

BEHAVIOR OF REINFORCED CONCRETE COLUMNS IN ACCORDANCE WITH A PHYSICAL AND GEOMETRICAL NONLINEAR NUMERICAL MODEL

**Carlos Eduardo Luna de Melo^{a,b}, Galileu Silva Santos^b, Yosiaki Nagato^b and
Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo^b**

^a*Departamento de Tecnologia em Arquitetura e Urbanismo, Universidade de Brasília – UnB,
Brasília, Brasil, carlosluna@unb.br, <http://www.unb.br/fau/>*

^b*Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília – UnB, Brasília,
Brasil, galileueng@yahoo.com.br, nagato@unb.br, melog@unb.br,
<http://www.unb.br/ft/enc/estruturas>*

Keywords: Reinforced concrete; Combined axial load and bending; Pin-ended columns; Experimental and numerical analysis.

Abstract. This paper presents a physical and geometrical nonlinear numerical model that has the objective to analyze the performance of reinforced concrete columns when under application of combined axial load and bending in steps until failure. In order to validate the model, data from tests in 9 reinforced concrete columns with 3000 mm in length, 250 x 120 mm in cross section, concrete strength around 40 MPa and geometric reinforcement ratio of 1,57% were used. All the columns were pin-ended and the main variable of the present work was the eccentricity of load in direction of minor inertia of the cross section. The obtained results about reinforcement strains, concrete strains, horizontal displacements and ultimate loads for the tested columns are presented and compared with the results obtained by the proposed numerical model. Polynomial functions of degree 3 were found to determine the ultimate load in the tested columns. The estimated results obtained by the numerical model are close to the experimental ones, being suitable for use in verification of elements under combined axial load and bending.

1 INTRODUÇÃO

Pilares de concreto armado são elementos estruturais importantes, que, numa estrutura convencional de uma edificação, tem como função principal suportar as forças verticais transmitidas pelas lajes e vigas, forças laterais devido à atuação do vento na estrutura e, finalmente, transmitir estas forças para as fundações.

Com o advento do computador e de concretos mais resistentes, naturalmente, as estruturas de concreto armado tornaram-se mais esbeltas, havendo um melhor aproveitamento da capacidade resistente do aço e do concreto. Dentre as consequências desse avanço tecnológico está a maior probabilidade de se atingir um estado limite de instabilidade dos pilares.

A complexidade no estudo de elementos de concreto armado sob flexo-compressão deve-se ao seu comportamento tipicamente não-linear. A não-linearidade física, decorrente das equações constitutivas não-lineares do concreto e do aço, e a não-linearidade geométrica, decorrente da interação entre os esforços internos e as deformações provocadas pelo carregamento, necessariamente obrigam o estudo a uma análise mais detalhada, com soluções obtidas por processos aproximados ou por processos iterativos, onde os incrementos de força geram flechas e essas flechas interagem com a força inicial gerando momentos fletores de segunda ordem que por sua vez provocam novos incrementos de flechas, e assim por diante.

Conhecer o comportamento dos pilares durante as fases de carregamento até a ruína é de extrema importância, pois pode-se estudar mais a fundo o fenômeno da flexo-compressão, principalmente em pilares esbeltos, onde os efeitos de segunda ordem são significativos.

Estudos experimentais de pilares de concreto armado submetidos a flexo-compressão são de difícil aplicação, pois é necessário recorrer à redução da seção transversal do pilar para evitar grandes gastos com pórticos de ensaios e equipamentos, e mesmo assim torna-se um ensaio de médias proporções.

Possuir um modelo numérico para prever o comportamento de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão é de extrema importância, pois pode-se comparar os resultados obtidos nos ensaios reais de pilares e aplicar também o modelo numérico para o dimensionamento de pilares.

Nesse trabalho, foi elaborado um programa computacional denominado FLECO2C – Flexo-compressão em pilares de concreto armado. O programa leva em consideração as não-linearidades físicas do concreto e do aço, juntamente com a não-linearidade geométrica foi, considerando os efeitos de segunda ordem, utilizando a relação constitutiva do concreto proposta por [Carreira e Chu \(1985\)](#).

O programa FLECO2C determina os deslocamentos horizontais, as deformações na armadura e no concreto para cada passo de força, automaticamente. As características do programa serão apresentadas adiante.

2 MODELO NUMÉRICO

Para simular o comportamento de pilares submetidos à flexo-compressão normal, foi elaborado um programa computacional na linguagem Fortran 90. Para a validação do modelo numérico proposto, foram utilizados dados de ensaios de pilares de concreto armado sob carregamento incremental até a ruína. O modelo numérico simula o mesmo tipo de carregamento aplicado aos pilares ensaiados, ou seja, é aplicado também no modelo numérico carregamentos incrementais até a ruína.

O modelo numérico pode ser subdividido em duas partes: por um modelo não-linear físico, que leva em consideração as não-linearidades físicas do concreto e do aço, e por um modelo não-linear geométrico, que utiliza os resultados obtidos do modelo não-linear físico para o cálculo das deformações transversais, interativamente, e que será exposto adiante.

2.1 CONSIDERAÇÃO DA NÃO-LINEARIDADE FÍSICA

A consideração da não-linearidade física do modelo numérico foi elaborada a partir do programa [CACODI \(1987\)](#), que foi objeto de pesquisa de doutorado do Professor Yosiaki Nagato (Nagato, 1987), e foi inicialmente desenvolvido na *The Polytechnic of Central London, Structures Research Group*, durante o período em que lá esteve no seu doutorado sanduíche.

O programa [CACODI \(1987\)](#) foi elaborado na linguagem FORTRAN 77, e teve como objetivo estudar a influência da força normal na resistência a força cortante de peças de concreto armado de seção circular com diferentes taxas de armadura transversal.

O modelo é baseado na teoria do campo de compressão diagonal, desenvolvida por [Collins et al. \(1982\)](#), os quais, criaram inicialmente um programa computacional que aplica tal teoria denominado SMAL (*Shear and Moment under Axial Load*). [Nagato \(1987\)](#) desenvolveu o [CACODI \(1987\)](#) a partir do antigo programa SMAL e de outros modelos. O programa possui uma ampla aplicabilidade, podendo ser usado a qualquer peça cuja seção transversal possua pelo menos um plano de simetria.

As diferenças mais significativas entre o programa SMAL e o programa [CACODI \(1987\)](#), são:

a) No programa [CACODI \(1987\)](#), toda a seção de concreto é considerada, inclusive a parte externa ao estribo. O concreto da seção externa ao estribo era desprezado no programa SMAL;

b) No programa SMAL são utilizadas duas seções próximas uma da outra, com a mesma distribuição de tensões cisalhantes, e no programa [CACODI \(1987\)](#) a análise é feita em uma única seção;

c) As relações constitutivas do concreto e aço foram alteradas;

d) A análise utilizando o programa SMAL era iterativa e feita com intervenção do usuário em algumas etapas, e no programa [CACODI \(1987\)](#) a análise é automática;

Apesar do objetivo principal do programa de ensaios ter sido obter tais informações em peças de seção circular, foram utilizadas informações resultantes de

ensaios de outros pesquisadores, e o programa CACODI (1987) foi então estendido para análise de seções retangulares e quaisquer.

2.2 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS ADOTADAS NO MODELO NÃO-LINEAR FÍSICO

Para o concreto comprimido adotou-se a lei tensão-deformação proposta por Carreira e Chu (1985). A lei foi modificada para relacionar a tensão principal de compressão média com a deformação principal de compressão média, reduzindo-se a resistência f_{cd} com o uso do coeficiente β_1 . A lei resultante é dada pela Equação (1):

$$\sigma_2 = -\frac{f_{cd}}{\beta_1} \cdot \frac{\beta\eta}{\beta - 1 + \eta^\beta} \quad (1)$$

$$\beta = \frac{1}{1 - \left(\frac{E_c \varepsilon_0}{f_{cd} / \beta_1} \right)^{-1}} \quad (2)$$

$$\eta = \left| \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right| \quad (3)$$

$$\beta_1 = 0,85 - 0,27 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 0,58 - 0,27 \frac{\gamma_m}{\varepsilon_2} \leq 1 \quad (4)$$

A lei acima é válida para $-\varepsilon_u \leq \varepsilon_2 \leq 0$, para o concreto tipo 1 (CT=1), com ramo descendente, ou para $-\varepsilon_0 \leq \varepsilon_2 \leq 0$ para o concreto tipo 2 (CT=2), sem ramo descendente, para o qual $\sigma_2 = -f_{cd} / \beta_1$ para $-\varepsilon_u \leq \varepsilon_2 \leq \varepsilon_0$.

O diagrama tensão x deformação para concreto tipo 2 foi incluído como uma opção para eventuais comparações entre resultados obtidos com o modelo numérico e com normas de projeto que adotam o diagrama parábola-retângulo para o concreto. A Figura 1 apresenta os diagramas tensão versus deformação do concreto para o concreto tipo 1 e concreto tipo 2.

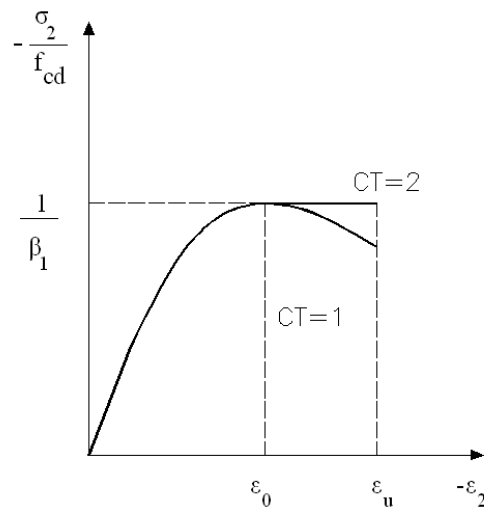


Figura 1: Diagramas tensão-deformação do concreto na compressão

Para o concreto tracionado adotou-se uma lei semelhante à utilizada por [Maia \(1979\)](#), para a fibra mais tracionada da seção, mas a resistência à tração do concreto foi definida do modo adotado por [Vecchio e Collins \(1982\)](#).

$$\sigma_1 = E_c \varepsilon_1 \quad \text{para } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr}. \quad (5)$$

$$\sigma_1 = f_{cr} \left(\frac{\varepsilon_{ut} - \varepsilon_1}{\varepsilon_{ut} - \varepsilon_{cr}} \right)^2 \quad \text{para } \varepsilon_{cr} < \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{ut}. \quad (6)$$

$$\sigma_1 = 0 \quad \text{para } \varepsilon_1 \geq \varepsilon_{ut}. \quad (7)$$

$$f_{cr} = 0,33\sqrt{f_{cd}} \text{ (MPa)} \quad (8)$$

$$\varepsilon_{cr} = f_{cr} / E_c \quad (9)$$

No programa [CACODI \(1987\)](#) manteve-se a forma do diagrama $(\sigma_1, \varepsilon_1)$ mas adotou-se $\varepsilon_{ut} = 5 \times 10^{-3}$ de forma arbitrária, apesar de se ter escolhido um valor que conduzisse a um diagrama que se ajustasse razoavelmente aos resultados experimentais apresentados por [Vecchio \(1981\)](#). A [Figura 2](#) mostra o diagrama tensão-deformação utilizado no programa [CACODI \(1987\)](#).

