

CONVECCION NATURAL CON TRANSFERENCIA DE VAPOR EN DESALINIZADORES

Sonia Esteban, Ana María Aramayo, Luis Cardón
INENCO, Facultad de Ciencias Exactas, UNSA
Buenos Aires 177, 4400 Salta, Argentina (estebans@unsa.edu.ar)

Resumen: *Se estudia la convección natural que ocurre en desalinizadores de tipo batea y de tipo regenerativo. En estos equipos se evapora agua en el fondo de un recipiente o batea que luego se recupera como condensado en su cubierta superior. La sección transversal de la batea es triangular o trapezoidal, según el modelo. La batea o recipiente es un recinto cerrado que se calienta por debajo y se enfría por arriba, proporcionando así la fuerza conductora para la transferencia de calor y vapor. Se modeliza una sección transversal de la batea, que por lo general es trapezoidal o triangular.*

El problema se describe con la ecuación de continuidad, la ecuación Navier Stokes, la ecuación de la energía y la ecuación de difusión para el componente condensable, en este caso del vapor de agua. Para el fluido se imponen condiciones de borde de velocidad nula, es decir, no se considera el soplado producido por la evaporación del agua. Para la temperatura se impone condiciones adiabáticas en los laterales, temperatura fría en la parte superior, temperatura caliente en la parte inferior. Para el caso de la ecuación de difusión se supone impenetrabilidad en las caras laterales y equilibrio en las superficies superior e inferior.

Estos recintos han sido estudiados en la literatura bajo diversas configuraciones. Recientemente nuestro grupo (Esteban, Aramayo y Cardón, Mecánica Computacional, 2003) hizo una simulación del transitorio que ocurre en esta cavidad en ausencia de condensables. En este trabajo se incorpora al estudio el efecto de este último problema.

Se presentan los patrones de velocidad, de temperatura y correlaciones para el número de Nusselt y Sherwood en función del número de Rayleigh.

1. INTRODUCCIÓN:

Existen numerosos procesos físicos en los que las fuerzas de flotación térmica y másica actúan simultáneamente y deben ser consideradas cuando se estudia la transferencia de calor y masa. La convección termo-solutal o doble-difusiva, como también se la conoce, está presente en procesos tales como crecimiento de cristales, diseño de intercambiadores, procesos de destilación, sistemas de protección térmico, etc.

Las primeras simulaciones de convección natural doble-difusiva, se remontan a los años setenta, para superficies verticales. En 1985, Bejan realizó un análisis de escala para el transporte de calor y masa dentro de cavidades. En 1991, Béghein et. al. realizó un análisis de la convección termosolutal, estacionaria en una cavidad cuadrada e investigó la influencia de la transferencia de masa, en la transmisión de calor; para ello mantiene constante el número de Rayleigh térmico y varía el Rayleigh másico.

En este trabajo se estudia la convección natural doble-difusiva que ocurre en desalinizadores de tipo batea y de tipo regenerativo. En estos equipos se evapora agua en el fondo de un recipiente o batea que luego se recupera como condensado en su cubierta superior. La sección transversal de la batea es trapezoidal. La batea o recipiente es un recinto cerrado que se calienta por debajo y se enfría por arriba, proporcionando así la fuerza conductora para la transferencia de calor y vapor. Se modeliza una sección transversal de la batea. Dado que estamos interesados en analizar cómo puede influir los gradientes de masa impuestos en la transferencia de calor, en este trabajo se ha mantenido constante el Rayleigh térmico al valor correspondiente a una mezcla de aire-vapor de agua y se ha variado el Rayleigh másico desde 10^3 a 10^7 . También se muestran los resultados de flujo, número de Nusselt y Sherwood locales y globales, con sus respectivas correlaciones.

2. PLANTEO DEL PROBLEMA A RESOLVER

Las ecuaciones dimensionales que rigen el problema de convección natural conjugada transitoria son:

$$\text{div}(\mathbf{u})=0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g[1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_C(C - C_0)] \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

donde: $\mathbf{u} = (u, v)$, P , T y C son los campos de velocidad, presión, temperatura y

concentración; ρ , ν , ν_f y D son la densidad, la viscosidad y la difusividad térmica y de masa del fluido, respectivamente; β_T y β_C son los coeficientes de expansión volumétrico térmico y másico; T_0 es la temperatura de referencia, en este caso corresponde a la temperatura media $T_0 = T_m = 0$ y C_0 es la concentración de referencia, en este caso corresponde a la concentración mínima $C_0 = C_{min} = 0$.

Mientras que las propiedades termo-físicas de la mezcla se han supuesto constante en el cálculo, la densidad obedece la aproximación de Oberbeck–Boussinesq, dada por:

$$\rho_m = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_C (C - C_0)]$$

donde los coeficientes de expansión volumétrica debido a la diferencia de temperatura β_T y de concentración β_C , se obtienen de la siguiente manera:

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad \beta_C = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial C}$$

Las adimensionalizaciones usadas son las siguientes:

- Las longitudes en ambas direcciones, con la altura del recinto H ;
- Las velocidades u y v , con la velocidad característica de la capa límite en la dirección vertical: $v_0 = \frac{g\beta_T\alpha H(T_c - T_f)}{\nu}$;
- El campo de temperatura \hat{T} con: $\hat{T} = \frac{T - T_m}{T_c - T_f}$ donde T_c , T_f , T_m son la temperatura de la pared fría, de la pared caliente y el promedio de estas dos últimas, respectivamente;
- El campo de concentración C con: $\hat{C} = \frac{C - C_{min}}{C_{max} - C_{min}}$ donde C_{min} , C_{max} son la concentración sobre la pared fría y caliente, respectivamente; y
- El tiempo del siguiente modo: $\hat{t} = \frac{\nu_0 t}{H}$.

