

## TEORÍA DE GRADIENTES TERMODINAMICAMENTE CONSISTENTE PARA HORMIGONES SUJETOS A ALTAS TEMPERATURAS

**Marianela Ripani y Guillermo Etse**

*CONICET, Universidad de Buenos Aires, Av. Las Heras 2214, (C1127AAR) Buenos Aires, Argentina,  
getse@herrera.unt.edu.ar, <http://www.fi.uba.ar/laboratorios/lmni>*

**Palabras Clave:** Altas Temperaturas, Teoría de Gradientes, Hormigón, Deshidratación.

**Resumen.** Bajo los efectos de las altas temperaturas los materiales cementicios sufren una degradación severa de sus propiedades mecánicas a nivel macroscópico. Esto se debe a cambios en su microestructura por el desarrollo de procesos de deshidratación de la pasta de cemento, principalmente de los silicatos de calcio hidratados. En este trabajo se propone un modelo poroplástico de gradientes, termodinámicamente consistente, para hormigones sometidos a altas temperaturas. La teoría constitutiva se aplica en el contexto de los medios porosos abiertos reactivos, y la formulación de gradientes se considera en forma restricta, es decir, las únicas variables de carácter no local son las variables de estado. Se describen, además, las principales características de la formulación termo-químico-mecánica acoplada, haciendo principal hincapié en el análisis de la degradación mecánica de las propiedades del hormigón tales como, cohesión, fricción, resistencia y rigidez, y la variación de éstas con la temperatura considerada.

## 1. INTRODUCCIÓN

La hidratación del cemento es el proceso fundamental del envejecimiento del hormigón que, a nivel macroscópico (escala de los ensayos de laboratorio), se manifiesta como el cambio de sus propiedades mecánicas (rigidez y resistencia) en función del tiempo. Según [Coussy \(1995\)](#), la hidratación en el hormigón se caracteriza por el cambio de la concentración de los constituyentes del cemento, en especial, del gel de cemento (silicatos de calcio hidratados). Cuando el hormigón es expuesto a altas temperaturas, el deterioro de las propiedades mecánicas a nivel macroscópico (Figura 1), se deben principalmente a la deshidratación de la pasta de cemento a nivel microscópico ([Ulm y Coussy, 1999](#)). Cuando se habla de altas temperaturas, se hace referencia a temperaturas superiores a los 200°C, ya que la deshidratación de los silicatos de calcio hidratados (CSH) comienza aproximadamente a los 200°C, por debajo de esa temperatura sólo tiene lugar la expulsión del agua evaporable a través de la red de poros conectados. A partir de los 500°C comienza la descomposición química del hidróxido de calcio ( $\text{Ca}(\text{OH})_2$ ) y más allá de los 700°C la descomposición química de los CSH. Cuando la temperatura supera los 500°C la degradación del hormigón producida por las altas temperaturas es más evidente y los cambios experimentados a nivel material pueden considerarse irreversibles ([Luccioni et al., 2003](#)).

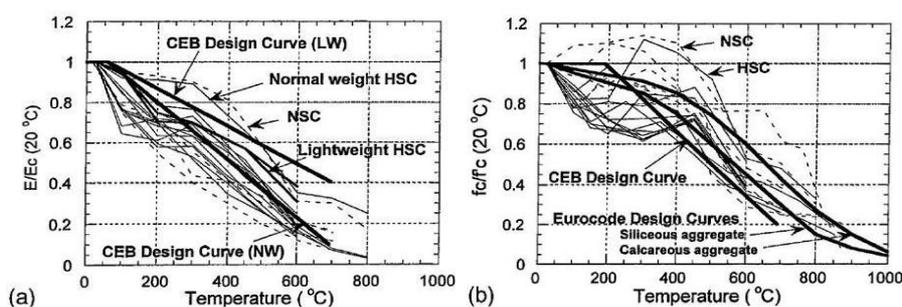


Figura 1: Pérdida de rigidez (a) y pérdida de resistencia (b), en hormigones sometidos a altas temperaturas ([Ulm y Coussy, 1999](#)).

