

## DETERMINACIÓN DE ESTRUCTURAS TURBULENTAS MEDIANTE ALGORITMOS NUMÉRICOS

**Julio Maraño Di Leo<sup>a,c</sup>, Maria V. Calandra<sup>b</sup> y Juan S. Delnero<sup>a,c</sup>**

<sup>a</sup>*Laboratorio de Capa Límite y Fluidodinámica Ambiental, Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, calle 116 entre 47 y 48, 1900, La Plata, Argentina, jmaranon@ing.unlp.edu.ar, <http://www.laclyfa.ing.unlp.edu.ar>*

<sup>b</sup>*Grupo de Aplicaciones Matemáticas y Estadísticas de la Facultad de Ingeniería, Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, calle 115 y 50, 1900, La Plata, Argentina, mava@mate.unlp.edu.ar*

<sup>c</sup>*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Avda. Rivadavia 1917, C1033AAJ, Ciudad de Buenos Aires, Argentina.*

**Palabras Clave:** Turbulencia, Escalas, Frecuencias, Simulación, Punto de Cambio.

**Resumen.** El presente trabajo tiene como objeto presentar una metodología basada en algoritmos numéricos con el fin de determinar las características básicas de una configuración de flujo turbulento mediante el análisis de señales obtenidas a partir de mediciones experimentales. Partiendo de la metodología de medición basada en la anemometría de hilo caliente, se consideran mediciones de las componentes fluctuantes de la velocidad en túnel de viento en un punto específico. Con la muestra de datos obtenidos se aplican algoritmos numéricos a la señal con el fin de detectar los posibles puntos de cambio de la fluctuación de la velocidad, estableciendo una correlación entre las variaciones detectadas y las determinadas mediante las metodologías tradicionales para el análisis de turbulencia, definiendo escalas y frecuencias características del flujo en el punto de medición.

El motivo de analizar una metodología de este tipo es que una aplicación interesante de la misma es su posible implementación en tiempo real con el objeto de hacer un análisis de la señal on-line, permitiendo detectar la aparición de estructuras vorticosas específicas en el flujo turbulento estudiado. Se presentan los primeros estudios de factibilidad realizados considerando una señal específica del campo del flujo en una estela generada por un dispositivo de control de flujo.

## 1 INTRODUCCIÓN

Este trabajo tiene como objetivo principal el análisis y la evaluación de una metodología para la detección de variaciones significativas (Puntos de Cambio) en una señal de serie de tiempo de la velocidad de un flujo turbulento corriente abajo del borde de fuga de un perfil aerodinámico, con un dispositivo de control pasivo de flujo (mini-flap de Gurney). El efecto global de este elemento es producir un aumento significativo en la sustentación, acompañado de un incremento relativamente menor en la resistencia del perfil. Su geometría genera desprendimientos vorticosos de escala espacial, aproximadamente  $h$  (altura del mini-flap), que modulan la estela e influyen así en la configuración global del flujo.

Se trata de evaluar el empleo de dicha metodología para la detección de eventos característicos en flujos de este tipo que, en un futuro, podrán ser empleados como un sistema de control para la adquisición de datos en el funcionamiento de un anemómetro de hilo caliente, con el objetivo de disparar la medición con la aparición de eventos específicos que se desarrollen en el flujo. Esta metodología permitiría realizar, con este tipo de equipamiento, evaluaciones más precisas con el fin de determinar las diferentes estructuras vorticosas presentes en un flujo de estas características. Con este fin se implementó un algoritmo específico, para la detección de Puntos de Cambio, el cual emplea el método de remuestreo Bootstrap (Efron y otros, 1993), sobre una señal medida previamente, con el fin de cotejar los resultados obtenidos mediante herramientas convencionales de análisis (espectros de densidad de potencia, autocorrelaciones y wavelets), estudiando de esta manera las capacidades que esta metodología de Punto de Cambio podría agregar para la realización de análisis finos de las estructuras turbulentas presentes en un flujo.

## 2 METODOLOGÍA DEL ESTIMADOR DE PUNTO DE CAMBIO

### 2.1 Generalidades

Los primeros estudios realizados sobre el estimador de Punto de Cambio datan de 1950. Desde ese año son numerosos los artículos publicados en revistas y congresos sobre la aplicabilidad del mismo en distintos tópicos (Chen y otros, 2000).