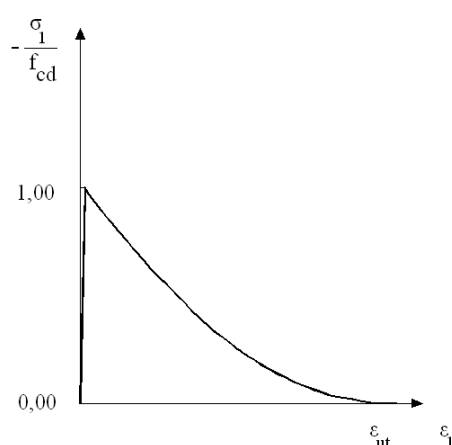


Figura 2: Diagrama tensão-deformação do concreto na tração

Segundo Nagato (1987), o valor do módulo de elasticidade do concreto, E_c tangente na origem do diagrama tensão-deformação, tanto para tração quanto para compressão, pode ser obtido experimentalmente ou por um valor definido convenientemente, o mesmo se podendo dizer em relação a ϵ_0 e ϵ_u .

Diversas expressões para a determinação do módulo de elasticidade do concreto em função da resistência à compressão do concreto podem ser encontradas na literatura. Para a presente pesquisa será utilizado o módulo de elasticidade secante do CEB/90 por apresentar melhores resultados, segundo pesquisa realizada por Araújo (2000).

Vale ressaltar que o programa não calcula o módulo de elasticidade automaticamente. É necessário definir no arquivo de entrada de dados o valor do módulo de elasticidade, que pode ser obtido via expressões ou por ensaio no laboratório.

Foi admitido um comportamento bi-linear para aços laminados (CA-50), com patamar de escoamento definido, como indicado na Figura 3 assumindo que a forma do diagrama tensão-deformação é a mesma para a tração e a compressão.

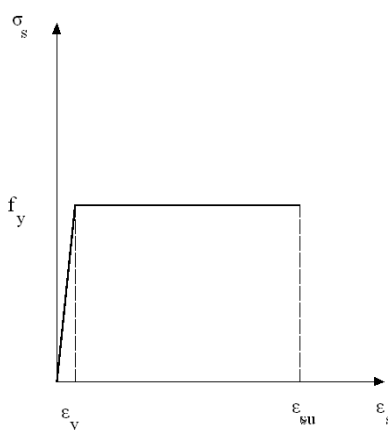


Figura 3: Diagrama tensão-deformação simplificado para aços laminados (CA-50)

A tensão na armadura passiva é obtida por:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad \text{quando } -\varepsilon_y < \varepsilon_s < \varepsilon_y \quad (10)$$

$$\sigma_s = \pm f_y \quad \text{quando } -\varepsilon_y \geq \varepsilon_s \geq \varepsilon_y \quad (11)$$

onde:

σ_s é a tensão na armadura;

E_s é o módulo de elasticidade da armadura;

ε_s é a deformação na armadura;

f_y é a tensão de escoamento da armadura;

ε_y é a deformação de escoamento da armadura.

Para aços treilados ou com patamar de escoamento não definido (CA-60), foi utilizada a lei abaixo:

$$f_p = 0,8 f_y \quad \text{limite de proporcionalidade} \quad (12)$$

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad \text{para } \varepsilon_s \leq \varepsilon_p = 0,8 f_y / E_s \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= A + \sqrt{A^2 - B} \\ A &= \left(0,8 - \frac{10 f_y}{E_s}\right) f_y \\ B &= (0,64 - 20 \varepsilon_s) f_y^2 \\ \varepsilon_s &= \frac{\sigma_s}{E_s} + \frac{1}{20} \left(\frac{\sigma_s}{f_y} - 0,8\right)^2 \end{aligned} \right\} \varepsilon_p \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} = 10\% \quad (14)$$

A [Figura 4](#) mostra o diagrama tensão-deformação simplificado para aço treilado, sem patamar de escoamento definido, utilizado no programa [CACODI \(1987\)](#).

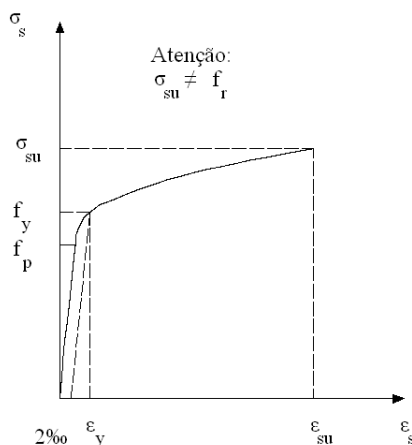


Figura 4: Diagrama tensão-deformação simplificado para aço treilado (CA-60)

2.3 PROCESSO DE CÁLCULO

A seção de concreto armado é discretizada em “m” fatias de concreto e “n” camadas de armadura longitudinal, onde cada fatia de concreto possui uma largura (b_i), altura (h_i) taxa de armadura transversal (ρ_{ti}) e posição em relação à fibra mais comprimida da seção (y_{ci}). A largura (b_i) é calculada a partir da área total da fatia de altura $h_i = D/m$, onde D é o diâmetro da seção transversal, ou pode ser calculada dividindo-se a altura H da seção pelo número de fatias de concreto, caso esteja considerando uma seção retangular. As propriedades mecânicas do concreto e da armadura transversal são consideradas iguais para todas as fatias.

A [Figura 5](#) mostra a discretização da seção transversal utilizada pelo programa [CACODI \(1987\)](#), mostrando a divisão da seção transversal em fatias, a variação da linha neutra para a determinação dos esforços internos e da curvatura da seção transversal.

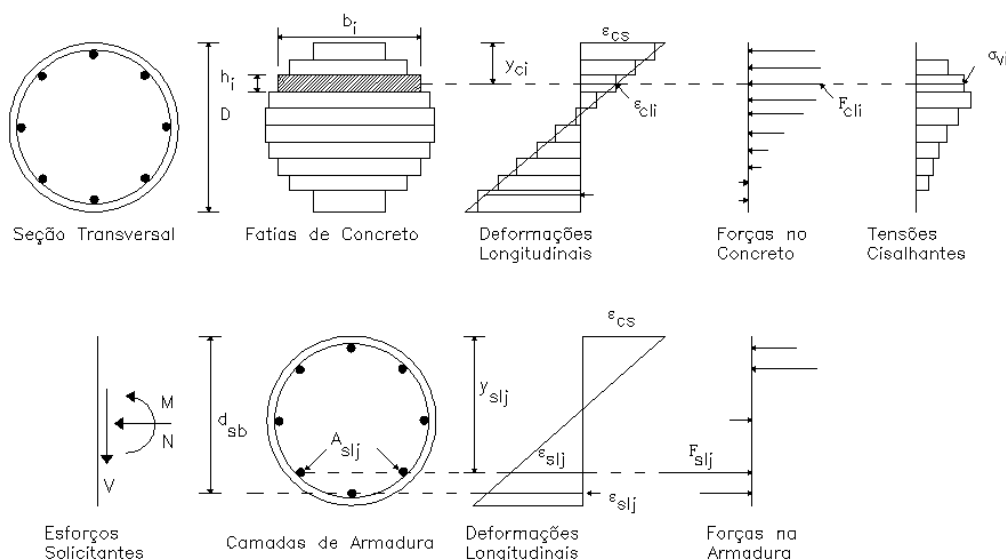


Figura 5: Discretização da seção transversal

As hipóteses básicas consideradas no programa [CACODI \(1987\)](#) são:

- condição de compatibilidade de deformações, representada pela hipótese de que as seções permanecem planas até a ruína;
- a aderência entre o concreto e o aço é perfeita;
- a condição de equilíbrio, segundo a qual as forças resultantes das tensões que se desenvolvem na seção equilibram os esforços solicitantes.

Com as hipóteses acima e com as tensões no concreto sendo determinadas a partir da teoria do campo de compressão diagonal, deve-se fazer com que as condições de equilíbrio sejam satisfeitas, ou seja, os esforços solicitantes devem ser equilibrados pelas resultantes das tensões atuantes nas “m” fatias de concreto e “n” camadas de armadura, conforme mostrado nas Equações (15), (16) e (17), a seguir:

$$N = \sum_{i=1}^m \sigma_{cli} b_i h_i + \sum_{j=1}^n \sigma_{sli} A_{sli} \quad (15)$$

$$M = \sum_{i=1}^m \sigma_{cli} b_i h_i (y_{ci} - R) + \sum_{j=1}^n \sigma_{sli} A_{sli} (y_{sj} - R) \quad (16)$$

$$V = \sum_{i=1}^m \tau_{vi} b_i h_i \quad (17)$$

A curvatura da seção é determinada pela variação da linha neutra até que a condição de equilíbrio seja satisfeita. O processo é trabalhoso porque ao variar a posição da linha neutra variam-se os esforços solicitantes N, M e V, e o equilíbrio é atingido em um processo iterativo.

Vale ressaltar que o [CACODI \(1987\)](#) dá a opção ao usuário para ignorar a força cortante (V), simplificando bastante os cálculos. Nesta pesquisa a força cortante foi ignorada.

2.4 CONSIDERAÇÃO DA NÃO-LINEARIDADE GEOMÉTRICA

A não-linearidade geométrica é considerada através da sub-rotina SECORDER que utiliza das teorias do Método das Áreas de Momentos Fletores Reduzidos (M/EI) da Resistência dos Materiais "*Moment Area Method*". Vale ressaltar que a consideração da não-linearidade geométrica é realizada em conjunto com a consideração da não-linearidade física.

Um pilar com carga excêntrica deforma-se transversalmente, gerando momentos fletores de segunda ordem, e que só podem ser determinados após o conhecimento dos deslocamentos transversais das seções correspondentes, na configuração de equilíbrio.

O eixo deformado do pilar é dividido em "n" seções transversais. Para cada passo de carga o programa principal analisa essas n seções solicitadas pela carga (N) e por momentos

$M_{i,n} = N(e + \delta_{i-1,n})$, onde (e) é a excentricidade inicial e ($\delta_{i-1,n}$) é o deslocamento transversal do eixo do pilar na seção (n) determinado na iteração anterior (i-1).

O programa principal determina a curvatura para cada seção e a sub-rotina SECORDER converte essas curvaturas em deslocamentos (δ_i) aplicando os dois teoremas do Método das Áreas de Momentos Fletores Reduzidos (M/EI).

Os novos deslocamentos, ainda dentro da sub-rotina, são utilizados para o cálculo de novos momentos $M_{i,n} = N(e + \delta_{i-1,n})$, que são inseridos no programa principal em uma nova etapa do processo iterativo que se repete até que a diferença entre valores sucessivos de deslocamento máximo seja menor que um determinado valor de tolerância estabelecido pelo usuário. Essa verificação de convergência é feita no programa principal. A [Figura 6](#) mostra o fluxograma do programa.

