

ESTABILIDAD DE FISURAS EN PRESAS DE HORMIGÓN FRENTE A LA ACCIÓN DE PRESIONES INTERNAS

Claudio G. Rocco, Matías N. Braun, María P. Zappitelli y Edgardo I. Villa

*Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.
Calle 48 y 115 s/n, (B1900TAG) La Plata, Buenos Aires, República Argentina.
eivilla@ing.unlp.edu.ar, <http://www.ing.unlp.edu.ar/departamentos/construcciones/>*

Palabras Clave: Mecánica de fractura, factor de intensidad de tensiones, presas de hormigón, presiones internas.

Resumen. En este trabajo se presentan los resultados de un análisis numérico llevado a cabo para la determinación del Factor de Intensidad de Tensiones en Modo I, K_I , correspondiente al caso típico de una presa de hormigón fisurada. La geometría adoptada reproduce el patrón típico de fisuración de origen térmico en este tipo de estructuras. El diagrama real de distribución de presiones de inyección en el plano interior de la fisura se simplificó mediante la aplicación de una carga puntual en nodos ubicados en dicho plano, a diferentes cotas respecto del plano de fundación. Para el estudio numérico se implementó numéricamente un modelo tridimensional de Mecánica de Fractura Elástica Lineal en un código comercial de análisis por el Método de los Elementos Finitos. Se llevó a cabo un estudio paramétrico del problema mediante el análisis de 100 casos, correspondientes a 5 tamaños de fisura diferentes, variando la relación entre la altura de la fisura y la altura total de la presa, así como su profundidad en relación al ancho total de la misma. Para todos los tamaños de fisura estudiados se ajustaron expresiones matemáticas que permiten estimar el valor de K_I en función de la posición del punto de aplicación de la carga. Los resultados obtenidos permiten obtener importantes conclusiones respecto de la sensibilidad de las variables analizadas y pueden ser aplicados para estimar la estabilidad de una fisura preexistente frente a la acción de las presiones internas que se originan durante los trabajos de reparación mediante la inyección de resinas.

1 INTRODUCCIÓN

Debido al calor liberado durante la hidratación del cemento, las presas de hormigón se encuentran sometidas a una fase de calentamiento inicial y posterior enfriamiento, dando lugar en algunos casos a importantes cambios volumétricos los cuales pueden inducir niveles de sollicitación que, en caso de superar la resistencia a la tracción del material, pueden generar fisuras. Debido a la naturaleza del fenómeno, a la geometría de la estructura y a las condiciones de contorno es habitual que este tipo de fisuras se localicen en las proximidades de la sección central del elemento, produciendo un plano de fractura vertical que suele iniciarse en el paramento de aguas arriba y propagarse hacia el interior de la presa en dirección perpendicular a dicho paramento. Aún cuando la presencia de estas fisuras no comprometa la estabilidad estructural de la presa, puede afectar sus condiciones de servicio debido principalmente a la filtración de agua (ACI, 2001).

Una estrategia convencional para remediar esta patología consiste en sellar la fisura mediante la inyección a presión de resinas de base epoxi o poliuretano. En esta clase de intervenciones es importante diseñar la secuencia y las presiones de inyección de modo tal que la fisura permanezca estable, evitando su propagación como consecuencia del propio procedimiento (ICOLD, 1997). La aplicación de las inyecciones se realiza desde puntos distribuidos en todo el plano de fractura con una densidad decreciente desde el frente de la fisura hacia el paramento de aguas arriba. En la Figura 1 se muestra un croquis esquemático con la distribución de los puntos de inyección en correspondencia con el plano de la fisura en un caso típico de reparación.

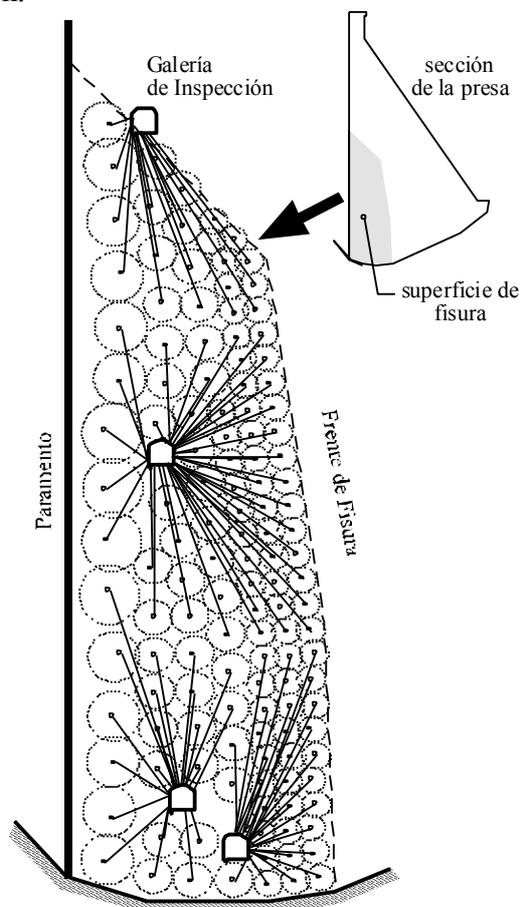


Figura 1: Ubicación de los puntos de inyección en el plano de fractura en un típico caso de reparación

En cada punto de inyección la fisura es sometida a una distribución de presiones que actúa en dirección perpendicular al plano de fractura y genera en su extremo un estado de sollicitación que tiende a propagar la fisura. Un parámetro que permite describir el nivel de sollicitación en el extremo de la fisura en el marco de la Mecánica de Fractura Elástica Lineal (MFEL) es el Factor de Intensidad de Tensiones en Modo I, K_I . Conocido K_I para una carga dada, aplicada en una determinada posición del plano de fractura, es posible establecer las condiciones de estabilidad de la fisura comparando K_I con la tenacidad del material.