Considerando que con esta adimensionalización se consigue una normalización en la variable \hat{T} , ésta debe variar entre -0.5 a 0.5 , sea cualquiera la variación de la temperatura real. Del mismo modo, C^* varía de 0 a 1 .

Con las adimensionalizaciones anteriores las ecuaciones a resolver numéricamente son:

$$\text{div}(\hat{\mathbf{u}}) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{t}} + \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} = -\frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{x}} + \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}_T^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{y}^2} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{t}} + \hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} = -\frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{y}} + \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}_T^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{y}^2} \right) + \text{Pr} \hat{T} + \text{Pr} \frac{\text{Ra}_C}{\text{Ra}_T} \hat{C} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{t}} + \hat{u} \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{y}} = \frac{1}{\text{Ra}_T^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial \hat{y}^2} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial \hat{C}}{\partial \hat{t}} + \hat{u} \frac{\partial \hat{C}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{C}}{\partial \hat{y}} = \frac{\text{Pr}}{Ra_T^{0.5} Sc} \left(\frac{\partial^2 \hat{C}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{C}}{\partial \hat{y}^2} \right) \quad (10)$$

donde Ra_C , Ra_T son el número de Rayleigh másico y térmico, respectivamente; relacionados mediante la siguiente igualdad:

$$Ra_C = \frac{\beta_c}{\beta_T} \frac{\Delta W}{\Delta T} Ra_T$$

y el número de Schmidt, para la mezcla es. $Sc = \frac{\nu}{D}$

Se utiliza una red uniforme de 95 x 200 nodos, cuyos volúmenes de control son rectangulares. A los efectos de reducir el dominio de cálculo a la cavidad correspondiente a una etapa del destilador, se bloquea la región triangular superior e inferior de un dominio cuadrado de 1 x 1, de la misma manera que la planteada en Aramayo et. al.(2002) y Esteban et. al. (2002).

La figura 1 muestra un esquema de la configuración estudiada y las condiciones de borde utilizadas, en la simulación.

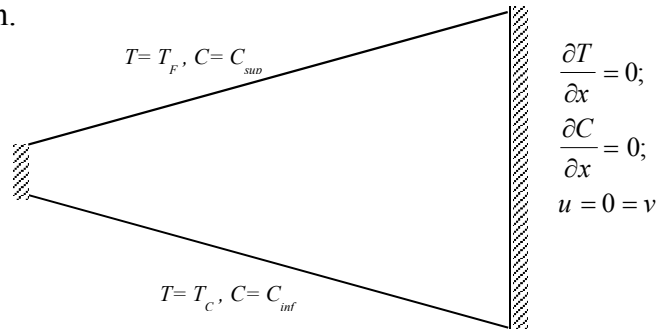


Figura 1: Dominio físico y condiciones de borde

Evaluación de los parametros fisicos utilizados: En el equipo experimental de destilación la temperatura es una de las variables que se puede manejar facilmente; el salto de temperatura total $T_{inf} - T_{sup}$ es de aproximadamente 50 C y como estamos simulando solamente una etapa esta diferencia se reduce a 10 C. La temperatura media utilizada es de 80 C, teniendo en cuenta estos valores se evaluaron las distintas constantes que determinan el rango de trabajo. La siguiente tabla muestra los valores obtenidos para la mezcla de vapor de agua – aire, para el destilador:

Tabla 1. Valores de los parámetros utilizados en el cálculo.

$Ra_T = 2.4738 \times 10^5$	$\beta_T = 2.8317 \times 10^{-3}$	$\alpha = 2.7977 \times 10^{-5}$	$\rho = 0.77515$	$H = 1, L = 1$
$Ra_C = 4.1492 \times 10^5$	$\beta_C = 0.48838$	$D = 3.9884 \times 10^{-5}$	$Pr = 0.99$	$Sc = 0.6$

En este trabajo se ha mantenido $Ra_T = cte$ y se ha modificado la diferencia de concentración mediante variación del número de Ra_C . El rango de variación de Ra_C considerado es de 10^3 a 10^7 . Las unidades utilizadas en la evaluación de los parámetros es el sistema MKS

3. PATRONES DE FLUJO

Se ha estudiado el problema en el cual tanto el gradiente de concentración como el de temperatura contribuyen al movimiento del fluido ($T_{inf} > T_{sup}$ y $C_{inf} > C_{sup}$) ya que éste corresponde a la situación real del destilador, se ha usado en todos los casos simulados $Pr = 0.99$, $Sc = 0.6$.