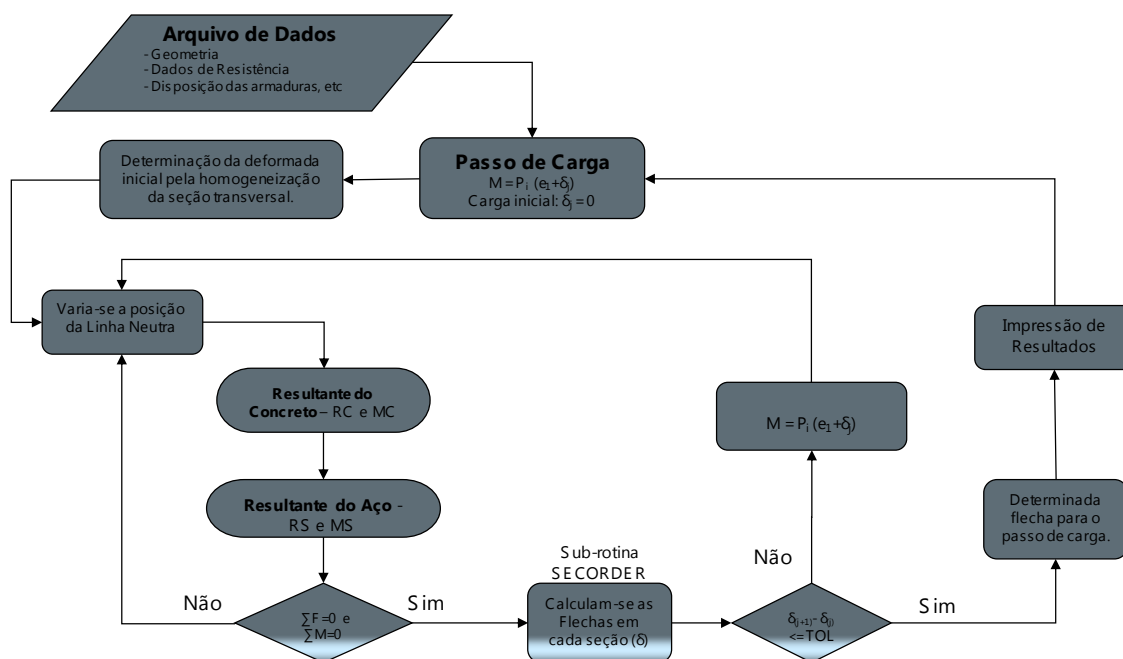


Figura 6: Fluxograma utilizado no modelo numérico

2.5 SUB-ROTINA SECORDER

Para o cálculo dos deslocamentos horizontais dos pilares foi elaborada uma sub-rotina, denominada SECORDER, que utiliza os teoremas do Método da Área do Diagrama de Momentos Fletores Reduzidos, obtidos da Resistência dos Materiais.

- Teorema 1

Considerando uma viga simplesmente apoiada com a sua respectiva linha elástica, (Figura 7), observa-se que o momento interno M deforma a viga de tal forma que as tangentes à curva elástica dos pontos A e B, interceptam-se formando um ângulo $\theta_{B/A}$.

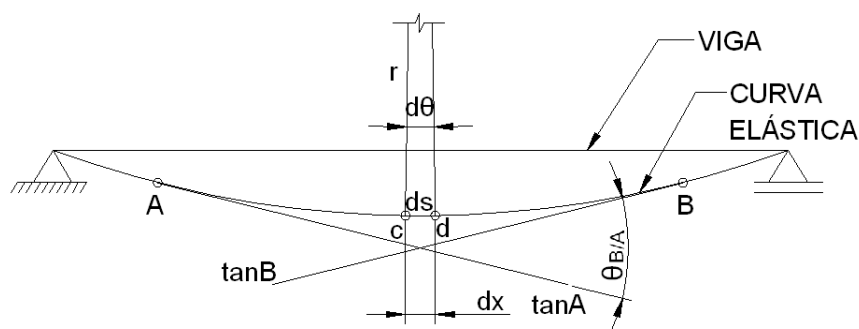


Figura 7: Curva elástica de um elemento de viga

Os pontos c e d no eixo defletido da viga estão separados por uma pequena

distância ds , portanto, considerando pequenos ângulos de rotação, pode-se admitir que $ds \cong dx$. Assim, considerando r o raio de curvatura, pode-se dizer que:

$$r \cdot d\theta = dx \quad (18)$$

A curvatura da peça pode ser escrita então da seguinte forma:

$$\frac{1}{r} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI} \quad (19)$$

Para inclinações pequenas, o ângulo $d\theta$ vale:

$$d\theta = \frac{M}{EI} dx \quad (20)$$

Tendo o diagrama de momento fletor da viga, dividido pelo produto EI , a Equação (20) indicará que o $d\theta$ é igual a área sob o diagrama M/EI do segmento de viga dx . Integrando entre dois pontos da linha elástica A e B, temos:

$$\theta_{B/A} = \int_A^B \frac{M}{EI} dx \quad (21)$$

Teorema 1: "O ângulo entre as tangentes em quaisquer dois pontos da linha elástica é igual à área sob o diagrama M/EI entre esses mesmos dois pontos."

- Teorema 2

Teorema 2: "O desvio tangencial $t_{B/A}$ do ponto B da curva de deflexão em relação à tangente no ponto A, medido na vertical, é igual ao primeiro momento da área do diagrama M/EI entre A e B, avaliado com relação à vertical que passa por B."

O desvio vertical da tangente em B em relação à tangente em A, pode ser escrito da seguinte forma:

$$t_{B/A} = \int_A^B x_1 \frac{M}{EI} dx \quad (22)$$

A [Figura 8](#) mostra a linha elástica e o diagrama de momentos fletores reduzidos de uma peça sob flexo-compressão normal.

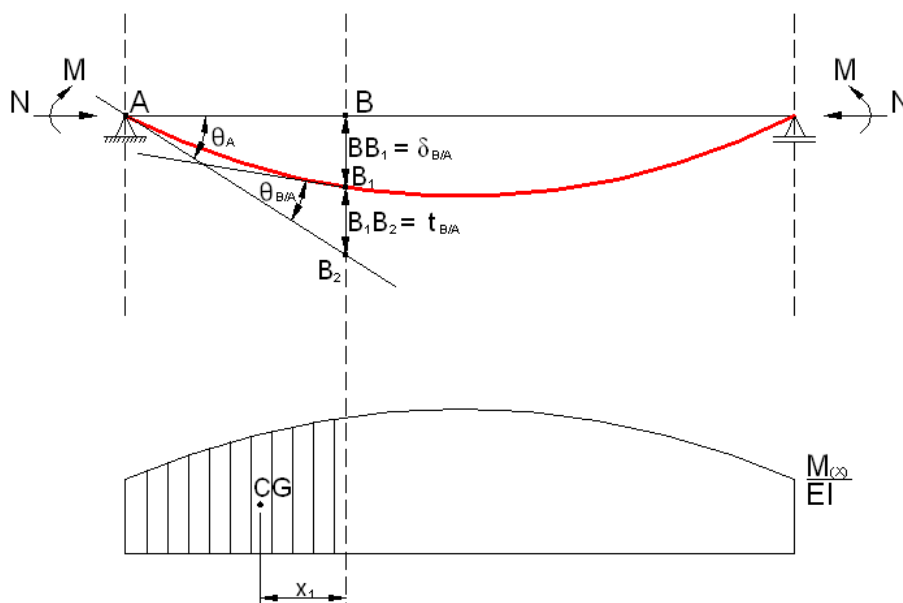


Figura 8: Linha elástica e diagrama de momentos fletores reduzidos de uma peça sob flexo-compressão normal

O deslocamento vertical δ_B para um ponto genérico B, distante da extremidade A da viga, é igual a:

$$\delta_B = \overline{BB_2} - t_{B/A} \quad (23)$$

onde:

$$\overline{BB_2} = \overline{AB} \cdot \theta_A \quad (24)$$

A tangente à elástica no meio do vão está na horizontal, portanto, considerando o ponto B no meio do vão, tem-se que $\theta_A = \theta_{B/A}$. Após a obtenção do valor de θ_A com a Equação (21), é possível se determinar os deslocamentos verticais em todos os pontos da elástica com o uso das Equações (22), (23) e (24).

Esses dois teoremas são aplicados para a determinação da curva de deflexão do pilar com força excêntrica. O programa fornece o vetor das curvaturas (M/EI) de n seções entre a extremidade rotulada e o meio do pilar. Com essas curvaturas e com as distâncias entre uma seção e outra, as áreas entre duas seções consecutivas e o momento estático correspondente em relação à seção onde se quer determinar a flecha são calculados. O ângulo entre a tangente no meio do vão e a tangente no apoio é dado pela área formada pelas curvaturas da extremidade rotulada ao meio do vão (Equação (21)). Com esse ângulo e com as Equações (22), (23) e (24) são determinados os deslocamentos horizontais para cada seção discretizada.

A Figura 9 mostra a discretização utilizada, apresentando as distâncias entre cada seção $d(i)$ e as curvaturas de cada seção PHY.

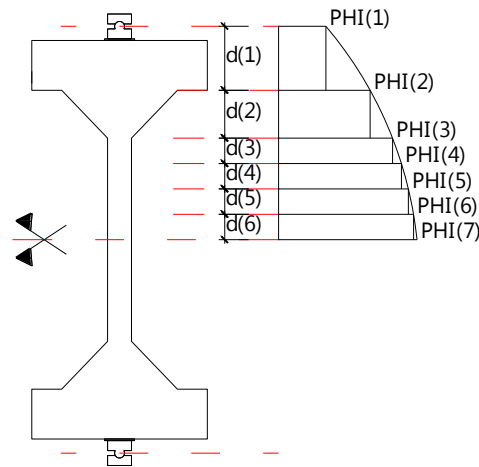
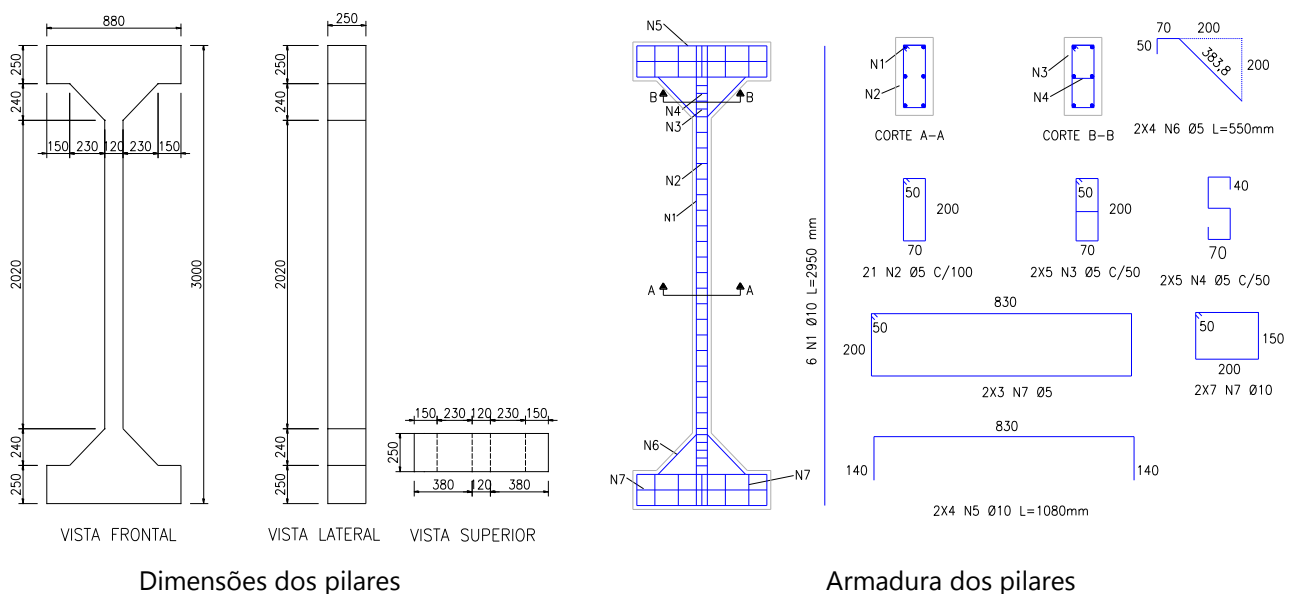


