

EVOLUCIÓN DEL DOMINIO DE BÚSQUEDA ALEATORIA EN OPTIMIZACIÓN DE ESTRUCTURAS SISMORRESISTENTES, CON REQUISITOS DE CONFIABILIDAD

Oscar Möller^a, Ricardo O. Foschi^b, Marcelo Rubinstein^a, Fabián Savino^a

^a *Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (IMAE), Universidad Nacional de Rosario, Riobamba y Berutti, 2000 Rosario, Argentina, moller@fceia.unr.edu.ar*

^b *Civil Engineering Department, University of British Columbia, 6250 Applied Sciences Lane, Vancouver, B.C., Canada V6T 1Z4, rowfa1@civil.ubc.ca*

Palabras clave: Optimización, Confiabilidad estructural, Dinámica no lineal, Sismorresistente.

Resumen. Dentro del marco del diseño sísmico basado en el desempeño, y considerando explícitamente la naturaleza aleatoria de las variables que representan la demanda y la capacidad, en este trabajo se discute una metodología de optimización de estructuras que consiste en encontrar valores a los parámetros de diseño que hagan mínima una función objetivo, en este caso el costo total, sujeta a restricciones expresadas en términos probabilísticos. El algoritmo de optimización es de búsqueda aleatoria sin cálculo de gradientes, y el dominio de los parámetros de diseño donde se desarrolla la optimización se va ampliando en la dirección de avance del proceso, organizándose un proceso iterativo global. Resultados numéricos muestran la ventaja de este esquema al reducir significativamente el volumen de cálculo, comparándose diferentes criterios de evolución del dominio frente al procedimiento no iterativo sin evolución.

1 INTRODUCCIÓN

En el marco del diseño sísmico basado en el desempeño (SEAOC Vision 2000, 1995; FEMA 356, 2000), la optimización estructural consiste en encontrar los valores de ciertos parámetros de diseño, por ejemplo dimensiones de los elementos y cuantías de armaduras en el caso de hormigón armado, que minimicen una función objetivo, usualmente el costo total, y que simultáneamente satisfagan las restricciones impuestas al problema.

Los terremotos presentan incertidumbres importantes en el movimiento del suelo, que se tienen en cuenta junto con las incertidumbres en la capacidad estructural considerando su comportamiento no lineal. Luego, las restricciones se plantean en términos probabilísticos especificando niveles mínimos de confiabilidad en cada nivel de desempeño analizado.

La formulación de las funciones de estado límite en cada nivel de desempeño requiere la evaluación de respuestas máximas, por ejemplo desplazamientos, distorsión de piso, índice de daño, etc., durante la ocurrencia de un terremoto. Estas respuestas máximas se calculan con análisis dinámico no lineal para combinaciones específicas de las variables del problema. Dado que, para la estimación de la probabilidad de falla o confiabilidad, se requiere una representación continua de las funciones de estado límite, los valores discretos calculados son aproximados por una superficie de respuesta adecuadamente ajustada que se utiliza como sustituto de la verdadera respuesta estructural (Hurtado, 2004).

Se han estudiado diferentes formas para las superficies de respuesta (Möller et al., 2009b), encontrándose que las redes neuronales tienen ventajas en flexibilidad y adaptabilidad, y son utilizadas en este trabajo. De todas maneras, cualquiera sea el sustituto, la mayor ventaja está en la eficiencia computacional en la estimación de la probabilidad de falla con métodos de simulación tipo Monte Carlo (Melchers, 1987).

El procedimiento para resolver el problema de optimización debe considerar la presencia de las restricciones formuladas en términos probabilísticos, la dimensionalidad, la forma y número de funciones objetivo. Los métodos de optimización pueden usar diferentes aproximaciones (Pérez López, 2005; Swisher et al., 2000), algunos requiriendo el cálculo de gradientes, con esquemas tipo descenso más rápido, otros usando gradientes conjugados, Newton o cuasi-Newton, y aun otros que no utilizan gradientes sino algoritmos genéticos o de búsqueda aleatoria.

En este trabajo se utiliza un algoritmo de búsqueda aleatoria que ha sido desarrollado en trabajos previos (Möller et al., 2007, 2008, 2009a,c, 2010a). Los parámetros de diseño a optimizar son valores medios de algunas de las variables aleatorias del problema. En dichos trabajos el dominio de los parámetros de diseño se establecía en forma amplia y permanecía constante durante el proceso, requiriendo una gran cantidad de evaluaciones de respuesta estructural y de estimación de la confiabilidad, para tener una densidad de resultados discretos adecuada en el ajuste de las redes neuronales que actúan como sustitutos. Además, el proceso de optimización no podía avanzar más allá de los límites del dominio.

Como mejora, ahora se propone comenzar con un dominio limitado de los parámetros de diseño, lo cual requiere menor cantidad de resultados discretos con la misma densidad que en los trabajos previos, y luego ir ampliando este dominio según la dirección de avance del proceso de optimización, agregando nuevas evaluaciones solo en el sector ampliado, y organizándose un esquema iterativo global.

A través de un ejemplo numérico se discuten varios criterios de ampliación del dominio, evaluándose la eficiencia de cada uno de ellos en función de la cantidad de análisis numérico realizado y de la precisión de los resultados encontrados.

2 METODOLOGÍA DE OPTIMIZACIÓN ITERATIVA

2.1 Función objetivo y restricciones

La optimización consiste en encontrar valores de los parámetros de diseño, agrupados en un vector \mathbf{x}_d , que hagan mínima una función objetivo $C(\mathbf{x}_d)$. En este trabajo la función objetivo es el costo total correspondiente a la suma del costo inicial de construcción $C_0(\mathbf{x}_d)$ más el costo de reparación por daños $C_d(\mathbf{x}_d)$ debido a la ocurrencia de terremotos durante la vida útil de la estructura, es decir

$$C(\mathbf{x}_d) = C_0(\mathbf{x}_d) + C_d(\mathbf{x}_d) \quad (1)$$

Además debe cumplir con restricciones expresadas en términos probabilísticos al reconocer la naturaleza aleatoria de las variables que intervienen en el problema

$$\beta_j(\mathbf{x}_d) \geq \beta_{jT} \quad , \quad j = 1, 2, 3 \quad (2)$$

donde $\beta_j(\mathbf{x}_d)$ son los índices de confiabilidad en los 3 niveles de desempeño analizados: “operacional”, “seguridad de vidas o control de daños” y “límite de colapso”; β_{jT} son los valores mínimos a cumplir, o valores objetivos, durante la vida útil T_D .

Los parámetros de diseño \mathbf{x}_d pueden ser parámetros estadísticos de algunas de las variables aleatorias \mathbf{X} del problema, por ejemplo el valor medio de las dimensiones de las secciones de los elementos estructurales, cuantías de armadura, etc.

2.2 Proceso iterativo global

Se propone el esquema general de avance en la optimización que se muestra en la figura 1. Se comienza de un diseño inicial o primer “punto de anclaje” \mathbf{x}_{d0} , que es el resultado del diseño preliminar de la estructura. Este diseño, en general, utiliza métodos simples y determinísticos, de acuerdo al dimensionamiento por capacidad especificado en los reglamentos.

Se establecen valores máximos y mínimos para todas las variables aleatorias \mathbf{X} en función de requerimientos constructivos, prescripciones reglamentarias, limitaciones físicas, o cualquier otro elemento de juicio ingenieril.

Para aquellas variables \mathbf{X} que son parámetros de diseño \mathbf{x}_d se establece un dominio inicial alrededor de \mathbf{x}_{d0} y dentro de los valores mínimos y máximos. En ese dominio se desarrolla la primera iteración del proceso de optimización, cuyos detalles se explican en las secciones 3 a 5. Si en el proceso de búsqueda aleatoria se alcanza un límite del dominio, se modifica dicho límite en esa dirección de avance, y se realiza otra iteración general incorporando nuevas respuestas estructurales evaluadas solo en la región incorporada.