Para predecir el comportamiento de hormigones expuestos a altas temperaturas se presenta una teoría constitutiva capaz de reproducir el comportamiento de falla de hormigones bajo procesos de deshidratación. Dicha formulación sigue la propuesta de [Svedberg y Runesson \(1997\)](#), donde se asume que el estado termodinámico de un material disipativo durante un proceso isotérmico se define en forma completa a través de las deformaciones elásticas y de un número finito de variables plásticas de endurecimiento-ablandamiento, además, se asume que la no localidad afecta solamente a las variables de estado internas. Para el caso de procesos de deshidratación, se incorpora el grado de deshidratación como variable de estado ([Ulm y Coussy, 1999](#)) y se utiliza una teoría termodinámica consistente propuesta por [Vrech y Etse \(2009\)](#), basada en gradientes y en energía de fractura.

## 2. MODELO FÍSICO DE DESHIDRATACIÓN

En la teoría de poroplasticidad no solo ocurren deformaciones permanentes del esqueleto, también existen variaciones permanentes del contenido de masa fluida debido a variaciones de la porosidad, ya sea por efectos mecánicos o químicos. El hormigón es considerado un medio poroso, químicamente reactivo, compuesto por un esqueleto y por fases fluidas. El esqueleto está formado por la matriz sólida, la porosidad conectada y la porosidad ocluida, ésta última no puede intercambiar fluidos con el exterior, por lo tanto, las fases fluidas (agua, vapor y aire

seco) ocupan el espacio poroso conectado. En su trabajo, Ichikawa y England (2004) presentan un modelo simplificado de la estructura física del hormigón, donde puede verse que la pasta de cemento, que compone la matriz sólida, está constituida por una parte de agua químicamente adherida al esqueleto, la cual no es evaporable, pero pasa a serlo como consecuencia del proceso de deshidratación. El grado de deshidratación es la relación entre la masa de agua del esqueleto sólido que pasa a ser evaporable respecto de la masa inicial del agua que forma parte del esqueleto sólido.

### 3. TERMODINÁMICA DE MEDIOS POROSOS

La primera ley de la termodinámica expresa la conservación de la energía en todas sus formas y establece: *En cualquier tiempo, la derivada material de la energía que posee una materia contenida en cualquier subdominio  $\Omega$  (Ver Figura 2), es igual a la suma del trabajo de las fuerzas externas actuando sobre dicha materia, y de la tasa de calor externo suministrado.* Esto queda expresado en la Ecuación (1), la ecuación de la energía .

$$\dot{E} + \dot{K} = P_{ext} + Q^0 \quad (1)$$

$$E = \int_{\Omega_t} e d\Omega_t \quad (2)$$

Donde  $P_{ext}$  es el trabajo mecánico realizado por las fuerzas externas,  $Q^0$  es el trabajo térmico,  $E$  la energía interna del sistema,  $e$  la densidad de energía interna,  $K$  la energía cinética y  $\Omega$  el volumen.

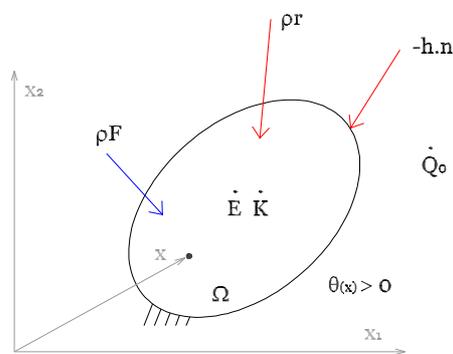


Figura 2: Sistema Termodinámico.

Teniendo en cuenta la expresión (1-b), utilizando el concepto de derivada material y aplicando el Teorema del Transporte de Reynolds, considerando que las deformaciones son infinitesimales, el sistema es cuasi-estático y las fuerzas de cuerpo son nulas, se obtiene la forma localizada de la primera ley de la termodinámica (Ecuación 3) para un medio poroso abierto

$$\dot{e} = -\nabla \cdot \left[ \left( e_m + \frac{p}{\rho^{fl}} \right) \mathbf{w} \right] + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} + r - \nabla \cdot \mathbf{h} \quad (3)$$

Donde  $e_m$  es la energía interna por unidad de masa,  $\mathbf{w}$  es el flujo de masa fluida,  $b$  la densidad total del cuerpo,  $\rho^{fl}$  la densidad de la masa fluida,  $\mathbf{h}$  el flujo de calor y  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  el tensor de tensiones totales y de deformaciones infinitesimales respectivamente.