En general en estos casos uno tendería a hacerse las siguientes preguntas: ¿ha ocurrido un cambio en la serie de tiempo? ¿Ha ocurrido más de un cambio? ¿Cuándo han ocurrido dichos cambios? ¿Con qué nivel de confianza?. Todas estas preguntas podrían responderse mediante la aplicación del estimador de Punto de Cambio (Taylor, 2000). Este estimador permite obtener una detallada información incluyendo el nivel de confianza de la probabilidad de que se produzca un cambio y un intervalo de confianza indicando cuando ocurre.

Este método puede ser aplicado a todo tipo de datos ordenados en el tiempo. Tradicionalmente la metodología de las cartas de control son usadas para detectar cambios en procesos. En particular para nuestro caso no resulta de aplicabilidad el método de las cartas de control puesto que en primer lugar nuestras series de tiempo tienen gran cantidad de valores, debido a la frecuencia de muestreo empleada en la adquisición de datos, y por otro lado cartas de control es un método gráfico y nuestro objetivo es implementar una metodología que sea aplicable en tiempo real mediante un algoritmo, siendo en este caso el estimador de Punto de Cambio una herramienta que puede ser factible de emplear en estas situaciones.

### 2.2 Métodos utilizados

Para la aplicación de este método supondremos que contamos con una muestra  $X_1, X_2, \dots, X_N$  ordenada en el tiempo donde,

$$X_i = \mu_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

donde  $\mu_i$  es la media en el tiempo  $i$ .

Generalmente,  $\mu_i = \mu_{i-1}$  excepto para un número finito de valores de  $i$  llamados Puntos de Cambio,  $\varepsilon_i$  es el error aleatorio asociado con el  $i$ -ésimo valor. Se asume que los  $\varepsilon_i$  son independientes con media cero e idénticamente distribuidos (Krishnaiah y otros, 1988).

### 2.2.1 Sumas Acumulativas

Para implementar el algoritmo de Punto de Cambio se requiere de algunas definiciones involucradas. Para el análisis estadístico de los datos se puede emplear el concepto de sumas acumulativas (Miller y otros, 1992), utilizado para detectar pequeñas desviaciones del promedio de la muestra. Para obtener el diagrama de las sumas acumulativas, se procede de la siguiente manera. Primero se determina el valor medio de la muestra,

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{N-1} + X_N}{N} \quad (2)$$

donde  $N$  es el número total de valores de la muestra,  $X_i$  son los valores correspondientes. Para obtener la sucesión de valores de las sumas acumulativas, se considera el primer valor  $S_0 = 0$ , luego se comienza a determinar las sumas sucesivas empleando para ello la siguiente fórmula de recurrencia,

$$S_i = S_{i-1} + (X_i - \bar{X}) \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

Posteriormente, se puede confeccionar el gráfico de sumas acumulativas de los  $S_i$  versus el período correspondiente. Lo que se busca en éste tipo de gráficos es observar si aparece una variación en la pendiente, lo que indicaría un posible cambio en la media de la muestra. El segmento del período en el cual los valores tienden a estar por encima de la media, se puede detectar en estos gráficos con un incremento de la pendiente, y por el contrario los segmentos de tiempo en los cuales los valores se encuentran por debajo de la media se visualizan en el gráfico con un decremento en la pendiente. Por consiguiente, mediante dichos gráficos se podría advertir la posibilidad de la presencia de cambios en el valor de la media.

### 2.2.2 Nivel de confianza del cambio

A pesar que, de los gráficos de sumas acumulativas se podría obtener la detección de posibles cambios en la media, para realizar un análisis detallado del nivel de confianza con que ocurre el cambio, se emplea el estadístico de una suma acumulativa,  $S_{dif}$ . Dicho valor se obtiene de la siguiente expresión,

$$S_{dif} = S_{\text{máx}} - S_{\text{mín}} \quad (4)$$

siendo,

$$S_{\text{máx}} = \max_{i=1..N} S_i \quad (5)$$

$$S_{\min} = \min_{i=1\dots N} S_i \quad (6)$$

Este estadístico es un estimador de la magnitud del cambio. Definido éste se realiza un remuestro bootstrap, que consiste en obtener nuevas muestras generadas a partir de los  $X_i$  originales. Las cuales pueden ser obtenidas reordenando aleatoriamente los  $X_i$  originales o extrayendo observaciones  $X_i$  de la muestra original con reemplazo.

