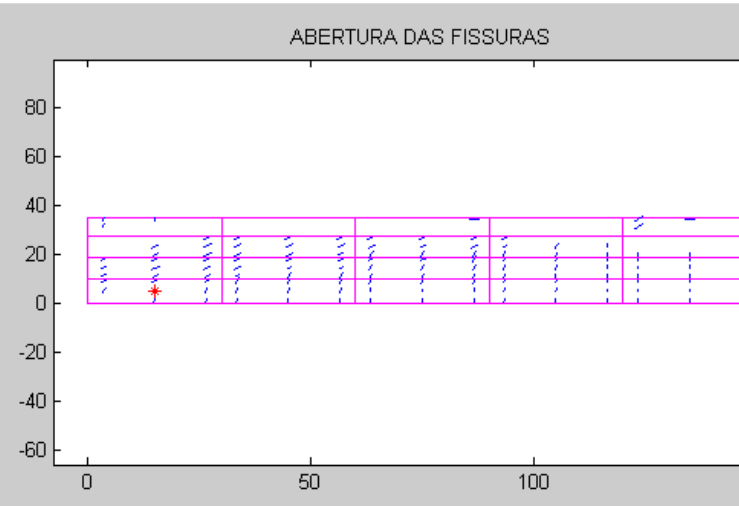
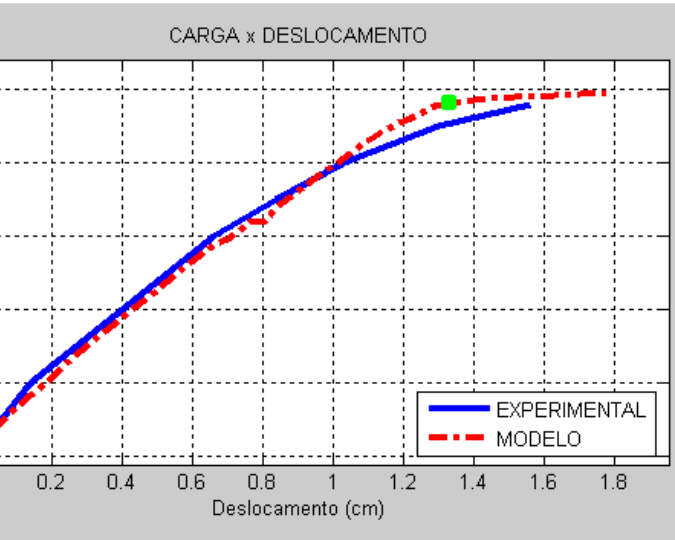


Figura 13: resultados da viga ET2 para carga de ruptura, tensões em kN/cm²

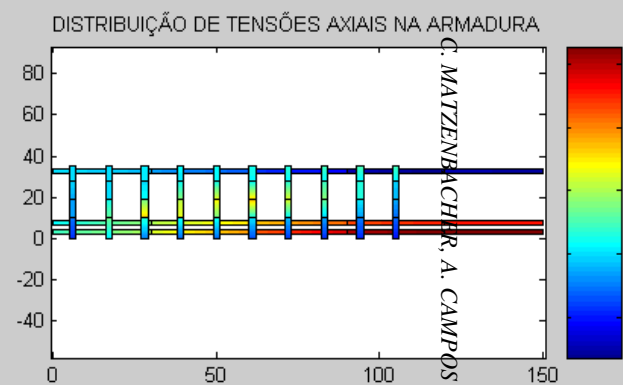
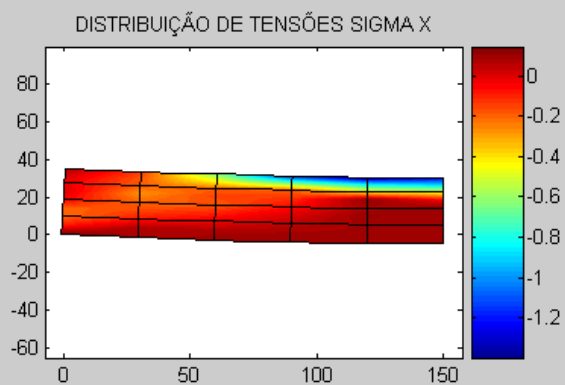
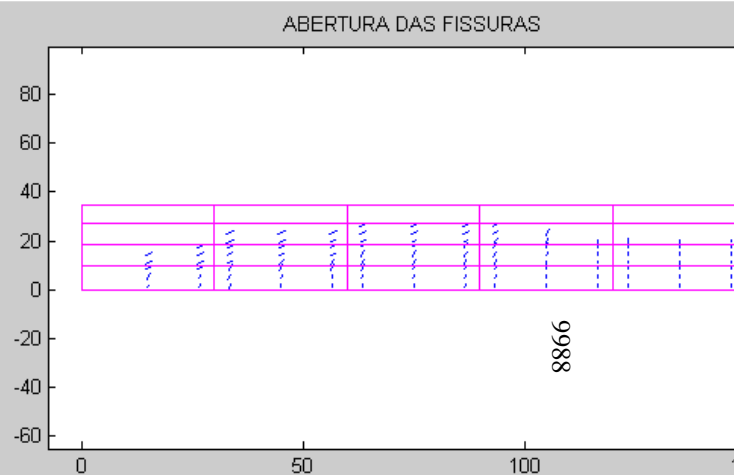
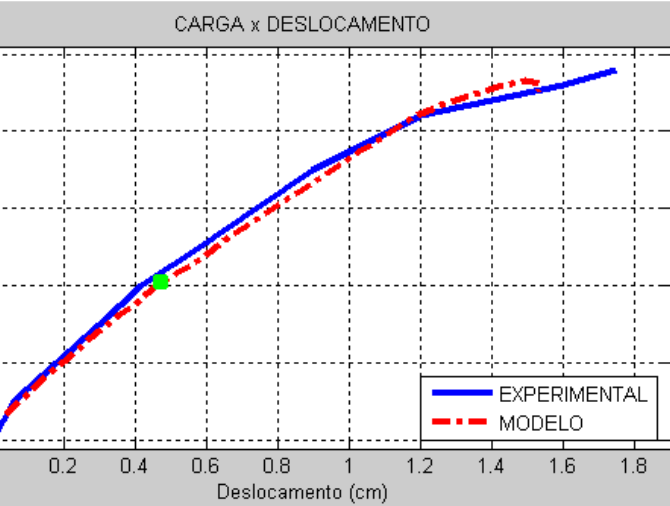


