

## **ESQUEMAS NUMÉRICOS AVANZADOS PARA EL CÁLCULO DEL FLUJO POR EL INTERIOR DE LOS MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA ALTERNATIVOS**

**J.M. Corberán Salvador<sup>\*</sup>, R. Royo Pastor<sup>\*</sup>, y Ll. Gascón Martínez<sup>♥</sup>**

<sup>\*</sup>Departamento de Termodinámica Aplicada  
Universidad Politécnica de Valencia  
Camino de Vera 14, ES 46022 Valencia, España.  
e-mail: [corberan@ter.upv.es](mailto:corberan@ter.upv.es), web page: <http://www.imst.upv.es>

<sup>♥</sup>Departamento de Matemática Aplicada  
Universidad Politécnica de Valencia  
Camino de Vera 14, ES 46022 Valencia, España.  
e-mail: [lgascon@mat.upv.es](mailto:lgascon@mat.upv.es)

**Palabras Clave:** Flujo compresible, Dinámica de Gases Computacional, Esquemas numéricos, Esquemas TVD, Sistemas de admisión y escape, Motores de Combustión Interna Alternativos.

**Resumen.** *En la presente ponencia se presenta en primer lugar el problema y el tratamiento ecuacional habitual. A continuación se presenta una revisión de esquemas para el cálculo del flujo por conductos de sección constante, mencionando los esquemas más avanzados y discutiendo sus características principales y sus prestaciones tanto a nivel de precisión como de velocidad de cálculo. A continuación se plantea el problema existente en el cálculo de conductos de sección variable, y se presenta la patología habitual de los esquemas tradicionales para solución de este caso y se discute la razón de la misma, pasando a presentar un planteamiento ecuacional más adecuado y el desarrollo de un esquema TVD adaptado al mismo. Se incluye también una revisión acerca de las ventajas e inconvenientes de la aplicación de distintos esquemas al caso de conductos de sección variable, característicos de los motores de combustión interna alternativos Finalmente, se presenta un estudio comparativo entre resultados predichos con un modelo basado en la técnica numérica descrita y los medidos en banco de ensayos motor.*

## 1 INTRODUCCIÓN

El flujo por el interior de los sistemas de admisión y escape de los motores de combustión interna alternativos (MCIA) es uno de los casos más complejos de la Dinámica de Gases. Dicho flujo es completamente no estacionario, el fluido es compresible, jugando la compresibilidad un papel muy importante, y se caracteriza por una velocidad elevada con ondas de presión de amplitud considerable (picos de presión de 0.5 bar sobre presiones medias cercanas a la atmosférica son frecuentes) y la existencia de fuertes discontinuidades de temperatura, como por ejemplo la existente en la admisión, cuando al abrir la válvula, se produce un reflujo de gases quemados muy calientes hacia la admisión, produciendo de esta forma una discontinuidad térmica local de varios cientos de grados. Adicionalmente en motores de altas prestaciones, las velocidades instantáneas son muy elevadas, pudiéndose producir en ocasiones en el escape la formación de ondas de choque. La influencia del flujo por la admisión y el escape es por otra parte muy importante en las prestaciones del motor condicionando sobremanera la cantidad de aire entrante y por lo tanto, el par máximo y su variación con el régimen de giro (curva de par motor). De aquí, que muchos investigadores han dedicado grandes esfuerzos al desarrollo de técnicas numéricas capaces de resolver las ecuaciones del flujo en tan adversas condiciones.

Programas de ordenador basados en la versión numérica del método de las características han sido utilizados durante varias décadas para estudiar y asistir el desarrollo de los sistemas de admisión y escape (Seifert<sup>1</sup>, Benson<sup>2</sup>, Blair<sup>3</sup>,...). El bien conocido código desarrollado originalmente por Benson, Baruah y Winterbone en la UMIST (Manchester, Reino Unido) fue licenciado a un gran número de compañías de automoción. Posteriormente todas las compañías han incorporado estos códigos de cálculo a sus departamentos de desarrollo motor.

En su momento, un número de métodos estándar basados en técnicas de diferencias finitas, como por ejemplo el conocido método de Lax&Wendroff de dos pasos (Takizawa<sup>4</sup>, Azuma<sup>5</sup>, Poloni<sup>6</sup>,...) o su versión de un paso (Niessner<sup>7</sup>) u otros métodos similares (Chapman<sup>8</sup>, ...) fueron las técnicas numéricas escogidas para proveer de la robustez y precisión necesarias a los códigos de cálculo en su siguiente generación.

Sin embargo, estas técnicas no pueden emplearse con la precisión suficiente en problemas en los que el término fuente tiene un peso importante en el conjunto de las ecuaciones, como es típicamente el flujo alta velocidad por el interior de conductos de sección variable. En este caso, la influencia de la aceleración o desaceleración producida por el cambio de sección tiene un efecto muy importante en la ecuación de cantidad movimiento, y por lo tanto en la solución del flujo. De hecho, los mencionados métodos producen errores de conservación importantes e incluso presentan problemas fuertes de oscilación de la solución que pueden llegar a la interrupción de la ejecución del programa por aparición de propiedades físicas inconsistentes.

Para la resolución de esta problemática es necesario, en primer lugar un planteamiento adecuado del sistema ecuaciones que incluye el término fuente, y en segundo lugar la utilización de esquemas numéricos conservativos de carácter no oscilatorio. En el presente trabajo, se presenta la solución dada por los autores a esta problemática mediante la utilización de esquemas TVD.

## 2 CÁLCULO DEL FLUJO POR EL INTERIOR DE CONDUCTOS DE SECCIÓN CONSTANTE

Las ecuaciones en derivadas parciales que gobiernan el flujo no estacionario unidimensional a través de conductos de sección constante se ha descrito habitualmente de la siguiente forma:

$$W_t + F_x + C_2 = 0 \quad (1)$$

$$W(x, t) = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho \frac{u^2}{2} + \frac{p}{\gamma-1} \end{pmatrix} \quad F(W) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ u \left( \rho \frac{u^2}{2} + p \frac{\gamma}{\gamma-1} \right) \end{pmatrix} \quad C_2(W) = \begin{pmatrix} 0 \\ g\rho \\ -q\rho \end{pmatrix}$$

Incluyendo el término  $C_2$  los términos disipativos correspondientes a la fricción con las paredes en la ecuación de cantidad de movimiento, y al calor intercambiado con las paredes en la ecuación de la energía. Si ambos términos son nulos el sistema anterior deviene el conjunto de ecuaciones de Euler para el flujo compresible no estacionario unidimensional.

El método de las características transforma el anterior sistema ecuaciones en derivadas parciales en un sistema de tres ecuaciones diferenciales ordinarias a integrar a lo largo de las líneas características<sup>1</sup>. Aunque esta aproximación fue la inicialmente utilizada para el cálculo de este tipo de flujos, fue abandonada hace algunos años principalmente porque se trata de un tratamiento no conservativo y por lo tanto produce errores de conservación en masa y energía. También, porque su implementación práctica en ordenador<sup>2</sup> requiere la utilización de la interpolación lineal, por lo que se trata de un método de primer orden.

No obstante, se debería resaltar que aunque fue abandonado para el cálculo del flujo por el interior de los conductos, permanece como el método de cálculo de preferencia para el cálculo de las condiciones de contorno en la mayoría de los códigos de cálculo actuales.

Así pues, el método de las características fue en su momento sustituido por métodos en diferencias finitas en la mayoría de los códigos de cálculo.

Los métodos en diferencias finitas o en volúmenes finitos aportan órdenes de precisión superiores, aunque al mismo tiempo pueden resultar oscilatorios si se trata de métodos de orden de precisión par. Si el flujo no presenta discontinuidades térmicas importantes o discontinuidad de presión elevadas, como las ondas de choque, entonces los métodos en diferencias finitas de segundo orden proporcionan una precisión y rapidez excelentes. Los esquemas de este tipo más utilizados han sido los de Lax & Wendroff de dos pasos y el método de McCormack<sup>9</sup>.