Figura 9: Discretização do pilar para a determinação da curva de deflexão

3 PROGRAMA EXPERIMENTAL

Foram ensaiados dez pilares de concreto armado, com seção transversal de 250 mm x 120 mm, altura de 3000 mm, mesma taxa de armadura da seção transversal e concreto com resistência em torno de 40 MPa. A armadura longitudinal foi composta de seis barras de aço CA-50, com diâmetro de 10 mm ($A_s = 4,71 \text{ cm}^2$ e $\rho = 1,57 \%$). A armadura transversal da região central, composta por estribos, foi confeccionada com aço CA-60, diâmetro de 5,0 mm e com espaçamento de 10 cm. Os ensaios foram realizados em conjunto com o pesquisador Dantas (2006). Próximo à extremidade das peças, os estribos foram dispostos com mesma bitola e espaçamento de 5 cm. A Figura 10 mostra as características dos pilares ensaiados.



Dimensões dos pilares

Armadura dos pilares

Figura 10: Características dos pilares ensaiados

A principal variável do presente trabalho é a excentricidade do ponto de aplicação da força. Foram mantidos constantes a seção transversal, a taxa de armadura longitudinal, a resistência à compressão do concreto, o posicionamento da armadura na seção transversal e o posicionamento dos extensômetros utilizados nos ensaios.

Os pilares foram identificados pela seguinte nomenclatura: PFN e-L, onde:

PFN = pilar à flexo-compressão normal;

e = valor da excentricidade na direção da menor inércia, em milímetros;

L = comprimento do pilar, em metros.

A [Tabela 1](#) mostra um resumo das características dos pilares ensaiados.

Pilares	e (mm)	e/h	f_c (MPa)	f_{ct} (MPa)	E_{CS} (GPa)	λ	L (mm)	A_c (cm ²)	A_s (cm ²)	ρ (%)
PFN 0-3	0	0	35,8	3,1	28,7	90,9	3000	300	4,71	1,57
PFN 6-3	6	0,05	39,6	2,5	32,1					
PFN12-3	12	0,10	39,6	2,5	32,1					
PFN 15-3	15	0,13	35,8	3,1	28,7					
PFN 18-3	18	0,15	39,7	2,4	30,6					
PFN 24-3	24	0,20	39,7	2,4	30,6					
PFN 30-3	30	0,25	33,9	3,3	31,5					
PFN 40-3	40	0,33	33,9	3,3	31,5					
PFN 50-3	50	0,42	37,6	3,1	31,1					
PFN 60-3	60	0,50	37,6	3,1	31,1					

Tabela 1: Características dos pilares ensaiados

Cada barra de armadura longitudinal foi instrumentada com dois extensômetros elétricos de resistência para medir as deformações específicas durante o ensaio. O concreto foi instrumentado inicialmente em dois pontos, situados à meia altura do pilar, na face mais comprimida, posteriormente foram adotados três pontos de medição equivalentes às posições da armadura longitudinal, para se obter mais dados da zona comprimida. A [Figura 11](#) mostra o posicionamento dos extensômetros na armadura e no concreto. A nomenclatura das faces C e T representam as faces do concreto mais comprimida e menos comprimida (ou tracionada), respectivamente.

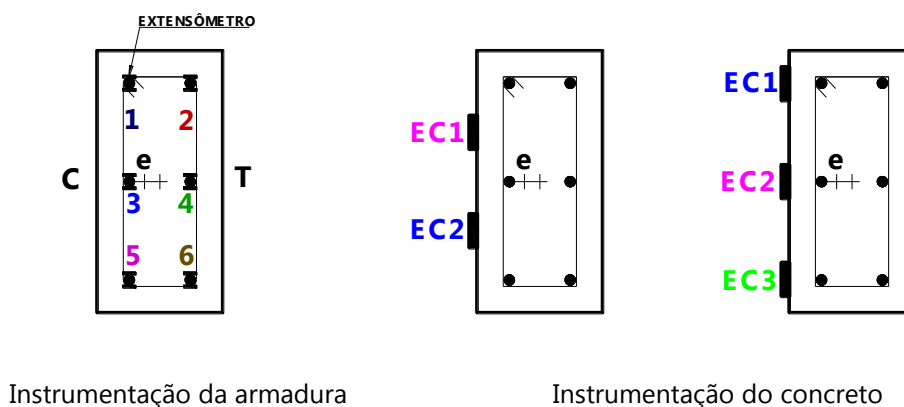


Figura 11: Posicionamento dos extensômetros na armadura e no concreto

Nos primeiros ensaios foram utilizados defletômetros mecânicos com precisão de 0,01 mm e curso de 50 mm, para a medição dos deslocamentos, além de uma régua em aço inoxidável para uma leitura complementar, devido ao curso limitado do defletômetro central. Devido a esta limitação dos defletômetros mecânicos, foram utilizados defletômetros elétricos nos demais ensaios.

As forças aplicadas nos pilares foram obtidas por uma célula de força com capacidade de 2000 kN, e que foi instalada em linha com o macaco hidráulico. As leituras eram feitas de modo visual diretamente do visor do leitor digital conectado à célula. As demais leituras dos extensômetros eram feitas diretamente pelo sistema de aquisição de dados ao final de cada passo de carga.

A estrutura de reação foi composta por um pórtico metálico fixado na laje de reação do Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade de Brasília – UnB.

Após a marcação do ponto de excentricidade, procedeu-se a fixação dos aparelhos de apoio com parafusos. Os aparelhos de apoio eram constituídos de duas placas retangulares de aço 1045, com dimensões de 120 mm x 250 mm e espessura de 50 mm, com um rolete cilíndrico maciço de 50 mm de diâmetro soldado em uma das placas para garantir a rotação da peça.

O pilar então foi centrado pela rótula superior com o macaco hidráulico e posteriormente foi verificado o prumo. Em seguida foram colocados os extensômetros, feitas as ligações dos fios no sistema de aquisição de dados, e o ensaio era iniciado.

De um modo geral, foram realizados passos de força de 20 kN até haver uma descompressão da fibra menos comprimida ou quando o concreto estivesse próximo a uma deformação específica de 2 ‰, aplicando-se passos de força de 10 kN para um melhor entendimento do fenômeno até o instante da ruína. A [Figura 12](#) mostra o posicionamento dos defletômetros e esquema de ensaio.

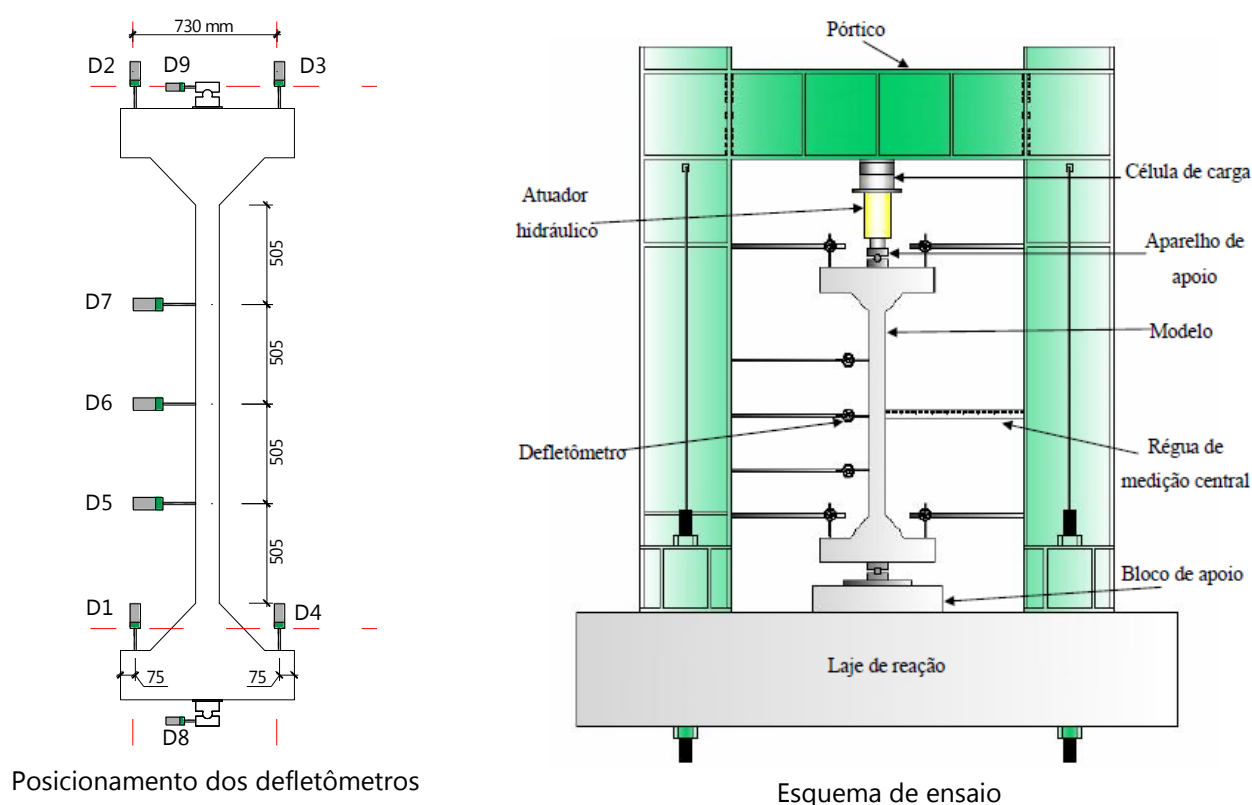


Figura 12: Posicionamento dos defletômetros e esquema de ensaio

4 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM AS ESTIMATIVAS DO MODELO NUMÉRICO

Neste item os resultados obtidos nos ensaios dos pilares serão confrontados com as estimativas do modelo numérico. Serão analisadas as deformações na armadura, deformações no concreto, deslocamentos horizontais durante as fases de carregamento, e as forças de ruína.

4.1 DEFORMAÇÕES NO CONCRETO

Nesta seção, serão analisadas as deformações nas armaduras dos pilares ensaiados em relação às estimativas do modelo numérico, programa FLECO2C, submetidos a carregamentos incrementais até a ruína. Para a comparação com os resultados do programa FLECO2C, foram obtidos os valores médios das deformações na armadura comprimida e menos comprimida, ou tracionada, para cada passo de força.