Con los nuevos resultados discretos más los ya disponibles, se ajustan nuevamente las redes neuronales que actúan como sustituto, con las cuales se evalúa la confiabilidad en combinaciones de \mathbf{x}_d seleccionadas en la región incorporada. Estos resultados se agregan a los disponibles y se repite el entrenamiento de las redes neuronales que aproximan los índices de confiabilidad. Luego se continúa con el proceso de optimización.

Este proceso iterativo global finaliza cuando el proceso de optimización converge a la solución óptima.

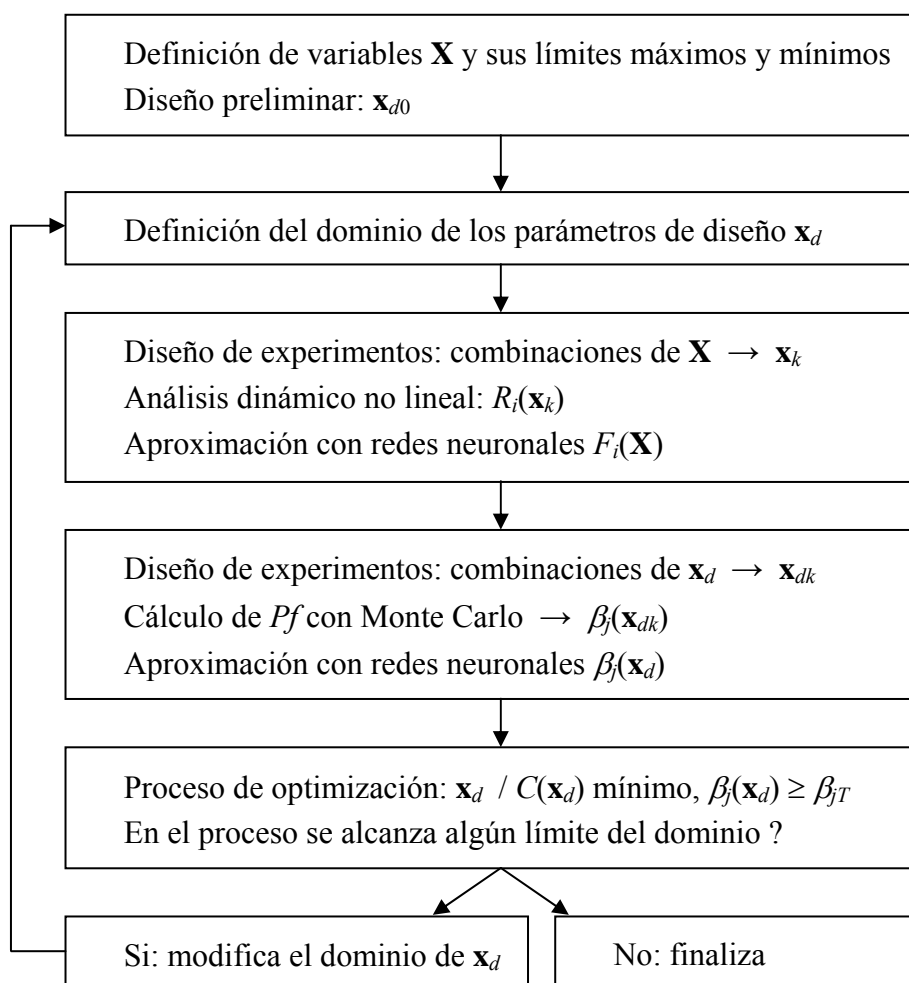


Figura 1: Proceso iterativo general

3 MODELO DE ANÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL Y APROXIMACIÓN CON REDES NEURONALES. INDICES DE CONFIABILIDAD

La optimización requiere el cálculo de la respuesta dinámica no lineal de la estructura, en términos de las variables aleatorias \mathbf{X} y para cada acelerograma considerado. Se utiliza un modelo de elementos de barra (Möller, 2001; Möller y Foschi, 2003) que alcanza un buen balance entre precisión y simplicidad. Sus principales características representan los diferentes mecanismos que contribuyen al comportamiento histerético de las regiones críticas de miembros de hormigón armado. El elemento se descompone en varios subelementos conectados en serie, siguiendo el modelo de Filippou et al. (1992).

En este trabajo, por simplicidad, solamente se utiliza el subelemento elasto plástico, mostrado en la figura 2, que representa el comportamiento elástico lineal sobre una longitud z_c y la respuesta no lineal de las regiones extremas z_i, z_j , con longitud variable dependiendo de la historia de carga.

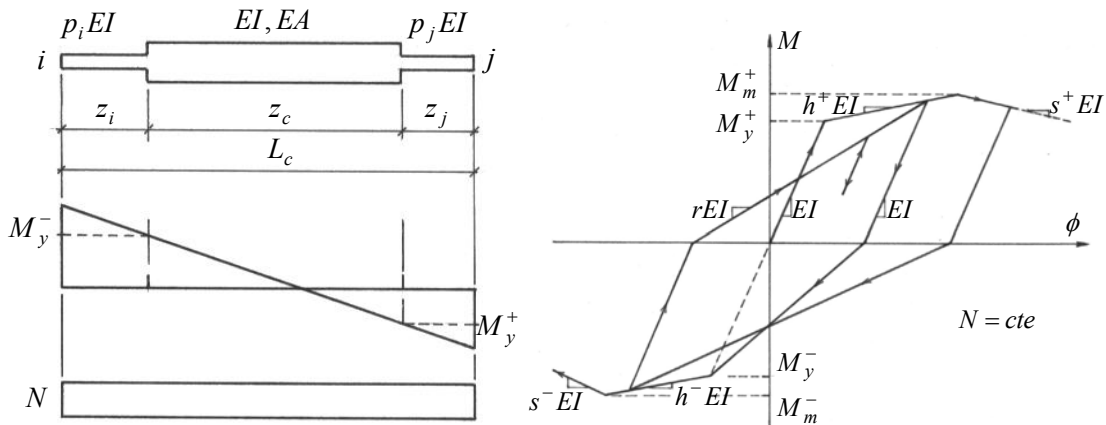


Figura 2: Subelemento elasto plástico – Relación momento curvatura

Las hipótesis fundamentales son: (a) El estado de toda la zona plástica, durante carga, descarga o recarga, es controlado por el estado de la sección extrema. (b) La rigidez de la zona plástica se representa por una rigidez promedio efectiva pEI , la cual depende de la sección extrema. Estas hipótesis significan que sólo hay que seguir la historia momento-curvatura de las dos secciones extremas del elemento.

La relación $M-\phi$ para una sección de hormigón armado se obtiene dividiendo la sección en franjas y utilizando las relaciones tensión deformación desarrolladas por Mander (1984). También se muestra en la figura 1 la relación momento-curvatura rectificadas adoptada, con las reglas de descarga y recarga del modelo de Clough (1966).

Con este modelo se obtienen las respuestas máximas, que intervienen en las funciones de estado límite o de falla de la estructura, para cada combinación de las variables \mathbf{X} elegida aleatoriamente con la técnica de diseño de experimentos. Estos resultados discretos se aproximan mediante una función continua representada con redes neuronales, cuya expresión general es

$$R(\mathbf{X}) \cong F(\mathbf{X}) = h \left(\sum_{j=1}^J W_{kj} h \left(\sum_{i=1}^N W_{ji} X_i + W_{j0} \right) + W_{k0} \right) \quad (3)$$

donde $R(\mathbf{X})$ es el “verdadero” valor de la respuesta obtenido con análisis dinámico no lineal para las variables X_i , $F(\mathbf{X})$ la aproximación con red neuronal, W_{kj} y W_{ji} son factores de peso a calcular, y $h(t)$ es la función no lineal de transferencia, que en este trabajo es la sigmoide:

$$h(t) = \frac{1.0}{(1 + \exp(-t))} \quad (4)$$

El proceso de entrenamiento consiste en encontrar los pesos W que minimicen el error total entre las predicciones de la red y los resultados del análisis dinámico no lineal para diferentes combinaciones de las variables de entrada X_i . Aquí se utiliza un método de entrenamiento basado en búsqueda aleatoria (Möller y otros, 2010b).