Figura 14: resultados da viga ET3 para carga intermediária, tensões em kN/cm²

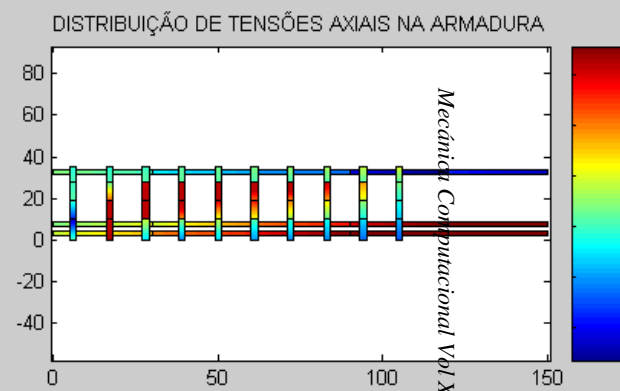
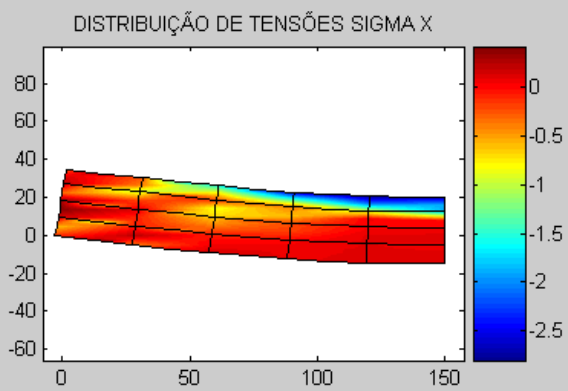
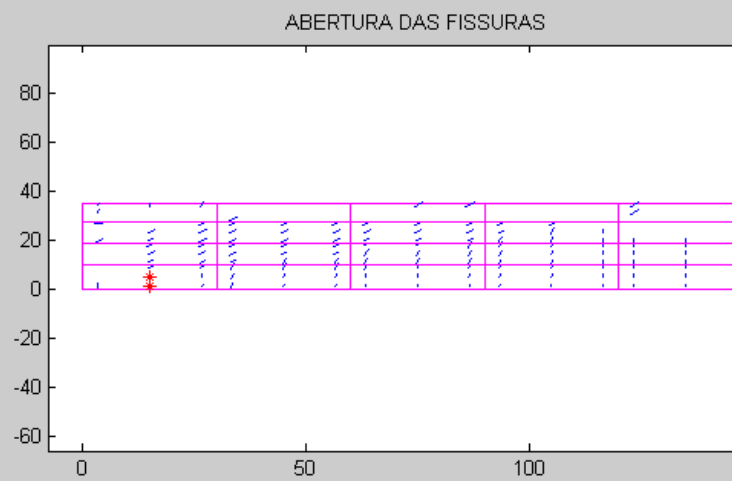
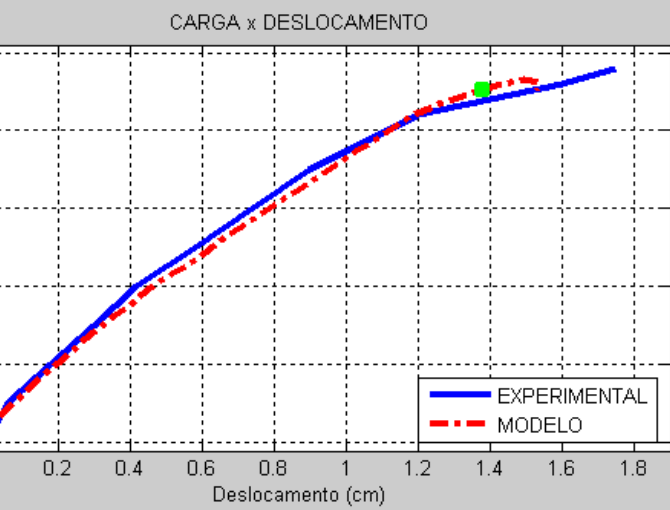