A média das deformações nas armaduras dos ensaios foi obtida pela média aritmética das deformações consideradas válidas, em virtude de alguns extensômetros apresentarem falhas ou registro de dados incoerentes no decorrer do ensaio. Da [Figura 13](#) à [Figura 21](#) são apresentadas as deformações no concreto dos pilares ensaiados em relação às estimativas do modelo numérico.

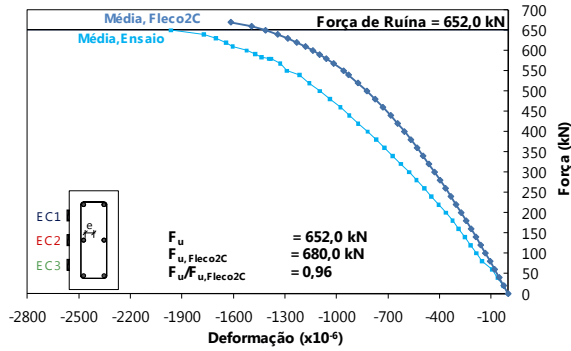


Figura 13: Deformações no concreto - Pilar PFN 6-3

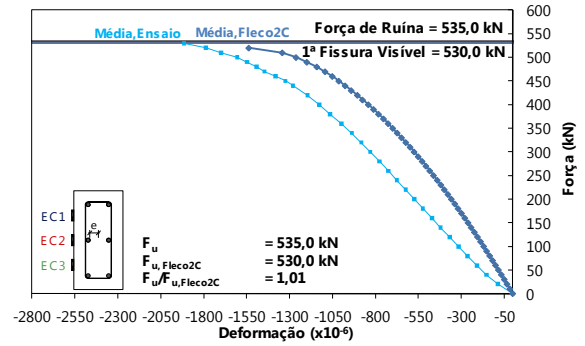


Figura 14: Deformações no concreto - Pilar PFN 12-3

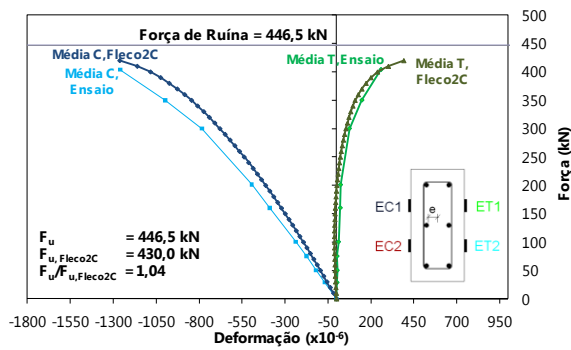


Figura 15: Deformações no concreto - Pilar PFN 15-3

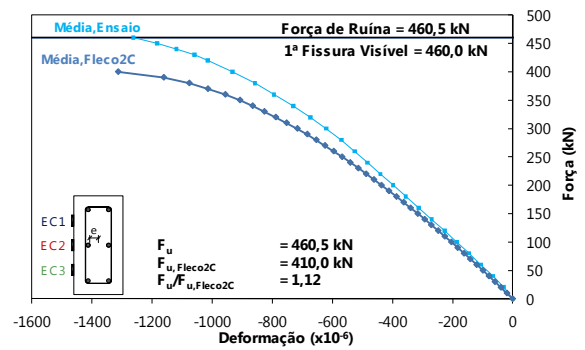


Figura 16: Deformações no concreto - Pilar PFN 18-3

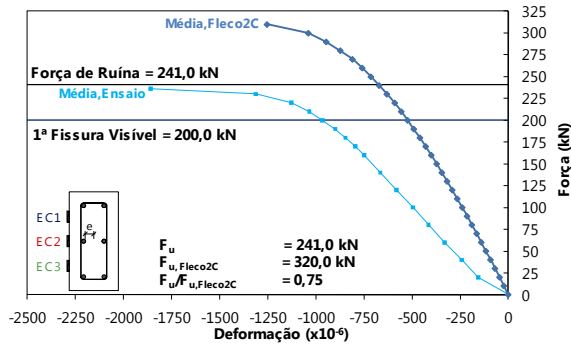


Figura 17: Deformações no concreto - Pilar PFN 24-3

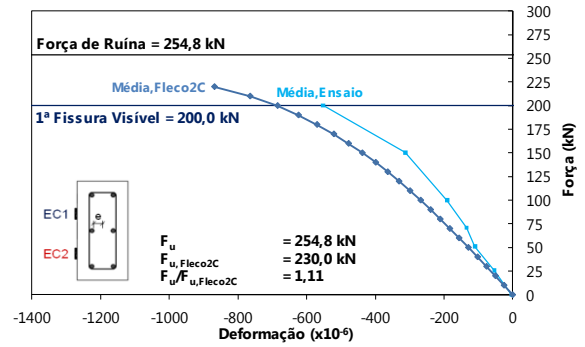


Figura 18: Deformações no concreto - Pilar PFN 30-3

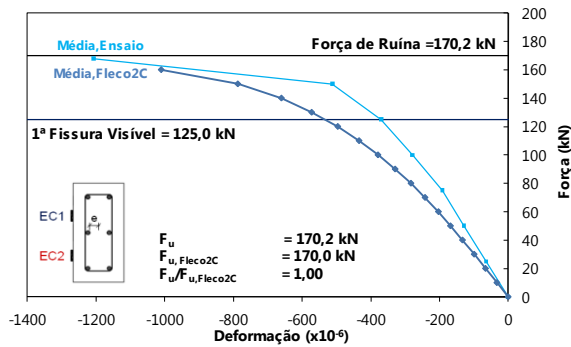


Figura 19: Deformações no concreto - Pilar PFN 40-3

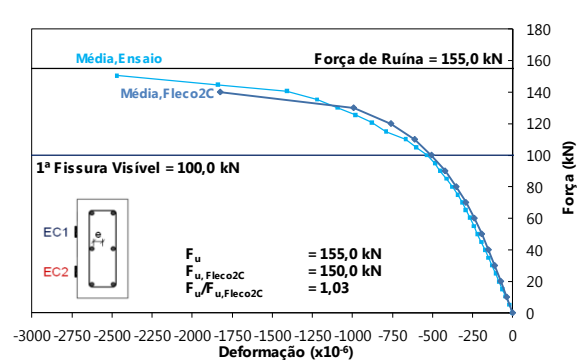


Figura 20: Deformações no concreto - Pilar PFN 50-3

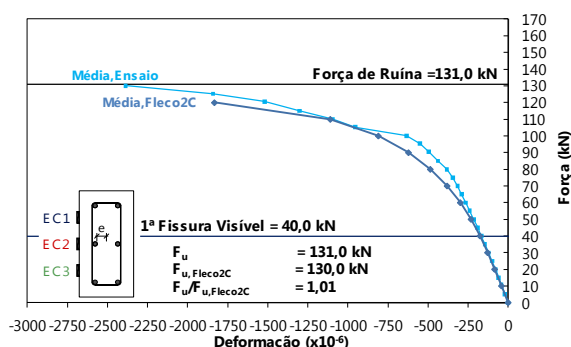


Figura 21: Deformações no concreto - Pilar PFN 60-3

Percebe-se na [Figura 13](#) uma boa estimativa das deformações de compressão do pilar PFN 6-3 em relação ao estimado pelo programa FLECO2C, com uma pequena diferença na inclinação das curvas. A curva das deformações estimadas pelo programa FLECO2C apresentou uma boa aproximação ao obtido no ensaio, apresentando uma rigidez um pouco maior. Verifica-se que os resultados do programa apresentaram uma tendência assintótica, indicando uma tendência de se aumentar indefinidamente as deformações, e naturalmente a ruína do pilar com o esmagamento do concreto.

O pilar PFN 12-3 apresentou um comportamento em que indica uma provável acomodação do pilar nas primeiras fases de carregamento, onde em seguida passou a apresentar um comportamento típico de flexo-compressão ([Figura 14](#)). Não foi possível considerar esse comportamento no programa, e provavelmente por isso houve certa discrepância de resultados até a força de 450 kN, onde o pilar passou a apresentar melhores resultados. Percebe-se também um comportamento assintótico das deformações no concreto obtidas no programa, indicando uma ruína iminente do pilar. Um outro fator que pode ter acarretado tal diferença, pode ser atribuída a imperfeições geométricas no pilar devido ao uso de formas de madeira e com pouca precisão na execução.

O pilar PFN 15-3 apresentou bons resultados das deformações registradas no ensaio em relação às estimadas pelos programas, com as deformações no concreto obtidas no ensaio apresentando valores bastante próximos aos obtidos no programa, como se verifica na [Figura 15](#).

O pilar PFN 18-3 apresentou bons resultados das deformações do concreto durante todo o ensaio, em comparação com os resultados estimados pelo programa FLECO2C, o qual apresentou uma rigidez inferior à obtida no ensaio ([Figura 16](#)). As diferenças encontradas podem ser atribuídas à má centralização do pilar no pórtico de ensaios, ou imperfeições geométricas no pilar que fizeram com que o comportamento estimado pelo programa não apresentasse valores mais próximos às deformações obtidas nos ensaios, e que não foram consideradas no programa.

O pilar PFN 24-3 apresentou uma divergência de resultados quando verificado pelo programa FLECO2C. Percebe-se na [Figura 17](#) uma grande diferença das

inclinações das curvas de deformação do concreto no ensaio, em relação às deformações do concreto estimadas pelo programa. Provavelmente a grande diferença deve-se à geometria da seção transversal do pilar ou imperfeições geométricas que influenciaram na excentricidade real aplicada no pilar e que não foram consideradas no programa.

O pilar PFN 30-3 apresentou bons resultados de deformações no concreto em relação às estimativas do programa FLECO2C (Figura 18). As deformações registradas no ensaio apresentaram uma mudança de inclinação na curva do gráfico após a força de 25 kN, provavelmente por alguma acomodação do pilar e que não foi considerada no programa. O pilar PFN 30-3 apresentaria melhores resultados caso houvesse uma diminuição do passo de força durante todo o ensaio. Percebe-se uma tendência assintótica para os resultados obtidos no programa, indicando à proximidade de se atingir a ruína do pilar.

O pilar PFN 40-3 apresentou bons resultados de deformações no concreto em relação às estimativas do programa FLECO2C, com as curvas bastante próximas entre si durante todo o ensaio. Percebe-se na Figura 19 uma maior rigidez do pilar para os primeiros níveis de carregamento em relação aos resultados do programa, indicando uma excentricidade um pouco menor do que a que deveria ter sido aplicada intencionalmente, e que não foi considerado no programa. Melhores resultados poderiam ser obtidos caso o passo de força fosse menor durante o ensaio.

O pilar PFN 50-3 apresentou excelentes resultados de deformações no concreto em comparação com os valores estimados pelo programa FLECO2C, com as deformações no concreto apresentando valores bastante próximos entre si durante as fases de carregamento (Figura 20). Percebe-se um comportamento bastante fiel até o aparecimento da primeira fissura visível, onde o programa passou a apresentar um comportamento um pouco diferente do obtido no ensaio, provavelmente devido às relações constitutivas adotadas.