Sin embargo, en los sistemas de admisión y escape de motores aparecen habitualmente discontinuidades térmicas elevadas que pueden producir oscilaciones importantes de la solución, como es el caso del reflujo que se produce al principio el proceso de admisión en el que la presión en el cilindro es mayor que la existente en la admisión. Por otro lado, en

motores de altas prestaciones es relativamente habitual la aparición de discontinuidades de presión elevadas que pueden derivar en una onda de choque al principio del proceso de descarga, en la pipa de escape o en la primera parte del colector. Esta problemática llevó en su momento a los investigadores a la utilización de esquemas no oscilatorios<sup>10</sup>. Entre ellos, merece la pena resaltar las técnicas de Corrección de Flujos (FCT - Flux Correction Technique)<sup>11,12</sup>, y los esquemas de Variación Total Decreciente (TVD - Total Variation Diminishing)<sup>13,14</sup>.

En la figura 1 y 2 puede verse el resultado de la temperatura y la presión en la resolución de un problema de Riemann cuando se utiliza, por un lado el esquema clásico de Lax&Wendroff de dos pasos, y por otro, las técnicas no oscilatorias mencionadas<sup>10</sup>.

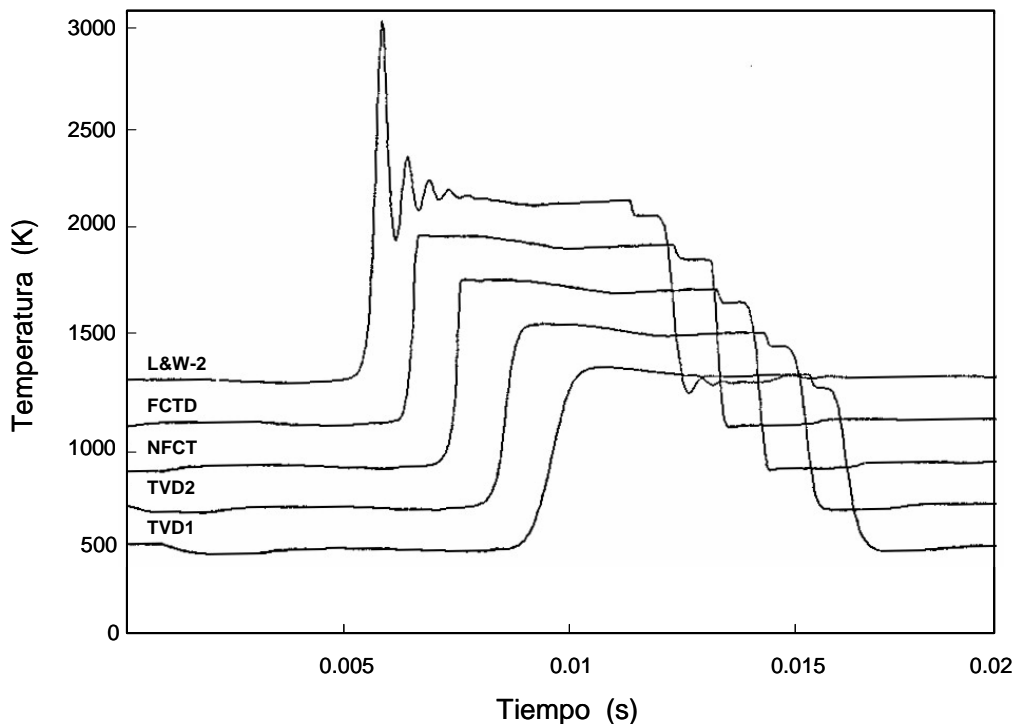


Figura 1. Problema de Riemann: Solución de la temperatura a lo largo del conducto

Como se puede observar en las figuras 1 y 2, el esquema de Lax&Wendroff presenta, tanto en la temperatura como en la presión, la oscilación característica de los métodos de segundo orden en la vecindad de una discontinuidad. Esta oscilación pudiera ser importante afectando el conjunto de la solución y pudiendo producir la interrupción del cálculo si se alcanzan propiedades físicas incoherentes.

Existe un amplio número de técnicas para evitar el problema de la oscilación numérica. En el campo de los motores de combustión interna alternativos solamente unas pocas han tenido repercusión. La primera de ellas, conocida como viscosidad artificial, consiste en añadir un término viscoso en la ecuación para amortiguar las oscilaciones numéricas. Este método se utilizó inicialmente a causa de su simplicidad<sup>15</sup>, pero tiene como desventaja principal el que la

viscosidad artificial actúa siempre, tendiendo a redondear también discontinuidades físicas reales, y para obtener buenos resultados hay que ajustar la influencia del término en las ecuaciones no existiendo un valor óptimo para el conjunto de problemas a resolver.

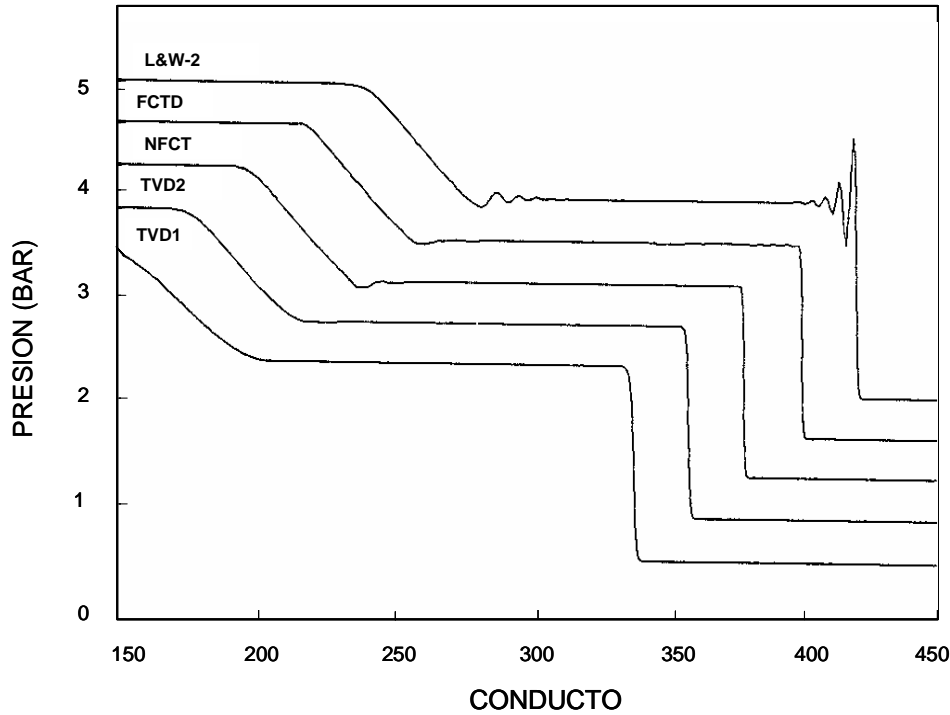


Figura 2. Problema de Riemann: Solución de la presión a lo largo del conducto

Otra familia de técnicas que se aplicó con éxito a la resolución de este problema es la llamada técnica de corrección de flujos, constando de diferentes variantes<sup>11, 12</sup>. Básicamente, esta técnica consta de un primer paso de transporte, que consiste en la aplicación de un esquema clásico de segundo orden, a continuación se aplica un paso de difusión, si elimina las oscilaciones alrededor de las discontinuidades, y de un último paso, denominado anti-difusión, que reconstruye la precisión de segundo orden en las regiones donde la solución es suave y la difusión ha alterado la solución<sup>16</sup>.

En las figuras 1 y 2 se muestra dos variantes de esta familia de técnicas: NFCT (Naive Flux Correction) y FCTD (Flux Correction via Damping). Como puede observarse, las oscilaciones han sido completamente eliminadas mientras que la precisión del cálculo es muy buena. Un análisis extenso de éstas técnicas para su aplicación a motores de combustión interna alternativos fue realizado por Bulaty y Niessner<sup>11, 12</sup>, llegando a la conclusión de que la técnica Naive Flux Correction resulta un excelente compromiso entre rapidez de cálculo y precisión.