En la figura 2 se muestran las funciones de corriente para $Ra_T = 10^4$, dentro del rango $10^5 \leq Ra_C \leq 10^7$. Para $Ra_C < 10^5$ se obtienen patrones de flujo similares que $Ra_C = 10^5$ todos ellos consistentes en dos celdas ubicadas verticalmente, en cambio para $Ra_C > 10^5$ el flujo es del tipo multicelular convectivo.

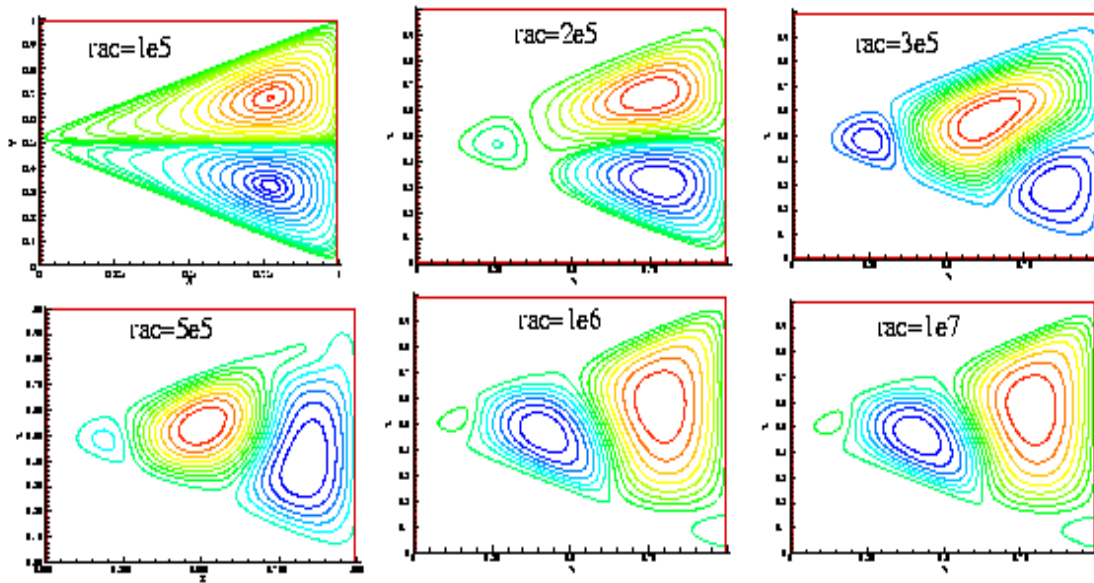


Figura 2. Patrones de flujo correspondiente a $Ra_T = 1 \times 10^4$ para $10^5 \leq Ra_C \leq 10^7$.

La figura 3 muestra los patrones de flujo correspondiente a $Ra_T = 10^5$, para distintos valores de Ra_C . Podemos observar que para $Ra_C = 10^4$ el flujo es del tipo conductivo, con dos celdas verticales; el mismo comportamiento se obtuvo para Ra_C inferiores.

Para $Ra_C = 1 \times 10^5$, se observa que la celda inferior comienza a subdividirse mientras que para $Ra_T \geq 10^6$ el flujo cambia a convectivo multicelular.

Debido al cambio abrupto de régimen entre $Ra_C = 1 \times 10^5$ y 1×10^6 , observado en la figura anterior, se ha analizado los valores intermedios de Ra_C . En la Figura 4 se presentan los patrones de flujo para $1.5 \times 10^5 \leq Ra_C \leq 7 \times 10^5$. Se puede notar que para $Ra_C = 1.5 \times 10^5$ la celda inferior se ha subdividido, permitiendo que la superior avance hacia la parte inferior del recinto, este proceso se hace mas notable para $Ra_C = 2 \times 10^5$. A $Ra_C > 3 \times 10^5$ se cuenta con al menos cuatro celdas convectivas, las cuales se re-ubican hasta alcanzar el patron mostrado en la figura 3, para $Ra_C = 1 \times 10^6$.

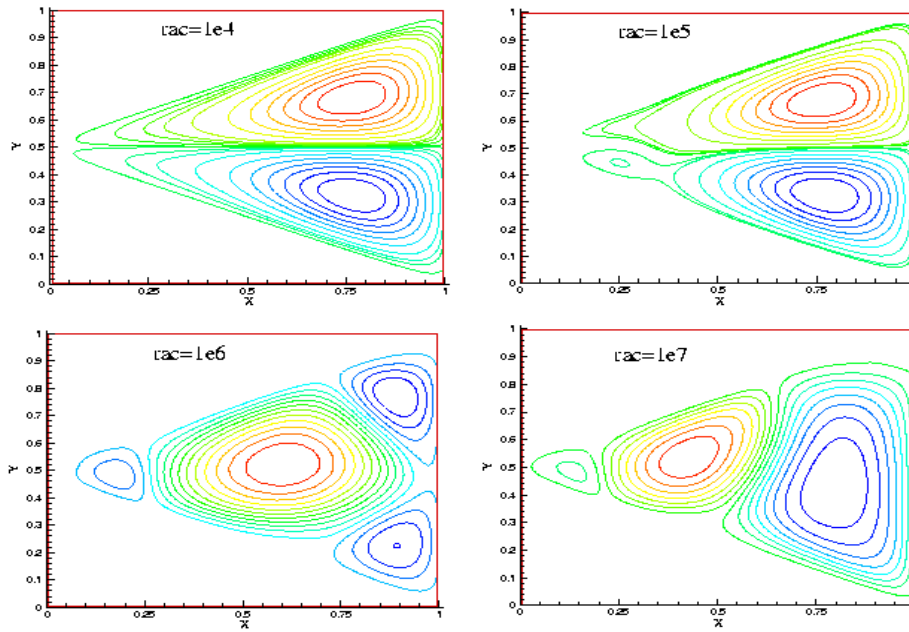


Figura 3. Patrones de flujo correspondiente a $Ra_T = 1 \times 10^5$ para $1 \times 10^4 \leq Ra_C \leq 1 \times 10^7$.