Os resultados de deformações no concreto obtidos no programa FLECO2C para o pilar PFN 60-3 mostraram-se bastantes próximos aos resultados obtidos nos ensaios. Verifica-se na Figura 21 uma pequena diferença após o aparecimento da primeira fissura, onde a curva obtida pelo programa passa a apresentar uma rigidez menor em relação ao ensaio. Esse fato pode ser atribuído a alguma acomodação do pilar durante o ensaio, com redistribuição de tensões, o que não foi considerado no programa.

4.2 DEFORMAÇÕES NA ARMADURA

Nesta seção serão analisadas as deformações nas armaduras dos pilares ensaiados em relação às estimativas do modelo numérico proposto, submetidos a carregamentos incrementais até a ruína. Para a comparação com os resultados do programa FLECO2C, foram obtidos os valores médios das deformações na armadura comprimida e menos comprimida, ou tracionada, para cada passo de força.

A média das deformações nas armaduras foi obtida pela média aritmética das

deformações consideradas válidas na composição dos gráficos das deformações nas armaduras, em virtude de alguns extensômetros apresentarem falhas ou registro de dados incoerentes no decorrer do ensaio. Da Figura 22 à Figura 30 são apresentadas as deformações na armadura dos pilares ensaiados em relação às estimativas do modelo numérico.

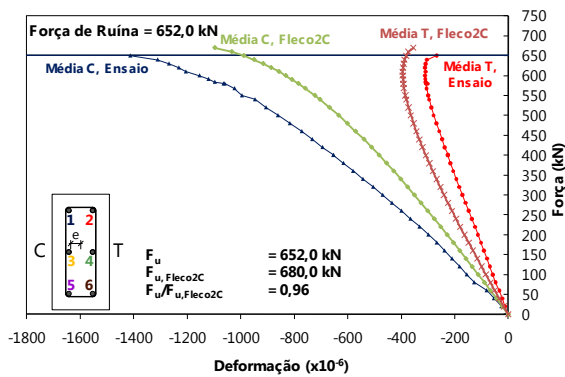


Figura 22: Deformações na armadura - Pilar PFN 6-3

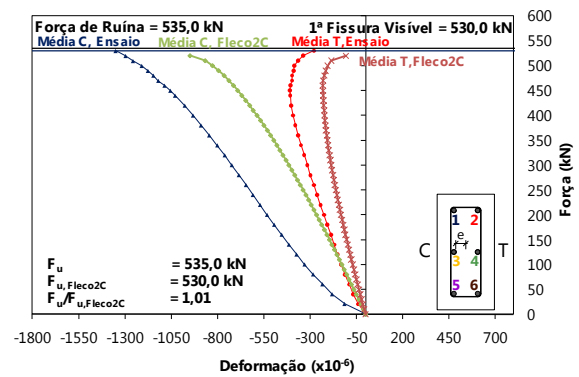


Figura 23: Deformações na armadura - Pilar PFN 12-3

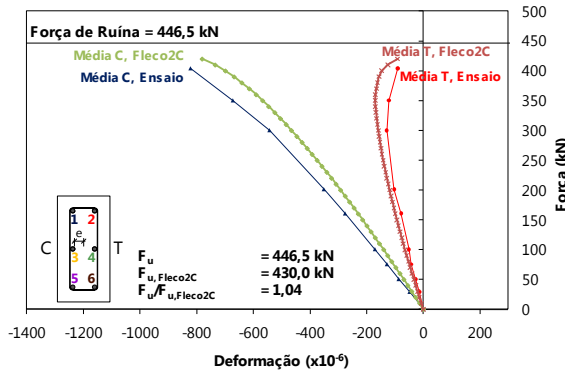


Figura 24: Deformações na armadura - Pilar PFN 15-3

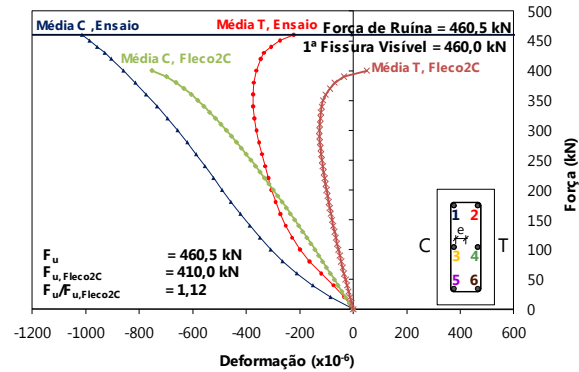


Figura 25: Deformações na armadura - Pilar PFN 18-3

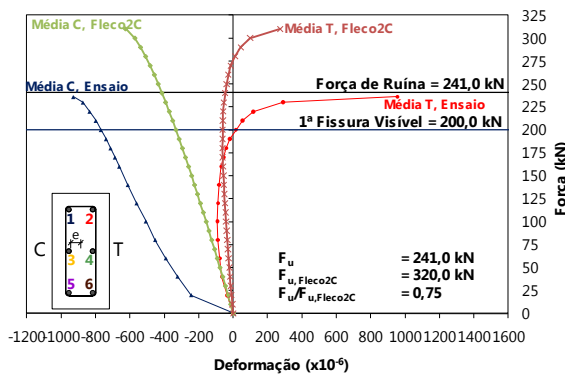


Figura 26: Deformações na armadura - Pilar PFN 24-3

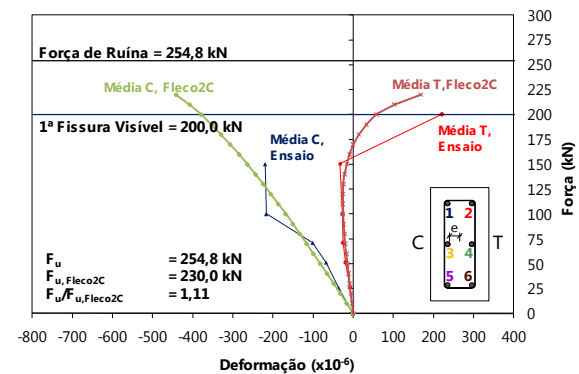


Figura 27: Deformações na armadura - Pilar PFN 30-3

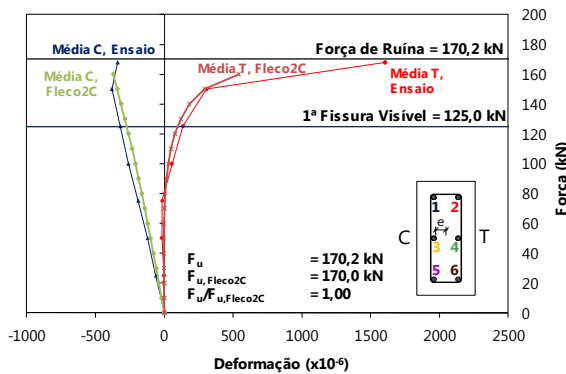


Figura 28: Deformações na armadura - Pilar PFN 40-3

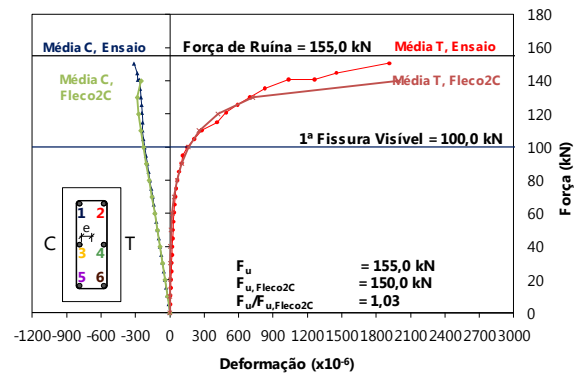


Figura 29: Deformações na armadura - Pilar PFN 50-3

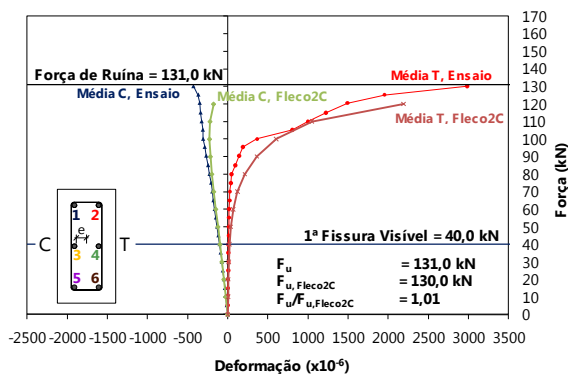


Figura 30: Deformações na armadura - Pilar PFN 60-3

Percebe-se na [Figura 22](#) que o pilar PFN 6-3, apresenta um comportamento próximo ao estimado pelo programa FLECO2C, com uma pequena diferença na inclinação na curva das deformações das barras mais comprimidas e menos comprimidas. Percebe-se a grande dificuldade de se aplicar corretamente uma força com excentricidade igual a 6 mm em relação ao eixo do pilar, onde qualquer diferença, por menor que seja, acarreta em mudança brusca dos resultados.

O pilar PFN 12-3 apresentou diferenças maiores nas inclinações das curvas das deformações das armaduras mais comprimidas e menos comprimidas, com uma diferença maior nas deformações das armaduras comprimidas em relação ao estimado pelos programas ([Figura 23](#)). Percebe-se uma acomodação nos primeiros carregamentos durante o ensaio, o que não foi possível simular nos modelos numéricos, e pode ser atribuída a diferença entre o comportamento estimado pelos modelos numéricos e o comportamento do pilar durante o ensaio.

O pilar PFN 15-3 apresentou bons resultados nas deformações das armaduras comprimidas e menos comprimidas, em relação ao estimado pelo programa FLECO2C, evidenciando a boa centralização do pilar no pórtico e reduzidas imperfeições geométricas no pilar ([Figura 24](#)).

O pilar PFN 18-3 apresentou uma maior diferença entre as deformações nas armaduras registradas nos ensaios em relação ao estimado pelo programa ([Figura](#)

25). Os fatores que podem ter contribuído para essa diferença maior em relação ao estimado pelo programa, provavelmente devem-se a imperfeições geométricas na seção transversal do pilar, ou uma acomodação durante os primeiros passos de força, o que não pode ser simulado nos programas, por não saber tal magnitude dessas variáveis.

Dentre os pilares ensaiados, o pilar PFN 24-3 foi o que apresentou a maior diferença entre as deformações registradas durante o ensaio em comparação com as deformações estimadas pelo programa, inclusive com o programa apresentando uma força de ruína muito além do verificado no ensaio (Figura 26). Uma possível explicação para esse fato seria a presença de uma fissura de retração na seção central do pilar antes do início do ensaio, o que explicaria as medições inesperadas na primeira etapa do carregamento. Ao se fechar a fissura, é como se tivesse sido criada uma imperfeição no pilar com uma excentricidade maior na seção central, o que reduziria bastante a força última do pilar.

O pilar PFN 30-3 apresentou um bom comportamento, com as deformações nas armaduras bem próximas às estimadas pelo programa, apesar do ensaio não contemplar valores após a verificação da primeira fissura (Figura 27). Esse problema poderia ter sido evitado caso fosse diminuído o passo de força, principalmente após a verificação da primeira fissura, o que não foi realizado. Apesar disso o pilar PFN 30-3 apresentou bons resultados de análise numérica x experimental.