La segunda ley de la termodinámica (Expresión 4) establece que la calidad de la energía solo puede deteriorarse, es decir, la cantidad de energía que puede ser transformada en trabajo mecánico eficiente solo puede decrecer en forma irreversible.

$$\dot{S} - Q_\theta \geq 0 \quad (4)$$

$$S = \int_{\Omega_t} s d\Omega_t \quad (5)$$

Donde  $S$  es la entropía del sistema y  $Q_\theta$  el flujo de entropía. La forma débil de la segunda ley de la termodinámica es

$$\dot{s} + \nabla \cdot (s_m \mathbf{w}) + \nabla \cdot \left( \frac{\mathbf{h}}{\theta} \right) - \frac{r}{\theta} \geq 0 \quad (6)$$

Con  $\theta$  la temperatura absoluta,  $r$  la densidad de calor por unidad de masa, y  $s_m$  es la entropía interna por unidad de masa. Introduciendo la ecuación (3) en la expresión (6) y teniendo en cuenta que Coussy (2004) define a la entalpía por unidad de masa  $g_m$  y a la energía libre de Helmholtz  $\psi_m$  de la siguiente manera

$$g_m = e_m + \frac{p}{\rho^{fl}} - \theta s_m \quad (7)$$

$$\psi_m = e_m - \theta s_m \quad (8)$$

Se llega a la forma general de la desigualdad de Clausius-Duhem para un medio poroso abierto

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - (g_m \nabla \cdot \mathbf{w})|_\beta - \mathbf{s} \dot{\theta} - \dot{\psi} - (\mathbf{w} \cdot [\nabla \mathbf{g}_m + \mathbf{s}_m \nabla \theta])|_\beta - \frac{\mathbf{h}}{\theta} \cdot \nabla \theta \geq 0 \quad (9)$$

Con  $\beta$ : Componente fluido.

### 3.1. Consistencia Termodinámica de Medios Poro-Plásticos

Como ya se ha mencionado y en base a trabajos previos de Svedberg y Runesson (1997), Vrech y Etse (2009) y Mroginski et al. (2010) la regularización de gradientes se aplica en las variables de estado internas,  $q_\alpha$ . En un medio poro-plástico de gradientes, cerrado y químicamente reactivo la energía libre de Helmholtz es función de las siguientes variables de estado

$$\psi = \psi(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \theta, \xi, q_\alpha, \nabla q_\alpha) \quad (10)$$

Donde  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  es el tensor de deformaciones elásticas infinitesimales,  $\theta$  es la temperatura,  $\xi$  es el grado de deshidratación,  $q_\alpha$  son las variables de estado internas, y  $\nabla q_\alpha$  es el gradiente de estas últimas.

Diferenciando la expresión de la energía libre de Helmholtz dada en (10) e incorporándola en (11) se llega a la desigualdad de Clausius-Duhem (11) y se obtiene un término disipativo en el contorno (17-b) como consecuencia de la aplicación de la teoría de gradientes

$$\left( \boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \dot{\xi} - \left( s + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \dot{\theta} + \left( \nabla \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \nabla q_\alpha} - \frac{\partial \psi}{\partial q_\alpha} \right) \dot{q}_\alpha - \frac{\mathbf{h}}{\theta} \cdot \nabla \theta \geq 0 \quad (11)$$

Considerando la independencia de las variables de estado entre sí, se obtienen las ecuaciones de estado en (12) y (13) y las expresiones correspondientes a la disipación química, plástica, por flujo de calor y, debida a las variables de estado en el volumen y en el contorno (14 a 17)

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \quad (12)$$

$$s = -\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (13)$$

Disipación química

$$\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \dot{\xi} \geq 0 \quad (14)$$