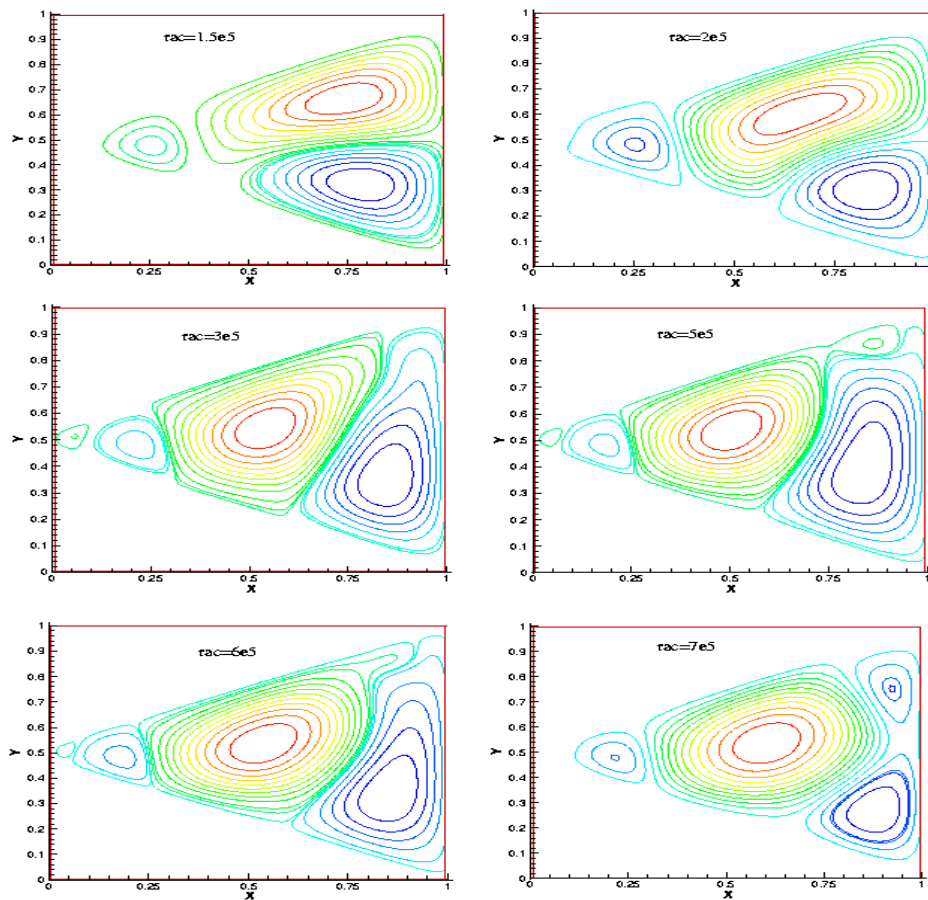


Figura 4. Patrones de flujo correspondiente a $Ra_T = 1 \times 10^5$ y $1.5 \times 10^5 \leq Ra_C \leq 7 \times 10^5$

En la figura 5 se muestran los patrones de flujo para $Ra_T = 1 \times 10^7$ y $1 \times 10^3 \leq Ra_C \leq 1 \times 10^6$, en todos los casos calculados se presentan características de flujo del tipo multicelular convectivo, la única diferencia que puede observarse el tamaño de las celdas y la orientación de las mismas.