Con las redes neuronales representando las respuestas i de la estructura $R_i(\mathbf{X})$ se plantean las funciones de falla, que en forma genérica se escribe

$$G_i(\mathbf{X}) = RLIM_i - R_i(\mathbf{X}) \cong RLIM_i - F_i(\mathbf{X}) \quad (5)$$

El cálculo de la probabilidad de falla se realiza con el método de Monte Carlo estándar. Esto no implica dificultades, debido a la aproximación de las respuestas estructurales con las funciones explícitas de las redes neuronales.

$$Pf_j(\mathbf{x}_d) = P[G_{i,j}(\mathbf{X}) \leq 0] \rightarrow \beta_j(\mathbf{x}_d) \cong -\Phi^{-1}(Pf_j(\mathbf{x}_d)) \quad (6)$$

Las probabilidades de falla, expresadas por los índices de confiabilidad β , se obtienen para distintas combinaciones de los parámetros de diseño, y también se representan por medio de redes neuronales. Estas cumplen la función de hacer eficiente la comprobación de los requerimientos de confiabilidad, cada vez que los parámetros de diseño son cambiados durante el proceso de optimización.

4 PROCESO DE OPTIMIZACIÓN

El procedimiento numérico propuesto (Möller y otros, 2010a), dentro de un dominio de \mathbf{x}_d en una iteración global, se puede resumir en los siguientes pasos, los cuales se representan esquemáticamente en la Figura 3.

a) La búsqueda comienza desde un punto inicial, o primer “punto de anclaje” \mathbf{x}_{d0} , que es el resultado del diseño preliminar de la estructura. Se evalúan los correspondientes índices de confiabilidad utilizando las redes neuronales $\beta_j(\mathbf{x}_{d0})$ y el costo con ec.(1).

b) Si el resultado del diseño preliminar \mathbf{x}_{d0} no cumple con las restricciones de confiabilidad ec.(2), se sigue con los pasos c), d) o e), y la primera combinación que las satisfaga, se toma como primer punto de anclaje.

c) Se seleccionan n combinaciones de \mathbf{x}_d en las proximidades de \mathbf{x}_{d0} , eligiendo aleatoriamente un valor para cada uno de los parámetros de diseño, x_{di} , dentro de un entorno $x_{d0i} \pm r_1 x_{d0i}$. Para cada una de las n combinaciones se verifica que se satisfagan las restricciones de confiabilidad, sino se reemplaza por otra combinación, y se evalúa el costo. Si el costo mínimo entre las n combinaciones es menor al del anclaje, la correspondiente combinación pasa a ser el nuevo punto de anclaje y el proceso se reinicia. En este trabajo se utilizó $n = 50$.

d) Si entre las n combinaciones no se encuentra alguna con costo menor al del punto de anclaje, se densifica la búsqueda seleccionando más combinaciones dentro del entorno de búsqueda $x_{d0i} \pm r_1 x_{d0i}$, hasta que se obtenga la primera con costo menor al del anclaje. Esta densificación tiene un límite de 200 combinaciones para este trabajo.

e) Si todavía no se encuentra alguna combinación que tenga un costo menor al del anclaje, se amplía el radio de búsqueda a $r_2 = r_1 + \Delta r$. Se seleccionan m combinaciones de \mathbf{x}_d en el volumen agregado, manteniendo la misma densidad anterior, y que cumplan las restricciones de confiabilidad. La primera de las m combinaciones, con un máximo de 800, que tenga un costo menor al del anclaje es retenida y utilizada como el nuevo anclaje. Esta ampliación del límite de búsqueda se repite tres veces en este trabajo y tiene por objetivo reducir la posibilidad de encontrar un mínimo local.

f) El proceso finaliza cuando ya no se encuentre una combinación de los parámetros de diseño con costo menor al del anclaje.

Cada vez que se define un nuevo radio de búsqueda, como se describió en c), d) y e), se verifica que estos límites no excedan los del dominio donde se ajustaron las redes neuronales de respuesta estructural y de índices de confiabilidad, ni los máximos y mínimos definidos

para las variables \mathbf{X} .

Si el nuevo radio de búsqueda excede el dominio de \mathbf{x}_d donde se ajustaron las redes neuronales, el límite del dominio se amplía hasta el radio de búsqueda, con un valor mínimo para disminuir la cantidad de ampliaciones del dominio.

La cantidad de combinaciones seleccionadas en la zona agregada, para disponer de nuevos resultados estructurales y poder ajustar las redes neuronales, mantiene la densidad inicial, con un valor mínimo establecido en este trabajo de 6 para respuesta estructural y 4 para índices de confiabilidad.

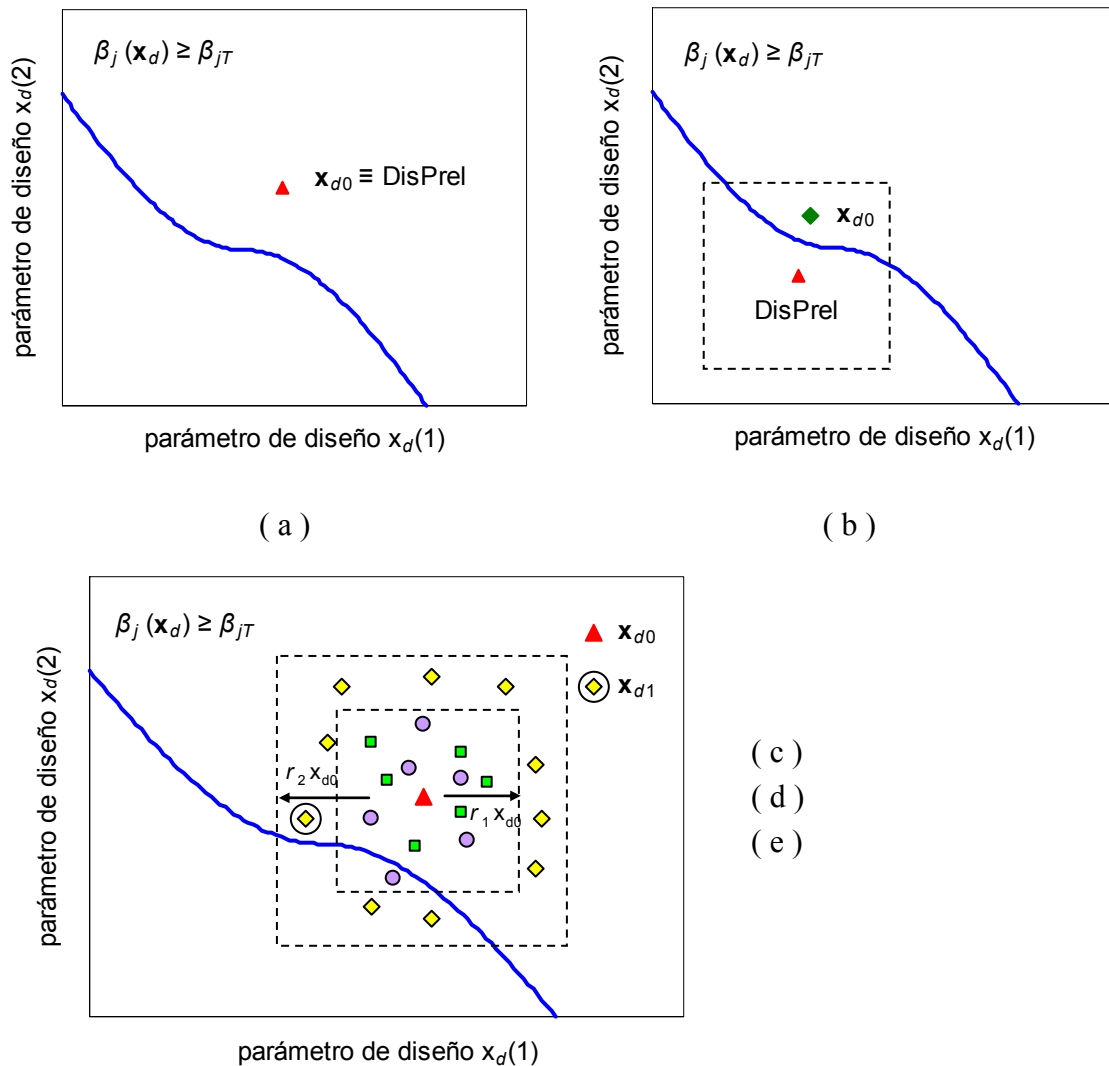


Figura 3: Esquema del proceso de optimización

5 FUNCIÓN OBJETIVO: COSTO TOTAL

Como se expresó en la ec.(1), el costo total a minimizar $C(\mathbf{x}_d)$ es la suma del costo inicial de construcción $C_0(\mathbf{x}_d)$ más el costo de reparación por daños $C_d(\mathbf{x}_d)$ debido a la ocurrencia de terremotos durante la vida útil de la estructura.