Figura 15: resultados da viga ET3 para carga de ruptura, tensões em kN/cm^2

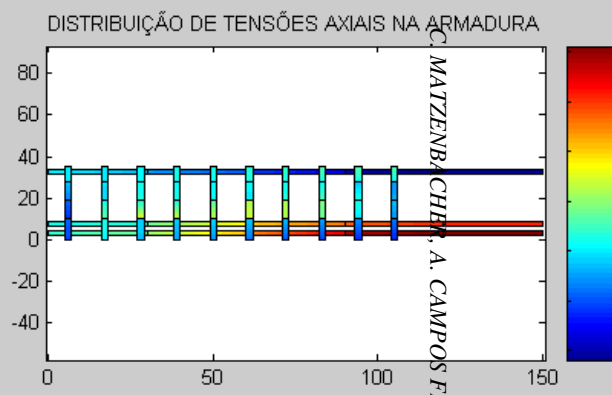
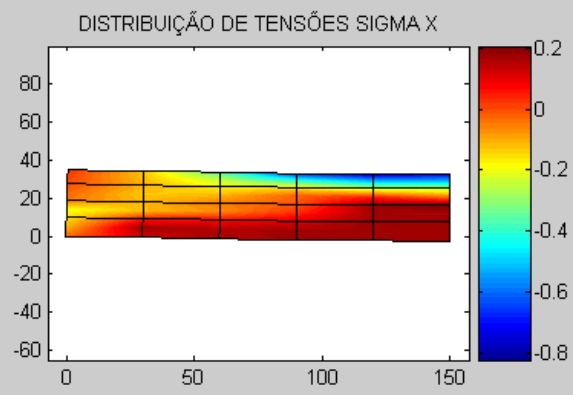
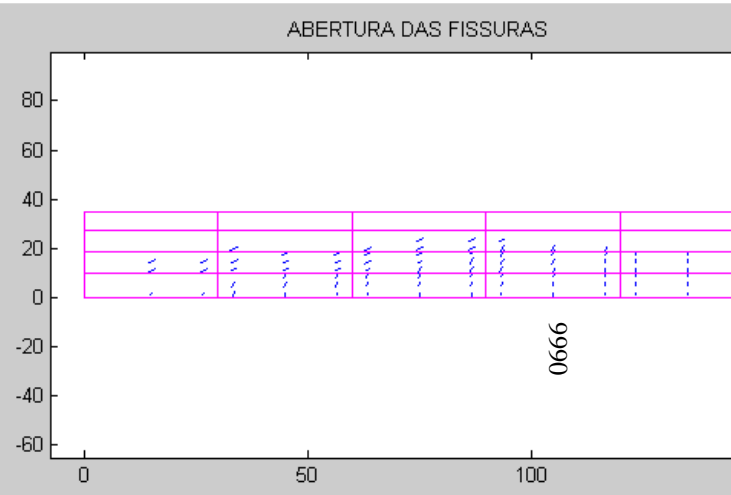
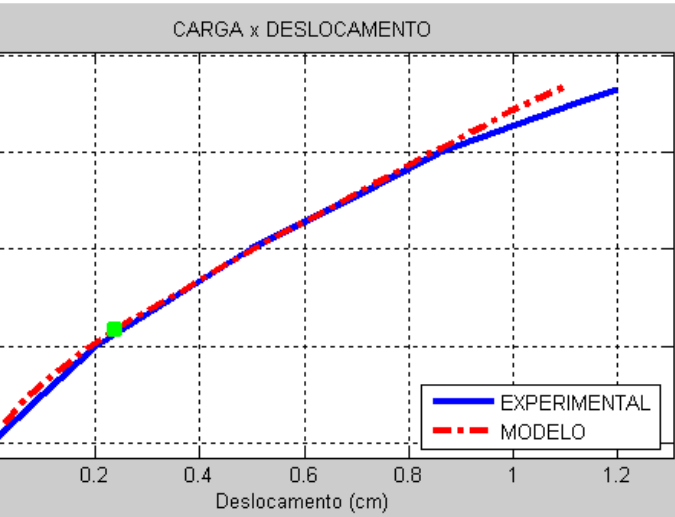