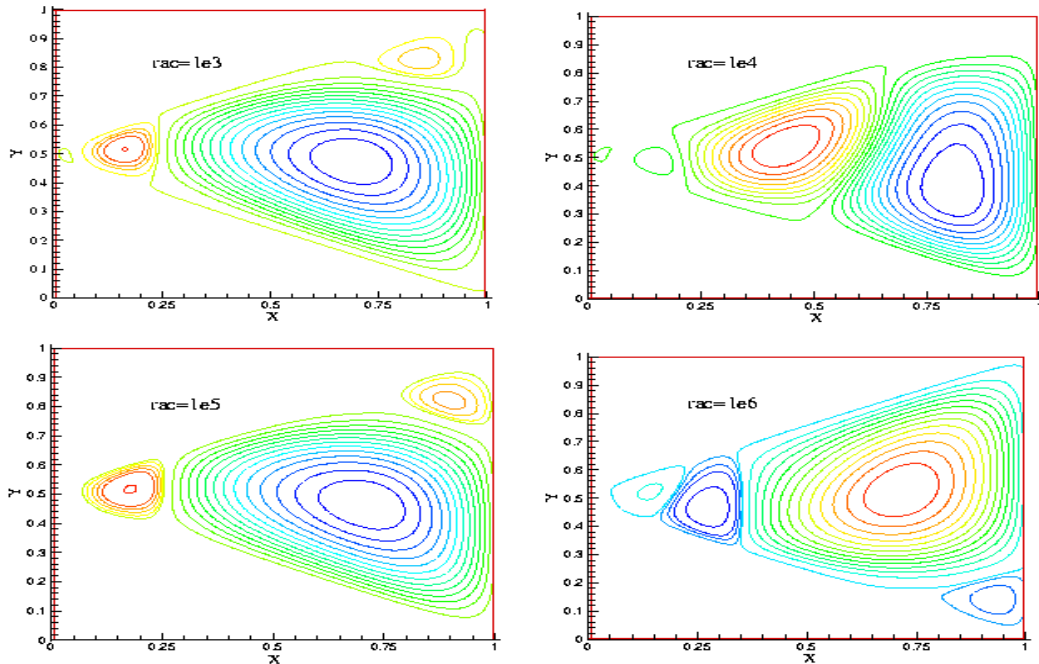


Figura 5. Patrones de flujo correspondiente a $Ra_T = 1 \times 10^6$ para $Ra_C = 1 \times 10^3, 1 \times 10^4, 1 \times 10^5, 1 \times 10^6$.

En la figura 6 se muestran los patrones de flujo para $Ra_T = 1 \times 10^7$ y $Ra_C = 10^1, 10^4, 10^6$. Se observa que para todos los Ra_C considerados el flujo es del tipo multicelular convectivo, con dos celdas principales y otras dos secundarias, de menor tamaño.

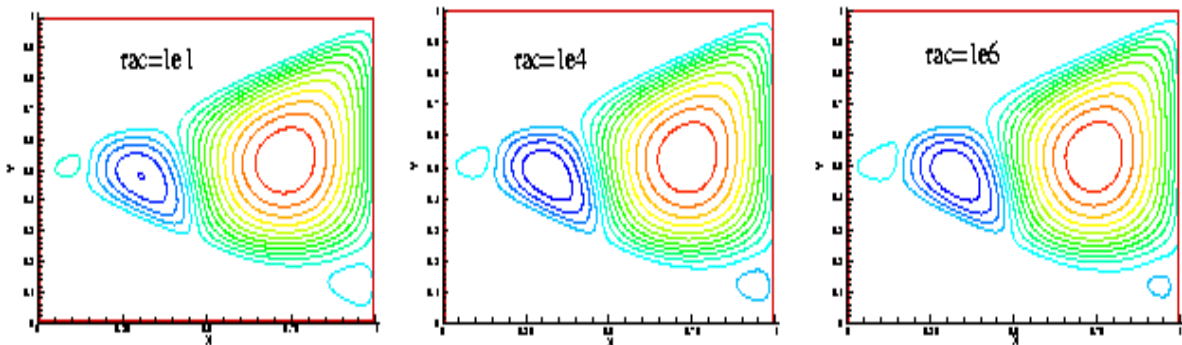


Figura 6. Patrones de flujo correspondiente a $Ra_T = 1 \times 10^7$ y $1 \times 10^1 \leq Ra_C \leq 1 \times 10^6$.

En la figura 7 se presentan las líneas de corriente, perfiles de velocidad, isothermas y perfiles de concentración para $Ra_T = 2.5 \times 10^5$ y $Ra_C = 4.1 \times 10^5$, que corresponden a los valores específicos del destilador. Las líneas de corriente nos indica la cantidad de celdas existentes mientras que el perfil de velocidad el sentido de giro de cada celda convectiva, la mayor presenta una circulación anti-horaria y la celda vecina una horaria.

Las gráficas correspondientes a los perfiles de temperaturas y concentración, muestran plumas ascendentes y descendentes típicas de los flujos multicelulares. En este caso se aprecia que la fuerza de flotación que domina el flujo es la debida a la concentración; determinando el sentido de circulación de las celdas convectivas.