En este trabajo se presentan los resultados de un análisis numérico llevado a cabo para la determinación de K_I , correspondiente a la acción de cargas puntuales en el plano interior de una fisura vertical en una presa de hormigón. La geometría adoptada para las fisuras reproduce el patrón típico de fisuración de origen térmico en este tipo de estructuras. Los resultados obtenidos pueden ser aplicados para estimar la estabilidad de una fisura preexistente frente a la acción de las presiones internas que se originan durante los trabajos de sellado de fisura mediante inyecciones a presión.

En el apartado 2 se describen las características del modelo utilizado para el análisis numérico y se indican los casos simulados, que corresponden a 5 configuraciones distintas de fisura. En los apartados 3 y 4 se presentan los resultados obtenidos y se realiza el análisis de los mismos. Finalmente en el apartado 5 se mencionan las conclusiones del trabajo.

2 MODELACIÓN NUMÉRICA

2.1 Estabilidad de Fisuras en Régimen Elástico Lineal

Se implementó un modelo basado en la Mecánica de Fractura Elástica Lineal (MFEL), teoría propuesta inicialmente por Griffith para explicar los distintos mecanismos de rotura en un sólido fisurado (Griffith, 1920) y desarrollado posteriormente por Irwin (Irwin, 1957).

Hasta la aparición de la MFEL, solo el agotamiento por colapso plástico del material tenía fundamentos físicos y matemáticos bien estructurados. La MFEL vino a llenar el vacío que existía en la situación extrema de agotamiento opuesta al colapso plástico, cuando la rotura se produce en condiciones de pequeña deformación y con niveles de sollicitación muy inferiores a los límites de plasticidad del material.

La hipótesis fundamental de esta teoría establece que los procesos de fractura tienen lugar en una pequeña zona situada alrededor del extremo de la fisura, mientras el resto del sólido mantiene un comportamiento elástico y lineal. Los campos de tensiones y de desplazamientos próximos al extremo de la fisura tienen una estructura universal cuya dependencia de la geometría y de la sollicitación exterior se establece mediante un factor de proporcionalidad denominado Factor de Intensidad de Tensiones, K_I (Meguid, 1989; Anderson, 1995).

La propagación de la fisura sobreviene cuando el K_I alcanza un valor crítico denominado tenacidad de fractura, K_{IC} , que es una propiedad intrínseca del material. En ese instante la fisura se propaga dividiendo al material, que fuera de la zona en proceso de fractura continúa teniendo un comportamiento elástico y lineal, en dos partes entre las cuales no hay interacción a través de la fisura (Kanninen and Popelar, 1985). De esta manera, el criterio local de rotura en Modo I queda determinado por la siguiente ecuación:

$$K_I / K_{IC} = 1. \quad (1)$$

En el caso de una presa de hormigón, la aplicabilidad de este modelo está justificada al ser las dimensiones de la estructura muy grandes en comparación con la longitud característica del material (Bazant and Planas, 1998).

2.2 Casos Estudiados

Para la determinación de K_I se llevó a cabo una simulación numérica tridimensional de la geometría completa del perfil típico de una presa de hormigón. Tanto la geometría como las dimensiones de la presa pueden observarse en la [Figura 2](#) y fueron tomadas de las recomendaciones del USACE ([USACE, 1995](#)), así como las relaciones entre las dimensiones del macizo rocoso y de la presa.

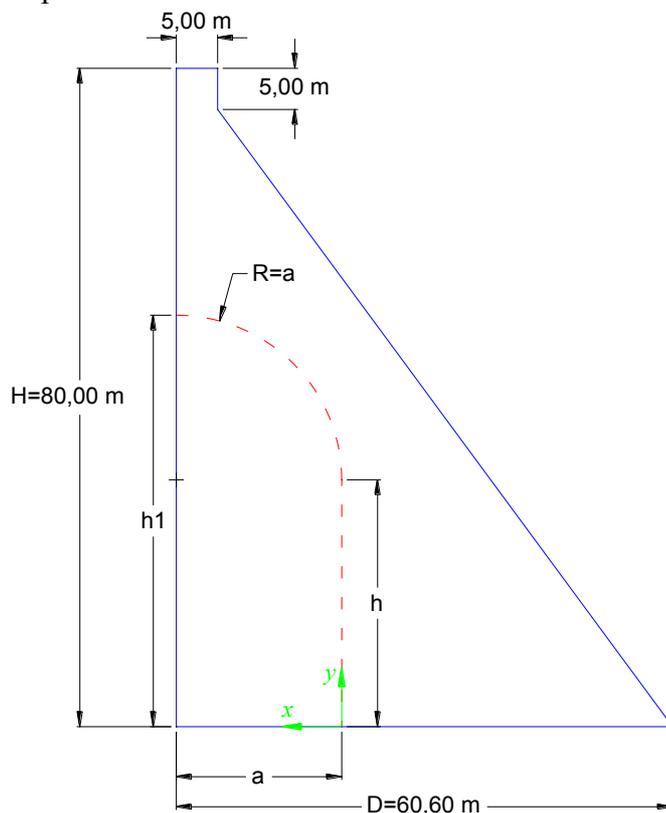


Figura 2: Perfil de la presa y morfología de la fisura considerada

En la [Tabla 1](#) se reseñan las características geométricas en función de las cuales se llevó a cabo el análisis de las cinco fisuras estudiadas. Es importante destacar que la forma es la misma en todos los casos analizados, variando solamente sus dimensiones.