Un remuestro bootstrap simple es implementado de la siguiente manera:

- 1) Se genera una muestra por bootstrap de  $N$  elementos denotados por  $X^0_1, X^0_2, \dots, X^0_N$ . Mediante un reordenamiento aleatorio de la muestra original de  $N$  valores. Esto se denomina muestreo sin reemplazo.
- 2) Basados en la muestra obtenida en 1) calculamos las sumas acumulativas denotadas  $S^0_0, S^0_1, \dots, S^0_N$ .
- 3) Se calculan  $S^0_{\max}, S^0_{\min}$  y el correspondiente  $S^0_{dif}$ .
- 4) Determinar donde el  $S^0_{dif}$  del bootstrap es menor que el valor original  $S_{dif}$ .

En general se recomienda hacer bootstrap  $M$  veces, en general entre 1000 y 10000 veces. Luego contamos el número de bootstrap en los cuales  $S^0_{dif}$  es menor que  $S_{dif}$  y lo denotamos con  $Y$ . Entonces el nivel de confianza con que el cambio ocurre se calcula de la siguiente manera,

$$\text{Nivel de confianza} = 100 \frac{Y}{M} \% \quad (7)$$

En general se recomienda un 90% o 95% de nivel de confianza para establecer la existencia de un Punto de Cambio.

Por otro lado se puede determinar un intervalo de confianza bootstrap para cada cambio encontrado desarrollado por Efron y Tibshirani (1993). Para ello nos basamos en el intervalo de confianza para la media de una distribución Normal,

$$\left[ \bar{X} - t_{N-1, \alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{N-1, \alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \right] \quad (8)$$

donde  $\bar{X}$  es la media muestral,  $S$  es el desvío típico muestral y  $t$  es el cuantil  $\alpha/2$  de la distribución t-Student de  $N-1$  grados de libertad, donde  $1 - \alpha$  es el nivel de confianza del intervalo. El mismo es estimado mediante réplicas de la muestra obtenidas por bootstrap.

### 2.2.3 Determinación del Punto de Cambio

Una vez detectado un cambio en la pendiente del gráfico de sumas acumulativas se procede a estimar el lugar donde ocurre dicho cambio. Sea  $m$  tal que,

$$|S_m| = \max_{i=0, \dots, N} |S_i| \quad (9)$$

$S_m$  es el punto más alejado del cero en el gráfico de sumas acumulativas. Este punto  $m$  estima el último punto antes de que el cambio ocurra, y el punto  $m+1$  estima el primer punto después del cambio. Una vez detectado el primer cambio se divide la muestra en dos partes, una antes del cambio y otra después, y se repite el procedimiento antes descrito para detectar otros posibles cambios.

### 3 APLICACIÓN DEL ESTIMADOR Y COMPARACIÓN CON LOS MÉTODOS USUALES

En análisis de flujos turbulentos es común emplear herramientas muy conocidas como son el espectro de densidad de potencia, las autocorrelaciones, la transformada wavelet, aplicadas directamente a los valores de la velocidad obtenida de los ensayos realizados, con el objeto de encontrar las características particulares de las estructuras turbulentas que aparecen en el flujo. De esta manera se pueden determinar la aparición de eventos específicos presentes en el flujo, las escalas temporales y espaciales características de dichos eventos, etc. (Hinze, 1975). En lo que sigue realizaremos una comparación de los resultados obtenidos mediante esta metodología del estimador de Punto de Cambio con aquellos encontrados con las herramientas convencionales.

#### 3.1. Características de la medición experimental

Para nuestro caso, y en función de analizar la aplicabilidad del estimador de Punto de Cambio en el análisis de las señales, se tomó una medición, realizada en uno de los túneles de viento de capa límite existentes en el Laboratorio de Capa Límite y Fluidodinámica Ambiental (LaCLyFA) del Departamento de Aeronáutica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, que posee una sección de prueba de 1m. de alto por 1,4m. de ancho. El modelo fue una pequeña ala de 45 cm. (C) de cuerda y 80 cm. de envergadura construida con un perfil aerodinámico NACA 4412 con un dispositivo pasivo de control de flujo (mini-flap Gurney) de longitud  $h = 2\%C$ , ubicado en el borde de fuga del perfil a  $90^\circ$  respecto a la cuerda (ver Figura 1). La medición fue realizada a una velocidad media del flujo de 10m/seg. con un ángulo de ataque del perfil de  $0^\circ$  (incidencia de la cuerda del perfil respecto a la dirección de la corriente libre), obteniéndose un número de Reynolds para el ensayo de 300000. Para un perfil aerodinámico la sustentación a  $0^\circ$  de ataque puede incrementarse en un 60%, y el máximo valor de resistencia puede incrementarse un 20% (Delnero y otros, 2007). La contraparte de este dispositivo es que el aumento de sustentación es acompañado por un aumento de la resistencia, aunque este último no es tan significativo. Estos efectos están asociados con el desprendimiento de vórtices en la estela del mini flap.