O pilar PFN 40-3 apresentou excelentes resultados de deformação nas armaduras em relação ao estimado pelo programa, com as curvas bastante próximas entre si, indicando um bom comportamento do pilar ensaiado durante todo o ensaio (Figura 28). Percebe-se um comportamento irregular das armaduras comprimidas, que apresentaram uma tendência de redução da deformação, o que não foi verificado no modelo numérico.

O pilar PFN 50-3 apresentou excelentes resultados de deformações nas armaduras em comparação com o programa. As curvas se aproximaram bastante, indicando uma excelente estimativa das deformações obtidas pelo programa, como se verifica na Figura 29.

As deformações nas armaduras comprimidas estimadas pelo programa apresentaram uma tendência de redução da deformação. Tal comportamento não foi verificado durante o ensaio, onde o pilar apresentou uma tendência de redução da deformação para uma força de 110 kN, porém o pilar passou a inverter essa tendência e apresentar acréscimos de deformações de compressão. Pode ser que tenha havido alguma redistribuição de tensões durante o ensaio, que tenha levado o pilar PFN 50-3 a apresentar esse comportamento, ou até mesmo problemas nos extensômetros colados à armadura.

O pilar PFN 60-3 apresentou bons resultados de deformações nas armaduras em comparação com o programa, com as curvas bastante próximas entre si. As deformações na armadura comprimida apresentaram um comportamento fiel durante as fases de carregamento até a força de 80 kN, onde passaram a apresentar

uma tendência de redução da deformação pelo modelo numérico e o inverso até o final do ensaio (Figura 30). Tal comportamento pode ser atribuído a alguma acomodação do pilar, com alguma redistribuição de tensões, o que pode ser percebido pela armadura tracionada, que apresentou um comportamento irregular próximo a 100 kN. Este comportamento não pode ser simulado no modelo numérico devido à grande dificuldade de implementação.

4.3 DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS

Para a verificação das deformações horizontais estimadas pelos programas com as obtidas nos ensaios foi considerado apenas o deslocamento na seção no centro do pilar. Da Figura 31 à Figura 39 são apresentados os gráficos comparativos dos deslocamentos horizontais obtidos nos ensaios, em relação às estimativas do modelo numérico.

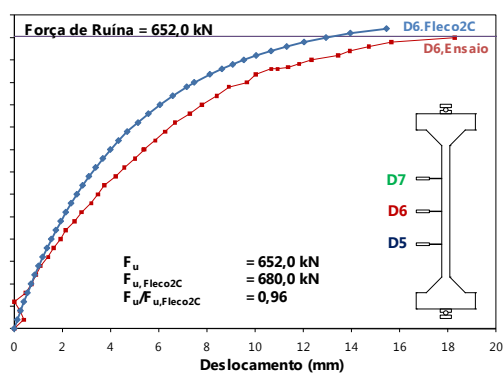


Figura 31: Deslocamentos horizontais - Pilar PFN 6-3

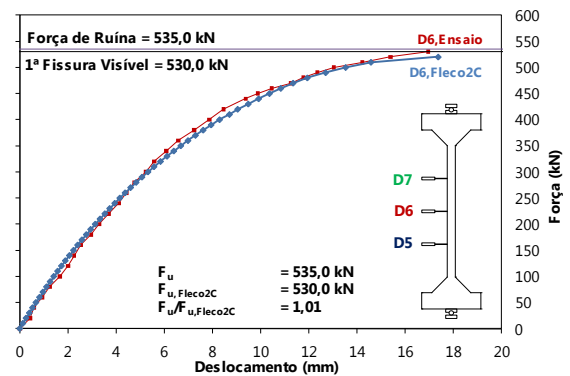


Figura 32: Deslocamentos horizontais - Pilar PFN 12-3

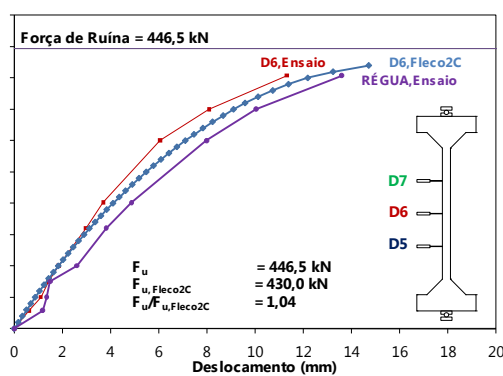


Figura 33: Deslocamentos horizontais - Pilar PFN 15-3

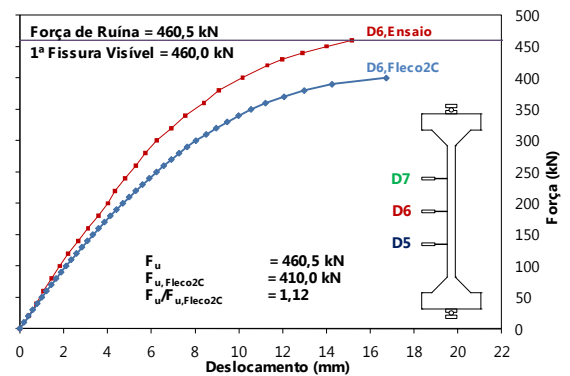


Figura 34: Deslocamentos horizontais - Pilar PFN 18-3

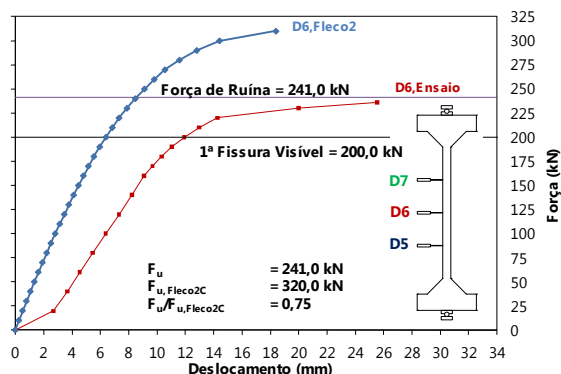


Figura 35: Deslocamentos horizontais - Pilar PFN 24-3

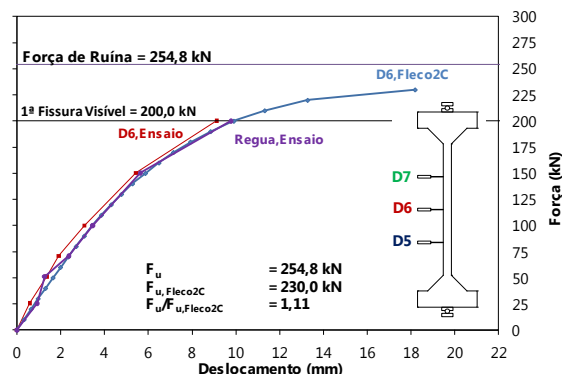


Figura 36: Deslocamentos horizontais - Pilar PFN 30-3

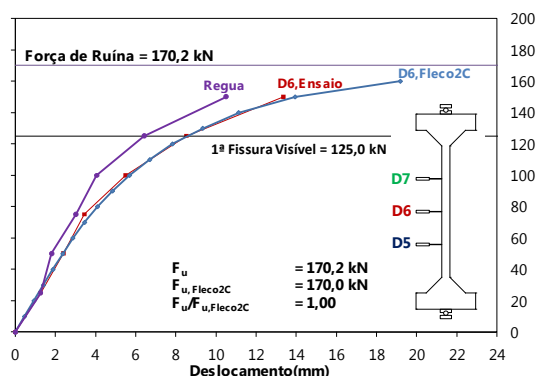


Figura 37: Deslocamentos horizontais - Pilar PFN 40-3

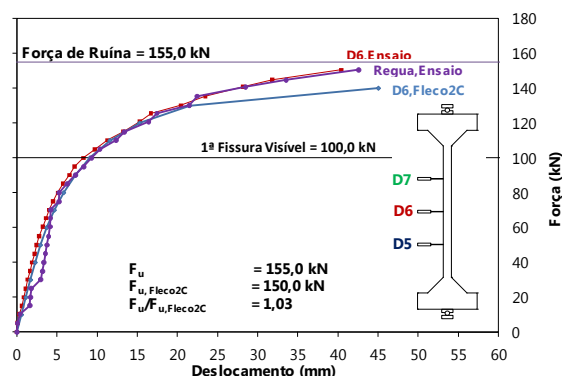


Figura 38: Deslocamentos horizontais - Pilar PFN 50-3

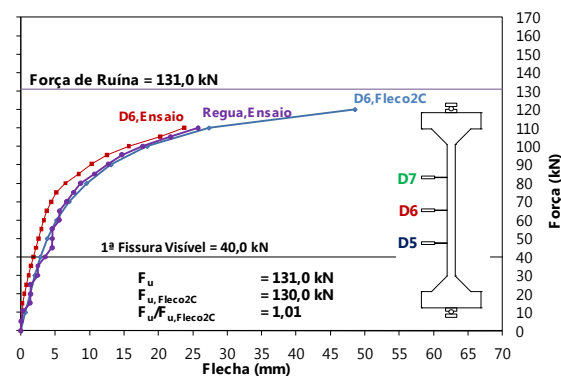


Figura 39: Deslocamentos horizontais - Pilar PFN 60-3

O pilar PFN 6-3 apresentou bons resultados de deslocamentos horizontais em comparação com os deslocamentos obtidos pelo programa (Figura 31). Os resultados do programa FLECO2C apresentaram-se bem ajustados em relação ao ensaio, apresentando uma rigidez maior do pilar, o que foi refletido na força de ruína, apresentando uma relação $F_u/F_{u,FLECO2C} = 0,96$.

O pilar PFN 12-3 apresentou excelentes resultados de deslocamentos horizontais durante todo o ensaio, com uma pequena diferença nos deslocamentos próximo à ruína, quando verificado pelo programa FLECO2C, que apresentou uma relação $F_u/F_{u,FLECO2C} = 1,01$ (Figura 32).

Pilar PFN 15-3 apresentou bons resultados dos deslocamentos horizontais no ensaio em comparação com os valores obtidos pelo programa. Percebe-se no gráfico da [Figura 33](#) que os valores estimados pelo programa FLECO2C ficaram entre os dados obtidos pelas leituras do defletômetro D6 e a régua, indicando uma boa aproximação dos resultados dos deslocamentos obtidos no ensaio, e que foi refletido na força última, apresentando uma relação $F_u/F_{u,FLECO2C} = 1,05$.

O pilar PFN 18-3 apresentou valores bem próximos de deslocamentos horizontais até a uma força de 180 kN em relação aos deslocamentos obtidos pelos programas, onde passou a apresentar uma divergência no gráfico a partir desse carregamento. Percebe-se na [Figura 34](#) um ganho de rigidez no pilar provavelmente devido à alguma acomodação do pilar durante o ensaio e que influenciou na força última do pilar. Esses fatores não foram considerados nos programas e por isso o comportamento estimado é mais regular do que o obtido no ensaio. O programa FLECO2C apresentou uma relação $F_u/F_{u,FLECO2C} = 1,12$, justificado pelo comportamento inesperado do pilar PFN 18-3 durante o ensaio.