5.1 Costo inicial

El precio del hormigón incluye materiales, encofrado y mano de obra para la colocación, se estima en $CUH = 1500 \text{ \$/m}^3$. Para el acero, incluyendo material y mano de obra para la colocación, se estima en $CUA = 500 \text{ \$/KN}$.

El volumen de hormigón y el peso de la armadura son función de los parámetros de diseño, resultando el costo inicial del pórtico

$$C_0(\mathbf{x}_d) = [V_{viga}(\mathbf{x}_d) + V_{col}(\mathbf{x}_d)]CUH + [P_{s,viga}(\mathbf{x}_d) + P_{s,col}(\mathbf{x}_d)]CUA \quad (7)$$

5.2 Costo por daños

El costo futuro de reparación, a valores actuales, depende del nivel de daño causado por los terremotos, la incertidumbre del tiempo en el cual ocurre y la cantidad de terremotos dentro de la vida útil de la estructura T_D , y del interés acumulado desde el momento de la construcción hasta la ocurrencia de los daños.

El índice de daño global *DIES* es utilizado aquí como un indicador del perjuicio causado en la estructura. Siendo $C_f(DIES)$ el costo función de ese daño que ocurre en el tiempo t , $C_{f0}(DIES)$ el costo llevado al tiempo de construcción $t = 0$, r la tasa de interés, resulta

$$C_{f0}(DIES) = C_f(DIES) \exp(-rt) \quad (8)$$

El valor esperado de $C_{f0}(DIES)$ puede ser calculado luego que la función de densidad de probabilidades es conocida para el tiempo t , para lo cual se adopta un proceso de Poisson para el arribo de terremotos con frecuencia media v .

Luego de desarrollos algebraicos (Möller y otros, 2010a), se obtiene

$$C_d|_{DIES} = \sum_{n=1}^{\infty} C_f(DIES) v \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{v^i}{i!} \int_0^{T_D} t^i \exp(-(r+v)t) dt \right] \frac{(vT_D)^n}{n!} \exp(-vT_D) \quad (9)$$

siendo n el número de eventos en T_D . En general, el costo aumenta cuando n aumenta, pero la probabilidad de ocurrencia de n eventos en T_D disminuye más rápidamente, resultando que en la ec.(9) tiende a un valor finito. En este trabajo se trunca la sumatoria cuando la contribución relativa del término n es menor que 0.001.

Se supone la siguiente relación entre el nivel de daño *DIES* y el costo de reparación.

$$\begin{aligned} C_f(DIES) &= \alpha C_0 \left(\frac{DIES}{0.60} \right)^b & \text{para } DIES \leq 0.60 \\ C_f(DIES) &= \alpha C_0 & \text{para } DIES > 0.60 \end{aligned} \quad (10)$$

en la cual C_0 es el costo de reemplazo completo de la estructura, con un porcentaje adicional $\alpha = 1.20$ por demolición y limpieza. En la ec.(10) se asume un reemplazo completo cuando *DIES* excede 0.60. Para daño menor a 0.60 el costo es función del daño a través del exponente b , que en este trabajo se adoptó $b = 1$. Otros costos como seguros, interrupción de servicio, etc., deberían ser tenidos en cuenta pero no fueron considerados en este ejemplo.

Finalmente el costo de reparación por daños resulta

$$C_d(\mathbf{x}_d) = \int_0^{\infty} C_d|_{DIES} \cdot f_{DIES}(DIES) \cdot d(DIES) \quad (11)$$

utilizando la función de densidad de probabilidades para el índice de daño *DIES*. Ésta puede ser obtenida calculando primero la distribución acumulada mediante simulación de Monte Carlo y redes neuronales para la respuesta *DIES*, ajustando luego una distribución Beta (dado que *DIES* está limitado entre 0 y 1), y finalmente la función de densidad por derivación.

6 APLICACIONES NUMÉRICAS

6.1 Datos de la estructura y parámetros de respuesta considerados

La estructura elegida para ejemplificar el proceso de optimización es un pórtico de un vano y un piso solicitado por cargas permanentes y acción sísmica, cuya geometría se presenta en la figura 3.

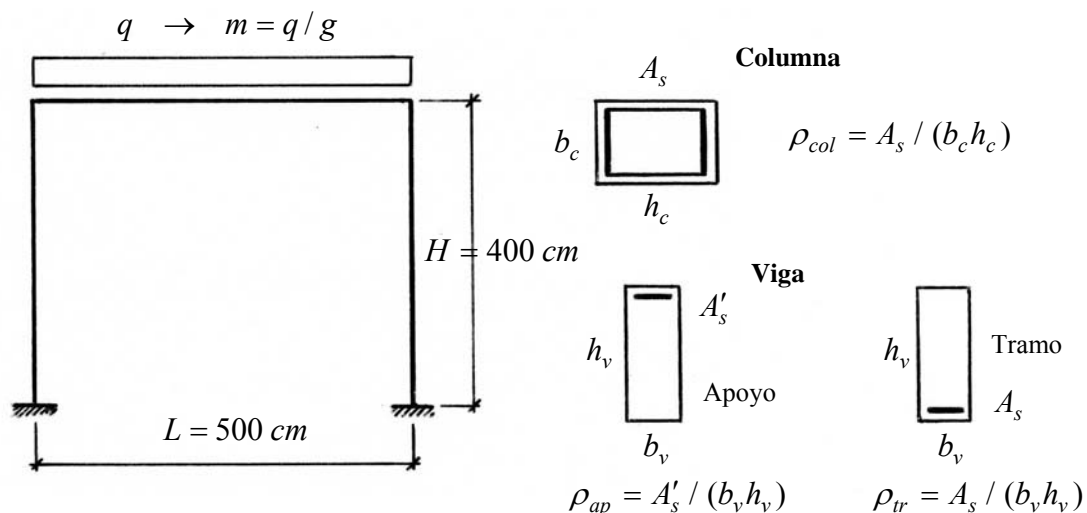


Figura 3: Geometría del pórtico

Las variables consideradas para calcular las respuestas discretas, con sus límites mínimo y máximo, son: masa por unidad de longitud en cada piso $m = 2.15 \times 10^{-4}$ a $7.14 \times 10^{-4} \text{ KN s}^2/\text{cm}^2$, ancho de la sección de la viga $b_v = 15$ a 30 cm , altura de la sección de la viga $h_v = 40$ a 70 cm , ancho de la sección de columnas $b_c = 20$ a 40 cm , altura de la sección de columnas $h_c = 40$ a 100 cm .

También las cuantías de armadura, ver figura 3, que cumplen con los requerimientos reglamentarios, tienen los siguientes límites: $\rho_{tr} = 0.00298$ a 0.01389 , $\rho_{ap} = 0.00298$ a 0.01389 , $\rho_{col} = 0.008$ a 0.04286 . La presión de confinamiento normalizada es $f_r / f'_c = 0.0$ a 0.15 . Además, las cuantías de armadura deben proveer una resistencia adecuada para las cargas gravitacionales sobre la viga.