Posteriormente, en la evolución de los métodos numéricos para la resolución de sistemas de ecuaciones en derivadas parciales, aparece el concepto de propiedad TVD<sup>14</sup> y la generación de diferentes variantes de esquemas conservativos que satisficieran dicha propiedad, garantizando el segundo orden de precisión en regiones donde la solución es suave y el primer orden local, y por lo tanto la ausencia de oscilaciones, en las regiones donde existen

discontinuidades fuertes. Estos esquemas resultaron una solución excelente para su aplicación al cálculo del flujo no estacionario por el interior de los conductos de admisión y escape de los motores, y actualmente son los más utilizados en los programas de cálculo de estos sistemas. La evolución posterior de estos esquemas a los Esencialmente No Oscilatorios (ENO – Essentially Non Oscillatory) conlleva diferencias mínimas a efectos prácticos de su aplicación.

Para una descripción detallada de la mayoría de estas técnicas, y su aplicación a la Dinámica de Gases Computacional se recomienda consultar el libro del profesor Culbert Laney<sup>17</sup>.

En las figuras 1 y 2 se incluye los resultados que se obtienen con dos versiones de esquemas TVD correspondientes al primer y segundo orden de precisión presentados por primera vez por los autores en [<sup>16</sup>]. Como se observa, ambas soluciones son satisfactorias, aunque la solución de primer orden redondea lógicamente algo la solución.

De entre los trabajos más recientes merece la pena resaltar el esquema CE-SE (Space-Time Conservation-Element and Solution-Element) propuesto por Chang<sup>18</sup> ya que se trata de un método de concepción diferente a los anteriores. El método plantea la división del dominio espacio temporal en, por una parte, Solution Elements (SEs) consistentes en rombos no superpuestos en los cuales la solución se aproxima mediante funciones simples, normalmente lineales, dependientes del tiempo y espacio. Y por otra parte, se realiza una segunda discretización, que se solapa con la anterior, formada por rectángulos no superpuestos que cubren también todo el dominio espacio temporal, de modo que las caras laterales y superior que forman los rectángulos de cada CE pertenecen cada una a un solo SE, y que cualquier punto incluido en las caras del CE pertenece a un elemento SE.

Un estudio comparativo muy reciente acerca de los esquemas mencionados puede encontrarse la referencia [<sup>19</sup>]. En este estudio, se compara precisión y rapidez de cálculo para diversos problemas numéricos pudiéndose resaltar, como conclusión más importante, que todos los métodos de segundo orden con algún tipo de corrección, para no resultar oscilatorios, producen soluciones más que satisfactorias para la resolución del flujo por el interior de los motores, no mostrando diferencias sustanciales entre las soluciones obtenidas con cada uno de ellos. En cuanto al tiempo necesario para el cálculo, obviamente, los métodos más rápidos son los centrados sin incluir ningún tipo de corrección. Pero teniendo en cuenta algún tipo de técnica de corrección de las oscilaciones, los que resultan más rápidos son las técnicas de corrección del flujo, resultando, para este tipo de cálculo (sección de conducto constante) el mejor compromiso entre precisión y rapidez de cálculo. Esta es también la conclusión de los autores en [<sup>16</sup>]. Otros esquemas, como los TVD o el CE-SE requieren tiempos de cálculo sustancialmente mayores.

### **3 CÁLCULO DEL FLUJO POR EL INTERIOR DE CONDUCTOS DE SECCIÓN VARIABLE**

Las ecuaciones en derivadas parciales que gobiernan en este caso el flujo pseudo-unidimensional no estacionario deben incorporar en el sistema (1) el término correspondiente a la variación de sección longitudinal del conducto, quedando de la siguiente forma:

$$W_t + F_x + C_1 + C_2 = 0 \quad (2)$$

$$C_1(x, W) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ u\left(\rho \frac{u^2}{2} + p \frac{\gamma}{\gamma-1}\right) \end{pmatrix} \frac{1}{A} \frac{dA}{dx}$$

Donde el vector  $C_1$  contiene el término que debe expresar en cada una de las ecuaciones de conservación la influencia de la variación de la sección del conducto a lo largo del mismo. Como puede observarse este término tiene influencia en las tres ecuaciones de conservación, afectando incluso a la ecuación de continuidad.

### 3.1 Esquema de Lax & Wendroff adaptado

Si se emplean las técnicas numéricas mencionadas en el apartado anterior a la resolución del anterior sistema ecuaciones, y se aplican a la resolución de un problema del flujo no estacionario por interior de un conducto en el que la sección transversal muestre una variación significativa, todos ellos presentarán serios problemas en obtener una solución físicamente consistente, y en muchos de ellos se producirán errores fatales que imposibilitarán el cálculo. La razón de estas dificultades se basa sencillamente en que la forma tradicional de escribir las ecuaciones utiliza como variables conservadas:  $\rho, \rho u, \left(\rho \frac{u^2}{2} + \frac{p}{\gamma-1}\right)$  cuando realmente la conservación física se establece para la masa, la cantidad movimiento y la energía. La integración de las ecuaciones que gobiernan el flujo, tal como se ha escrito más arriba, conlleva que los errores de aproximación del vector  $C_2$  se distribuyan a lo largo de todo el sistema ecuaciones, estropeando la solución. El primer paso para resolver estas dificultades consiste en plantear el sistema en función de las variables conservadas, del siguiente modo:

$$W_t + F_x + C = 0 \quad (2)$$

$$C(x, W) = B'(x, W) + C'(W) = 0$$

$$W(x, t) = \begin{pmatrix} \rho A \\ \rho u A \\ A\left(\rho \frac{u^2}{2} + \frac{p}{\gamma-1}\right) \end{pmatrix} \quad F(W) = \begin{pmatrix} \rho u A \\ (\rho u^2 + p) A \\ u A \left(\rho \frac{u^2}{2} + p \frac{\gamma}{\gamma-1}\right) \end{pmatrix}$$

$$B'(x, W) = \begin{pmatrix} 0 \\ -p \frac{dA}{dx} \\ 0 \end{pmatrix} \quad C'(W) = \begin{pmatrix} 0 \\ g\rho A_l \\ -q\rho A_l \end{pmatrix}$$

Como se observa, en este caso el único término “no conservativo” que se ve afectado por la variación de la sección es el que aparece como corrección de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, y que resulta ser la integral de las fuerzas que las paredes laterales del conducto ejercen sobre el conjunto del volumen, y que es debida a la variación de sección, desde la entrada a la salida. Obsérvese, que la fuerza debida a la variación de presión a lo largo del conducto se ha incluido en el término correspondiente del vector de flujos  $F(W)$  conjuntamente con el flujo de la cantidad movimiento.

Basándose en este nuevo planteamiento de las ecuaciones, los autores realizaron una adaptación del esquema de dos pasos de Lax & Wendroff a las mismas, tratando el término  $pdA$  como un término fuente normal (con el mismo tratamiento que clásicamente se realiza para el término de fricción y transmisión de calor). Sin embargo los resultados resultaron todavía bastante deficientes apareciendo desviaciones importantes de la solución.

En la figura 3 puede verse la solución al problema numérico de Embid<sup>20</sup>. Este problema es una aproximación en una dimensión del modelo del flujo de gas a través de un conducto de sección variable. La solución estacionaria del problema presenta una onda de choque en la posición  $x_l=0.18$ . En las figuras siguientes, la solución analítica aparece en trazo continuo.

En la figura 3 se muestra también la resolución numérica obtenida con el método de Lax & Wendroff usando simplemente un promedio aritmético del término fuente para la consideración del término de variación de sección en el esquema. El cálculo está realizado con 41 nodos equiespaciados y una restricción del criterio de estabilidad: CFL=0.25. Como puede observarse, los resultados de este esquema clásico muestran una oscilación numérica muy importante. Esta oscilación, se hace todavía mayor para CFL mayores.

Un nuevo método, basado en el esquema de un paso de Lax & Wendroff resultó ofrecer posibilidades de un mejor promediado del término fuente de variación de sección entre los puntos de la malla, mejorando mucho los resultados de cálculo. Para una descripción en detalle ver [21]. Los resultados obtenidos mediante este esquema se refieren en el presente trabajo como esquema adaptado de Lax & Wendroff: ALW.