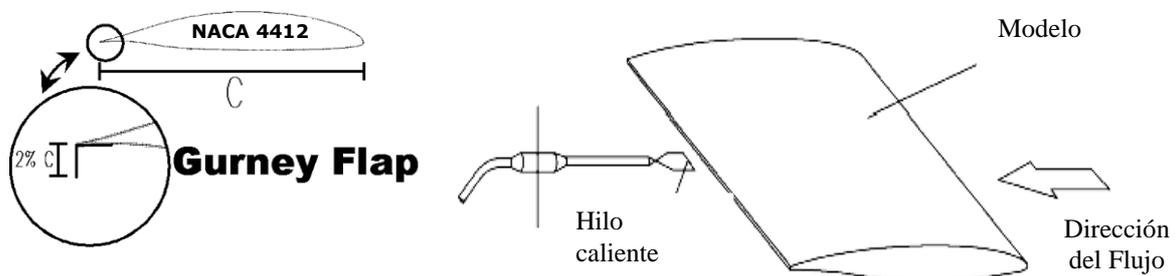


Figura 1. Esquema del modelo y la medición realizada.

Las velocidades fueron medidas con un anemómetro de hilo caliente de temperatura constante marca Dantec modelo Streamline. Se empleó una punta de prueba X-wire Dantec 55R51 con una frecuencia de adquisición de datos de 4000 Hz por canal, midiendo dos componentes de la velocidad (longitudinal  $u$  y vertical  $v$ ). La medición que se presenta corresponde a un punto de la estela generada por el perfil aerodinámico a una distancia

corriente abajo del borde de fuga de  $1h$ , a la altura de la cuerda del perfil, con la presencia del dispositivo de control pasivo de flujo (mini-flap de Gurney).

Al conocerse el campo del flujo producido por la presencia de este dispositivo y sabiendo que genera estructuras vorticosas periódicas que se desprenden del perfil, como vórtices contrarrotantes periódicos (ver Figura 2), se consideró la posibilidad de implementar esta metodología con el fin de detectar los eventos esperados en la estela, los cuales fueron cuantificados mediante un espectro de densidad de potencia, el cálculo de los coeficientes de autocorrelación y la aplicación de la transformada wavelet a la señal. Las wavelets están localizadas tanto en el espacio como en la frecuencia, por lo tanto la transformada wavelet analiza una señal localmente en los dominios de frecuencia y el espacio o tiempo (Farge, 1992). La característica de localización de frecuencia en el tiempo de la transformada wavelet da una gran posibilidad de descubrir las posiciones de singularidades y discontinuidades en una señal, algo que es imposible de alcanzar en el análisis ordinario de Fourier (Giacopinelli y otros, 2010). Se compararon dichos resultados con los arrojados por la metodología del estimador de Punto de Cambio.



Figura 2. Esquema de las estructuras vorticosas contrarrotativas que se desprenden corriente abajo del mini-flap Gurney.

Para el análisis se presentan los resultados encontrados en los cálculos para la componente vertical de la velocidad ( $v$ ) de la señal analizada. En la Figura 3 se presenta el mapa de wavelets de la aplicación de la transformada wavelet a la señal utilizando una onda del tipo Mexican Hat, mediante la cual se pueden rastrear máximos en una señal (Giacopinelli y otros, 2010). Allí se observa la aparición de un evento turbulento periódico asociado a uno de los vórtices contrarrotativos que se desprenden corriente abajo del dispositivo.

En dicha Figura 3 el valor de ordenadas correspondiente a Escalas se define con la siguiente expresión:

$$Escala = \frac{\ln(t)}{\ln(10)} \quad (10)$$

Donde  $t$  corresponde al tiempo en segundos de la longitud en el tiempo de la onda correspondiente (“Mexican hat”), utilizada para la detección de los máximos.