Figura 16: resultados da viga ET4 para carga intermediária, tensões em kN/cm²

C. MATZENBA, CHEN, A. CAMPOS FILHO, A. RODRIGUES PACHECO

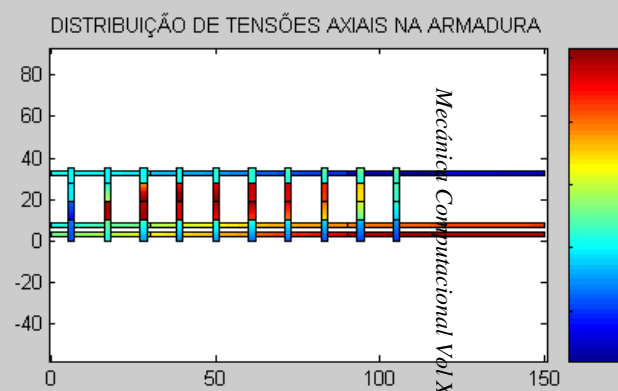
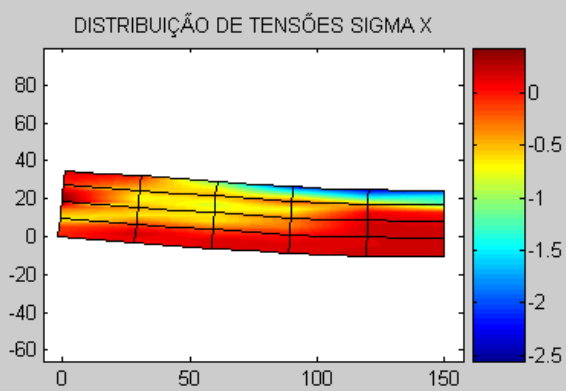
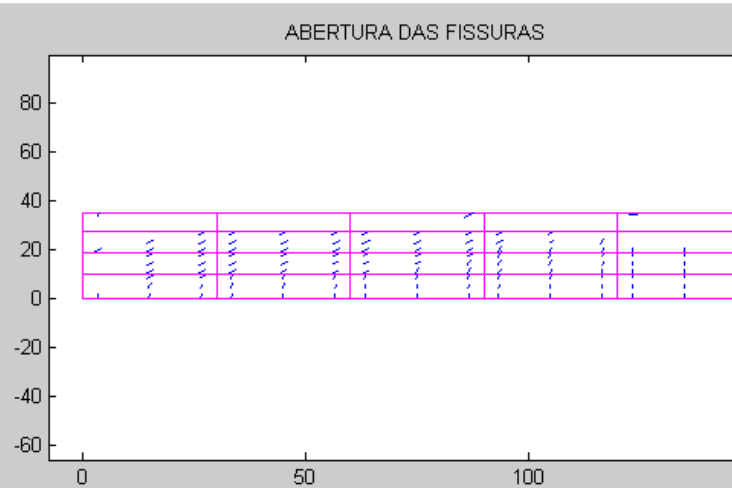
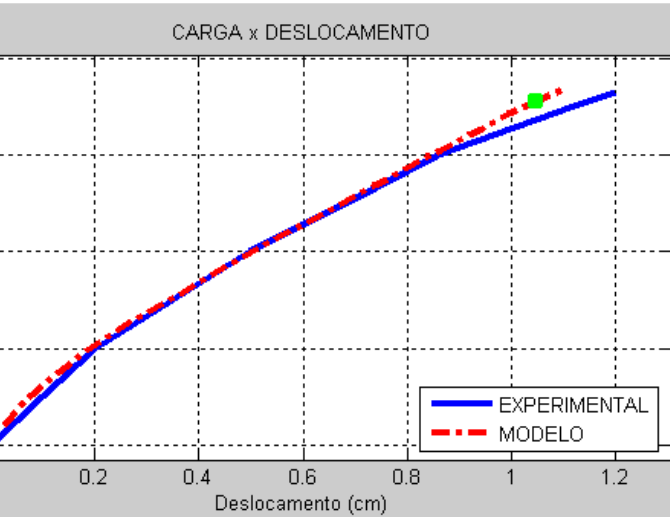