Básicamente, el esquema parte de la formulación adoptada en (2), pero con el planteamiento que se muestra sucintamente a continuación, que intenta recuperar el carácter conservativo del conjunto de las ecuaciones.

$$W_t + G(W)_x = 0 \tag{3}$$

Con el vector de flujos corregido definido por:  $G(W(x, t)) = F(W(x, t)) + B(W(x, t))$

siendo:  $B(W(x, t)) = \int_{x_1}^x C(s, W) ds, \quad x \in [x_1, x_N]$

El paso siguiente consiste en desarrollar un esquema centrado adecuado a la formulación



anterior. Basándose en el desarrollo del esquema clásico de Lax & Wendroff de un paso los autores llegaron finalmente a la siguiente expresión del esquema que denominaron Lax & Wendroff adaptado ALW<sup>22, 30</sup>.

$$W_j^{n+1} = W_j^n - \lambda \left[ \hat{G}_{j+\frac{1}{2}}^{LW} - \hat{G}_{j-\frac{1}{2}}^{LW} \right] - \lambda \left[ B_{j-\frac{1}{2},j} + B_{j,j+\frac{1}{2}} \right] \quad (4)$$

Con la siguiente definición del flujo numérico:

$$\hat{G}_{j+\frac{1}{2}}^{LW} = \frac{1}{2} \left[ F_j + F_{j+1} - B_{j,j+\frac{1}{2}} + B_{j+\frac{1}{2},j+1} - \lambda \left( \frac{\partial F}{\partial W} + \frac{\partial B}{\partial W} \right) \Big|_{j+\frac{1}{2}} (F_{j+1} - F_j + B_{j,j+1}) \right]$$

Donde el término fuente se integra a lo largo del espacio, por ejemplo del siguiente modo:

$$B_{i,k} = \int_{x_i}^{x_k} C(s,W) ds \quad B_{k,i}^2 = (\theta p_k + (1-\theta)p_i)(A_k - A_i) + (\Delta x)(g\rho A)_{\frac{k+i}{2}}, \theta \in [0,1]$$

En la figura 4 se muestra la solución numérica de este problema mediante el esquema que se acaba de describir: ALW. Como puede observarse la solución mejora considerablemente aunque todavía puede apreciarse una pequeña oscilación.

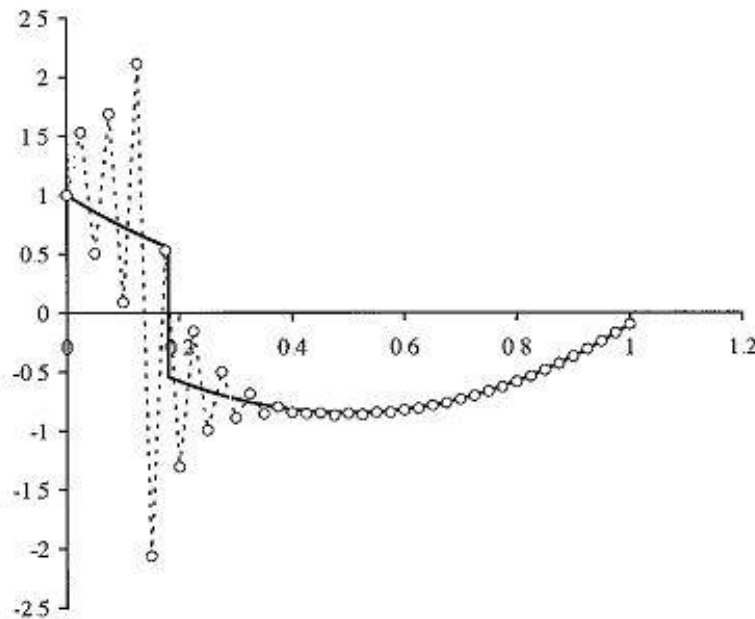


Figura 3. Problema de Embid: Solución analítica vs. solución con esquema Lax & Wendroff

El esquema adaptado de Lax & Wendroff puede utilizarse con buenos resultados en la mayoría de casos. Es un esquema muy rápido y probablemente el mejor para su aplicación al cálculo del flujo en MCIA, siempre que las discontinuidades térmicas o de presión no sean demasiado bruscas. Para más detalles acerca de este esquema consultar [22].

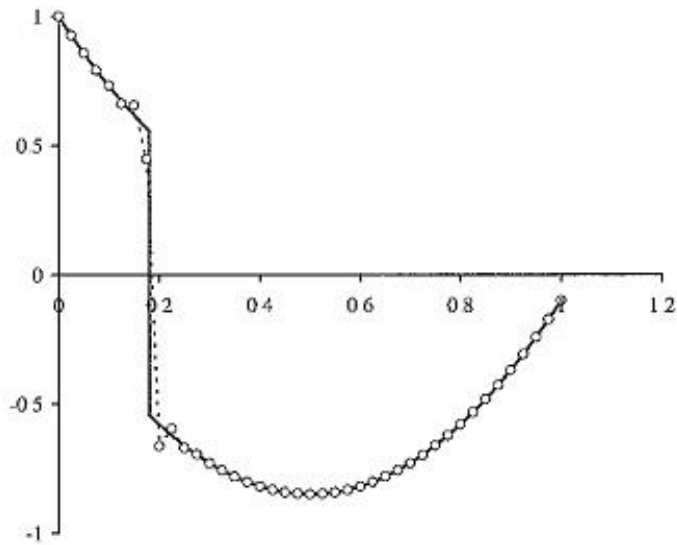


Figura 4. Problema de Embid: Solución con el de esquema Lax & Wendroff Adaptado

No obstante, en algunas condiciones, como puede ser la existencia de pipas de escape divergentes en motores de altas prestaciones, conductos de escape de motores de dos tiempos, y en general en todas aquellas aplicaciones en las que la variación de sección es importante, este método produce oscilaciones que pueden ser importantes, estropeando la solución y provocando en ocasiones la interrupción del cálculo.

Los autores intentaron aplicar también las técnicas de corrección del flujo FCT que tan buenos resultados dan para el caso de conductos de sección constante, para eliminar las oscilaciones numéricas en el esquema adaptado. Sin embargo, cuando esta técnica se aplica al caso de sección variable, el paso de difusión, responsable de compensar las oscilaciones que se producen durante el paso de transporte, también produce difusión en las regiones en las que hay cambios importantes de sección, y esta difusión no se compensa en el paso posterior de antidifusión, formándose gradientes de propiedades importantes en los sitios en que la sección varía de forma importante. Para que esta técnica fuera aplicable habría que encontrar una formulación en que la difusión pudiera ser selectiva, y aplicada solamente en el entorno de una discontinuidad térmica o de presión. Sin embargo, los autores no han encontrado una formulación adecuada.

Esta misma experiencia ha sido recientemente confirmada en el trabajo de Arnau [19]. Asimismo, en dicha referencia se informa de que tampoco ha sido posible realizar una adaptación con buenos resultados del método CESE al caso de conductos con sección variable.

### 3.2 Esquemas TVD

Los autores encontraron que las modernas técnicas de volúmenes finitos, utilizadas en el campo de la dinámica de gases computacional<sup>17</sup>, que basan la estimación del flujo numérico a través de las caras del volumen de control en la resolución de un problema de Riemann

equivalente, podían ser adaptadas a la resolución del sistema de ecuaciones indicado, y en general a sistemas de leyes de conservación hiperbólicos con término fuente importantes.

Este método, fue aplicado originalmente por Godunov<sup>23</sup>, utilizando la solución analítica del problema de Riemann, para calcular el flujo numérico en la interfaz entre volúmenes. Más tarde, se desarrollaron opciones numéricas aproximadas a dicho problema, ofreciendo una solución físicamente consistente, pero requiriendo mucho menos esfuerzo de cálculo. Éste conjunto de métodos se vienen denominando: Riemann Solvers, y entre ellos, el de Roe<sup>24</sup> destaca por su relativamente fácil aplicabilidad y su robustez. Estas técnicas, se pueden utilizar en varias dimensiones y con cualquier forma de volumen de control, y han resultado fácilmente generalizables a flujos multicomponentes e incluso reactivos<sup>25, 26</sup>.