Caso	h_1 [m]	h [m]	a [m]
Caso 1	12.5	7.5	5.0
Caso 2	25.0	20.0	5.0
Caso 3	25.0	15.0	10.0
Caso 4	50.0	40.0	10.0
Caso 5	50.0	30.0	20.0

Tabla 1: Características geométricas de los casos estudiados.

Se ha empleado el Método de los Elementos Finitos (MEF), utilizando un código comercial de análisis de probada capacidad para la resolución de este tipo de problemas ([ABAQUS, 2005](#)). Considerando por simplicidad que la fisura se encontraba contenida en el plano medio del módulo de presa considerado se impusieron condiciones de simetría en correspondencia con dicho plano y se modeló solo la mitad de la geometría.

En la [Figura 3](#) se muestra una vista general de la malla de elementos finitos utilizada para la discretización del módulo analizado, incluyendo el macizo rocoso, con un detalle del frente de la fisura.

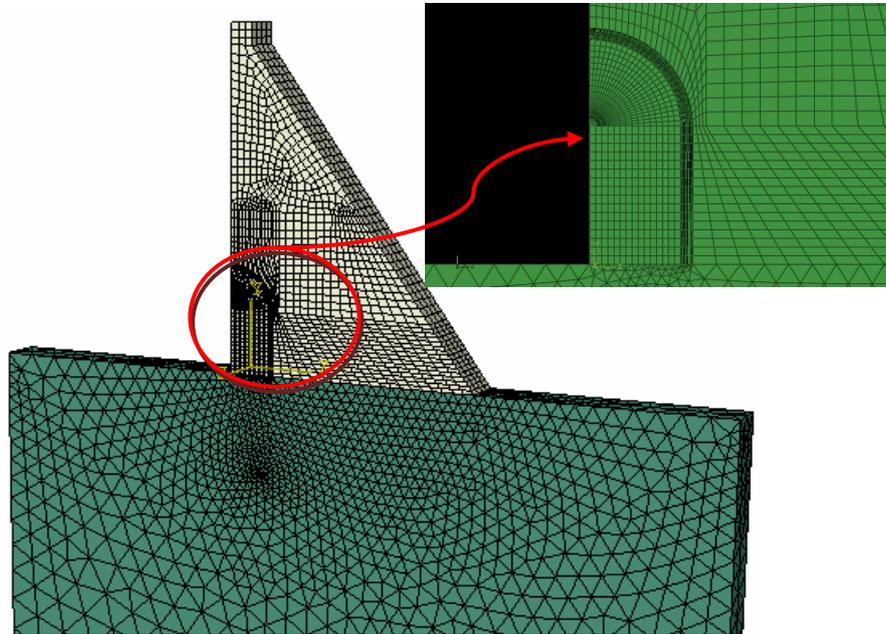


Figura 3: Vista general del mallado utilizado para la discretización de la presa y del macizo rocoso

Para la discretización de la presa se han utilizado elementos C3D8R, disponibles en la galería del código utilizado. Se trata de elementos tridimensionales hexaédricos de 8 nodos, con interpolación lineal de las funciones de forma e integración reducida, lo que genera una importante reducción del tiempo de cálculo, a expensas de la estabilidad de la solución. Para el macizo rocoso se emplearon elementos C3D6, en tanto que para poder calcular K_I los elementos utilizados en la discretización del frente de la fisura fueron de tipo C3D4.

Los diferentes estados de sollicitación se simularon mediante la aplicación de una carga puntual de valor unitario aplicada sobre un nodo. Para cada posición de la carga se obtuvieron los valores de K_I arrojados por el código a lo largo del perfil del frente de la fisura en correspondencia con la cota de aplicación de la carga. Se consideraron los primeros 10 contornos de integración, correspondiendo en todos los casos el K_I informado al promedio de estos 10 valores. Un detalle del mallado de esta zona, donde se observan los contornos de integración considerados, puede observarse en la [Figura 4](#).

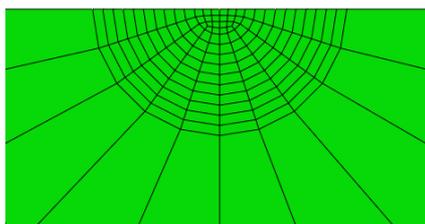


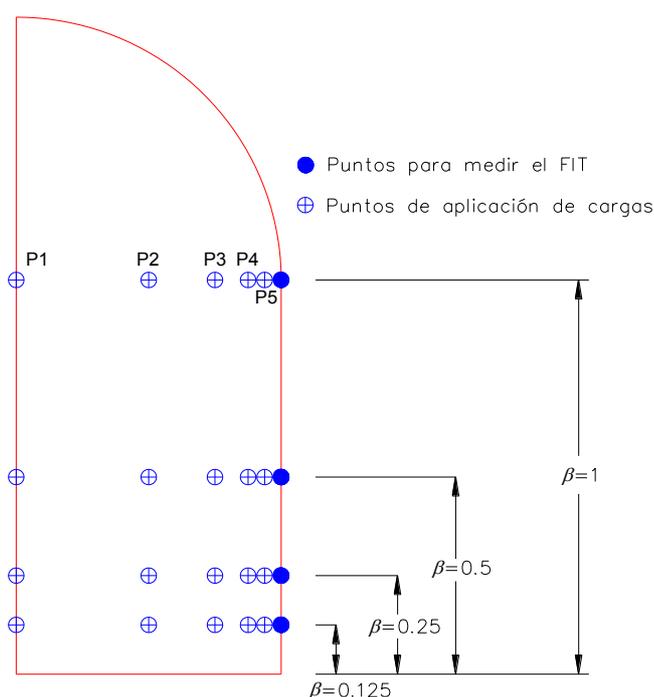
Figura 4: Detalle del mallado en correspondencia con el frente de la fisura

En la [Tabla 2](#) se indican las propiedades mecánicas de los materiales considerados en las simulaciones. Para darle al análisis la mayor generalidad posible, dichos valores corresponden típicamente a una roca en el caso del macizo y a un hormigón en el caso de la presa.