Figura 17: resultados da viga ET4 para carga de ruptura, tensões em kN/cm^2

Os resultados do diagrama carga-deslocamento apresentam boa aproximação quando se compara o modelo numérico com a curva experimental ensaiada. É importante observar que para as cargas de ruptura de todas as vigas, os valores de tensão de compressão máxima estão acima do valor da resistência do concreto, essa imprecisão deve-se à extrapolação das tensões dos pontos de Gauss para os nós do elemento finito. Na figura de distribuição de fissuras pode-se observar o surgimento de fissuras mais inclinadas à medida que a largura da viga diminui, aumentando as tensões nos estribos e ocasionando a ruptura por cisalhamento. Por fim, no diagrama de tensões axiais na armadura pode-se observar que na viga ET1, quando se atinge a carga de ruptura, a armadura inferior já se encontra no patamar de escoamento enquanto que os estribos estão levemente tracionados. Nas vigas ET2 e ET3 também se pode verificar que a armadura inferior atinge o patamar de escoamento, no entanto, os estribos também são solicitados com cargas próximas a sua tensão axial máxima. A viga ET4 atinge a tensão máxima nos estribos antes de se iniciar o processo de escoamento da armadura inferior. Desta forma fica evidente que a viga ET1 rompe por flexão, as vigas ET2 e ET3 rompem por flexão e cisalhamento e a viga ET4 rompe por cisalhamento.

4.2 Vigas de Bresler e Scordelis (1963)

As 12 vigas testadas por Bresler e Scordelis (1963) consistem de 4 séries de 3 vigas. Cada série difere na quantidade de armadura longitudinal, na quantidade de estribos, no tamanho do vão, na seção transversal e na resistência do concreto. Todas as vigas possuem seção transversal retangular e tem a mesma altura. Para prevenir a ruptura por ancoragem insuficiente, a armadura longitudinal inferior foi estendida além das faces extremas da viga e foi ancorada a placas de aço. Todas as vigas foram submetidas a um carregamento monotônico no ponto central do vão.

VIGA	CONCRETO (kN/cm ²)			DIMENSÕES DA VIGA (cm)			ARMADURA		
	fc'	ft'	E	b	h	L	num. barra inferior	num. barra superior	esp. estribo (cm)
OA1	2,25	0,40	2413	31	56	366	4	0	-
OA2	2,37	0,43	2413	30	56	457	5	0	-
OA3	3,76	0,41	3447	31	56	640	6	0	-
A1	2,41	0,39	2413	31	56	366	4	2	21
A2	2,43	0,37	2413	30	56	457	5	2	21
A3	3,50	0,36	3447	31	56	640	6	2	21
B1	2,48	0,40	2413	23	56	366	4	2	19
B2	2,32	0,38	2413	23	56	457	4	2	19
B3	3,87	0,42	3447	23	56	640	5	2	19
C1	2,96	0,42	2413	15	56	366	2	2	21
C2	2,38	0,39	2413	15	56	457	4	2	21
C3	3,50	0,39	3447	15	56	640	4	2	21

Tabela 1: propriedades das vigas do programa experimental de Bresler e Scordelis (1963)

A Tabela 1 mostra as principais características dos materiais e dimensões das 12 vigas citadas. A série "OA" possui seção transversal retangular com largura de base de 31 cm e não possui estribos. A série "A" possui a mesma seção transversal, mas possui estribos espaçados a cada 21 cm. A série "B" possui largura da base de 23 cm e estribos espaçados a cada 19 cm

e a série “C” possui largura da base de 15 cm e estribos a cada 21 cm. Essas são as principais diferenças entre as diferentes séries aqui estudadas. As armaduras longitudinais inferiores são as barras número 9 e as superiores são as barras número 4, já os estribos são as barras número 2, conforme a Tabela 2.

BARRA	Arm. Inferior (séries 1 e 2)	Arm. Inferior (série 3)	Arm. Superior	Estribos
f_y (kN/cm ²)	55,50	55,23	34,54	32,54
f_u (kN/cm ²)	95,77	93,29	54,19	42,95
E_s (kN/cm ²)	21787	20546	20133	18961
área (cm ²)	6,58	6,58	1,26	0,32
diâmetro (cm)	2,89	2,89	1,27	0,64

Tabela 2: características do aço utilizado nas vigas do programa experimental de Bresler e Scordelis (1963)