Para la acción sísmica se considera la sismicidad de la ciudad de Mendoza, Argentina. Las variables y sus límites son la aceleración pico del suelo $a_G = 25$ a 1200 cm/s^2 , y la frecuencia central del filtro del suelo $f_g = 2.0$ a 3.0 Hz . Otras variables para la generación de los acelerogramas son funciones de a_G y f_g , ó se adoptan valores constantes.

Dentro del dominio de cada iteración global donde se desarrolla el proceso de optimización y aplicando la técnica de diseño de experimentos (Zhang, 2003), se generan NP combinaciones de las variables. Para cada combinación se generan $NS = 10$ sub-combinaciones teniendo en cuenta las siguientes variables aleatorias secundarias: (a) El conjunto de ángulos de fase aleatorios para generar un acelerograma (Möller, 2001; Shinozuka, 1967), luego escalado a la aceleración pico a_G incluida en esa combinación particular; (b) La resistencia del hormigón y del acero que generan variabilidad en los parámetros de las relaciones momento - curvatura de las secciones de la viga y columnas, ver Möller y otros (2006).

Se realizan los análisis dinámico no lineal con el modelo de elementos de barra descripto en la sección 3, obteniéndose los siguientes parámetros de respuesta: desplazamiento horizontal máximo de piso $UMAX$, distorsión máxima de piso $DIST$, índice daño, Park y Ang (1985), local máximo $DILO$, e índice de daño global de la estructura $DIES$.

Así, para cada uno de estos parámetros de respuesta, para cada combinación y sus sub-combinaciones, se obtiene $R_{ki}, j = 1, NP, k = 1, NS$ y se calculan los valores medios y desvíos estándar con:

$$\bar{R}_j = \frac{1}{NS} \sum_{k=1}^{NS} R_{kj} \quad \sigma_{R_j} = \sqrt{\frac{1}{NS-1} \sum_{k=1}^{NS} (R_{kj} - \bar{R}_j)^2} \quad (12)$$

Con estos resultados se ensamblan dos bases de datos para cada parámetro de respuesta, que son usadas para entrenar dos redes neuronales: una para el valor medio y otra para el desvío estándar de la respuesta sobre las sub-combinaciones.

6.2 Aproximación de la respuesta con redes neuronales

Como sustituto de la verdadera respuesta $R(\mathbf{X})$ se utilizan redes neuronales de acuerdo a lo explicado en la sección 3, ver ec(3). La aproximación de $F(\mathbf{X})$ a $R(\mathbf{X})$ nunca es perfecta, existiendo una dispersión que se cuantifica con el desvío estándar del error relativo, que es un coeficiente de variación promedio, dado por:

$$\sigma_{\varepsilon_r} = \sqrt{\frac{1}{NP-1} \sum_{k=1}^{NP} \left(\frac{Y_k - T_k}{Y_k} \right)^2} \quad (13)$$

donde Y_k es el valor calculado con la red neuronal, T_k es el valor obtenido con análisis dinámico no lineal y NP el número de combinaciones en la base de datos.

Luego el valor medio y el desvío estándar de cada parámetro de respuesta i del pórtico se puede escribir con:

$$\bar{F}_i = \bar{Y}_i (1 + \sigma_{\varepsilon_m} X_{N_1}) \quad \sigma_{F_i} = \sigma_{Y_i} (1 + \sigma_{\varepsilon\sigma} X_{N_2}) \quad (14)$$

donde \bar{Y}_i, σ_{Y_i} son el valor medio y desvío estándar del parámetro i calculado con la red neuronal correspondiente, y X_{N_1}, X_{N_2} son variables Normales estándar.

6.3 Estimación de la confiabilidad

Las funciones de falla o estados límites, ec.(5), considerados para los niveles de desempeño operacional, seguridad de vidas y límite de colapso, se describen en las ecs.(15) a (22). En ellas, los números entre paréntesis indican el valor medio y su coeficiente de

variación: $(\overline{RLIM}, COVRL)$. En G_{11} , \bar{u}_y es el desplazamiento de fluencia medio del pórtico, debajo del cual la estructura permanece elástica, y calculado con otra red neuronal que aproxima los resultados del push-over del pórtico.

Operacional

$$\text{- Comportamiento elástico} \quad G_{11}(\mathbf{X}) = (\bar{u}_y(\mathbf{X}), 0.10) - UMAX(\mathbf{X}) \quad (15)$$

$$\text{- Distorsión de piso} \quad G_{12}(\mathbf{X}) = (0.005, 0.10) - DIST(\mathbf{X}) \quad (16)$$

Seguridad de vidas

$$\text{- Distorsión de piso} \quad G_{21}(\mathbf{X}) = (0.015, 0.10) - DIST(\mathbf{X}) \quad (17)$$

$$\text{- Índice daño local máximo} \quad G_{22}(\mathbf{X}) = (0.60, 0.10) - DILO(\mathbf{X}) \quad (18)$$

$$\text{- Índice de daño global} \quad G_{23}(\mathbf{X}) = (0.40, 0.10) - DIES(\mathbf{X}) \quad (19)$$

Límite de colapso

$$\text{- Distorsión de piso} \quad G_{31}(\mathbf{X}) = (0.025, 0.10) - DIST(\mathbf{X}) \quad (20)$$

$$\text{- Índice daño local máximo} \quad G_{32}(\mathbf{X}) = (1.00, 0.10) - DILO(\mathbf{X}) \quad (21)$$

$$\text{- Índice de daño global} \quad G_{33}(\mathbf{X}) = (0.80, 0.10) - DIES(\mathbf{X}) \quad (22)$$

Cada función de respuesta $R(\mathbf{X})$ es además desarrollada para representar la variabilidad sobre las sub-combinaciones. Para el desplazamiento máximo en el último piso $UMAX(\mathbf{X})$ y distorsión de piso máxima $DIST(\mathbf{X})$, la variabilidad es representada por una distribución lognormal

$$F(\mathbf{X}) = \frac{\bar{F}(\mathbf{X})}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_F(\mathbf{X})}{\bar{F}(\mathbf{X})}\right)^2}} \exp\left[R_{N1} \sqrt{\ln\left(1 + \left(\frac{\sigma_F(\mathbf{X})}{\bar{F}(\mathbf{X})}\right)^2\right)}\right] \quad (23)$$

donde R_{N1} es una variable Normal estándar y el valor medio $\bar{F}(\mathbf{X})$ y desvío estándar $\sigma_F(\mathbf{X})$ son calculados utilizando la ec.(14) a partir de las correspondientes representaciones con redes neuronales.

La variabilidad para el índice de daño local máximo $DILO(\mathbf{X})$, y para el índice de daño global $DIES(\mathbf{X})$, que están limitados entre 0 y 1, son representados por distribuciones Beta con esos mismos límites y los correspondientes valores medios $\bar{F}(\mathbf{X})$ y desvíos estándar $\sigma_F(\mathbf{X})$. Para calcular valores de $R(\mathbf{X})$ con la distribución Beta, se introduce una variable aleatoria U_1 uniformemente distribuida entre 0 y 1.

Se considera la incertidumbre en los valores límites $RLIM$ con distribución normal, introduciendo otra variable Normal estándar X_{N3}

$$RLIM = \overline{RLIM} (1 + COVRL X_{N3}) \quad (24)$$

Los tipos de distribución y estadística de todas las variables consideradas se presentan en la Tabla 1, donde el signo ? corresponde a los parámetros de diseño a optimizar, que son los valores medios de la altura de las secciones de vigas y columnas, y las cuantías de armadura longitudinal.