Parámetro	Macizo	Presa
Módulo de Elasticidad, GPa	10,0	25,0
Coefficiente de Poisson	0,15	0,15

Tabla 2: Propiedades mecánicas del hormigón y del macizo rocoso.

Para cada uno de los 5 casos indicados en la [Tabla 1](#), definidos en función de la morfología de la fisura, se obtuvieron 20 valores de K_I en 4 posiciones diferentes sobre el frente de la fisura. Para cada una de estas posiciones la carga era ubicada en 5 lugares diferentes, tal como puede observarse en la [Figura 5](#).

Figura 5: Posición de los puntos de aplicación de la carga y de la medida de K_I

3 RESULTADOS

En las [Tablas 3 a 7](#) se indican, para los distintos casos estudiados, los valores calculados del Factor de Intensidad de Tensiones en función de la posición relativa de la carga aplicada sobre el plano de la fisura. Dichos valores se han adimensionalizado mediante el parámetro K_0 conforme a la siguiente expresión:

$$K_0 = F(\alpha, \beta) / (HD^{1/2}). \quad (2)$$

donde:

- $F(\alpha, \beta)$ es la magnitud de la carga aplicada en las caras de la fisura, en las coordenadas relativas $\alpha = x/a$ y $\beta = y/h$, referidas al sistema local de referencia x-y ubicado en el extremo inferior de la fisura (ver [Figura 2](#))
- a es el ancho máximo de la fisura
- h es la altura del frente vertical de fisura
- H es la altura de la presa
- D es el ancho de la presa en el plano de fundación

Caso 1	K_I/K_0			
	$\beta=y/h$			
$\alpha=x/a$	1,000	0,500	0,250	0,125
1,0000	32,2	29,9	16,8	8,6
0,5000	52,0	52,5	42,5	31,7
0,2500	115,7	118,5	106,8	106,9
0,1250	268,0	271,9	253,8	280,8
0,0625	491,6	490,8	469,1	507,8

Tabla 3: Valores de K_I/K_0 ($h/H=0,16 - a/D=0,08$).

Caso 2	K_I/K_0			
	$\beta=y/h$			
$\alpha=x/a$	1,000	0,500	0,250	0,125
1,0000	35,3	45,2	37,3	25,1
0,5000	53,5	62,0	57,1	49,5
0,2500	113,1	125,9	122,9	113,7
0,1250	251,5	270,8	270,0	267,9
0,0625	470,7	499,1	501,6	513,5

Tabla 4: Valores de K_I/K_0 ($h/H=0,31 - a/D=0,08$).

Caso 3	K_I/K_0			
	$\beta=y/h$			
$\alpha=x/a$	1,000	0,500	0,250	0,125
1,0000	24,1	22,2	12,2	5,6
0,5000	26,5	26,5	19,9	14,0
0,2500	49,6	49,7	45,1	38,4
0,1250	117,6	116,7	113,8	105,8
0,0625	253,4	243,2	241,0	230,6

Tabla 5: Valores de K_I/K_0 ($h/H=0,31 - a/D=0,17$).

Caso 4	K_I/K_0			
	$\beta=y/h$			
$\alpha=x/a$	1,000	0,500	0,250	0,125
1,0000	27,5	40,2	31,1	16,6
0,5000	29,3	38,0	32,8	22,3
0,2500	46,9	52,7	50,3	42,3
0,1250	101,4	94,3	93,3	89,4
0,0625	186,0	152,6	152,3	153,1

Tabla 6: Valores de K_I/K_0 ($h/H=0,63 - a/D=0,17$).

Caso 5	K_I/K_0			
	$\beta=y/h$			
$\alpha=x/a$	1,000	0,500	0,250	0,125
1,0000	21,5	19,3	6,8	2,6
0,5000	21,5	21,2	13,0	8,1
0,2500	26,3	26,9	21,9	17,1
0,1250	41,2	41,7	38,7	34,5
0,0625	79,8	76,9	75,4	70,1

Tabla 7: Valores de K_I/K_0 ($h/H=0,63 - a/D=0,33$).