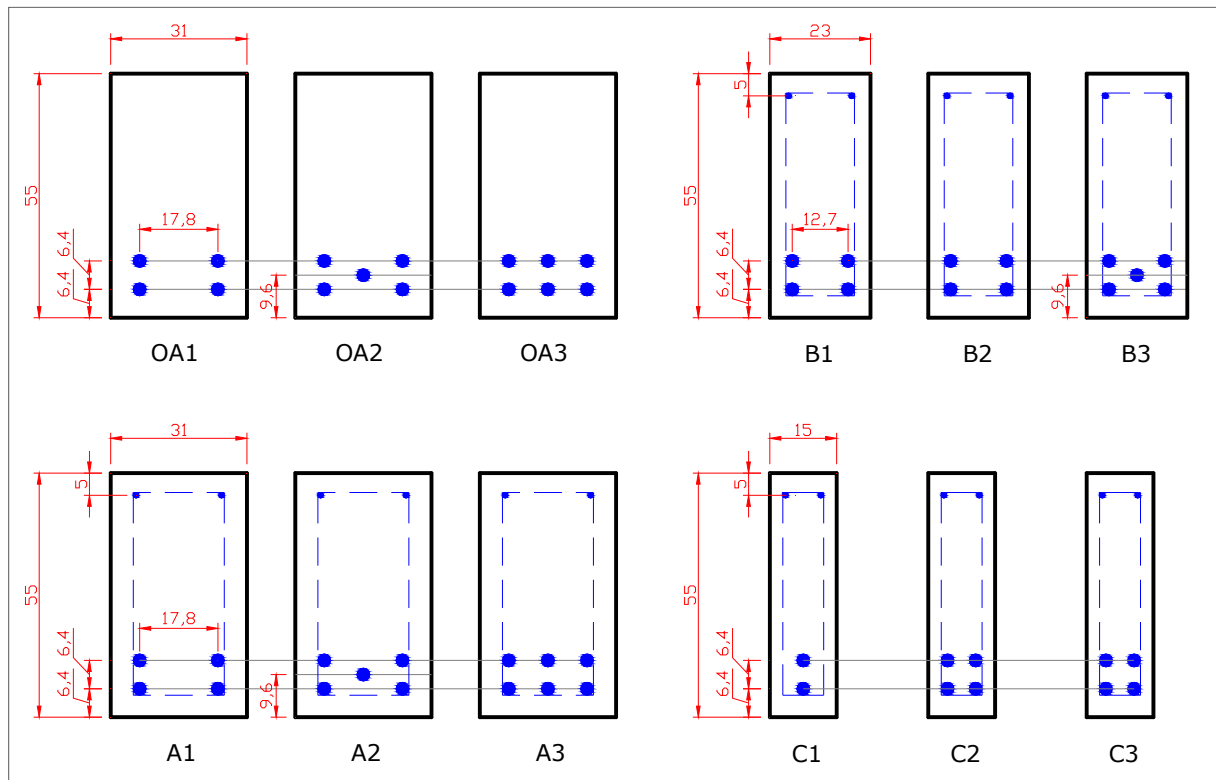


Figura 18: seções transversais das vigas do programa experimental de Bresler Scordelis (1963)

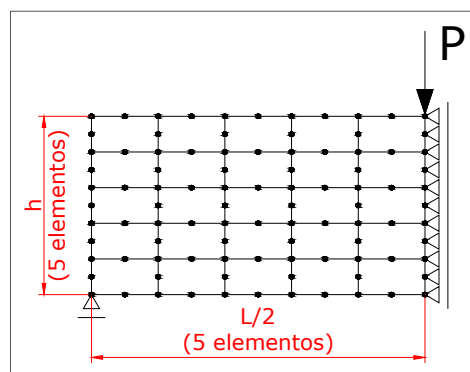


Figura 19: representação do modelo de elementos finitos adotado

Para a análise computacional, utilizou-se a malha de elementos finitos com 25 elementos quadrangulares quadráticos de oito nós para estado plano de tensão, conforme a Figura 19. O peso próprio das vigas foi considerado carga de curta duração, uma vez que os ensaios eram montados na data da execução (aproximadamente, 28 dias após a concretagem).

A comparação dos resultados obtidos no modelo computacional em relação aos resultados experimentais pode ser verificada nos gráficos das figuras abaixo. As curvas apresentam os valores das flechas de cada viga em relação à carga aplicada. O ponto considerado é o nó central inferior.