Estos esquemas no están libres de producir también oscilaciones numéricas, pero dada su formulación, resulta particularmente fácil el eliminarlas aplicando algún tipo de limitación del flujo numérico calculado. Esta limitación se basa normalmente en la técnica upwinding de los flujos basada en los valores de las velocidades características del problema de Riemann en la interfaz<sup>27, 28</sup>.

La condición suficiente para que un esquema numérico conserve siempre la monotonía de la solución, de tal modo que la solución esté libre de oscilaciones numéricas, fue formulada por Harten en [13]. Esta condición se expresa usualmente de la siguiente manera para el caso unidimensional:

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} |w_{i+1}^{n+1} - w_i^{n+1}| \leq \sum_{i=-\infty}^{+\infty} |w_{i+1}^n - w_i^n|$$

Los esquemas que satisfacen esta condición se denominan de variación total decreciente: TVD (Total Variation Diminishing).

Basándose en las técnicas que se acaban de mencionar, los autores consiguieron desarrollar un esquema TVD para el sistema de ecuaciones a estudio. Básicamente, el esquema parte de la formulación ecuacional adoptada en (2) y sigue un razonamiento similar al planteado en el esquema (3), pero de modo que tenga la propiedad TVD. Una descripción detallada de su desarrollo excede con mucho del alcance de la presente comunicación. El lector puede encontrar una descripción del mismo en [29] y [30]

$$W_j^{n+1} = W_j^n - \lambda \left[ \hat{G}_{j+\frac{1}{2}}^{TVD} - \hat{G}_{j-\frac{1}{2}}^{TVD} \right] - \lambda \left[ B_{j-\frac{1}{2},j} + B_{j,j+\frac{1}{2}} \right]$$

con la siguiente expresión para el flujo numérico:

$$\hat{G}_{j+\frac{1}{2}}^{TVD} = \frac{1}{2} \left\{ F_j + F_{j+1} - B_{j,j+\frac{1}{2}} + B_{j+\frac{1}{2},j+1} - P_{j+\frac{1}{2}} h(\bar{D}_{j+\frac{1}{2}}) Q_{j+\frac{1}{2}} [F_{j+1} - F_j + B_{j,j+1}] \right\}$$

La función h se escoge de modo que el esquema resulte TVD. Para su evaluación se ha seguido la función de upwinding propuesta por Roe<sup>24</sup> que para el caso escalar puede escribirse como:

$$h(\alpha) = 1, \alpha \geq 0$$

$$h(\alpha) = -1, \alpha < 0$$

Las matrices  $P$  y  $Q$  son las matrices derecha e izquierda que contienen los autovectores del sistema original, mientras que  $D$  es la matriz diagonal que contiene en su diagonal los autovalores del sistema. El cálculo de estos, se realiza mediante la solución aproximada al problema de Riemann propuesta por Roe en [24] (Roe's Riemann Solver).

El esquema anterior es de primer orden sin embargo, puede ser extendido a segundo orden con relativa facilidad. Los autores finalmente escogieron la metodología propuesta por Harten en [13] para realizar dicha extensión.

En la figura 5 puede verse los resultados del esquema descrito para el problema de Embid mencionado más arriba.

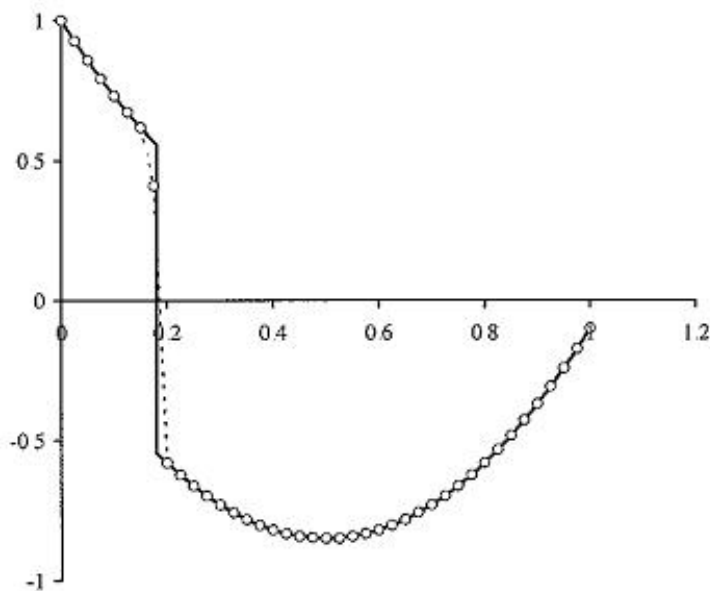


Figura 5. Problema de Embid: Solución con el esquema TVD

En las figuras 6 y 7 puede verse los resultados con el método de Lax & Wendroff Adaptado y el esquema TVD descrito, respectivamente, del flujo a través de una tobera convergente divergente con distribución parabólica de la sección transversal. Este problema fue propuesto por Anderson en [9] y constituye un buen banco de pruebas para este problema. Como puede observarse, el primer esquema reproduce bastante bien la evolución de la presión a la entrada y a la salida de la tobera pero produce una representación muy pobre de la zona de máxima velocidad, apareciendo una onda de choque falsa (flujo subsónico a supersónico) en la garganta de la misma, y oscilaciones importantes alrededor de la onda de choque. Los resultados obtenidos con el esquema TVD ofrecen en cambio una solución casi exacta del problema con una definición muy buena de la onda de choque.

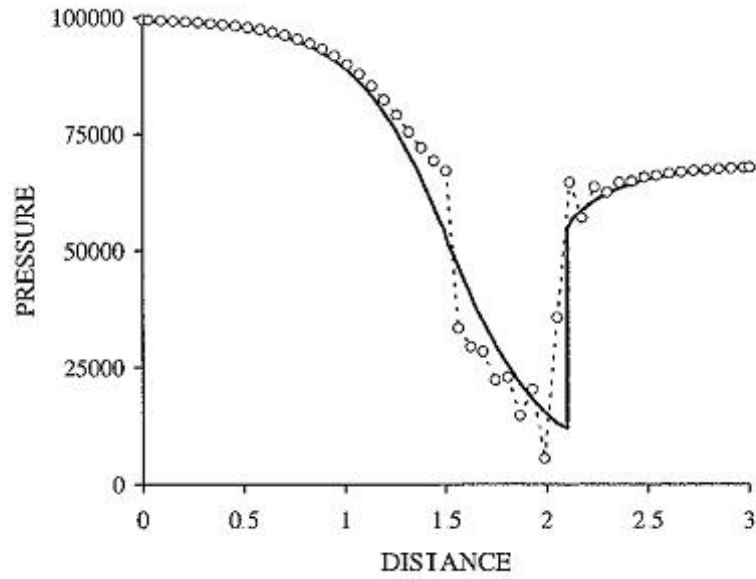


Figure 6. Tobera Convergente-Divergente: Solución con el esquema ALW

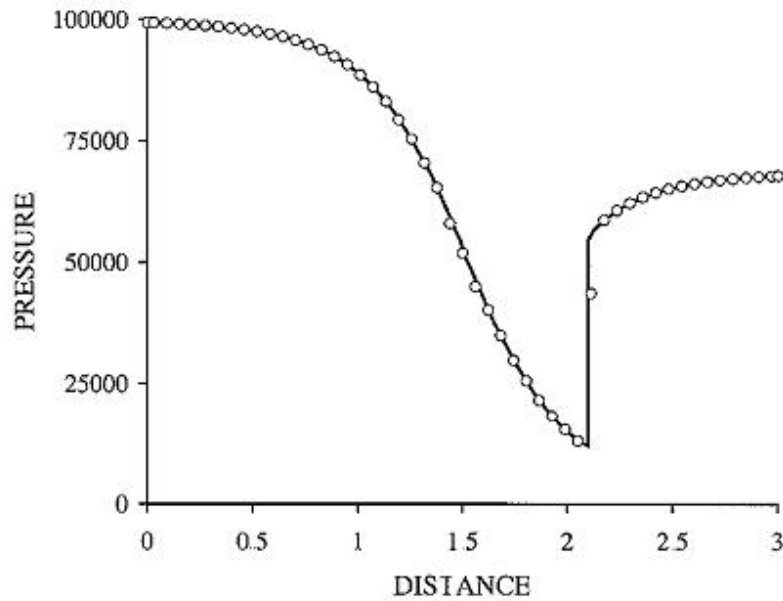


Figure 7. Tobera Convergente-Divergente: Solución con el esquema TVD

El esquema desarrollado tiene un comportamiento muy estable y produce excelentes resultados en problemas con fuerte variación de la sección, incluso con muy pocos nodos de cálculo. En el reciente estudio realizado por Arnau<sup>19</sup> también se llega a la conclusión de que dicha técnica resulta la óptima para su aplicación a los conductos de motores con fuerte variación de sección. Los autores han seguido estudiando las características de este tipo de esquema y de su generalización a problemas con término fuente con fuerte influencia en el sistema de ecuaciones. Para una descripción más detallada de esta técnica se recomienda la lectura de [31]