Se debe indicar que los valores incluidos en las tablas precedentes pueden ser empleados para determinar el valor del Factor de Intensidad de Tensiones en aquellos casos donde en lugar de una carga concentrada actuando sobre los planos de la fisura se tiene una presión de inyección aplicada sobre una determinada área de influencia, normalmente adoptada como una sección circular. En este caso el parámetro K_0 a emplear es el siguiente:

$$K_0 = \int_0^{p_0} r(p)^2 \pi dp / (HD^{1/2}). \tag{3}$$

donde:

$r(p)$ es la función inversa de la ley de distribución radial de la presión de inyección, $p(r)$, aplicada en el punto de la fisura de coordenadas relativas x/a e y/h

p_0	es la magnitud de la presión de inyección en el punto de inyección
a	es el ancho máximo de la fisura
h	es la altura del frente vertical de fisura
H	es la altura de la presa
D	es el ancho de la presa en el plano de fundación

En el caso que la ley de distribución de la presión de inyección sea lineal, con un valor de presión p_0 en el punto de inyección y cero a una distancia R de dicho punto (a R se lo denomina comúnmente radio de inyección), el parámetro K_0 adopta el siguiente valor particular:

$$K_0 = \pi p_0 R^2 / (3HD^{1/2}). \quad (4)$$

A modo de ejemplo, para una fisura como la correspondiente al Caso 2, si el punto de inyección está ubicado en $\alpha = 0,125$ y $\beta = 0,25$, la presión de inyección, p_0 , en el punto de inyección es de 5 MPa, el radio de inyección, R , es de 1 m y la presa tiene una altura H de 80,0 m y un ancho en su base de 60,6 m, se obtendrían los siguiente valores para el parámetro K_0 y para el Factor de Intensidad de Tensiones K_I :

$$K_0 = 0,267 \text{ MPa mm}^{1/2}. \quad (5)$$

$$K_I = 0,267 \times 270,0 = 72,1 \text{ MPa mm}^{1/2}. \quad (6)$$

4 ANALISIS DE LOS RESULTADOS

4.1 Influencia de la distancia relativa del punto de aplicación de la carga al frente de la fisura

A partir de los resultados volcados en las [Tablas 3 a 7](#) del apartado precedente, en las [Figuras 6 a 10](#) se representa, para los distintos casos estudiados, la variación del Factor de Intensidad de Tensiones adimensional, K_I/K_0 , en función de la distancia relativa, α , del punto de aplicación de la carga al frente de la fisura.

En cada figura se muestran cuatro curvas correspondiendo cada una de ellas a la serie de puntos ubicados sobre una misma altura relativa β , respecto del plano de fundación. Las curvas de las figuras muestran que el Factor de Intensidad de Tensiones, K_I , depende fuertemente de la distancia relativa α entre el punto de aplicación de la carga y el frente de la fisura, siendo su posición relativa β respecto del plano de fundación un efecto de menor importancia. Obsérvese al respecto que para una misma configuración de fisura (mismo caso) las curvas de variación de K_I correspondientes a las diferentes posiciones relativas β de la carga ($y/h = \text{cte}$), presentan un grado de convergencia importante.

Es importante observar como a medida que el punto de aplicación de la carga se aleja del frente de la fisura el valor de K_I decrece rápidamente tendiendo hacia un valor asintótico para cargas alejadas del frente de la fisura. Esta propiedad es una característica favorable para el control de la propagación de la fisura ya que si el punto de aplicación de la carga se mantiene fijo y el frente de la fisura se propaga, el valor de K_I decrece en lugar de incrementarse.

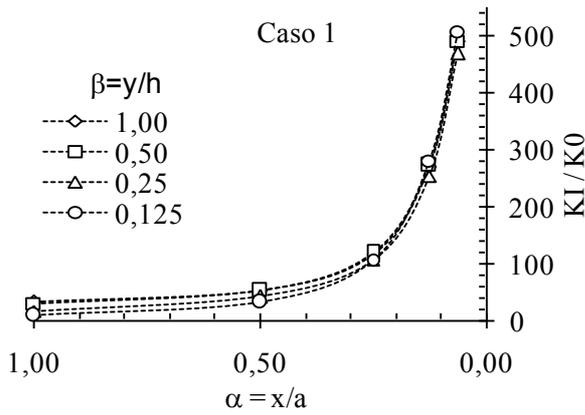


Figura 6: Valores de K_I/K_0 ($h/H=0,16 - a/D=0,08$)

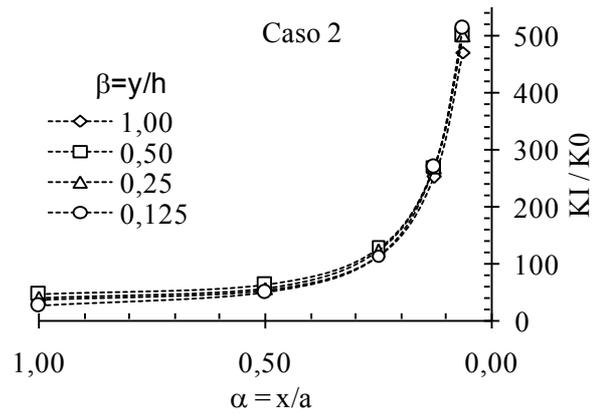


Figura 7: Valores de K_I/K_0 ($h/H=0,31 - a/D=0,08$)

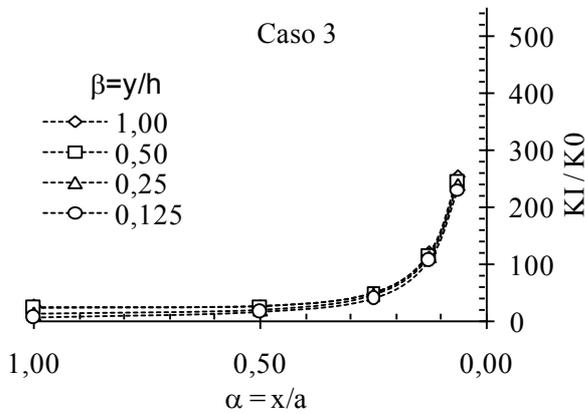


Figura 8: Valores de K_I/K_0 ($h/H=0,31 - a/D=0,17$)