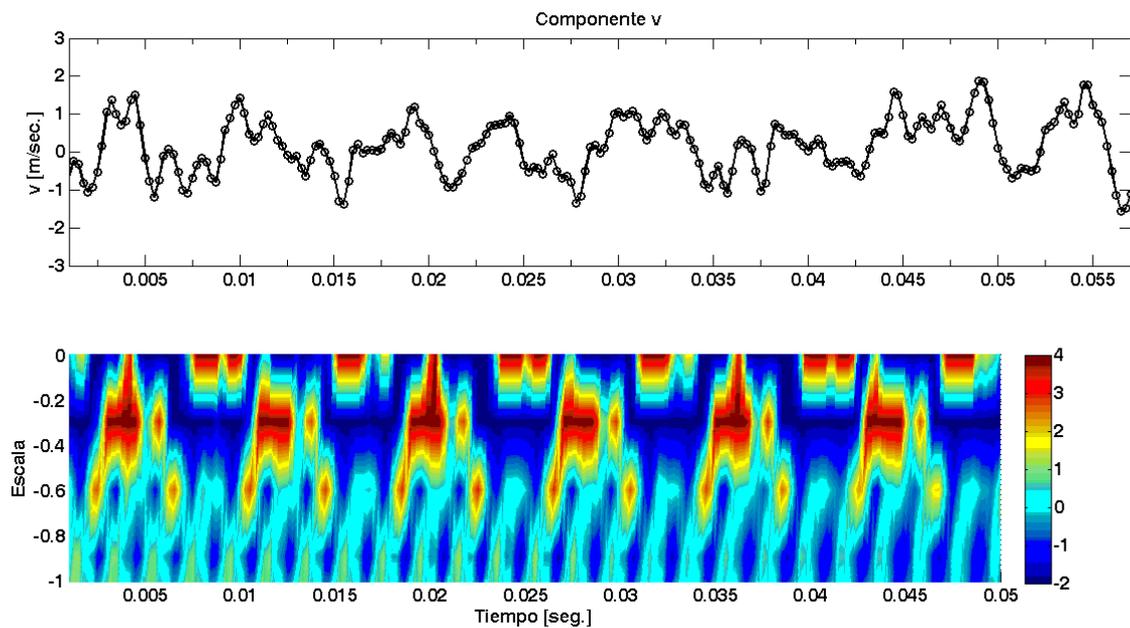


Figura 3. Mapa de wavelets y valores de la señal para la fluctuación alrededor del valor medio de la componente vertical de la velocidad en los primeros 0,05 segundos.

Las estructuras marcadas en el mapa de wavelets concuerdan con la frecuencia del pico de energía encontrado mediante el análisis realizado por el cálculo del espectro de densidad de potencia de la misma señal, como se muestra en la Figura 4. Allí se puede observar un pico de energía para una frecuencia de 141,6 Hz. el cual se corresponde con la periodicidad encontrada en los máximos secundarios correspondientes a un intervalo de tiempo de 0,007 segundos.

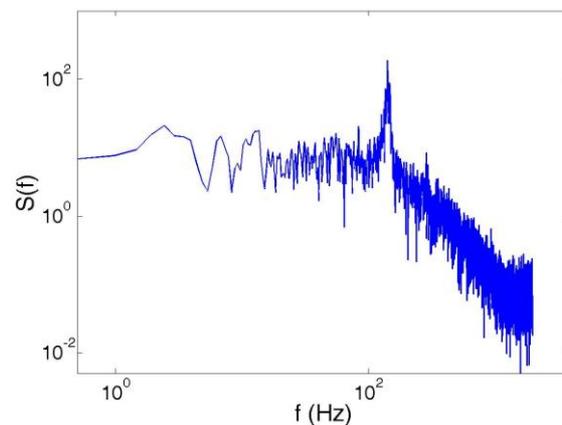


Figura 4. Espectro de densidad de potencia para la señal y componente analizada en este caso.