#### **4 UFLOW.1D, UN PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE DESCARGAS DE GASES A TRAVÉS DE CONDUCTOS DE SECCIÓN VARIABLE**

Los autores han escrito un pequeño programa de demostración denominado UFLOW.1D (1D Unsteady Flow) que permite el cálculo de la descarga no estacionaria de un flujo de gas a través de un conducto de sección variable cualquiera, que se produce entre dos atmósferas a presiones y temperaturas diferentes. La técnica numérica empleada en este programa es la que se ha descrito en el presente trabajo, y como puede comprobarse en su utilización es extremadamente robusta permitiendo el cálculo de flujos de alta velocidad, con aparición de ondas de choque que se mueven por el interior del conducto, pudiendo llegar a desaparecer o aparecer por sus extremos. El programa tiene una interfaz de usuario muy sencilla para la introducción de los datos de partida del problema, y una salida gráfica que permite la visualización de la evolución de las propiedades más importantes del fluido y del flujo a lo largo del conducto, y en el tiempo, por lo que resulta de mucha utilidad como aplicación docente, para la comprensión de la evolución que un flujo compresible a través de toberas y difusores, estacionario y transitorio. Este programa es gratuito y puede descargarse directamente de la dirección de Internet siguiente:

<http://www.imst.upv.es/uflow.htm>

El programa se referencia desde la página web del libro [17], que incluye un listado de programas de libre acceso relacionados con problemas de dinámica de gases. Su visita en la dirección siguiente es muy recomendable:

<http://capella.colorado.edu/~laney/softteach.htm>

#### **5 ENGINE CARD, UN PROGRAMA DE CÁLCULO DE MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA ALTERNATIVOS**

Basado en la técnica numérica descrita, el Grupo IMST de la Universidad Politécnica de Valencia desarrolló en el año 1990 un programa de cálculo de motores de combustión interna alternativos: ENGINE CARD (Engine Computer Aided R&D). Desde aquella fecha, a este código inicial se le han incorporado múltiples mejoras, entre las que cabe destacar la incorporación de una potente interfaz gráfica bajo Windows que facilitó sustancialmente su utilización, en el año 1998. El programa está especialmente enfocado para su utilización por los departamentos de I+D de las compañías de automoción. Gracias a los potentes esquemas de cálculo que incorpora, el programa muestra una gran precisión, robustez y elevada velocidad de cálculo. A diferencia de otros códigos de cálculo ENGINE CARD permite el cálculo de flujos transitorios de elevada velocidad, incluso supersónicos, como el que puede aparecer en las pipas de escape de algunos motores de altas prestaciones.

El objetivo fundamental del programa ENGINE CARD es el cálculo del flujo másico a través del motor con gran exactitud. Para la simulación del proceso de combustión se utiliza una correlación matemática ajustada a partir de resultados experimentales de presión instantánea en el interior del cilindro (ley de quemado). Aparte de ello, para el ajuste del código, son únicamente necesarios los coeficientes de flujo del conjunto pipa-válvula, medidas en una instalación experimental de tipo “banco de flujo”.

### 5.1 Estudio de un Motor “Camless” de RENAULT

Como ejemplo de cálculo, seguidamente se presentarán los principales resultados de un estudio llevado a cabo en el año 2001 colaboración con Renault Francia sobre la base de un motor prototipo. En aquellos momentos, el Departamento de Estudios Avanzados de Renault estaba explorando la posibilidad de introducir un nuevo avance tecnológico basado en el accionamiento de las válvulas del cilindro del motor mediante un mecanismo electromagnético sin árbol de levas (“camless”). Las ventajas de este sistema es la posibilidad de escoger con total libertad los ángulos de apertura y cierre de dichas válvulas, así como el levantamiento total de las mismas, en función del grado de carga y el régimen de giro del motor. Ello permitiría un potencial de mejora de prestaciones a bajo grado de carga de entre un 10 y un 20%. El diseño sin árbol de levas permite también una reducción de las pérdidas de fricción, al presentar el motor menor cantidad de piezas en movimiento. Otra importante ventaja es la reducción de las pérdidas de bombeo, responsables del mayor consumo de los motores de gasolina en condiciones de bajo grado de cargas, típicas del tráfico urbano.

Como se indica en la figura adjunta, el mecanismo está compuesto de dos muelles y un electroimán. Los muelles son responsables del desplazamiento de las válvulas. Los electroimanes se utilizan para mantener la posición de reposo (abierta o cerrada), y para ayudar en el esfuerzo inicial de apertura.

Para este estudio, Renault proporcionó un excelente conjunto de resultados experimentales de ensayos llevados a cabo en diferentes condiciones de regímenes de giro y grados de carga.

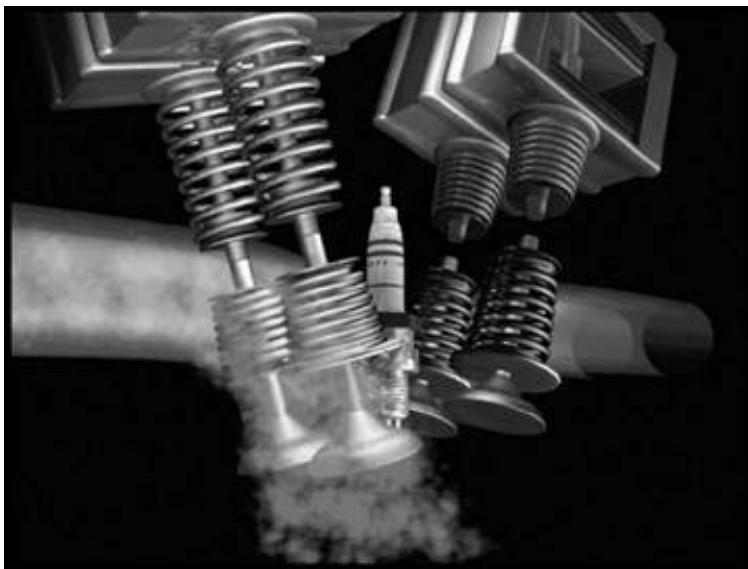


Figura 8: Imagen virtual del mecanismo de accionamiento “camless”

La figura siguiente muestra la comparación entre resultados experimentales y calculados. Se muestra el diagrama indicador PV, (presión instantánea en el interior del cilindro en función del volumen correspondiente) a un régimen de giro de 700 rpm y una presión media indicada de 0.8 bar. La segunda figura es una ampliación de la inicial, para mostrar en detalle

la zona del lazo de bombeo del diagrama indicador. Las oscilaciones de presión que se observan en los resultados experimentales se corresponden con los puntos de apertura y cierre de las válvulas y son debidos a las propias oscilaciones de la válvula.