Variable	\bar{X}	σ_X	Tipo	Variable	\bar{X}	σ_X	Tipo
$X(1) = m$	5.1×10^{-4}	5.1×10^{-5}	Normal	$X(10) = \bar{a}_G$	94 cm/s^2	130 cm/s^2	Lognormal
$X(2) = b_v$	20 cm	1 cm	Normal	$X(11) = f_g$	2.50 Hz	0.375 Hz	Normal
$X(3) = h_v$	$? \text{ cm}$	$0.05 \bar{X}$	Normal	$X(12) = \sigma_{\bar{a}_G}$	0	0.25	Normal
$X(4) = b_c$	30 cm	1.5 cm	Normal	$X(13) = a_G$	$X(13) = X(10) [1.0 + X(12)]$		
$X(5) = h_c$	$? \text{ cm}$	$0.05 \bar{X}$	Normal	$X(14) = R_{N1}$	0	1	Normal
$X(6) = \rho_{tr}$?	$0.10 \bar{X}$	Lognormal	$X(15) = U_1 (*)$	0	1	Uniforme
$X(7) = \rho_{ap}$?	$0.10 \bar{X}$	Lognormal	$X(16) = X_{N1}$	0	1	Normal
$X(8) = \rho_{col}$?	$0.10 \bar{X}$	Lognormal	$X(17) = X_{N2}$	0	1	Normal
$X(9) = f_r / f'_{c0}$	0.10	0.01	Normal	$X(18) = X_{N3}$	0	1	Normal

Tabla 1: Estadística de las variables aleatorias

Dentro del dominio de cada iteración global donde se desarrolla el proceso de optimización y aplicando nuevamente la técnica de diseño de experimentos, se seleccionan MC combinaciones de los parámetros de diseño. Para cada combinación se calculan las probabilidades de falla, o índices de confiabilidad con ec.(6), utilizando el método de Monte Carlo. Así, se obtienen las bases de datos y resultados de los índices de confiabilidad $\beta_1(\mathbf{x}_d)$, $\beta_2(\mathbf{x}_d)$, $\beta_3(\mathbf{x}_d)$, con las cuales se entrenan otras tres redes neuronales. Estas redes neuronales se utilizan en el proceso de optimización descrito en la sección 4 para verificar si se cumplen las restricciones de confiabilidad.

El criterio para elegir la cantidad MC en el dominio de una iteración, es tener la misma densidad que para el rango completo de los parámetros de diseño. La cantidad de combinaciones en el rango completo se establece de manera que las redes neuronales puedan tener un máximo de 25 neuronas en la capa intermedia que asegura buena precisión (Möller y otros, 2010a,b). Como la precisión en el ajuste de las redes neuronales disminuye con menor cantidad de neuronas, en el dominio de una iteración se fija un número mínimo de MC para que las redes neuronales puedan tener como mínimo 10 neuronas.

Los valores mínimos de los índices de confiabilidad, restricciones del proceso de optimización, se eligieron arbitrariamente en este trabajo para poder analizar con mayor detalle los diferentes criterios de evolución del dominio de optimización, ver tabla 2

Nivel de desempeño	β_{iT}
Operacional	1.00
Seguridad de vidas	2.00
Límite de colapso	2.50

Tabla 2: Índices de confiabilidad mínimos

6.4 Criterios de evolución para el dominio de optimización

Siendo x_{d0} los valores de los parámetros de diseño en el punto de anclaje, comenzando desde el resultado del diseño preliminar de la estructura, el dominio inicial donde se desarrolla el proceso de optimización se expresa con

$$(x_{d0_i} - f x_{d0_i}, x_{d0_i} + f x_{d0_i}) \quad (25)$$

donde i es la componente genérica de los parámetros de diseño. La ampliación del dominio está relacionada con el avance en el proceso de optimización y la actualización de la posición del punto de anclaje, junto con el entorno de búsqueda de combinaciones con costo menor al del anclaje, ver sección 4, dado por

$$(x_{d0_i} - r_1 x_{d0_i}, x_{d0_i} + r_1 x_{d0_i}) \quad (26)$$

Como se explicó en la sección 4, apartado e), de ser necesario el radio r_1 se incrementa a r_2 de la siguiente manera

$$r_2 = r_1 + \Delta r \quad (27)$$

Si se excede el límite del dominio, que es donde están ajustadas las redes neuronales, el dominio se amplía en $\Delta f x_{d0_i}$ solo en la dirección de excedencia, y hasta el entorno de búsqueda, pero con un mínimo de ampliación dado por

$$\Delta f_{\min} = 0.5 r_1 \quad (28)$$

Los valores numéricos de los parámetros que controlan el tamaño del entorno de búsqueda y la evolución del dominio de optimización se resumen en la tabla 3

Criterio	f	r_1	Δr	Δf_{\min}
OPC00	100	0.10	0.10	0.05
OPC01	0.30	0.05	0.10	0.025
OPC02	0.20	0.05	0.10	0.025
OPC03	0.30	0.10	0.10	0.05
OPC04	0.30	0.15	0.10	0.075
OPC05	0.50	0.15	0.10	0.075

Tabla 3: Parámetros de control para cada criterio

El criterio denominado OPC00 trabaja con un dominio que abarca todo el rango de los parámetros de optimización, y significa que no habrá iteraciones globales por ampliación de dominio. Es el criterio utilizado en los trabajos previos.

6.5 Resultados numéricos

El volumen de cálculo realizado con cada criterio, OPC00 a OPC05, se presenta en la tabla 4, con el siguiente significado de las variables:

NIT es el número de iteraciones globales o de modificaciones del dominio, ver figura 1

$DNL = \sum (NP NS)$ es la cantidad total de análisis dinámico no lineal para encontrar la respuesta estructural en las NP combinaciones de las variables aleatorias \mathbf{X} y las NS

subcombinaciones, ver sección 6.1. La sumatoria se realiza sobre todas las iteraciones globales del proceso.

MC es la cantidad total de evaluaciones de los índices de confiabilidad utilizando simulación de Monte Carlo con 0.8×10^6 simulaciones para obtener un grado de confianza adecuado en la probabilidad de falla. Se suman las evaluaciones en todas las iteraciones globales.

NN es la cantidad total de entrenamientos de redes neuronales, sumando las redes que aproximan los parámetros de respuesta estructural y las de los índices de confiabilidad, sobre todas las iteraciones globales.

EC es la cantidad de evaluaciones de costos hasta llegar al valor óptimo

Criterio	NIT	DNL	MC	NN	EC
OPC00	1	4500	180	12	437
OPC01	11	2520	129	132	825
OPC02	9	2220	121	108	528
OPC03	13	3120	137	156	829
OPC04	9	2790	121	108	226
OPC05	7	3600	113	84	388

Tabla 4: Volumen de cálculo con cada criterio

Se presentan en la tabla 5 los valores de los parámetros de diseño óptimo y el costo obtenido con cada criterio

Parámetro de diseño	OPC00	OPC01	OPC02	OPC03	OPC04	OPC05
$x_d(1) = \bar{X}(3) = h_v$ [cm]	42.5	40.9	40.8	40.6	43.8	43.0
$x_d(2) = \bar{X}(5) = h_c$ [cm]	40.4	40.2	40.0	40.6	40.3	40.4
$x_d(3) = \bar{X}(6) = \rho_{tr}$	0.00668	0.00710	0.00692	0.00684	0.00751	0.00777
$x_d(4) = \bar{X}(7) = \rho_{ap}$	0.01188	0.01221	0.01261	0.01321	0.00960	0.01092
$x_d(5) = \bar{X}(8) = \rho_{col}$	0.01554	0.01842	0.02303	0.01382	0.01523	0.01354
$C_0(\mathbf{x}_d)$ [\$]	2187	2205	2281	2133	2199	2170
$C_d(\mathbf{x}_d)$ [\$]	856	864	881	835	861	850
$C(\mathbf{x}_d)$ [\$]	3043	3069	3162	2968	3060	3020

Tabla 5: Valores óptimo de los parámetros de diseño y costos

En la figura 4 se muestra la evolución del dominio de optimización y puntos de anclajes para los parámetros de diseño $x_d(4)$ cuantía de armadura de apoyo y $x_d(5)$ cuantía de armadura de columna, en cada uno de los criterios analizados. El perímetro externo representa el rango completo de dichos parámetros de diseño, el dominio inicial es el definido con trazo grueso alrededor de \mathbf{x}_{d0} y su evolución en trazos finos.