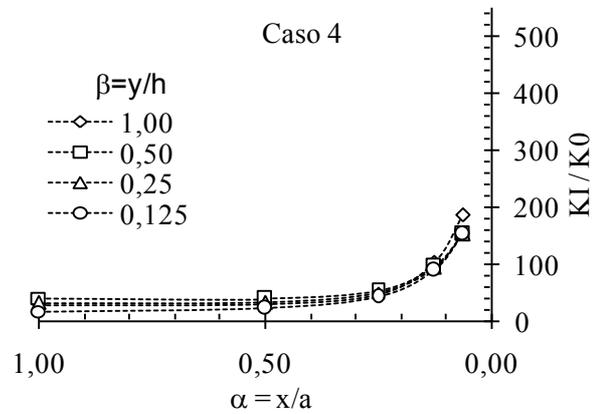


Figura 9: Valores de K_I/K_0 ($h/H=0,63 - a/D=0,17$)

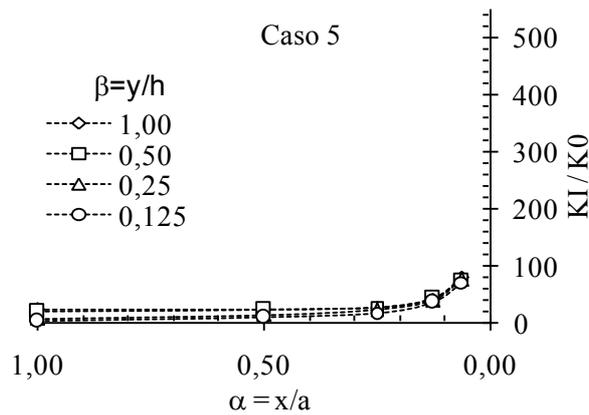


Figura 10: Valores de K_I/K_0 ($h/H=0,63 - a/D=0,33$)

Teniendo en cuenta que el valor de K_I depende especialmente de la distancia relativa del punto de aplicación de la carga al frente de la fisura, siendo el efecto de su ubicación respecto del plano de fundación de segundo orden, se realizó un análisis de regresión global a partir del cual se obtuvo por ajuste, para cada caso, una única función que describe la variación de K_I/K_0 en función del parámetro α .

La función de ajuste y sus correspondientes parámetros para los casos estudiados se indican a continuación juntamente con el valor del coeficiente de correlación R que describe la bondad del ajuste:

$$K_I/K_0 = m_1/\alpha + m_2. \quad (7)$$

Caso	a/D	h ₁ /H	m ₁	m ₂	R
1	0,08	0,16	31,829	-9,935	0,996
2	0,08	0,31	31,314	0,145	0,997
3	0,17	0,31	15,465	-8,097	0,995
4	0,17	0,63	9,164	15,808	0,983
5	0,33	0,63	4,219	7,072	0,974

Tabla 8: Parámetros de la función de ajuste de la ley de variación de K_I/K_0 en función de α .

En la [Figura 11](#) se representan las funciones ajustadas para cada uno de los casos analizados. Dentro del rango de validez del ajuste, dichas funciones pueden emplearse para estimar en forma aproximada el valor de K_I en función de la distancia del punto de aplicación de la carga al frente de la fisura con independencia de la altura de dicho punto respecto del plano de fundación.