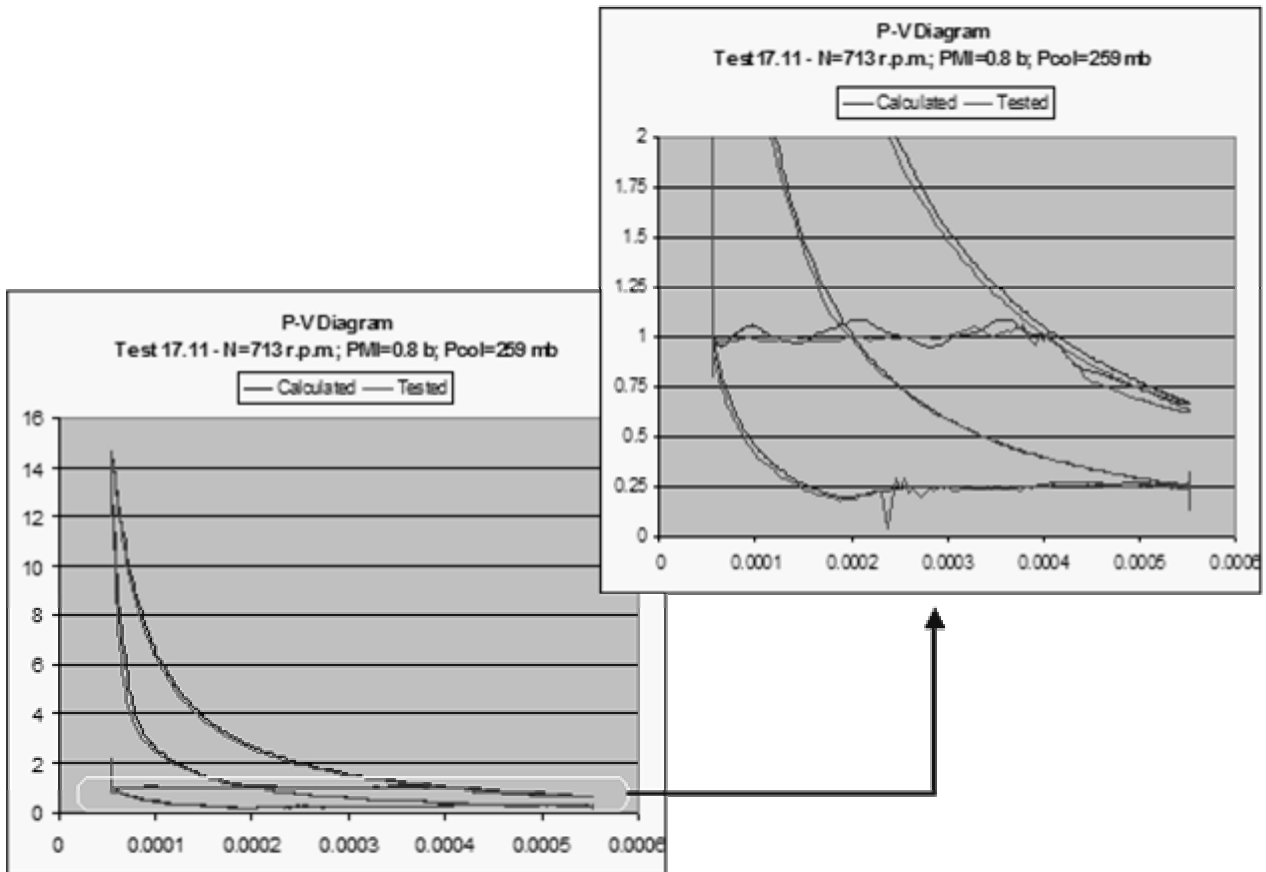


Figura 9: Diagrama indicador mostrando la comparación entre resultados medidos y experimentales

## 5.2 Curvas de Rendimiento Volumétrico y Par Efectivo

Seguidamente se muestra la curva de rendimiento volumétrico experimental y calculado en condiciones de plena carga, de un motor prototipo de Renault, también desarrollado en colaboración con el grupo IMST. Se trata de un motor de gasolina, de 1800 cm<sup>3</sup> de inyección multipunto. Sobre la base del motor de serie, se desarrolló un sistema de admisión especial con modificación incluso de la culata original para conseguir las máximas prestaciones del motor en el rango más amplio posible de regímenes de funcionamiento.

La concordancia obtenida es muy elevada, mostrándose las máximas diferencias para un régimen de giro de alrededor de 2000 rpm, debido a diferencias en la reflexión de las ondas en el volumen del filtro de admisión.



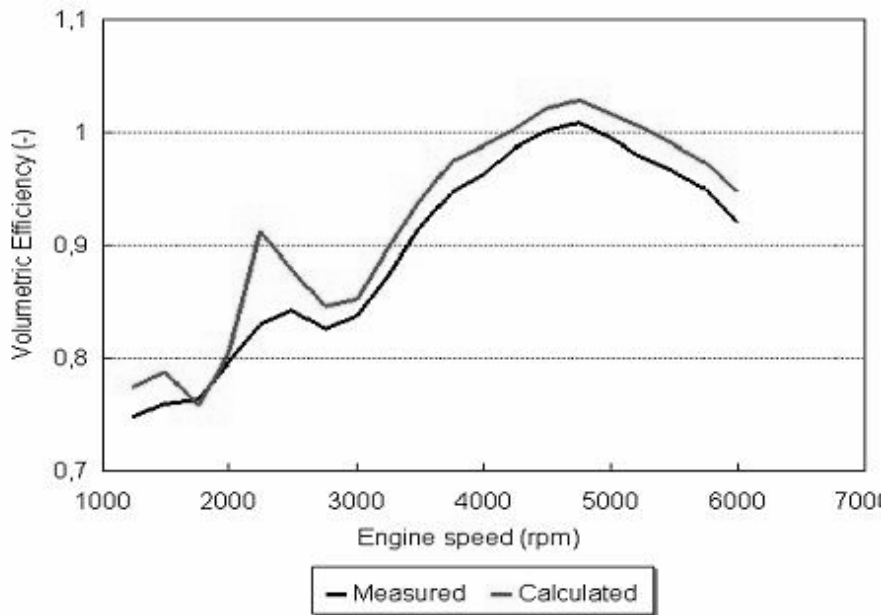


Figura 10. Comparación entre rendimiento volumétrico medido y calculado correspondiente para un motor multiválvula

Por último, la figura 11 muestra la comparación entre el par indicado calculado mediante el programa y el par efectivo medido en banco motor, esta vez para un motor de 1600 cm<sup>3</sup>, pudiéndose fácilmente observar la buena predicción de las prestaciones obtenida mediante el modelo y el fuerte efecto de las pérdidas mecánicas.

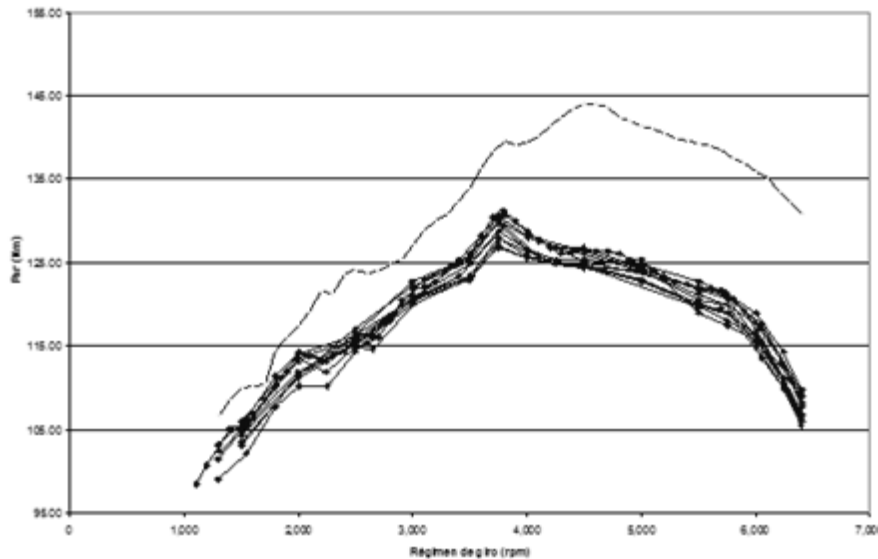


Figura 11: Par indicado (calculado) y efectivo (medido) para un motor multiválvula de gasolina de serie, de 1600 cm<sup>3</sup>.