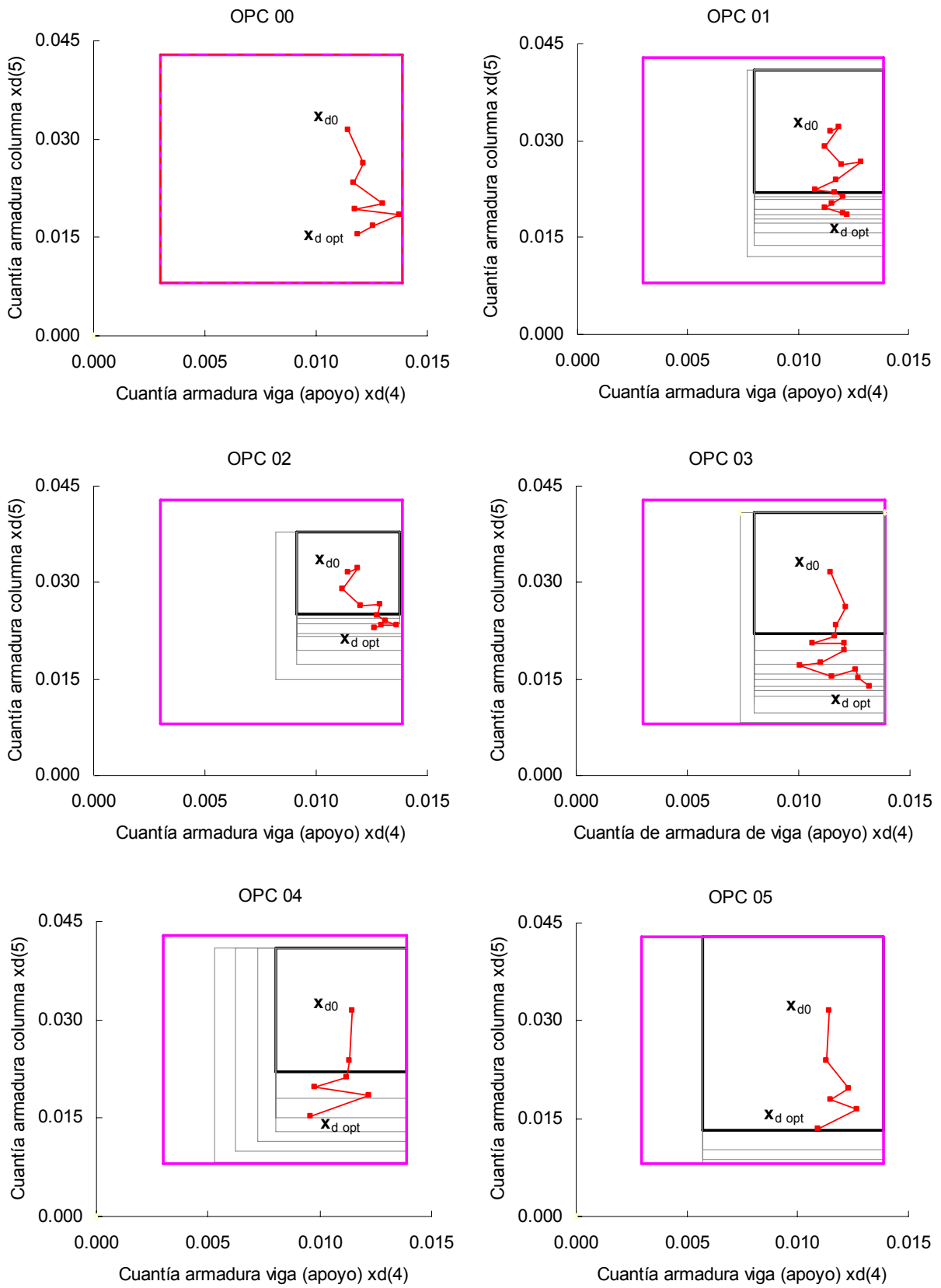


Figura 4: Evolución del dominio de optimización y puntos de anclaje

En la figura 5 se observa la disminución del costo total con el avance del proceso de optimización, representado por la cantidad de evaluaciones de costo que se realizaron con cada criterio para la evolución del dominio.

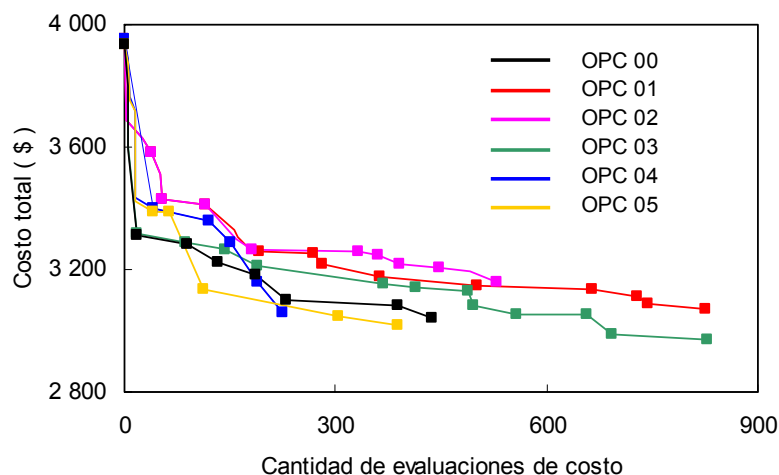


Figura 5: Evolución del costo total para cada criterio

6.6 Análisis de resultados

La comparación presentada en la tabla 4, del volumen de cálculo realizado con cada criterio de evolución del dominio de optimización OPC01 a 05, con respecto al OPC00 donde el dominio de optimización coincide con todo el rango de las variables y entonces no hay iteraciones globales, muestra una significativa reducción en la cantidad de análisis dinámico no lineal *DNL* y en la estimación de índices de confiabilidad por Monte Carlo *MC*. La importancia de esta reducción es que dichos cálculos son los que más tiempo de computación consumen, haciendo más eficiente el proceso de encontrar la solución óptima.

Con los criterios iterativos OPC01 a 05, la cantidad promedio de *DNL* es 2850, que es solo el 63% de 4500 del criterio OPC00 sin evolución del dominio. La cantidad promedio de *MC* es 124 representando el 69% de 180 del criterio OPC00.

Elegir un dominio de optimización inicial pequeño, OPC02, pensando en realizar menor cantidad de *DNL* y *MC*, manteniendo siempre la misma densidad de combinaciones de las variables, se contrapone con mayor cantidad de ampliaciones del dominio que significa mayor cantidad de entrenamiento de redes neuronales *NN*. Puede ser la mejor opción si la estructura es compleja y los análisis estructurales consumen mucho tiempo. En caso contrario conviene elegir un dominio inicial mayor, OPC05, y reducir la cantidad de ampliaciones (iteraciones globales). Para este problema, en la tabla 4 no se observa algún criterio de evolución que netamente resulte más conveniente. Se combinan de diferente manera la cantidad de *DNL*, *MC*, *NN* y *EC*.

En la tabla 5 se observa que todos los criterios conducen a costos similares, indicando que el proceso iterativo global con evolución del dominio de optimización no distorsiona los resultados con respecto al esquema sin iteración OPC00. Si se toma como referencia el de menor costo, que se obtiene con OPC03, la diferencia máxima es del 6.5% para el criterio OPC02. Además, con OPC03 se logra disminuir en 2.6% el que resulta de aplicar el criterio OPC00 que utiliza todo el rango de las variables sin iteraciones globales por ampliación de

dominio.

También en la tabla 5 se presentan los valores óptimos de los parámetros de diseño. Como ocurre en este tipo de problemas, diferentes combinaciones de dimensiones de secciones y cuantías de armaduras conducen a casi el mismo costo total. Las mayores diferencias se observan en la cuantía de armadura de columnas $x_d(5)$, con máximo de 70%, y luego en la de apoyo de la viga $x_d(4)$ con diferencia máxima de 37%.