Disipación por flujo de calor

$$-\frac{\mathbf{h}}{\theta} \cdot \nabla \theta \geq 0 \quad (15)$$

Disipación plástica

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \geq 0 \quad (16)$$

Disipación debida a las variables de estado en el volumen y en el contorno

$$\left( \nabla \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \nabla q_\alpha} - \frac{\partial \psi}{\partial q_\alpha} \right) \dot{q}_\alpha \geq 0 \quad (17)$$

$$\int_{\partial \Omega_t} \mathbf{n} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \nabla q_\alpha} \dot{q}_\alpha d\partial \Omega_t \geq 0 \quad (18)$$

En medios porosos cerrados no reactivos no existe disipación química.

#### 4. ECUACIONES CONSTITUTIVAS

En un medio poro-plástico de gradientes, la energía libre se descompone en forma aditiva como se indica en la igualdad (19) cuyos términos corresponden a la energía elástica para el caso isotrópico, la energía química, la energía químico-plástica local y la energía plástica no local, respectivamente.

$$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e, \theta, \xi, q_\alpha, \nabla q_\alpha) = \psi^e(\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e, \theta, \xi) + \psi^{ch}(\xi) + \psi^{p,loc}(\xi, q_\alpha) + \psi^{p,nl}(\nabla q_\alpha) \quad (19)$$

A partir de la definición de la energía (Ecuación 19) se obtiene la expresión de la tensión total (20) y de las tensiones disipativas de carácter plástico local y no local (Ecuaciones 21a-b-c-d):

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = \frac{\partial \psi^e}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
Q^{p,loc} &= -\frac{\partial \psi^{p,loc}}{\partial q_\alpha} \\
Q^{p,nl} &= -\frac{\partial \psi^{p,nl}}{\partial \nabla q_\alpha} \\
{}^b Q^{p,nl} &= -n_v \frac{\partial \psi^{p,nl}}{\partial \nabla q_\alpha} \\
Q^{ch} &= -\frac{\partial \psi^{ch}}{\partial \xi}
\end{aligned} \tag{21}$$

## 5. MODELO LEÓN-DRUCKER-PRAGER DEPENDIENTE DE LA TEMPERATURA

Para modelar y predecir la respuesta del hormigón en el marco de la teoría elastoplástica de gradientes termodinámicamente consistente se reformula el criterio de falla León-Drucker-Prager (LDP) propuesto por Vrech (2007) cuyo criterio de falla está dado en (22) para ser, en este caso, dependiente del grado de deshidratación (Ecuación 24-c).

$$F(\rho, p) = \frac{3}{2}\rho^* + \widehat{m}\left(\frac{\rho^*}{\sqrt{6}} + p^*\right) - c = 0 \tag{22}$$

con

$$\begin{aligned}
p^* &= \frac{p}{f'_c} \\
\rho^* &= \frac{\rho}{f'_c}
\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
\rho &= \sqrt{2J_2} = |\boldsymbol{\sigma}_{dev}| \\
p &= \frac{\boldsymbol{\sigma}_{ii}}{3} \\
\widehat{f}'_c &= \widehat{f}'_c(\xi)
\end{aligned} \tag{24}$$

En las ecuaciones anteriores,  $\widehat{m}$  es el coeficiente de fricción y  $c$  es el coeficiente de cohesión. En el criterio de falla el coeficiente de cohesión es constante y el coeficiente de fricción depende de la resistencia a compresión uniaxial del hormigón ( $\widehat{f}'_c$ ), que a su vez depende del grado de deshidratación ( $\xi$ ).

## 6. RESULTADOS PRELIMINARES - CONCLUSIONES

El objetivo principal de este trabajo es la presentación de un modelo elastoplástico de gradientes termodinámicamente consistente con dependencia en la temperatura, más particularmente en el grado de deshidratación de la pasta de cemento. Se plantea la modificación del modelo LDP propuesto por Vrech (2007), donde los parámetros de fricción-cohesión y las leyes de endurecimiento-ablandamiento dependen del grado de deshidratación. En este momento se está trabajando en la implementación numérica del modelo, en primera instancia los resultados mostraron que en el caso del ensayo de compresión uniaxial en un hormigón de resistencia  $f'_c = 26\text{MPa}$ , la rigidez y la resistencia disminuyen con el aumento de la temperatura, esto puede verse en la Figura (3-b) donde el resultado para  $T=20^\circ\text{C}$  corresponde al modelo LDP original (Vrech, 2007) y los resultados para  $T=250^\circ\text{C}$  y  $T=350^\circ\text{C}$  corresponden al modelo modificado por temperatura.