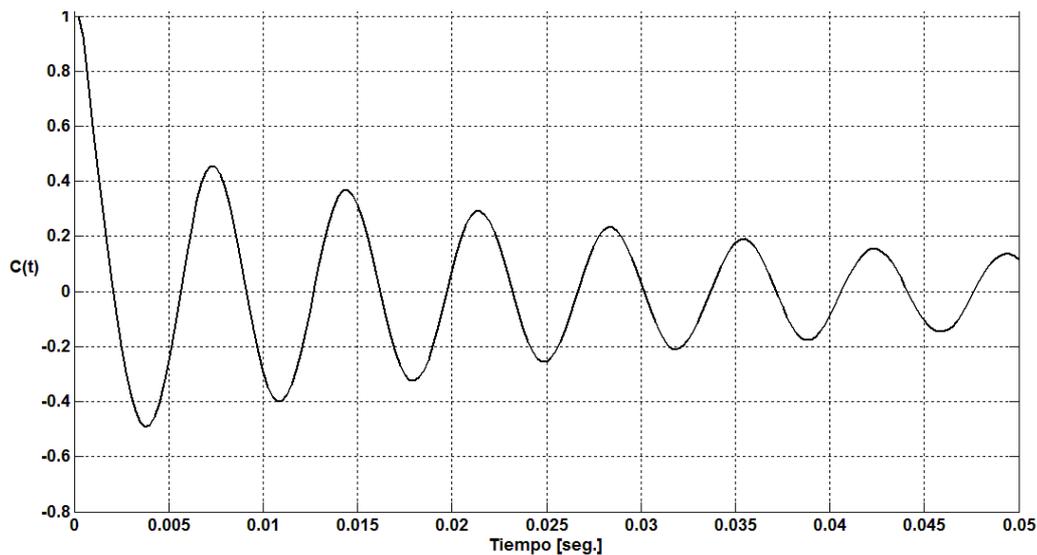


Figura 5. Gráfico del coeficiente de autocorrelación ( $C(t)$ ) de las fluctuación en el punto de medición para la componente  $v$  de la velocidad.

Para establecer los parámetros básicos en la detección de las estructuras coherentes, conocidas, se agrega al estudio la autocorrelación de las fluctuaciones, como se observa en la Figura 5, en la cual considerando la teoría del primer corte por cero, se puede establecer para la componente  $v$  una escala temporal de los eventos de 0,002 segundos, lo que se puede traducir mediante la teoría de “flujo congelado” en una escala espacial dada por la multiplicación de la escala temporal (0,002 seg.) por la velocidad media del flujo (10 m/seg.), resultando igual a 0,02 m, lo que equivale a 2 cm., la cual corresponde a una escala del orden de magnitud de la longitud del dispositivo. Por consiguiente las estructuras detectadas se corresponden con los eventos turbulentos (estructuras turbulentas coherentes detectadas) generados por el dispositivo corriente abajo.

De la aplicación del algoritmo del estimador de Punto de Cambio, aplicando el método de las sumas acumulativas (CUSUM), se obtuvieron los resultados que se muestran en la Tabla 1. En la misma se presentan los cambios encontrados mediante la aplicación de la metodología observándose tres columnas diferentes, la primera indica el instante de tiempo en segundos en el que se produce el cambio (con un nivel de confianza aproximado del 99%), la segunda columna nos indica el intervalo de confianza en el cual se ubica el cambio con un nivel de confianza del 90%, y por último los valores de la media acumulada antes y después del cambio. De los resultados obtenidos se observa que el intervalo de tiempo promedio entre cambios es 0,0032 segundos.

Aquí se observa que los puntos de cambio encontrados se aproximan a los máximos del mapa de wavelets para la escala aproximada de -0,3, con una periodicidad de 0,007 segundos, que se corresponden con las estructuras vorticosas contrarrotantes conocidas. Cabe destacar que el algoritmo de Punto de Cambio detecta independientemente los valores máximos y mínimos que se observan en el mapa de wavelets, por ello es que se observa una periodicidad de, aproximadamente, la mitad del valor obtenido mediante las otras metodologías. El remuestreo Bootstrap utilizado es de 1000 muestras.

Tiempo [seg.]	Intervalo de confianza (90%)	Cambio de la media acumulada
0,0025	(0,0025; 0,0025)	de 1,2714 a 2,8689
0,00475	(0,00475; 0,0050)	de 2,8689 a 1,3889
0,009	(0,00875; 0,0090)	de 1,3889 a 2,6116
0,01225	(0,01225; 0,0125)	de 2,6116 a 1,5018
0,01575	(0,01525; 0,0160)	de 1,5018 a 2,2889
0,020	(0,0195; 0,0200)	de 2,2889 a 1,3487
0,022	(0,0220; 0,0220)	de 1,3487 a 2,4285
0,02475	(0,0245; 0,02475)	de 2,4285 a 1,516
0,02675	(0,02675; 0,02875)	de 1,516 a 1,4246
0,02925	(0,02925; 0,0295)	de 1,4246 a 2,6407
0,03375	(0,03375; 0,0340)	de 2,6407 a 1,4629
0,03775	(0,0370; 0,03775)	de 1,4629 a 2,2407
0,04075	(0,0405; 0,04175)	de 2,2407 a 1,7665
0,044	(0,04375; 0,045)	de 1,7665 a 2,7813