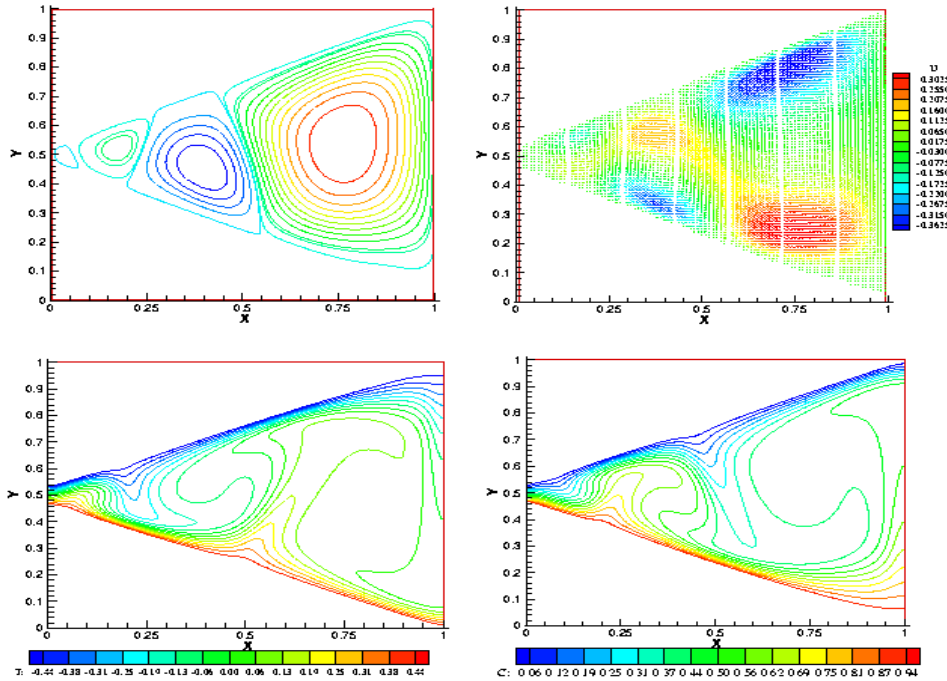


Figura 7. Patron de flujo, velocidad, isothermas e isoconcentración para $Ra_T = 2.5 \times 10^5$ y $Ra_C = 4.1 \times 10^5$

4. TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA: NÚMERO DE NUSSELT Y DE SHERWOOD.

El número de Nusselt y el número de Sherwood se definen como el gradiente de temperatura y de concentración adimensional, de la siguiente manera:

$$Nu(s) = \frac{\partial \hat{T}}{\partial \vec{n}} \quad Sh(s) = \frac{\partial \hat{C}}{\partial \vec{n}} \quad (11)$$

con \vec{n} dirección normal a cada cara.

Los números de Nusselt y Sherwood locales fueron calculados tanto para la superficie inferior como la superior.

El Nusselt y el Sherwood global para la pared inferior, se ha calculado de la siguiente manera:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{P} \int_0^P Nu(s) ds \quad \overline{Sh} = \frac{1}{P} \int_0^P Sh(s) ds \quad (12)$$

donde P es la longitud de la superficie.

La figura 8 muestra el Nu y Sh local para la superficie inferior a distintos Ra_C para un valor constante de $Ra_T = 10^5$. Se observa que a medida que aumenta el Ra_C la cantidad de picos y

valles se mantiene, incrementando solamente los valores máximos.

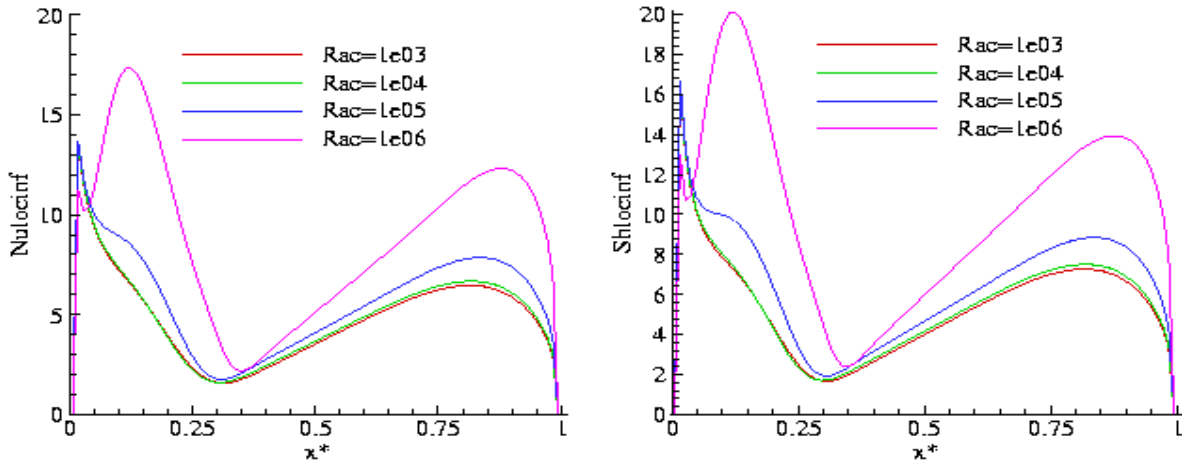


Figura 8. Nusselt y Sherwood locales para distintos valores de Ra_C .

La figura 9 muestra el Nu promedio para la superficie inferior a distintos Ra_C , en función del tiempo adimensional. Se observa que hasta $Ra_C = 10^5$ las curvas descienden abruptamente desde un valor alto al comienzo de la simulación, que no se muestran en la figura dada la elección de la escala para el eje vertical, y luego crecen monótonamente hasta alcanzar el valor correspondiente al estado estacionario. En cambio para $Ra_C = 10^6$ se observa al principio del proceso iterativo esta variación ocurre en un tiempo menor que en los casos anteriores, lo cual indica la creación y destrucción de celdas al inicio del proceso, para luego estabilizarse en el valor del estado estacionario. Para $Ra_C = 10^7$ se observa un comportamiento oscilatorio, el cual no permite alcanzar un estado estacionario.