Tal como verificado nas leituras das deformações na amadura e deformações no concreto, o pilar PFN 24-3 não apresentou bons resultados em relação aos estimados pelo programa. Nos resultados do programa, percebe-se um comportamento homogêneo, com o pilar apresentando uma resposta linear até uma força próxima a 125 kN, de onde passou a apresentar um comportamento assintótico, como esperado. O pilar ensaiado, apresentou uma grande acomodação para a força de 20 kN e em seguida passou a apresentar um comportamento esperado, com uma fase linear e outra assintótica. Percebe-se que esse comportamento não foi considerado nos programas, e por isso o programa FLECO2C apresentou uma relação $F_u/F_{u,FLECO2C} = 0,75$, como se verifica na [Figura 35](#).

O pilar PFN 30-3 apresentou bons resultados de estimativas de deslocamentos pelo programa em relação ao obtido no ensaio do pilar. Percebe-se que os valores estão bem próximos durante as fases em que houve registro de deformações no pilar. O pilar PFN 30-3 apresentaria melhores resultados de análise caso o passo de força fosse reduzido durante todo o ensaio ([Figura 36](#)). Apesar disso o programa FLECO2C apresentou bons resultados de estimativa de força de ruína, apresentando uma relação $F_u/F_{u,FLECO2C} = 1,11$.

O pilar PFN 40-3 apresentou excelentes resultados de deslocamentos em relação aos estimados pelo programa. Percebe-se no gráfico da [Figura 37](#) que os valores estimados pelo programa FLECO2C ficaram bastante próximos aos valores de deslocamento registrado pelo defletômetro D6, indicando uma excelente aproximação dos resultados estimados com os obtidos nos ensaios. Verifica-se que os registros de deslocamentos horizontais foram apenas para uma força de 150,2 kN que não representa o comportamento do pilar até a ruína, indicando a necessidade de se diminuir o passo de força após a verificação da 1ª fissura. O programa FLECO2C apresentou uma relação $F_u/F_{u,FLECO2C} = 1,00$.

O pilar PFN 50-3 apresentou bons resultados de deslocamentos em relação ao

estimado pelo programa FLECO2C até o carregamento de 130 kN, onde os resultados do programa indicaram uma perda de rigidez (Figura 38), apresentando uma relação $F_u/F_{u,FLECO2C} = 1,03$.

O pilar PFN 60-3 apresentou bons resultados de deslocamentos horizontais em relação aos deslocamentos estimados pelo programa. Verifica-se uma rigidez maior do pilar em relação aos resultados do programa, indicando uma excentricidade inicial da força menor do que a prevista e que não foi considerado no programa. O programa FLECO2C apresentou uma boa aproximação dos resultados com uma relação $F_u/F_{u,FLECO2C} = 1,01$, como se verifica na Figura 39.

4.4 FORÇAS ÚLTIMAS

Com o programa FLECO2C também foi possível estimar a força de ruína de cada pilar, utilizando um processo incremental iterativo pelo qual os deslocamentos horizontais calculados numa etapa eram incrementados aos deslocamentos horizontais da etapa anterior para um determinado valor da força. Os deslocamentos horizontais eram determinados até que a diferença entre o deslocamento horizontal de uma etapa e o deslocamento horizontal da etapa anterior fosse menor ou igual a uma tolerância estabelecida.

Em um determinado nível de carregamento o pilar não conseguia mais equilibrar os esforços externos oriundos do incremento da flecha calculada. Assim, quando havia uma divergência, com as flechas aumentando indeterminadamente, o equilíbrio não era satisfeito. Para esse passo de força era obtida a força de ruína do pilar. A Tabela 2 mostra um resumo das forças de ruína dos pilares ensaiados em relação às estimativas obtidas no modelo numérico.

Pilar	e (mm)	F_u (kN)	$F_{u, Fleco2C}$ (kN)	$F_u/F_{u,Fleco2C}$	Média	Desvio Padrão	Coef. de Variação
PFN 6-3	6	652,0	680,0	0,96	1,00	0,11	11%
PFN 12-3	12	535,0	530,0	1,01			
PFN 15-3	15	446,5	430,0	1,04			
PFN 18-3	18	460,5	410,0	1,12			
PFN 24-3	24	241,0	320,0	0,75			
PFN 30-3	30	254,8	230,0	1,11			
PFN 40-3	40	170,2	170,0	1,00			
PFN 50-3	50	155,0	150,0	1,03			
PFN 60-3	60	131,0	130,0	1,01			

Tabela 2: Forças de ruína dos pilares em relação às estimativas no modelo numérico

Para os pilares observa-se excelentes resultados de estimativa da força de ruína pelo modelo numérico, apresentando uma relação $F_u/F_{u,Fleco2C}$ média de 1,00. O pilar PFN 24-3 apresentou uma maior diferença entre a força de ruína estimada em relação à força de ruína do ensaio, provavelmente por problemas na centralização do pilar durante a montagem, alguma excentricidade devido a imperfeições geométricas, ou

uma fissuração prévia no pilar.

4.5 EQUAÇÃO PARA A DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE RUÍNA DOS PILARES

Para dar uma contribuição ao estudo de pilares de concreto armado submetidos a flexo-compressão normal, foi realizado um estudo para determinar a força de ruína dos pilares diretamente pelo uso de uma equação que ajustam melhor os valores obtidos nos ensaios dos modelos com os programas.

As características adotadas dos materiais foram: $f_c = 40$ MPa, $E_c = 30,7$ GPa, $f_y = 500$ MPa e $E_y = 189$ GPa. Os pilares possuíam comprimento de 3000 mm, com índice de esbeltez igual a 90,9, com taxa mecânica de armaduras igual a 0,196 ($6\text{Ø}10$).

A Figura 40 mostra o gráfico da curvas polinomial com a respectiva equação de ajuste para a determinação da força última relativa para taxa mecânica de armadura igual a 0,196.

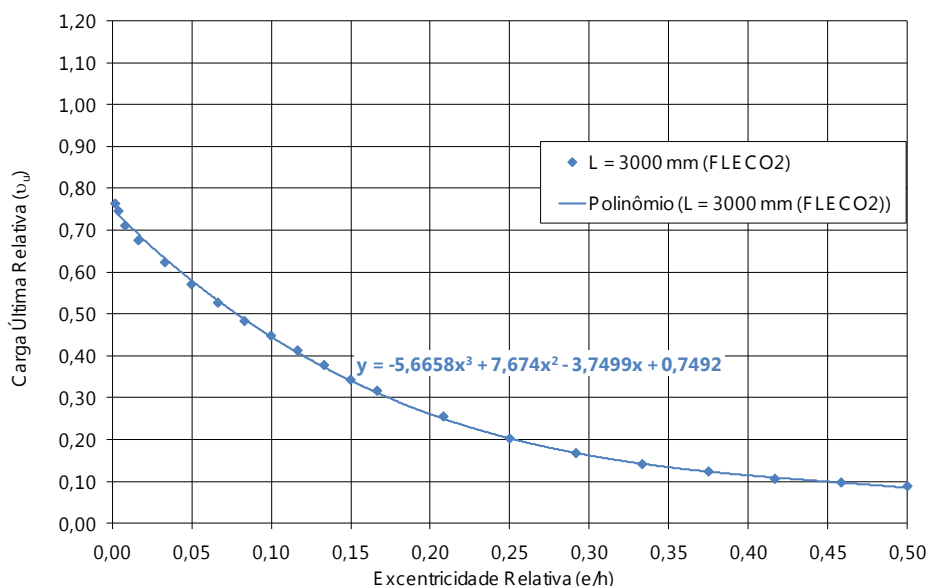


Figura 40: Equação para a determinação da carga última relativa em função da excentricidade relativa – FLECO2C ($\omega = 0,196$)

Percebe-se na Figura 40 uma tendência dos pilares apresentarem uma força de ruína próxima à força de flexão, com as retas tendendo a se encontrar para excentricidades relativas além de 0,5, o que era esperado.

5 CONCLUSÕES

O programa FLECO2C apresentou resultados coerentes e próximos aos obtidos nos ensaios, no que diz respeito à estimativa da força de ruína dos pilares.

As equações apresentadas para a estimativa da força última relativa em função da excentricidade relativa apresentaram excelentes resultados de previsão de força de ruína.

Todos os pilares apresentaram relação $F_u/F_{u,Numérico}$ próximo à unidade, com exceção do pilar PFN 24-3, que apresentou os piores resultados, tendo provavelmente ocorrido irregularidades na geometria do pilar ou na aplicação da excentricidade inicial.

Ajustes na excentricidade de aplicação de força nos modelos poderiam apresentar melhores resultados na previsão do comportamento real dos pilares, o que não foi realizado.

Em relação aos deslocamentos horizontais estimados pelos programas, todos os pilares apresentaram um comportamento próximo ao obtido nos ensaios, com algumas exceções. Os melhores resultados de deslocamentos horizontais foram para os pilares com excentricidade relativa $e/h \geq 0,25$ ($e \geq 30$ mm), evidenciando a grande dificuldade de se aplicar excentricidades pequenas nos pilares.

Vale ressaltar que no instante da ruína fica difícil se obter os valores dos deslocamentos horizontais, pois os incrementos de deslocamentos horizontais aumentam muito com o aumento da força aplicada, portanto é válido o comportamento durante o ensaio até um ponto próximo à ruína.

Fatores inerentes à execução do ensaio, como o processo de colagem dos extensômetros, uso de fios inadequados, ou problemas na seção transversal do pilar puderam ter contribuído para a diferença dos resultados.

Foi verificado que o programa FLECO2C pode ser utilizado com eficiência para a correta análise de pilares birrotulados submetidos a flexo-compressão normal, apresentando resultados coerentes e próximos aos obtidos nos ensaios.

REFERÊNCIAS

- Araújo, L. M. B. de O módulo de deformação longitudinal do concreto. *Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil*, Nº 01, p.9-16, Nov.,2000.
- CACODI Programa de análise de seções pela teoria do campo de compressão diagonal. *Programa computacional*. Linguagem Fortran 77. NAGATO (1987)
- Carreira, D. J.; Chu, K. H. Stress-strain relationship for plain concrete in compression. *Journal of the American Concrete Institute*, November-December 1985, pp 797-804.
- Dantas, A. B. Estudo de pilares de concreto armado submetidos a flexão composta reta. *Dissertação de Mestrado*, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 2006.
- Maia, A. C. F. Analyse non-linéaire des portiques plans en béton armé ou précontraint compte-tenu du comportement rhéologique du béton. *Thèse de Docteur-Ingénieur*. Université Pierre et Marie Curie, Avril, 1979.
- Nagato, Y. Resistência ao esforço cortante combinado com compressão e flexão de peças de concreto armado com seção transversal circular. *Tese de Doutorado*. Programa de Pós-graduação de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1987.
- VECCHIO, F. Response of reinforced concrete subjected to in-plane shear and normal

stresses. *PhD. Thesis*, University of Toronto, 1981.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses. *Publication n° 82-03, University of Toronto, Department of Civil Engineering*, Canada, March 1982.