Tabla 1. Listado de los cambios encontrados en la señal en los primeros 0,05 segundos con un 99% de confianza, mediante 1000 remuestreos.

#### 4 CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos muestran una buena aproximación de los eventos detectados por las metodologías usualmente utilizadas, en comparación con la aplicación del estimador de Punto de Cambio. Los cambios detectados concuerdan con la aparición de los eventos esperados en la estela, debido a la presencia del dispositivo de control pasivo de flujo (mini-flap Gurney),

De los análisis realizados se desprende que el estimador de Punto de Cambio se presenta como una herramienta factible para ser empleada en la adquisición de datos experimentales.

#### 5 PERSPECTIVAS

La implementación futura del algoritmo, en la adquisición de datos, se podría realizar mediante el cálculo en un software adecuado para el control de la medición. A través de la detección on-line de un posible Punto de Cambio se lograrían optimizar las mediciones utilizando esta metodología como un disparador (trigger) para el inicio del muestreo. Ante la posible aparición de un evento turbulento coherente, que se quiera estudiar con detalle, se iniciaría automáticamente la adquisición de datos, con el fin de analizar las características finas de turbulencia en el flujo específico.

En su implementación podría aplicarse no solo un análisis on-line, sino que se podría establecer un análisis previo, muestreando en un determinado tiempo, para luego realizar un estudio de la señal por métodos convencionales y mediante el estimador de Punto de Cambio. De esta manera se tendría una visión global del flujo y se podría establecer la aparición de eventos específicos de interés. Una vez identificados, se podrían medir implementando el algoritmo para generar el disparo de la medición en tiempo real.

Se prevé seguir analizando la aplicación del estimador, generando un software que lo incluya y permita el control del equipo. Para lograr dicho objetivo se realizarán experiencias en túnel de viento con el fin de determinar la capacidad del algoritmo. Además se analizará la

aplicación de otras metodologías de detección, aparte del CUSUM, como por ejemplo la implementación del método de mínimos cuadrados (MSE), con el fin comparar resultados y buscar la mejor alternativa posible.

## REFERENCIAS

- Chen, J. y Gupta, A.K., Parametrical statistical change point analysis, *Birkhauser Boston (Ed.)*, 2000.
- Delnero, J.S., Marañon Di Leo, J., Boldes, U., Colman, J., Bacchi, F.A., Martinez, M.A.M., Wassen, E., Guenther, B. y Thiele, F., Numerical and Experimental Investigation of Mini-Flap Positions on an Airfoil, *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno Nevada, 8 - 11 January 2007.
- Efron, B. y Tibshirani, R., *An introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hall, New York, 1993.
- Farge, M., Wavelet transforms and their applications to Turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 24: 395-457, 1992.
- Farge, M., Schneider, K., Pellegrino, G., Wray, A., Rogallo, R., Coherent vortex extraction in three-dimensional homogeneous turbulence: Comparison between CVS-wavelet and POD-Fourier decompositions, *Physics of Fluids*, Vol, 15, 10, Oct. 2003.
- Giacopinelli, P.E.L., Scarabino, A.E., Delnero, J.S. y Bacchi, F.A. Detección y análisis con wavelets de estructuras organizadas en la estela de un perfil aerodinámico, 2do. Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica (CAIA2), Córdoba, Argentina, 24 al 29 de noviembre de 2010.
- Hinze, J. O., *Turbulence*. ed. Mc Graw-Hill, New York, 1975.
- Krishnaiah, P.R, y Miao, B.Q., Review About Estimation of Change Points, *Handbook of Statistics*, 7, 1988.
- Miller, I., Freund, J.E. y Johnson, R.A., *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*, Prentice-Hall Hispanoamericana S.A. (Ed.), 1992.
- Taylor, W.A., Change-Point Analysis: A Powerful New Tool For Detecting Changes, *Quality Engineering (Ed.)*, 2000.