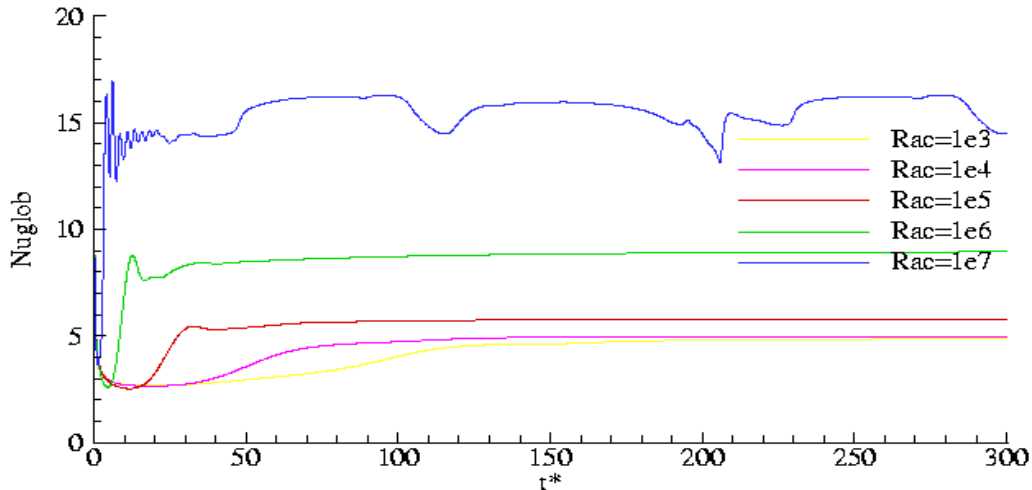


Figura 9. Nusselt global sobre la superficie inferior para distintos Ra_C , correspondiente a $Ra_T=10^5$.

La figura 10 muestra el Sh promedio para la superficie inferior a distintos Ra_C , en función del tiempo adimensional. Se pueden hacer las mismas apreciaciones que la figura anterior, salvo que los valores alcanzados por el número de Sherwood, en el estado estacionario son

levemente superiores, en todos los casos considerados.

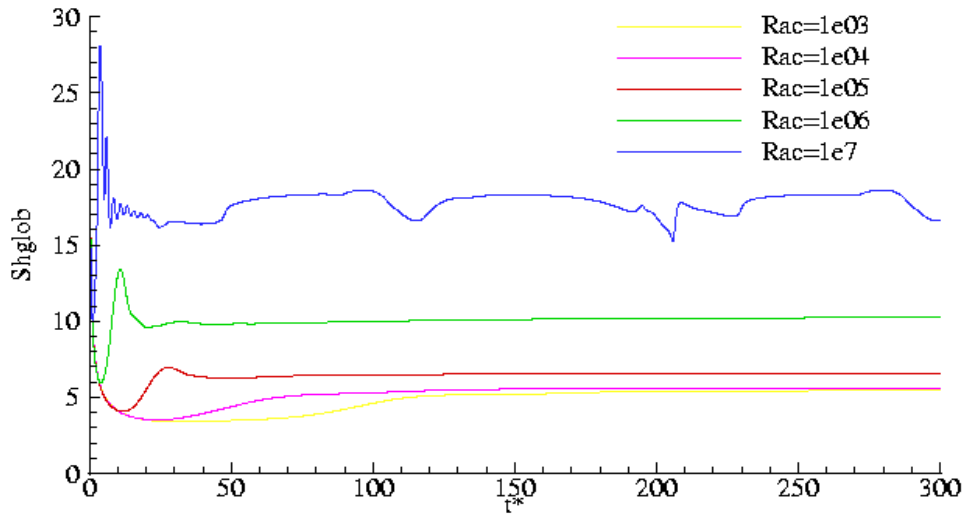


Figura 10. Sherwood global en la superficie inferior para distintos Ra_C , correspondiente a $Ra_T=10^5$.

La tabla 2, muestra los valores de los Nusselt y Sherwood promedio calculados sobre la base para distintos valores de Ra_C . Las celdas con sombreado gris indican que el régimen de flujo es conductivo mientras que las sombreadas con azul corresponden a soluciones oscilatorias que no permiten alcanzar el estado estacionario. Este último caso no ha sido tenido en cuenta al momento de la obtención de las correlaciones entre Nu y Ra .

Tabla 2. Valores de Nusselt y Sherwood promedio en la superficie inferior para $Ra_T= 1 \times 10^5$

Rac	Nuglobinf	Shglobinf
1E+03	4,8633430	5,45011
1E+04	4,9756890	5,58706
5E+04	5,3821280	6,08647
1E+05	5,8021890	6,58495
3E+05	6,8804330	7,80967
4,1E+05	7,4550800	7,55395
7E+05	8,1769910	9,323081
1E+06	8,9445550	10,24808
3E+06	10,1752140	11,80478
7E+06	14,215187	16,299942
1E+07	14,5233440	16,63864

En las gráficas de la figura 11 se muestran el Nusselt y el Sherwood global en función del número de Rayleigh másico, correspondiente a $Ra_T = 1 \times 10^5$, en escalas doble logarítmicas. Se ha diferenciado los regímenes conductivo y convectivo multicelular mediante la obtención de dos correlaciones, tanto para Nusselt como para Sherwood, obteniéndose una dependencia del tipo $Nug = C_1 Ra^{C_2}$ y $Shg = C_3 Ra^{C_4}$, las constantes obtenidas se muestran en la tabla 3.