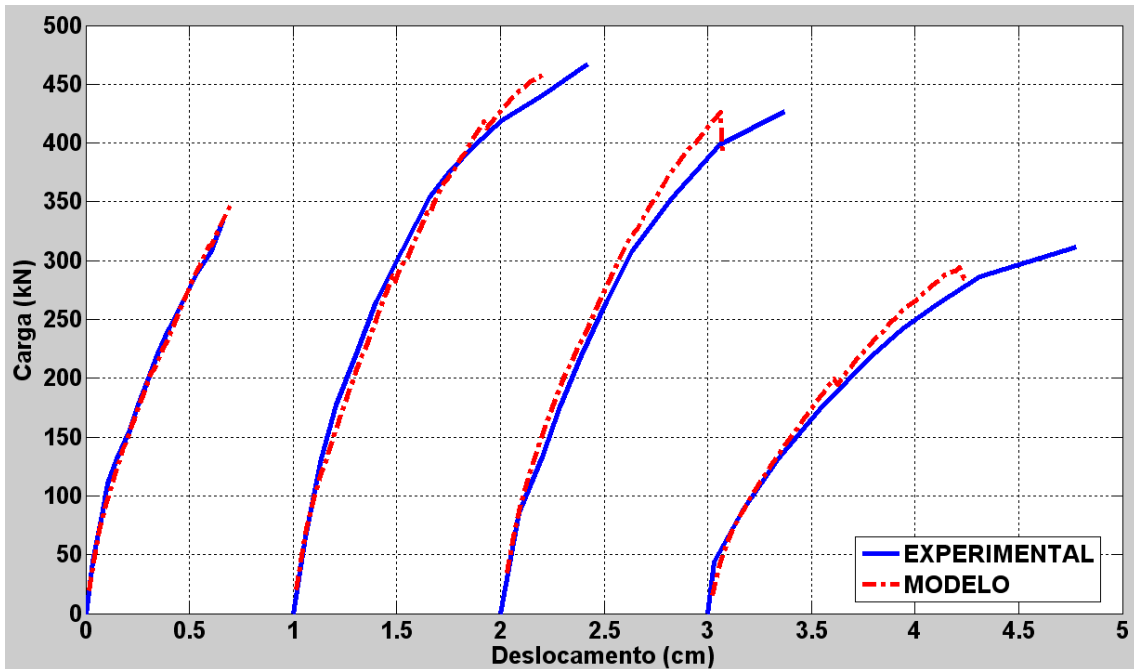


Figura 20: diagrama carga-deslocamento nas vigas OA1, A1, B1 e C1, respectivamente

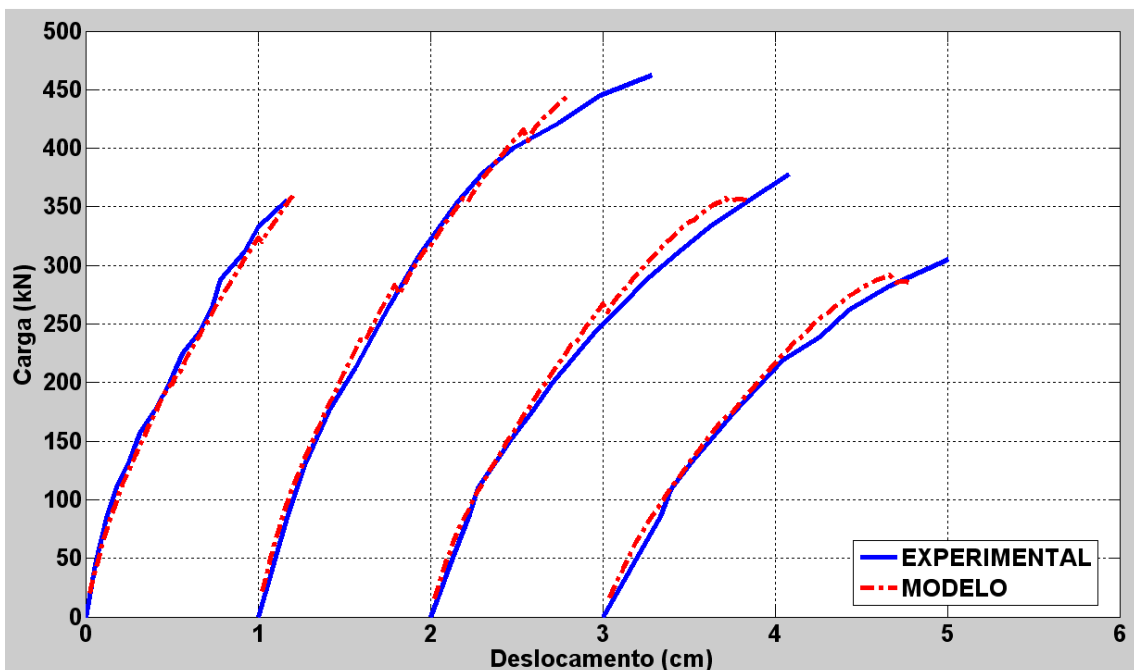


Figura 21: diagrama carga-deslocamento das vigas OA2, A2, B2 e C2, respectivamente