## 6 CONCLUSIONES

Las principales conclusiones que pueden extraerse de la experiencia de los autores en este campo son las siguientes:

- El esquema de Lax & Wendroff de dos pasos proporciona precisión de segundo orden y es extremadamente rápido. Resulta excelente para su aplicación en motores siempre que no haya discontinuidades térmicas o de presión elevadas. Es muy sencillo de implementar. En el caso de existir conductos de sección variable no es recomendable su utilización puesto que genera oscilaciones importantes que estropean la solución.
- Para el caso del cálculo de los conductos de sección constante de motores en los que las discontinuidades térmicas y/o de presión puedan ser elevadas, como es el caso de las pipas y los primeros tramos de los colectores de admisión y escape, el método de Lax & Wendroff de dos pasos con Corrección de Flujos (por ejemplo del tipo Naive) penaliza poco el tiempo de cálculo y elimina casi por completo las oscilaciones numéricas, resultando un método muy robusto incluso en presencia de discontinuidades fuertes.
- Otros esquemas, como por ejemplo los esquemas TVD o CESE, proporcionan también buenos resultados en la eliminación de las oscilaciones pero conllevan un aumento del tiempo de cálculo sustancial.
- Para el caso en que existan conductos con un cambio importante de la sección transversal a lo largo de su longitud, se recomienda en primer lugar el planteamiento ecuacional descrito, y en segundo lugar la utilización de un esquema con la forma más conservativa posible del sistema y con un promediado adecuado del término fuente.
- Cuando se den a la vez las dos problemáticas tratadas, cambio de la sección transversal a lo largo del conducto, y presencia de discontinuidades fuertes de presión y temperatura se recomienda la utilización de un esquema con propiedad TVD, tal como el que se ha descrito.
- Los códigos de cálculo basados en las técnicas descritas, y bajo la hipótesis de flujo unidimensional por los conductos, son capaces de reproducir con gran precisión los complejos fenómenos de dinámica de gases que se dan por el interior de los sistemas de admisión y escape de los motores de combustión interna alternativos, por lo que constituyen en la práctica una herramienta de gran utilidad para el diseño de los mismos.

## 7 REFERENCIAS

- [1] H. Seifert, *Instationäre Strömungsvorgänge in Rohrleitungen an Verbrennungskraftmaschinen*, Springer Verlag, (1962).

- [2] R. S. Benson, et al, "A numerical solution of unsteady flow problems", *Int. J. Mech. Sci.*, **6-1**, (1964).
- [3] G. P. Blair, et al., "An unsteady flow analysis of exhaust systems for multicylinder automobile engines", *SAE Paper 700123*, (1970).
- [4] M. Takizawa, et al., "A Study of Gas Exchange Process Simulation of an Automotive Multi-Cylinder Internal Combustion Engine", *SAE Paper 820410*, (1982).
- [5] T. Azuma, et al., "Some aspects of constant pressure turbocharged marine diesel engines of medium and low speed", *Trans. ASME, J. Eng. for Power*, **105**, (1983).
- [6] M. Poloni, et al., "Comparison of unsteady flow calculations in a pipe by the method of characteristics and the two step differential Lax & Wendroff method", *Int. J. Mech. Sci.*, **29**, (1987).
- [7] H. Niessner, T. Bulaty, "Comparison of some Numerical Methods for solving Hyperbolic Differential Equations with Discontinuous Initial values", *Proc. GAMM 3rd Conf.*, **2**, (1979).
- [8] M. Chapman, et al., "Numerical Modelling of Inlet and Exhaust Flows in Multi-Cylinder Internal Combustion Engines", T. Uzkan (ed.) *Flows in Internal Combustion Engines*, ASME, (1982).
- [9] J. D. Anderson, *Computational Fluid Dynamics*, McGraw-Hill, New York, (1995).
- [10] J. M. Corberan, LL. Gascón, "Estudio comparativo de esquemas en diferencias finitas para el cálculo del flujo unidimensional no estacionario", *Actas X Cong. Nac. Ing. Mecánica* **4**, (1992).
- [11] H. Niessner, T. Bulaty, "A Family of Flux Correction Methods to Avoid Overshoot Occurring With Solutions of Unsteady Flow Problems", *Proc. GAMM 4th Conf.*, (1981).
- [12] T. Bulaty, H. Niessner, "Calculation of 1-D Unsteady Flows in Pipe Systems of I.C Engines", *ASME J. of Fluid Eng.*, **107**, (1985).
- [13] A. Harten, "High resolution schemes for hyperbolic conservation laws", *J. Comput. Phys.* **49**, 357 (1983).
- [14] A. Harten, "On a class of high resolution total-variation-stable finite-difference schemes", *SIAM J. Numer. Anal.* **21** (1), 1 (1984).
- [15] P. Roach, "On Artificial Viscosity", *J. of Computational Physics*, **10**, (1972).
- [16] LL. Gascón, J.M. Corberán, "Estudio de técnicas de corrección de flujo y esquemas TVD aplicados al cálculo del flujo unidimensional no estacionario en presencia de discontinuidades". *II Cong. Métodos Numéricos en Ing.*, Vol. II, (1993).
- [17] C. B. Laney, *Computational Gasdynamics*, Cambridge University Press, (1998).
- [18] S.C. Chang, "The Method of Space-Time Conservation Element and Solution Element – A New Approach for Solving the Navier-Stokes and Euler Equations", *J. of Computational Physics*, **119**, 295-324, (1995).
- [19] F. J. Arnau, *Aportaciones al cálculo numérico para el modelado del flujo compresible*

- unidimensional en conductos de M.C.I.A.*, Tesis Doctoral, Dept. Máquinas y Motores Térmicos, Universidad Politécnica de Valencia, España, (2003).
- [20] P. Embid, J. Goodman, A. Majda, "Multiple steady status for 1-D transonic flow", *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* **5** (1), 21 (1984).
- [21] J. M. Corberan, LL. Gascón, "New method to calculate unsteady 1-D compressible flow in pipes with variable cross-section. Application to the calculation of the flow in intake and exhaust pipes of I. C. engines", ed. T. Uzkan, ICE Engine Modelling (ASME, N. Y. vol 23, 77) (1995).
- [22] J. M. Corberán, A. Pérez, "Desarrollo de un nuevo esquema para el cálculo del flujo no estacionario unidimensional en conductos de sección variable", *II Cong. Métodos Numéricos en Ingeniería*, Vol. II, (1993).
- [23] S. Godunov, et al, *Résolution Numérique des Problèmes Multidimensionnels de la Dynamique des Gaz*, Ed. MIR, Moscow, (1979).
- [24] P. L. Roe, "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes", *J. Comput. Physics* **43**, (1981).
- [25] Y. Liu, M. Vinokur, "Nonequilibrium Flow Computations I. An analysis of Numerical Formulations of Conservation Laws", *J. Comput. Physics*, **83**, (1989).
- [26] P. Jenny, B. Müller, "Rankine-Hugoniot-Riemann solver considering source terms and multidimensional effects", *J. Comput. Phys.* **145**, 575, (1998).
- [27] B. VanLeer, "Towards the ultimate conservative difference scheme: V. A second order sequel to Godunov's method", *J. Comput. Phys.*, **32**, (1979).
- [28] P. Glaister, "Flux difference splitting for de Euler equations in one spatial coordinate with area variation", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **8**, 97 (1988).
- [29] J. M. Corberan, LL. Gascón, "TVD schemes for the calculation of flow in pipes of variable cross-section", *Math. Comput. Modelling*, **21**, 85 (1995).
- [30] LL. Gascón, *Estudio de esquemas en diferencias finitas para el cálculo del flujo compresible unidimensional, no estacionario y no isoentrópico*, Tesis Doctoral (Dept. Matemática Aplicada, Universidad Politécnica Valencia, España) (1995).
- [31] LL. Gascón, J. M. Corberán, "Construction of second-order TVD schemes for nonhomogeneous hyperbolic conservation laws", *J. Comput. Phys.*, **172**, 261-297, (2001).