Un comportamiento similar se manifiesta en la Figura (3-a) donde el aumento de la temperatura (aumento del grado de deshidratación) genera descohesión en el hormigón.

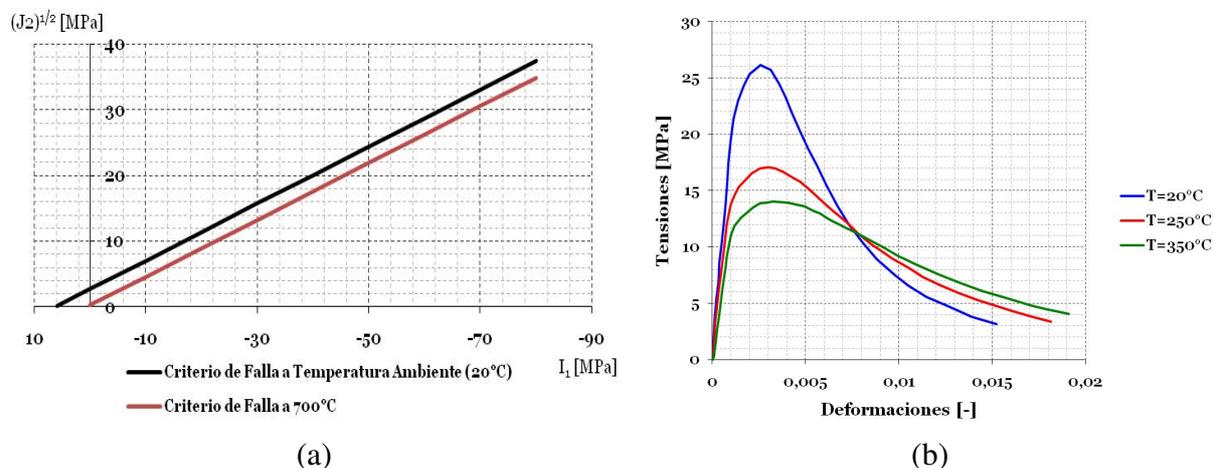


Figura 3: Criterio de falla LDP lineal (a) Gráfico de Tensión-Deformación (b).

## 7. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a CONICET - Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas por el apoyo proporcionado para la realización de esta investigación.

## REFERENCIAS

- Coussy O. *Mechanics of Porous Continua*. John Wiley & Sons., 1995.
- Coussy O. *Poromechanics*. John Wiley & Sons., 2004.
- Ichikawa Y. y England G.L. Prediction of moisture migration and pore pressure build-up in concrete at high temperatures. *Nuclear Engineering and Design*, 228:245–259, 2004.
- Luccioni B.M., Figueroa M.I., y Danesi R.F. Thermo-mechanic model for concrete exposed to elevated temperatures. *Engineering Structures*, 25:729–742, 2003.
- Mroginiski J., Etse G., y Vrech S. A thermodynamical gradient theory for deformation and strain localization of porous media. *International Journal of Plasticity*. In Press, 2010.
- Svedberg T. y Runesson K. A thermodynamically consistent theory of gradient-regularized plasticity coupled to damage. *Int. J. Plasticity*, 13(6-7):669–696, 1997.
- Ulm F.J. y Coussy O. The chunnel fire i: Chemoplastic softening in rapidly heated concrete. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 125(3):272–289, 1999.
- Vrech S. y Etse G. Gradient and fracture energy-based plasticity theory for quasi-brittle materials like concrete. *Comput. Meth. Appl. Mech.*, 199(1-4):136–147, 2009.
- Vrech S.M. *Computational simulation of localized failure process based on gradient theory (in spanish)*. PhD. Thesis., National University of Tucuman, Argentine, 2007.