Se destaca también que el proceso de búsqueda de la solución óptima es aleatorio, es decir que obtener costos y valores de los parámetros de diseño no exactamente iguales entre los diferentes criterios de evolución del dominio, no es consecuencia de elegir uno u otro criterio, sino que depende principalmente de la aleatoriedad de la búsqueda.

Si bien la figura 4 presenta la evolución de solo dos parámetros de diseño desde el valor inicial hasta el óptimo, se observa cualitativamente que con cualquier criterio de evolución del dominio, OPC01 a 05, los análisis numéricos ocupan el sector de interés, sin necesidad de realizar evaluaciones de respuesta estructural y estimación de la confiabilidad para combinaciones de las variables lejos de los valores óptimos, lográndose de esta manera un ahorro en el volumen de cálculo.

Las tres últimas ampliaciones del dominio, que no son ocupadas por el valor óptimo, corresponden a la descripción realizada en la sección 4 e) que tiene por objetivo reducir la posibilidad de encontrar un mínimo local.

La figura 5 presenta la evolución del costo con respecto a la cantidad de evaluaciones del costo de acuerdo al proceso de búsqueda aleatoria descrita en la sección 4. La tendencia es similar para todos los criterios, presentando una fuerte disminución al inicio del proceso y una pendiente más suave en la parte final.

7 CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta una metodología de optimización de estructuras dentro del marco del diseño sísmico basado en el desempeño. La optimización consiste en encontrar valores a los parámetros de diseño que hagan mínima una función objetivo, en este caso el costo total, sujeta a restricciones expresadas en términos probabilísticos al reconocer la naturaleza aleatoria de las variables que intervienen en el problema.

El algoritmo de optimización es de búsqueda aleatoria, y el dominio de los parámetros de diseño donde se desarrolla la optimización se va ampliando en la dirección de avance del proceso. Se probaron diferentes criterios para definir el tamaño del dominio y su evolución, llegándose a las siguientes conclusiones para la estructura analizada:

- Todos los criterios conducen a soluciones óptimas con costos muy similares, diferencias máximas del 6%, indicando que el proceso iterativo global con evolución del dominio de optimización no distorsiona los resultados con respecto al esquema sin iteración.
- Los valores óptimos de los parámetros de diseño obtenidos con cada criterio son diferentes, porque hay más incógnitas (parámetros) que ecuaciones (costo) y por la naturaleza aleatoria de la búsqueda, no por el criterio de evolución del dominio.
- El esquema iterativo con evolución de dominio de optimización reduce significativamente el volumen de cálculo numérico, especialmente en la cantidad de análisis dinámico no lineal y estimación de índices de confiabilidad que son las tareas que más tiempo

demandan, porque los análisis numéricos se realizan solamente en la zona de interés cercana al punto de diseño óptimo. Para el ejemplo de este trabajo la reducción fue del orden del 35%.

- No se ha encontrado un criterio de evolución que netamente sea el más conveniente, y además es dependiente del problema. Si el análisis de la estructura *DNL* consume mucho tiempo, será conveniente comenzar con un dominio reducido y hacer mayor cantidad de ampliaciones del dominio, en caso contrario, se recomienda un dominio más amplio y menor cantidad de iteraciones globales.

REFERENCIAS

- Clough, R.W. and Johnston, S.B. Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements, *Proceedings of Japan Earthquake Engineering Symposium*, Tokio, Oct. 1966.
- FEMA 356, Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings. *American Society of Civil Engineers (ASCE), Federal Emergency Management Agency*, 2000.
- Filippou, F.C., D'Ambrisi, A. and Issa, A., "Nonlinear static and dynamic analysis of reinforced concrete subassemblages", *Earthquake Engineering Research Center*, Report N° EERC 92-08, University of California, Berkeley, 1992.
- Hurtado, J., *Structural Reliability – Statistical Learning Perspectives*, Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics, Vol.17, Springer Verlag, 2004.
- Mander, J.B., Priestley, M.J.N. and Park, R., "Seismic design of bridge piers", Research Report 84-2, *Department of Civil Engineering*, University of Canterbury, New Zealand, 1984.
- Melchers, R.E. *Structural Reliability: Analysis and Prediction* – Ed. Ellis Horwood Limited – Halsted Press: a division of John Wiley & Sons, 1987.
- Möller, O., Metodología para evaluación de la probabilidad de falla de estructuras sismorresistentes y calibración de códigos, *Tesis de Doctorado en Ingeniería*, Universidad Nacional de Rosario, 2001.
- Möller, O. and Foschi, R. Reliability evaluation in seismic design: a response surface methodology. *Earthquake Spectra*. 19 (3): 579-603, 2003.
- Möller, O., Foschi, R., Rubinstein, M., Quiroz, L., Momento-curvatura de secciones de hormigón armado sismorresistentes utilizando redes neuronales. *Mecánica Computacional* Vol. XXV, 2145-2162, AMCA, 2006.
- Möller, O., Foschi, R., Rubinstein, M., Quiroz, L. Optimización de pórticos sismorresistentes utilizando redes neuronales y algoritmo sin cálculo de gradientes. *Mecánica Computacional* Vol. XXVI, pág. 1824-1839, AMCA, 2007.
- Möller, O., Foschi, R., Quiroz, L., Rubinstein, M. Optimización de pórticos con acciones sísmicas: diferentes estrategias numéricas utilizando redes neuronales. *Mecánica Computacional* Vol. XXVII, pág. 2583-2603, AMCA, 2008.
- Möller, O., Foschi, R., Quiroz, L., Rubinstein, M. Performance-based seismic optimization implementing neural networks. In Frangopol, D.M. (Ed.) *Computational Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Structures and Infrastructures Series*, Vol.II, Chapter 34, 547-564. Taylor & Francis Group - CRC Press – Balkema, 2009a.
- Möller, O., Foschi, R., Rubinstein, M., Quiroz, L. Seismic structural reliability using different nonlinear dynamic response surface approximations. *Structural Safety*, 31(5), 432-442, 2009b.

- Möller,O., Foschi,R., Quiroz,L., Rubinstein,M. Structural optimization for performance-based design in earthquake engineering: Applications of neural networks. *Structural Safety*, 31(6), 490-499, 2009c.
- Möller,O., Foschi,R., Rubinstein,M., Savino,F. “Optimización, con requisitos de confiabilidad, a partir del diseño preliminar de pórticos sismorresistentes”. *Mecánica Computacional* Vol. XXIX, pág. 1403-1421, AMCA, 2010a.
- Möller,O., Foschi,R., Rubinstein,M., Quiroz,L.. “Nuevas estrategias de entrenamiento de redes neuronales y comparación con métodos estándar”. *Mecánica Computacional* Vol. XXIX, pág. 1385-1401, AMCA, 2010b.
- Park, Y.J., Ang. A.H-S, Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.111 (ST4), pp.722-739, 1985.
- Pérez López, Jesús R. Contribución a los métodos de optimización basados en procesos naturales y su aplicación a la medida de antenas en campo próximo. URL <http://www.tesisenred.net/TDR-0305107-180847>, 2005.
- SEAOC Vision 2000 Committee. Performance based seismic engineering of buildings. *Structural Engineers Association of California, Sacramento, California, U.S.A.*, 1995.
- Shinozuka M, Sato Y. Simulation of nonstationary random processes. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*; 93(1): 11-40, 1967.
- Swisher, J.R., Hyden P.D, Jacobson, S.H. and Schruben, L.W. A Survey of Simulation Optimization Techniques and Procedures. *2000 Winter Simulation Conference*, J.A.Joines, R.R. Barton, K.Kang and P.A.Fishwick (eds), 2000.
- Zhang,J. Performance-based seismic design using designed experiments and neural networks, *PhD. Thesis, Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Canada*, 2003.