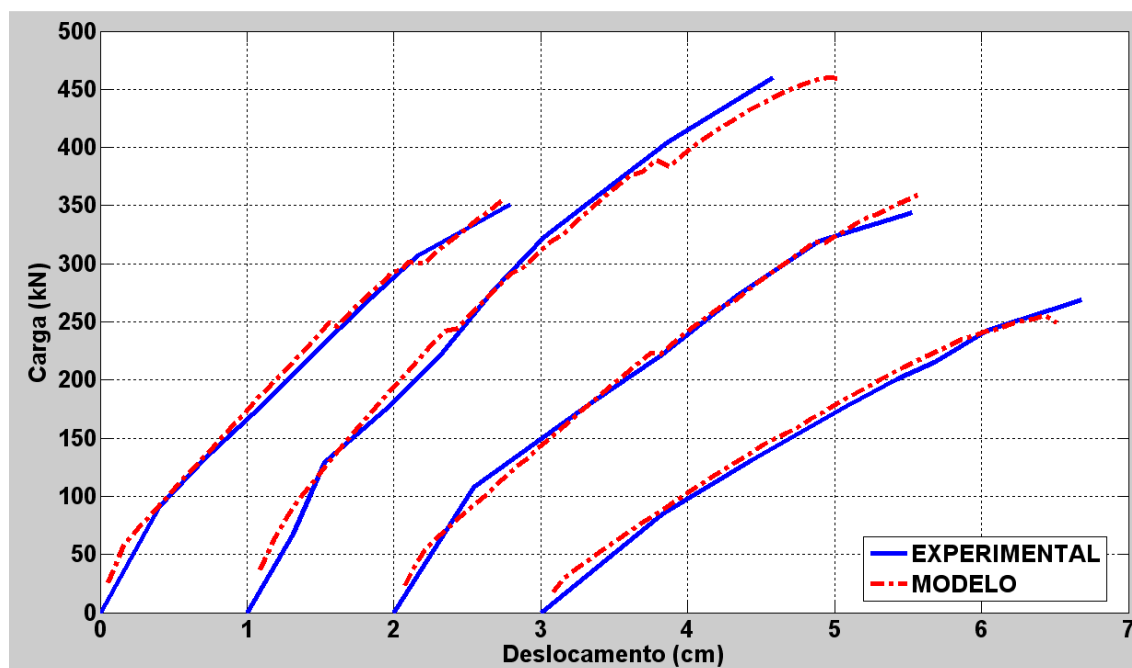


Figura 22: diagrama carga-deslocamento das vigas OA3, A3, B3 e C3, respectivamente

Como os resultados numéricos são obtidos para 12 vigas diferentes, torna-se inviável apresentar os diagramas de tensão, a distribuição de fissuras e as tensões axiais na armadura para cada um dos modelos. Portanto, para as vigas de Bresler e Scordelis (1963) apenas os diagramas de carga-deslocamento serão apresentados.

Nas curvas apresentadas, pode-se observar que há boa correspondência de resultados. As curvas com comportamento mais linear caracterizam a ruptura por cisalhamento. Já as curvas que, próximas a ruptura, tendem a ficar horizontais, caracterizam a etapa de escoamento da armadura e plastificação do concreto comprimido rompendo por efeito da flexão.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O método dos elementos finitos pode ser utilizado através da implementação de um programa numérico com uma grande variedade de formulações e modelos constitutivos para os materiais adotados. O modelo numérico aqui apresentado atende aos requisitos propostos nesse trabalho. O total de 16 vigas, calculadas e comparadas aos resultados experimentais, apresentam comportamento muito variado e diferentes formas de ruptura. Portanto, fica evidente que o modelo numérico gera resultados satisfatórios para uma grande variedade de estruturas.

Futuramente, este programa numérico sofrerá modificação para finalizar a dissertação de mestrado de Matzenbacher (2011). O modelo de fissuras incorporadas será implementado. Isso permitirá que tais vigas sejam analisadas por dois modelos distintos de fissuração, comparando-se as principais concordâncias e divergências entre os dois modos.

6 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico o apoio para realização desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- Bresler, B.; Scordelis, A. C. Shear strength of reinforced concrete beams. *Journal of the American Concrete Institute*. v. 60. n. 1. Jan. 1963.
- Cervenka, V. Constitutive model for cracked reinforced concrete. *Journal of the American Concrete Institute*. v. 82. n. 6. p. 877-882. 1985.
- Comité Euro-International Du Beton. *CEB-FIP Model Code 1990*. Lausanne, 1993.
- Elwi, A.E.; Hrudey, T.M. Finite element model for curved embedded reinforcement. *Journal of Engineering Mechanics Division*. ASCE. v. 115. n. 4. p. 740-745. Apr. 1989.
- Hinton, E. *Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells*. Swansea: Pineridge Press Limited, 1988.
- Leonhardt, F.; Walther, R. Beiträge zur behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau. *Beton und Stahlbetonbau*. v. 57. n. 7. Jul.1962.
- Matzenbacher, C. W. *Aplicação do método dos elementos finitos ao estudo de ligações viga-pilar em estruturas de concreto armado*. 2011. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. Porto Alegre, Brasil. (em andamento)
- Owen, D. R. J.; Hinton, E. *Finite Elements in plasticity: theory and practice*. Swansea: Pineridge Press Limited, 1980.
- Owen, D.R.J.; Hinton, E. *Finite element programming*. London: Academic Press, 1977. 305p.
- Seixas, M. P. *Análise de pilares esbeltos de concreto armado confinados, através do método dos elementos finitos*.2003. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil – PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. Porto Alegre, Brasil.