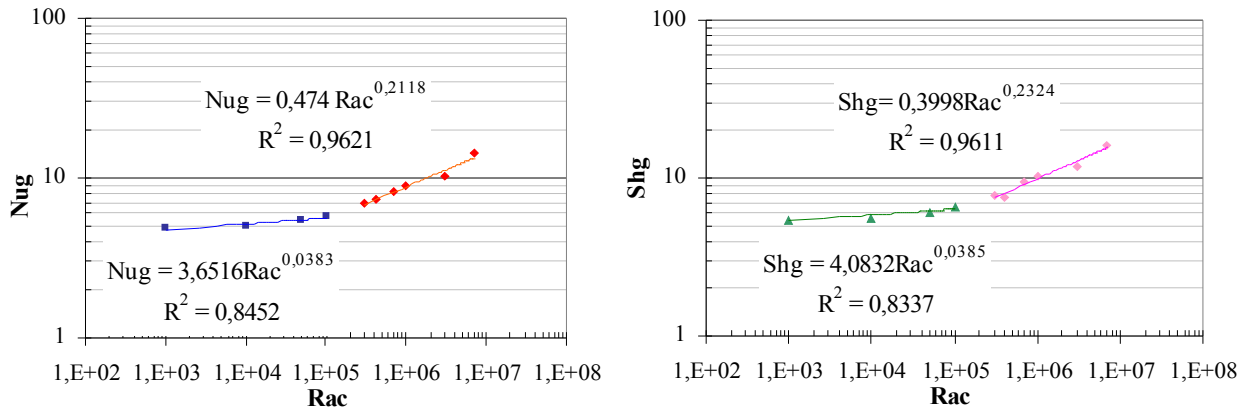


Figura 11. Correlación de Nusselt y Sherwood promedio en función de Ra_C .

Los valores de las constantes obtenidas, para el régimen convectivo multicelular, se aproximan a los correspondientes a una cavidad calentada de lado ($C_2 \approx 0.25$).

Tabla 3. Valores de las constantes de correlación de Nusselt y Sherwood promedio en función de Ra_C

	Nug		Shg	
	C_1	C_2	C_3	C_4
$Ra_C \leq 10^5$	3,6516	0,0383	4,0832	0,0385
$Ra_C > 10^5$	0,474	0,2118	0,3998	0,2324

5. CONCLUSIONES

Se ha estudiado la convección natural con transferencia de masa (vapor) en cavidades cuya geometría corresponde a desalinizadores multiefecto, bajo la restricción de bidimensionalidad. El estudio es un primer paso hacia la modelización de estos sistemas, en donde el flujo es turbulento y por ende tridimensional.

Hasta $Ra_T = 1 \times 10^5$ dependiendo del valor de Ra_C el tipo flujo encontrado puede ser conductivo o convectivo multicelular, en cambio para $Ra_T > 1 \times 10^5$ los flujos encontrados son del tipo convectivo multicelular independiente del valor del Ra_C considerado.

Consideramos que la identificación del flujo convectivo multicelular (problema de Rayleigh-Benard) es un paso importante ya que permitirá adoptar modelos de turbulencia adecuados al problema, en contraste con modelos K-epsilon estandar utilizados precedentemente. Nuestro plan de trabajo contempla la introducción de estos modelos en dos y tres dimensiones.

Existen cambios considerables tanto en el exponente como en el coeficiente de la correlación de Nug y de Shg con el Ra_C , cuando se produce el cambio de régimen conductivo a convectivo multicelular, los cuales son de al menos un orden de magnitud.

Es difícil la comparación de los resultados obtenidos en este artículo con los otros trabajos ya existentes, debido a que en nuestro caso se utiliza una geometría particular, por ello se compara con los resultados obtenidos en cavidades rectangulares.

6. REFERENCIAS

- [1] Kamotani Y., Wang L., Ostrach S., Jiang D (1985); "*Experimental study of natural convection in shallow enclosures with horizontal temperature and concentration gradients*". International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 28, pp. 165-173.
- [2] Béghein C., Haghghat F., Allard F.(1992) "*Numerical study of double –diffusive natural convection in a square cavity*". International Journal of Heat Mass Transfer, vol. 35, Nro. 4, pp. 833-846.
- [3] Boussaid M., Mezenner A., Bouhadeh M. (1999) "*Convection naturelle de chaleur et de masse dans une cavité trapézoïdale*". International Journal Thermal Science, vol. 38, pp. 363-371.
- [4] Yan W., Lin D. (2001); "*Natural convection heat and mass transfer in vertical annuli with film evaporation and condensation*". International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 44, pp. 1143-1151.
- [5] Aramayo, A.; Esteban, S.; Cardón, L. (2003), "*Convección natural transitoria a elevado número de Rayleigh en recintos triangulares rectangulares enfriados por arriba. Parte I: flujo de calor*". Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, vol:6, N 2, pgs:08.43–08.48.
- [6] Esteban, S.; Aramayo, A.; Cardón, L. (2003), "*Convección natural transitoria a elevado número de Rayleigh en recintos triangulares rectangulares enfriados por arriba. Parte II: patrones de flujo del fluido*". Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, vol: 6, N 2, pgs:08.49–08.53.
- [7] Esteban, S; Aramayo, A; Cardón, L (2003) "*Conveccion natural multicelular en recintos triangulares rectangulares enfriados por arriba*" Mecánica Computacional.ISSBN 1666-6070. Vol. XXII. pags. 1625-1639.