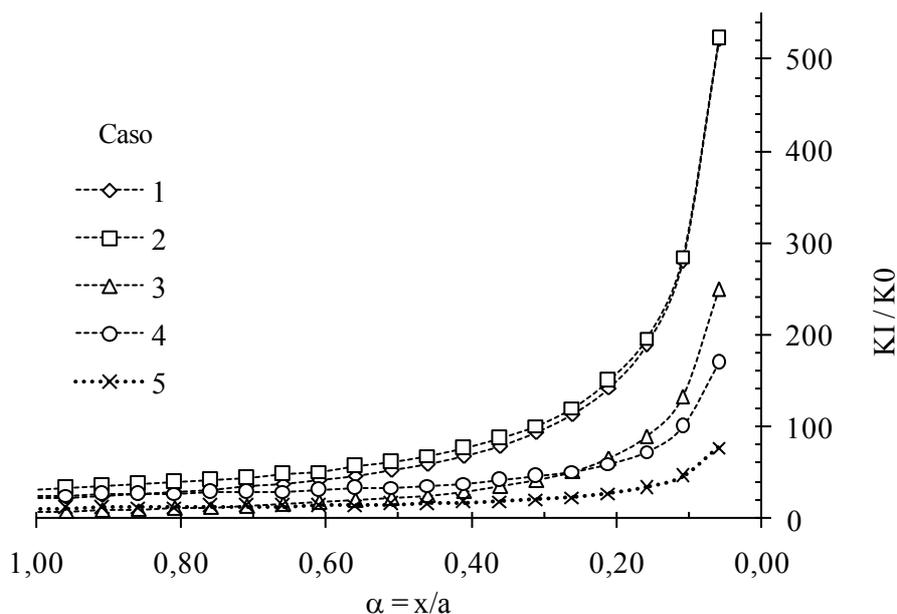


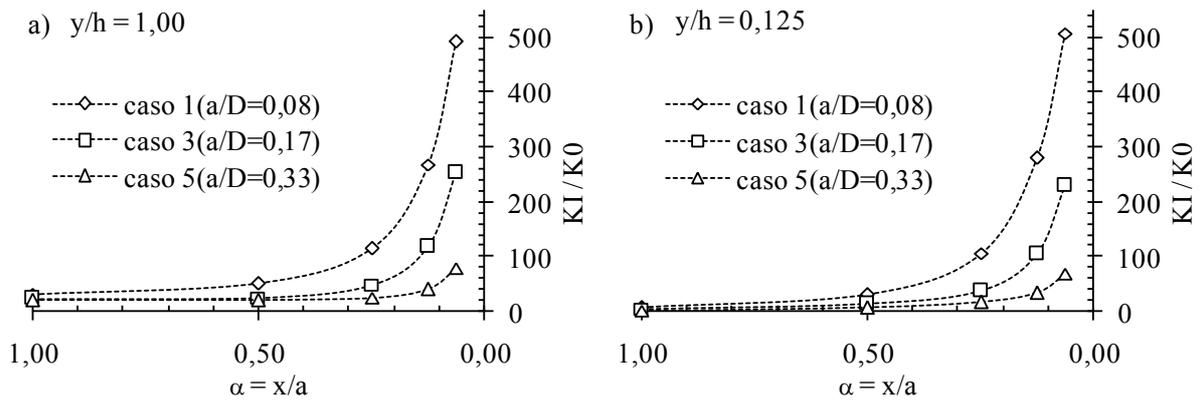
Figura 11: Funciones de ajuste de la ley de variación de K_I/K_0 en función de la distancia relativa del punto de aplicación de la carga al frente de la fisura ($0,06 \leq \alpha \leq 1$ y $0,125 \leq \beta \leq 1$)

4.2 Influencia de la longitud de la fisura

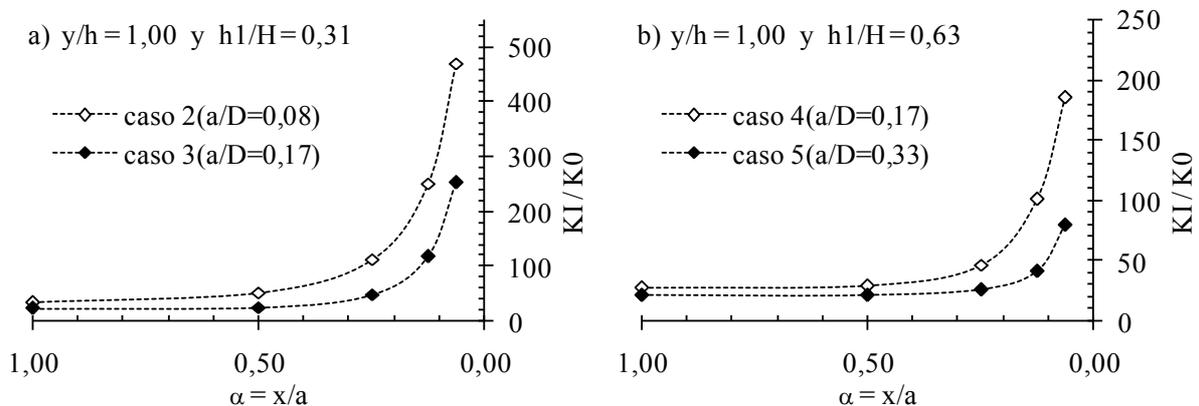
El análisis comparativo de los resultados obtenidos en los casos 1, 3 y 5 permite evaluar el efecto de la longitud relativa de la fisura para una configuración de fisura geométrica semejante. Los resultados correspondientes a los casos mencionados se muestran en la [Figura 12 a\) y b\)](#) donde se representa la variación de K_I/K_0 en función de α para dos posiciones relativas de los puntos de aplicación de la carga respecto del plano de fundación ($\beta = 1$ y $0,125$).

Las curvas muestran que a medida que se incrementa la longitud de la fisura los valores del Factor de Intensidad de Tensiones correspondientes a cargas aplicadas en una misma posición relativa disminuyen en forma considerable siendo dicho efecto mucho mas importante cuanto mas próxima se encuentra la carga del frente de la fisura. A modo de ejemplo, para una carga aplicada en la posición relativa (0,125 - 0,125) el valor de K_I correspondiente a una fisura de ancho relativo $a/D=0,33$ resulta ser el 20% del valor de K_I correspondiente a una fisura de con $a/D=0,08$.

El análisis comparativo de los resultados obtenidos entre los casos 2 y 3 y los casos 4 y 5 permite evaluar el efecto del ancho relativo de la fisura en el caso de fisuras de igual altura. En la Figura 13 a) y b) se muestra, para valores constantes de la altura de fisura ($h_1/H = 0,31$ y $0,63$) y una misma posición de la carga respecto del plano de fundación ($\beta = 1$), la variación de K_I/K_0 en función de α correspondiente a fisuras de distinto ancho relativo ($a/D = 0,08, 0,16$ y $0,31$). Las curvas muestran que para una misma altura relativa de la fisura, h_1/H , el valor del Factor de Intensidad de Tensiones, debido a una carga ubicada a una misma distancia relativa del frente de la fisura, disminuye a medida que se incrementa el ancho relativo de la misma (a medida que aumenta a/D).



Figuras 12 a) y b): Valores de K_I/K_0 en función de α para fisuras geoméricamente semejantes de diferente ancho relativo a/D (Casos 1, 3 y 5)



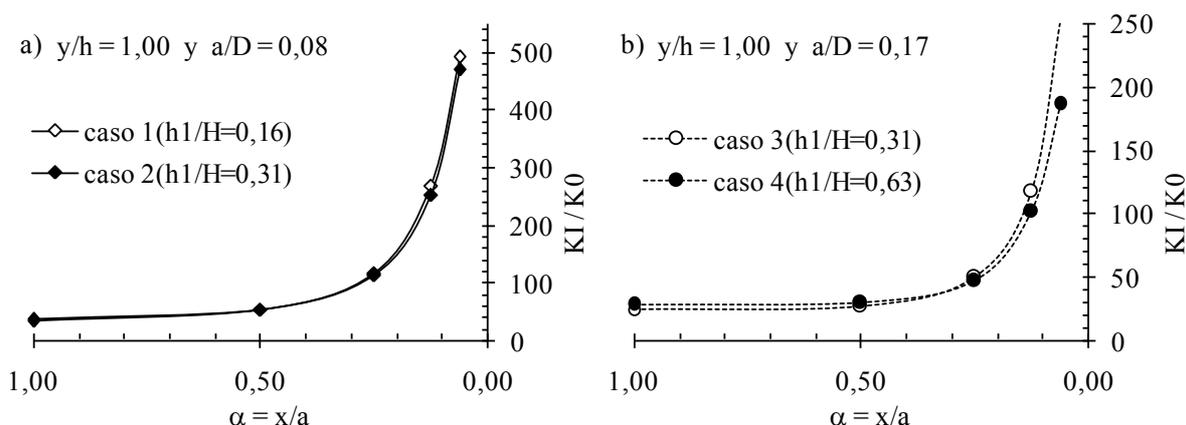
Figuras 13 a) y b): Valores de K_I/K_0 en función de α para fisuras de igual altura y diferente ancho relativo a/D (Casos 2 y 3 y Casos 4 y 5)

4.3 Influencia de la altura relativa de la fisura

El análisis comparativo de los resultados obtenidos entre los casos 1 y 2 y los casos 3 y 4 permite evaluar el efecto de la altura relativa de la fisura en el caso de fisuras de igual ancho.

En la Figura 14 a) y b) se muestra, para valores constantes del ancho de fisura ($a/D = 0,08$ y $0,16$) y una misma posición de la carga respecto del plano de fundación ($\beta = 1$), la variación de K_I/K_0 en función de α correspondiente a fisuras de distinta altura relativa ($h_1/H = 0,16$ y $0,31$).

Las curvas obtenidas muestran que en la medida que el ancho relativo de la fisura se mantiene constante, el incremento de la altura de la fisura tiene un efecto poco significativo en el valor de K_I . Nótese que las curvas obtenidas resultan ser bastante coincidentes.



Figuras 14 a) y b). Valores de K_I/K_0 en función de α para fisuras de igual ancho relativo y diferente altura h_1/H (Casos 1 y 2 y Casos 3 y 4)

5 CONCLUSIONES

El estudio realizado ha permitido obtener las siguientes conclusiones:

Se han obtenido tablas y expresiones que permiten estimar el valor máximo de K_I debido a la acción de cargas puntuales aplicadas en las caras interiores de fisuras verticales y perpendiculares al paramento de aguas arriba en presas de hormigón. Las mismas pueden ser empleadas para el estudio de la estabilidad de fisuras frente a la acción de las presiones que se originan en el interior de las fisuras durante los trabajos de reparación mediante la aplicación de inyecciones de resinas a alta presión.

Los resultados obtenidos con el modelo, para las distintas configuraciones de fisuras estudiadas, permiten establecer que el valor de K_I depende fuertemente de la distancia relativa entre el punto de aplicación de la carga y el frente de la fisura, siendo la posición relativa de dicho punto respecto del plano de fundación un efecto de menor importancia. El comportamiento observado muestra que a medida que el punto de aplicación de la carga se aleja del frente de la fisura el valor de K_I decrece rápidamente tendiendo hacia un valor asintótico para cargas suficientemente alejadas del frente de la fisura.

El comportamiento descrito precedentemente es una propiedad favorable para el control de la propagación de la fisura ya que si el punto de aplicación de la carga se mantiene fijo y el frente de la fisura se propaga, el valor de K_I decrece en lugar de incrementarse tendiendo de esta manera a frenar el crecimiento de la fisura.

Respecto a la influencia de la longitud de fisura, los resultados indican que, para una misma posición relativa del punto de aplicación de la carga, el valor de K_I disminuye a medida que se

incrementa la longitud de fisura siendo este efecto mucho más significativo para aquellos puntos cercanos al frente de la fisura.

Respecto a la influencia de la altura de la fisura se ha observado que en la medida que la longitud relativa de fisura se mantiene constante, los valores de K_I correspondientes a puntos de aplicación de la carga ubicados en una misma posición relativa prácticamente no se modifican.

REFERENCIAS

- ABAQUS, *User's Manual Version 6.5*, Karlsson and Sorensen Inc., 2005.
- ACI Committee 224, *Control of Cracking in Concrete Structures (ACI 224R-01)*, American Concrete Institute, 2001.
- Anderson, T.L., *Fracture Mechanics. Fundamentals and Applications*, CRC Press LLC, 1995.
- Bazant, Z.P., and Planas, J., *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle structures*, CRC Press LLC, 1998.
- Concrete dams-control and treatment of cracks, review and case histories*, Bulletin N°107, ICOLD, 1997.
- Gravity Dam Design*, Engineering and design, EM 1110-2-2200, USACE, 1995.
- Griffith, A.A., The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions, Series A*, 221:163–198, 1920.
- Irwin, G.R., Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics, ASME*, 24:361–364, 1957.
- Kanninen, M.F., and Popelar, C.H., *Advanced Fracture Mechanics*, Oxford Science Publications, 1985.
- Meguid, S.A., *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier Applied Science, 1989.